北航机器学习期末考试例题汇总

本文汇总了网上可以找到的北航机器学习期末考试信息，并根据所提到的题型给出一些例题。助教说本研的课程期末考试题型基本一致，因此没有进行区分。

参考文献：

1. 北航机器学习期末考试试题2020年春 (https://blog.csdn.net/qq_43343919/article/details/112399970)
2. 北航机器学习2020-2021秋季学期期末试题回忆 (https://blog.csdn.net/weixin_45262065/article/details/112555104)
3. 北航机器学习期末考试试题2019年秋 (https://blog.csdn.net/sinat_38425013/article/details/103689617)
4. 北航机器学习期末考试试题2021年秋 (https://blog.csdn.net/qq_43787197/article/details/122240658)
5. 2023秋 机器学习导论 期末试题回忆版 (https://docsdown.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/2023%E7%A7%8B%E3%80%8A%E6%9C%BA%E5%99%A8%E5%AD%A6%E4%B9%A0%E5%AF%BC%E8%AE%BA%E3%80%8B%20%E6%9C%9F%E6%9C%AB%E8%AF%95%E9%A2%98%E5%9B%9E%E5%BF%86%E7%89%88.pdf)

[toc]

贝叶斯决策

【来源】参考文献3、4

【例题】细胞有正常(w_1)，异常(w_2)两类，其先验概率为$P(w_1)=0.9, P(w_2)=0.1$。有一个待识别的细胞，观测值为x，现在已知如果细胞是正常的，出现x的概率为0.2；如果细胞是异常的，出现x的概率是0.4。决策的损失表如下：

决策	w_1	w_2
w_1	0	6
w_2	1	0

1. 基于最小错误率原则对待识别细胞进行归类
2. 基于最小风险原则对待识别细胞进行归类

【解答】

1. 应用贝叶斯公式：

   已知x，细胞属于w_1的概率为：

$$
\begin{aligned}
P(w_1 \mid x) &= \frac{P(x \mid w_1)P(w_1)}{P(x \mid w_1)P(w_1)+P(x \mid w_2)P(w_2)} \\
&= \frac{0.2 \times 0.9}{0.2 \times 0.9 + 0.4 \times 0.1} \\
&= 0.818
\end{aligned}
$$

   已知x，细胞属于w_2的概率为：

$$
\begin{aligned}
P(w_2 \mid x) &= \frac{P(x \mid w_2)P(w_2)}{P(x \mid w_1)P(w_1)+P(x \mid w_2)P(w_2)} \\
&= \frac{0.4 \times 0.1}{0.2 \times 0.9 + 0.4 \times 0.1} \\
&= 0.182
\end{aligned}
$$

   所以，应该决策为w_1。

2. 决策为w_1的风险为：

$$R(w_1) = 0 \times P(w_1 \mid x) + 6 \times P(w_2 \mid x) = 1.092$$

决策为w_2的风险为：

$$R(w_2) = 1 \times P(w_1 \mid x) + 0 \times P(w_2 \mid x) = 0.818$$

所以，应该决策为w_2。

使用感知机准则求判别函数

【来源】参考文献4、5

【讲解】问题的格式是：现有样本集$\{x_1, \cdots, x_n\}$属于w_1, w_2两类，寻找向量a，使得：$\forall x \in w_1, a^T x > 0$，且$\forall x \in w_2, a^T x < 0$。即使用一个仿射流形把样本分成两半，这时称样本是线性可分的。其具体操作步骤是：

1. 构造规范化增广样本向量。

   这一步的关键是增广和规范化。因为一般线性流形的表达式是$w^T x + b$，但是我们要把这个b包含在w里面，就要把样本进行增广。增广的操作步骤是给样本的坐标前面补充1个1。

   规范化的意思是，如果样本是正例（属于w_1），就保持不变；否则，它的每个坐标都变成相反数。

   规范化增广样本向量记作$\{y_1 \cdots y_n\}$

2. 在y集合上循环迭代：对于每个y_i，计算$a_k^T y$，如果$a_k^T y \leq 0$，则$a_{k+1} = a_k + y$；否则，$a_{k+1} = a_k$。直到对于某个a，所有的y都满足$a^T y > 0$，那么这就是最终结果。

   这实际上是梯度下降法的过程，推导略。

【例子】现有数据集：

1. 类别1：$x_1^T = (-2, 2)$，$x_2^T = (-2, -2)$
2. 类别2：$x_3^T = (2, 1)$，$x_4^T = (2, -1)$

