

矩阵理论与应用 I

课程基本信息：

课程中文名称：矩阵理论与应用 I

课程英文名称：Matrix Theory

课程性质：基础理论课

开课学期：全年（第 1-8 周）

学分/学时：2/32

先修课程：线性代数、高等数学（数学分析）

建议后续课程：矩阵理论与应用 II

适用专业/开课对象：主要适用于理、工、医等专业，硕士、博士研究生

课程负责人：张继龙、王磊

团队其他成员：赵迪、杨小远、刘克新、郎荣玲、谷海波、王振乾、王刚、王福祥

一、课程的性质、目的和任务

通过本课程的学习，使学生在已掌握本科阶段线性代数知识的基础上，进一步提高矩阵理论的相关知识储备。并着重培养学生将所学的理论知识应用于本专业的实际问题和解决实际问题的能力。本课程还要求学生从理论上掌握矩阵的相关知识，会证明一些简单的定理和结论，从而培养逻辑思维能力。要求掌握一些有关矩阵的计算方法，如各种标准型，矩阵函数等。为今后在相关专业中的实际应用打好基础。具体教学目标可分解为以下 3 点：

目标序号	目标描述
1	课程目标 1. 培养学生的逻辑推理能力、抽象思维能力和空间直观想象能力，使学生具备扎实的数学基础和良好的数学素养。
2	课程目标 2. 掌握课程基本知识，培养学生运用矩阵理论的基本知识分析和解决学习或科研过程中所碰到问题的能力。通过学生积极参与，掌握集中力量的分析思维方法。
3	课程目标 3. 培养学生掌握公理化方法，增强从实际问题中概括提炼数学问题和概念的能力。使得学生能够运用矩阵的基本理论对问题做较为深入的分析，并能够初步厘清解决问题的关键点。

课程目标对毕业要求的支撑关系

毕业要求	课程目标对毕业要求的支撑关系
培养学生扎实的数理基础，具备科学思维与科学精神，良好的沟通融合能力与人文素养。	1,2,3
运用所学知识的能力；发现、分析与解决问题的能力；科学生产能力；使用现代工具的能力。	1,2,3

二、课程内容、基本要求及学时分配

序号	教学内容	基本要求及重点和难点	教学方式	学时	对应的教学目标
1	线性空间	<p>基本要求：掌握线性空间的基本概念和性质，掌握基、维数、坐标等概念，掌握子空间与直和分解等内容，掌握内积空间、欧氏空间和酉空间等概念和相关性质。</p> <p>重点：线性空间的判定，坐标变换，直和分解，内积与共轭转置的性质与运算。</p> <p>难点：线性空间的判定，维数计算。</p>	课堂教学、平台推送学习资料、答疑等。	6	1,2,3
2	线性映射与矩阵	<p>基本要求：掌握线性映射的基本概念和性质以及其矩阵表示，掌握线性映射的像与核，掌握线性空间的同构，熟悉特征值、特征向量和特征多项式的求解方法，掌握酉变换和酉矩阵的概念和相关性质。</p> <p>重点：线性映射的矩阵的计算，线性映射的像与核，酉矩阵的性质。</p> <p>难点：线性映射的像与核空间的维数，酉矩阵的性质。</p>	课堂教学、平台推送学习资料、答疑等。	6	1,2
3	矩阵分解	<p>基本要求：掌握满秩分解、QR 分解、Schur 分解、对角化分解、谱分解、Jordan 分解的方法与相关性质。</p> <p>重点：对角化分解的性质，λ-矩阵与 Jordan 标准型，正规矩阵的性质。</p> <p>难点：谱分解、λ-矩阵相关性质。</p>	课堂教学、平台推送学习资料、答疑等。	10	1,2
4	矩阵分析	<p>基本要求：掌握向量范数、矩阵范数、相容范数的定义与性质，掌握特征值的估计，矩阵函数的定义与计算，函数矩阵的性质，掌握矩阵级数的收敛和发散判断。</p> <p>重点：范数计算，矩阵级数的收敛与</p>	课堂教学、平台推送学习资料、答疑等。	10	1,2,3

	极限, 矩阵函数的计算与性质。 难点: 范数的性质, 矩阵级数的收敛与发散。			
--	---	--	--	--

三、教学方法

教学方式: 由于矩阵理论是一门理论性较强的基础学科, 线性代数与矩阵范数等内容抽象, 矩阵分解与广义逆等内容技巧性强, 因此该课程采取教师课堂讲授为主(每周4学时)、研讨式教学为辅的教学方法。

在课外布置思考题和练习题, 供学生讨论和练习。适当布置一些课外大作业, 锻炼学生的矩阵应用能力, 加强矩阵理论与学生本专业融合。

四、课内外教学环节及基本要求

本课程要求学生在课外自主阅读同类参考书(详见本教学大纲第六)至少一本以上, 自主学习、阅读本课程使用的教材内容, 做到课前先预习、再听课, 课后先复习后作业。必须认真完成任课教师布置的课后作业并按时上交。

自主部分, 通过阅读同类教学参考书、研讨教师布置的思考题等方式, 积极参与小组讨论。

五、考核方式及成绩评定

本课程成绩由平时成绩、期末考试组合而成, 采用百分计分制。各部分所占比例如下:

平时成绩占20%。主要考查学生对各章知识点的理解程度, 学习态度, 自主学习能力。包括考勤考纪, 平时作业, 研讨报告等。

期末成绩占80%。采用闭卷考试。主要考察学生对该课程基本内容的学习、掌握情况。题型为填空题、判断题、选择题、计算题、证明题等。

本课程根据学生作业、课堂讨论、期末考核情况和学生、教学督导等反馈, 及时对教学各环节中的不足之处进行改进, 并在下一轮课程教学中改进提高, 确保相应毕业要求指标点达成。

六、课程中文简介

矩阵理论是代数学的一个分支。它是学习其它课程(如数值分析, 最优化理论, 运筹学, 控制理论)等的基础, 在信息科学, 工学相关学科, 计算机科学与技术, 管理科学等领域都有广泛应用。通过本课程的学习, 使学生掌握处理矩阵的基本思想、基本理论和方法。了解应用矩阵理论与方法解决工程中与矩阵有关的实际问题的基本思想和方法。掌握应用矩阵理论和方法分析有限维空间中数量关系的基本技巧。

七、教材和参考资料

建议教材：

- [1] 王磊等：矩阵基本理论与应用，北京：北航出版社，2021.

参考资料：

- [1] 张绍飞，赵迪：矩阵论教材（第二版），北京：机械工业出版社，2012
- [2] 石荣昌，魏丰：矩阵分析（第三版），北京：北理工出版社，2015.
- [3] 张凯院，徐仲：矩阵论导教导学导考（第二版），西安：西北工业大学出版社，2011.
- [4] Roger Horn, Charles Johnson：矩阵分析英文版（第二版），北京：人民邮电出版社，2020.