初始化权：$a_0^T = (0, 2, 1)$，利用感知机准则求判别函数。

【解答】

1. 构造规范化增广样本向量：

$$y_1^T = (1, -2, 2), y_2^T = (1, -2, -2)$$

$$y_3^T = (-1, -2, -1), y_4^T = (-1, -2, 1)$$

2. 迭代

   i. $a_1^T y_1 = (0, 2, 1) \cdot (1, -2, 2)^T = -2 < 0$，$a_2 = a_1 + y_1 = (1, 0, 3)$
   ii. $a_2^T y_2 = (1, 0, 3) \cdot (1, -2, -2)^T = -1 < 0$，$a_3 = a_2 + y_2 = (2, -2, 1)$
   iii. $a_3^T y_3 = (2, -2, 1) \cdot (-1, -2, -1)^T = 1 > 0$，$a_4 = a_3$
   iv. $a_4^T y_4 = (2, -2, 1) \cdot (-1, -2, 1)^T = 3 > 0$，$a_5 = a_4$
   v. $a_5^T y_1 = (2, -2, 1) \cdot (1, -2, 2)^T = 8 > 0$，$a_6 = a_5$
   vi. $a_6^T y_2 = (2, -2, 1) \cdot (-1, -2, -2)^T = 4 > 0$，$a_6 = a_5$

   至此，对于$a^T = (2, -2, 1)$，所有的y都满足$a^T y > 0$，那么这就是最终结果。

主成分分析（PCA）数据降维方法

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】PCA的考法有两种，第一种是基于最大方差准则进行推导，第二种是给你一些二维向量，让你降成一维。

【例题1】基于最大方差准则推导PCA的方法

【解答1】问题是把D维数据集$\{\boldsymbol{x}_n\}$降为1维。定义投影方向为D维向量$\boldsymbol{u}$，且满足$\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}=1$。

则样本均值为：$\boldsymbol{u}^T\bar{\boldsymbol{x}}$，样本方差为

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{u}^T\bar{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{u}^TS\boldsymbol{u}$$

其中S是协方差矩阵。那么优化问题为：

$$\begin{aligned}&\text{maximize}\ \ \boldsymbol{u}^TS\boldsymbol{u}\\&s.t.\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u}=1\end{aligned}$$

利用拉格朗日乘数法，写出其拉格朗日函数：

$$L(\boldsymbol{u},\lambda)=\boldsymbol{u}^TS\boldsymbol{u}+\lambda(1-\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{u})$$

对$\boldsymbol{u}$求导，并置零，有：

$$S\boldsymbol{u}=\lambda\boldsymbol{u}$$

这意味着，λ是S的特征值，$\boldsymbol{u}$是S的特征向量。$\boldsymbol{u}_1$是S最大特征值对应的特征向量时，方差取到极大值，称$\boldsymbol{u}_1$为第一主成分。于是，我们得到利用PCA降维的操作步骤：

1. 计算所有样本点的均值$\bar{\boldsymbol{x}}$
2. 对所有样本点进行零均值化：$\boldsymbol{x}_i=\boldsymbol{x}_i-\bar{\boldsymbol{x}}$
3. 计算协方差阵：

$$S=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_i^T$$

4. 计算协方差阵的最大的特征值和与其对应的特征向量$\boldsymbol{u}$
5. 进行投影：$y=\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{x}$

【例题2】对以下五个二维向量，利用PCA降为一维

$$x_{(1)}=\begin{bmatrix}2\\5\end{bmatrix},\quad x_{(2)}=\begin{bmatrix}3\\3\end{bmatrix},\quad x_{(3)}=\begin{bmatrix}5\\4\end{bmatrix},\quad x_{(4)}=\begin{bmatrix}4\\6\end{bmatrix},\quad x_{(5)}=\begin{bmatrix}6\\2\end{bmatrix}$$

【解答2】

1. 计算样本均值：

$$\bar{\boldsymbol{x}}=\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$$

2. 零均值化：

$$x_{(1)}=\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix},\quad x_{(2)}=\begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix},\quad x_{(3)}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\quad x_{(4)}=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix},\quad x_{(5)}=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}$$

3. 计算协方差矩阵：

$$S=\begin{bmatrix}2&-1\\-1&2\end{bmatrix}$$

4. 计算特征值和特征向量：

最大的特征值为$\lambda = 3$，对应的特征向量为：

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

5. 进行投影：

$$y = \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{x}$$

【例题3】简述PCA和Fisher准则的区别

【解答3】（以下文字是AI生成的）

PCA（主成分分析）和Fisher准则（Fisher线性判别分析）都是降维技术，但它们的目标和方法有所不同：

1. **目标不同**：
   - **PCA**：主要目的是数据压缩和特征提取，通过正交变换将数据转换到新的坐标系，使得数据的任何投影的第一大方差在第一个坐标（称为第一主成分）上，第二大方差在第二个坐标上，依此类推。PCA不涉及监督学习，即不考虑数据的标签信息。
   - **Fisher准则**：是一种监督学习的降维技术，目的是寻找最佳的投影方向，使得不同类别的数据在该方向上的距离尽可能远，而同类数据尽可能近。它利用了数据的类别标签信息。
2. **方法不同**：
   - **PCA**：通过协方差矩阵的特征值和特征向量来确定主成分，选择的是数据方差最大的方向。
   - **Fisher准则**：通过最大化类间散度与类内散度的比值来确定最佳投影方向，选择的是区分不同类别最有效的方向。
3. **应用场景不同**：
   - **PCA**：适用于无监督学习场景，比如数据压缩、去噪等。
   - **Fisher准则**：适用于监督学习场景，尤其是分类问题中的特征提取和降维。
4. **对数据的要求不同**：
   - **PCA**：对数据的分布没有特别的要求，可以处理各种类型的数据。
   - **Fisher准则**：要求数据是分类的，需要知道每个数据点的类别标签。

总结来说，PCA是一种无监督的降维方法，关注于数据的方差；而Fisher准则是一种监督的降维方法，关注于类别的区分度。

支持向量机

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】支持向量机的考法一般是让你简述一下原理，然后问一下软间隔和核函数。

【例题】svm的基本思想，模型表达式，软间隔和硬间隔的物理含义，如何用来解决非线性问题

【解答】对于分类问题：在空间中找一个超平面，最大化地分开不同数据点。对于样本$\{\boldsymbol{x}_i, t_i\}$，其中$\boldsymbol{x}_i$是空间中的点，$t_i \in \{-1, 1\}$是标签。找一个分类器$y = \boldsymbol{w^T x} + \boldsymbol{b}$，使得：

$$t_i = \begin{cases} 1, & y(\boldsymbol{x}_i) > 0 \\ -1 & y(\boldsymbol{x}_i) < 0 \end{cases}$$

SVM的思想是，寻找一个超平面，使其两端的空白区最大，即：

$$\begin{aligned} \text{maximize}_{w,b} \ & \frac{1}{\|w\|} |\boldsymbol{w^T x_i} + \boldsymbol{b_i}| \\ s.t. \ & t_i(\boldsymbol{w_i^T x_i} + \boldsymbol{b_i}) \geq 1 \end{aligned}$$

问题等价为：

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{w,b} \ & \frac{1}{2} \boldsymbol{w^T w} \\ s.t. \ & t_i(\boldsymbol{w_i^T x_i} + \boldsymbol{b_i}) \geq 1 \end{aligned}$$

这就是SVM的基本型。利用拉格朗日乘数法的对偶问题，可以写出其对偶型

$$\begin{aligned}\text{minimize}_\alpha \quad & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_i\alpha_j t_i t_j \boldsymbol{x_i^T x_j} - \sum_{i=1}^{N}\alpha_i \\ s.t. \quad & \alpha > 0 \\ & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i t_i = 0\end{aligned}$$

核技巧是应对非线性可分问题的一种方法。在$\mathbb{R}^d$中，如果$\{\boldsymbol{x}_i, t_i\}$不是线性可分的，则必定存在一个映射$\phi : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^{d'}$，使得$\{\phi(\boldsymbol{x}_i), t_i\}$在$\mathbb{R}^{d'}$中是线性可分的，其中一般有$d' \geq d$。此时，SVM的对偶问题变为：

$$\begin{aligned}\text{minimize}_\alpha \quad & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_i\alpha_j t_i t_j \phi^T(\boldsymbol{x_i})\phi(\boldsymbol{x_j}) - \sum_{i=1}^{N}\alpha_i \\ s.t. \quad & \alpha > 0 \\ & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i t_i = 0\end{aligned}$$

所谓的核技巧，就是寻找一个函数$k(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{x_j})$，使得

$$k(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{x_j}) = \phi^T(\boldsymbol{x_i})\phi(\boldsymbol{x_j})$$

且计算k的复杂度是d，这样就能够加速计算。常用的核有：

1. 线性核：$k = x_i^T x_j$，$d \to d$
2. 多项式核：$k = (\gamma x_i^T x_j + c)^k$，$d \to C_k^{d+k}$
3. 高斯核：$k = \exp(-\gamma\|x_i - x_j\|^2)$，$d \to \infty$

还有一种线性不可分是数据噪声造成的，这时可以用软间隔法。对于每一个样本引入一个松弛变量ϵ，原始问题变成：

$$\begin{aligned}\text{minimize}_{w,b} \quad & \frac{1}{2}\boldsymbol{w^T w} \\ s.t. \quad & t_i(\boldsymbol{w_i^T x_i} + \boldsymbol{b_i}) \geq 1 - \epsilon_i\end{aligned}$$

对偶问题变成：

$$\begin{aligned}\text{minimize}_\alpha \quad & \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\alpha_i\alpha_j t_i t_j \phi^T(\boldsymbol{x_i})\phi(\boldsymbol{x_j}) - \sum_{i=1}^{N}\alpha_i \\ s.t. \quad & \alpha \in (0, C) \\ & \sum_{i=1}^{N}\alpha_i t_i = 0\end{aligned}$$

K-Means算法、EM算法

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】一般都是考概念题，问你K均值算法、高斯混合模型、EM算法分别是什么，有什么改进空间等。

K均值算法

定义：给定 D 维空间上的数据集 $X = \{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N\}$, 这些数据对应类别未知。K均值算法将数据集划分成 K 类, 各类的聚类中心记为 $\mu_1, \ldots, \mu_k$, 并将每一个样本 $\mathbf{x}_n$ 划归到离该样本最近的聚类中心。

K均值算法的一般流程

1. 初始化选择K个初始聚类中心
2. 将每个数据点划分给最近的聚类中心 μ_k, 得到聚类标注 r_n

3. 最小化准则函数, 重新计算聚类中心 μ_k。求解方法：对μ_k求导并置零。

$$J=\sum_{n=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}r_{nk}\left\|\boldsymbol{x}_n-\mu_k\right\|^2$$

求导：

$$2\sum_{n=1}^{N}r_{nk}\left(\boldsymbol{x}_n-\mu_k\right)=0$$

求解：

$$\mu_k=\frac{\sum_n r_{nk}\boldsymbol{x}_n}{\sum_n r_{nk}}$$

4. 迭代步骤2和3, 直到满足终止条件：聚类中心不再发生显著变化或达到最大迭代次数

高斯混合模型

是一种统计模型, 用于表示一组数据是由多个高斯分布混合而成的。具体地，高斯混合模型是多个高斯分布的线性组合，每个高斯分布称为一个混合成分, 每个混合成分都有一个对应的混合系数, 所有混合系数的和为 1

$$p(x)=\sum_i \alpha_i \mathcal{N}\left(x \mid \mu_i, \Sigma_i\right), \sum_i \alpha_i=1$$

GMM能够捕捉数据的多峰特性, 即数据集中可能存在多个簇, 每个簇的分布可以用一个高斯分布来描述。GMM广泛应用于聚类分析、图像分割、语音识别、数据降维等领域。

EM算法

EM算法是一种分步迭代优化算法, 适用于包含隐变量的极大似然估计问题。在高斯混合问题中, EM算法通过迭代更新隐变量 z_n 的估计值和GMM的模型参数，使得对数似然函数逐步逼近最大值。通过计算 z_n 的估计值, 可以消除隐变量的影响, 去掉 ln 函数中的求和项 具体地，EM算法包含两个步骤。E-step：固定GMM的模型参数, 计算隐变量 z_n 的估计值, 即样本属于每个高斯分布的后验概率；M-step：已知隐变量 z_n 的估计值，通过极大似然估计更新GMM的模型参数

【例题】从K个单高斯模型中采样，得到观测数据$\{x_, \cdots, x_n\}$。其中第k个单高斯模型服从分布$N(\mu_k, \Sigma_k)$，π_k表示观测数据属于第k 个子模型的概率。请说出如何利用 EM 算法估计混合高斯模型参数，并说明得到的结果是否一定为最优解，若是，请简述理由，若不是，请简述可行的优化方法。

【解答】似然函数为：

$$\ln p(\mathbf{X} \mid \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})=\sum_{n=1}^{N} \ln \left\{\sum_{k=1}^{K} \pi_k \mathcal{N}\left(\mathbf{x}_n \mid \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k\right)\right\}$$

其中，$\mathcal{N}\left(\mathbf{x}_n \mid \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k\right)$是已知参数为$\mu_k, \Sigma_k$时的正态分布概率密度函数（以$x_n$为自变量）。

设$\gamma(z_{nk})$为样本n服从第k个高斯分布的后验概率，即：

$$\gamma\left(z_{nk}\right)=\frac{\pi_k \mathcal{N}\left(\mathbf{x}_n \mid \mu_k, \Sigma_k\right)}{\sum_j \pi_j \mathcal{N}\left(\mathbf{x}_n \mid \mu_j, \Sigma_j\right)}$$

将似然函数对μ_k, Σ_k, π_k分别求导，得到：

$$\boldsymbol{\mu}_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N} \gamma\left(z_{nk}\right) \mathbf{x}_n$$

$$N_k = \sum_{n=1}^{N} \gamma\left(z_{nk}\right)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N} \gamma\left(z_{nk}\right)\left(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_k\right)\left(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_k\right)^T$$

$$\pi_k = \frac{N_k}{N}$$

则利用 EM 算法：

1. 初始化μ_k, Σ_k, π_k
2. E step:计算$\gamma(z_{nk})$
3. M step:更新μ_k, Σ_k, π_k

最终不一定是最优解。可以初始化几次不同的参数进行迭代，取结果最好的那次。

集成学习

【来源】参考文献1、2、5

【讲解】只考过一种题。

【例题】简述集成学习的基本思想，简述Boosting和Bagging的原理和区别

【解答】集成学习的基本思想是通过多个学习器进行集成，可以获得比单一学习器更优的泛化性能。其关键是如何产生「好而不同」的个体学习器。

Boosting是串行方法，即先训练一个学习器，然后对训练集的样本分布进行调整，使得先前错分的样本的权重增加，然后以新的训练集训练新的学习器。如此重复，直到获得够多的学习器，然后进行加权组合。其特点有：

1. 弱模型、偏差高、方差低
2. 个体学习器之间有强依赖，串行生成
3. 不能显著降低方差。

Bagging是并行方法，基于自主采样法，构造T个含m个样本的采样集，基于每个采样集训练一个学习器。其特点有：方差低、易于并行、无法降低偏差。

决策树

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】考法是使用ID3构造决策树，然后简述预剪枝和后剪枝法。

【例题】用ID3算法对下面的数据集进行分类，根据星球的大小和轨道判断其是否宜居：

数量	大小	轨道	是否宜居
30	大	远	是
130	大	近	是
48	小	远	是
161	小	近	是
20	大	远	否
170	大	近	否
11	小	远	否
230	小	近	否

1. 以分类目标为样本，计算总体信息熵：

$$P(\text{宜居}) = \frac{369}{800}, P(\text{不宜居}) = \frac{431}{800}$$

熵：

$$H_{\text{总体}} = -(P(\text{宜居})\log_2(P(\text{宜居})) + P(\text{不宜居})\log_2(P(\text{不宜居}))) = 0.9957$$

2. 计算属性：大小的信息增益：

i. 大小-大：

$$P(\text{宜居}|\text{大}) = \frac{160}{350}, P(\text{不宜居}|\text{大}) = \frac{190}{350}$$

$$H_{\text{大}} = 0.9947$$

ii. 大小-小：

$$P(\text{宜居}|\text{小}) = \frac{209}{450}, P(\text{不宜居}|\text{小}) = \frac{241}{450}$$

$$H_{\text{小}} = 0.9963$$

期望信息熵为：

$$H_{\text{大小}} = P(\text{大})H_{\text{大}} + P(\text{小})H_{\text{小}} = 0.9956$$

信息增益

$$G_{\text{大小}} = H_{\text{总}} - H_{\text{大小}} = 0.001$$

3. 计算属性：轨道的信息增益

i. 轨道-近：

$$P(\text{宜居}|\text{近}) = \frac{291}{691}, P(\text{不宜居}|\text{近}) = \frac{400}{691}$$

$$H_{\text{近}} = 0.9820$$

ii. 轨道-远：

$$P(\text{宜居}|\text{远}) = \frac{78}{109}, P(\text{不宜居}|\text{远}) = \frac{31}{109}$$

$$H_{\text{远}} = 0.8614$$

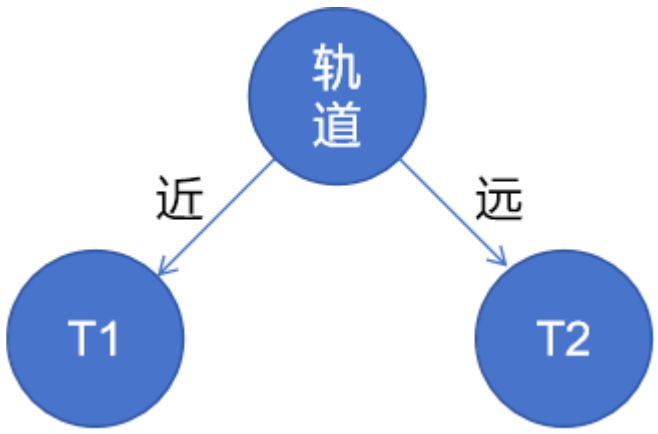
期望信息熵为：

$$H_{\text{轨道}} = P(\text{近})H_{\text{近}} + P(\text{远})H_{\text{远}} = 0.9656$$

信息增益

$$G_{\text{轨道}} = 0.0301$$

4. 所以，第一个结点为「轨道」：



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/202412211550252.png)

5. 计算子树T1

因为

$$P(\text{宜居}|\text{大},\text{近}) < P(\text{不宜居}|\text{大},\text{近})$$

$$P(\text{宜居}|\text{小},\text{近}) < P(\text{不宜居}|\text{小},\text{近})$$

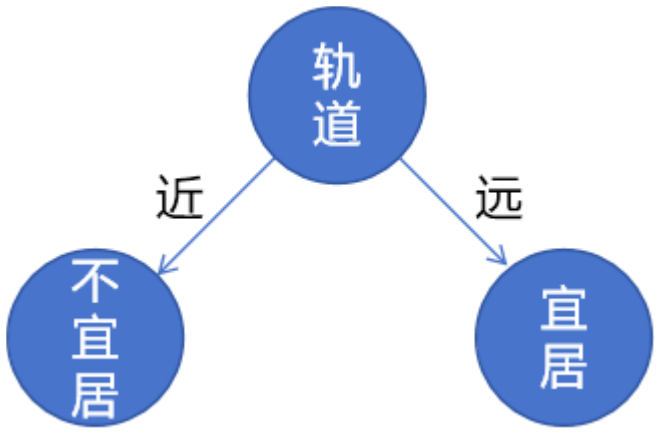
所以T_1为叶结点，置为「不宜居」

6. 计算子树T_2

$$P(\text{宜居}|\text{大},\text{远}) > P(\text{不宜居}|\text{大},\text{远})$$

$$P(\text{宜居}|\text{小},\text{远}) > P(\text{不宜居}|\text{小},\text{远})$$

所以T_2为叶结点，置为「宜居」



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/202412211558936.png)

【例题2】描述预剪枝法和后剪枝法的方法和优缺点

【解答】（以下内容由AI生成）

预剪枝法（Pre-pruning）

具体方法： 预剪枝是在决策树生成的过程中，对每个节点在划分前先进行估计，如果当前节点的划分不能带来决策树泛化性能提升，则停止划分，并将当前节点标记为叶子节点。常见的预剪枝策略包括限制树的最大深度、限制叶节点的最小样本数量、限制节点划分所需的最小信息增益等。

优点： 1. **降低过拟合风险**：通过限制树的生长，减少过拟合的可能性。 2. **减少训练和测试时间**：由于树的生长被提前终止，可以减少模型的训练和预测时间。

缺点： 1. **欠拟合风险**：由于提前停止树的生长，可能会错过一些对模型性能有益的分支，导致模型欠拟合。 2. **视野效应问题**：可能在当前划分看似不能提升性能的情况下，进一步的扩展能够显著提高性能，预剪枝会导致算法过早停止。

后剪枝法（Post-pruning）

具体方法： 后剪枝是在决策树完全生长之后进行的剪枝，它首先生成一棵完整的决策树，然后自底向上地对非叶结点进行考察，若将该结点对应的子树替换为叶结点能带来决策树泛化性能提升，则将该子树替换为叶结点。常见的后剪枝方法包括错误率降低剪枝（REP）、悲观错误剪枝（PEP）、代价复杂度剪枝（CCP）等。

优点： 1. **泛化性能通常优于预剪枝**：后剪枝保留了更多的分支，使得模型有更大的空间去学习和适应数据的复杂模式。 2. **减少欠拟合风险**：相较于预剪枝，后剪枝的欠拟合风险更小。

缺点： 1. **训练时间开销大**：后剪枝需要在生成完全决策树之后进行剪枝，因此其训练时间开销比未剪枝决策树和预剪枝决策树都要大得多。 2. **计算资源需求高**：由于需要在完整的决策树上进行剪枝操作，后剪枝需要更多的计算资源。

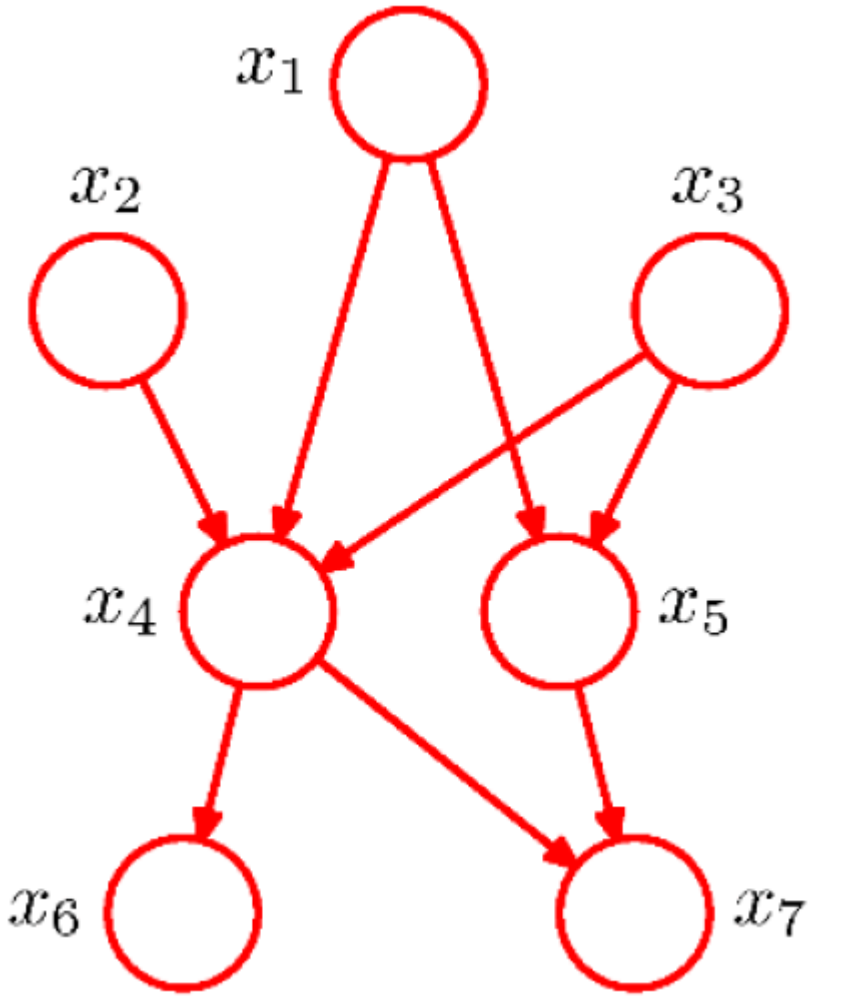
总结来说，预剪枝和后剪枝都是为了解决决策树的过拟合问题，提高模型的泛化能力。预剪枝通过提前停止树的生长来减少过拟合风险，但可能会增加欠拟合风险；而后剪枝通过在完全生成树之后进行剪枝，通常能获得更好的泛化性能，但需要更多的计算资源和时间。在实际应用中，需要根据具体的问题和数据集选择合适的剪枝策略。

概率图模型

【来源】参考文献1、2、3

【讲解】这部分的考法就是考贝叶斯网络或者马尔可夫场。先问你马尔可夫概率图的最大团，然后再让你写出两个概率图的联合分布。

其中贝叶斯网络是一个DAG（有向无环图）

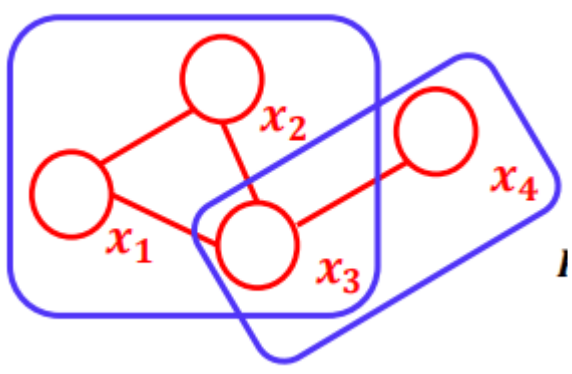


(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/20241221160705.png)
贝叶斯概率图

它的联合分布就从底向上一层层写即可，如下：

$$P(x_1)P(x_2)P(x_3)P(x_4|x_1,x_2,x_3)P(x_5|x_1,x_3)P(x_6|x_4)P(x_7|x_4,x_5)$$

马尔可夫场是一个无向图，如下：



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/20241221161260 2.png)
image-20241221161219707

所谓的「团」指的是任意两点之间都有边的子集。最大团指的是不能被其它团包含的团。图中的蓝色框线就是两个最大团。

马尔可夫场的联合概率分布基于最大团分解为多个因子的乘积，设所有最大团构成的集合为C，则联合概率分布为

$$P(X)=\frac{1}{Z}\prod_{Q\in C}\psi_Q\left(X_Q\right)$$

上图的概率分布为：

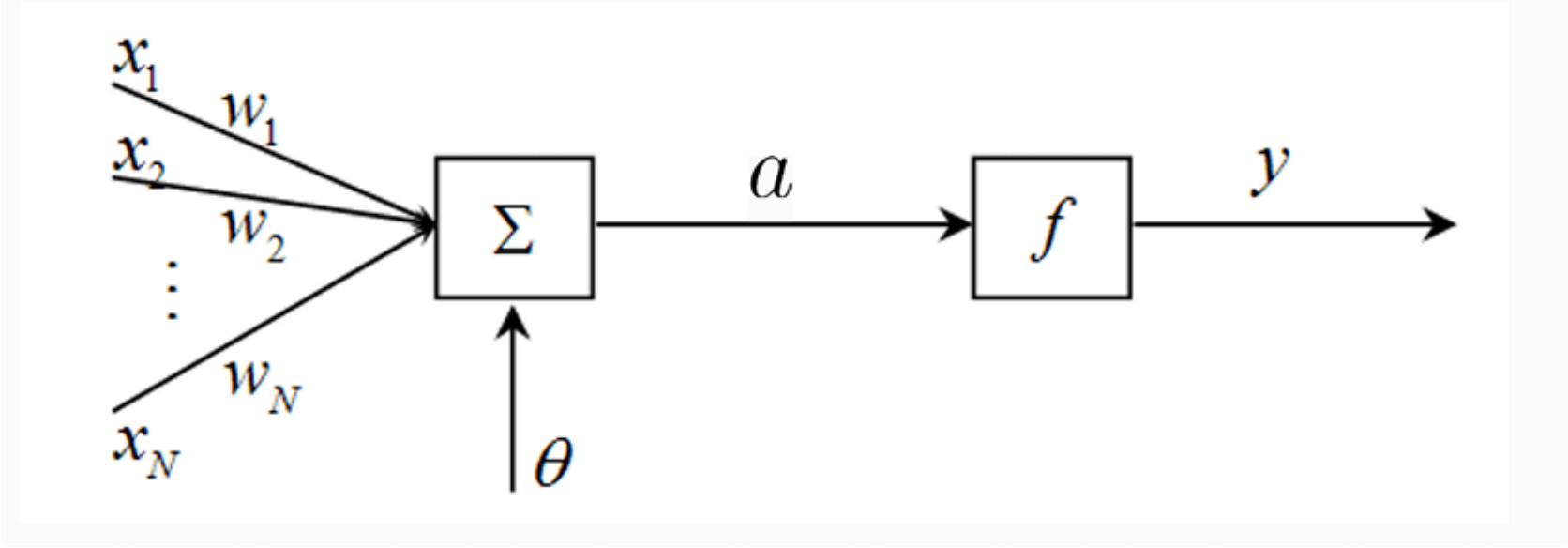
$$P\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=\frac{1}{Z}\psi_{123}\left(x_1,x_2,x_3\right)\psi_{34}\left(x_3,x_4\right)$$

BP反向传播算法

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】

首先记住这个神经元的基本结构，尤其记住各个符号的含义：



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/20241221170043 4.png)神经元的基本结构

1. $x_1\cdots x_N$：前一层的输入
2. $w_1\cdots w_N$：权值，也是神经网络训练的目标
3. Σ：求和器
4. θ：求和器阈值，可有可无
5. a：

$$a=\sum_{i=1}^{N}x_iw_i-\theta$$

6. f：激活函数，就是ReLU啊、Sigmoid啊之类的
7. y：神经元输出

$$y=f(a)$$

之后的神经网络图中，每一个「圆点」，其实都暗含了这些东西。

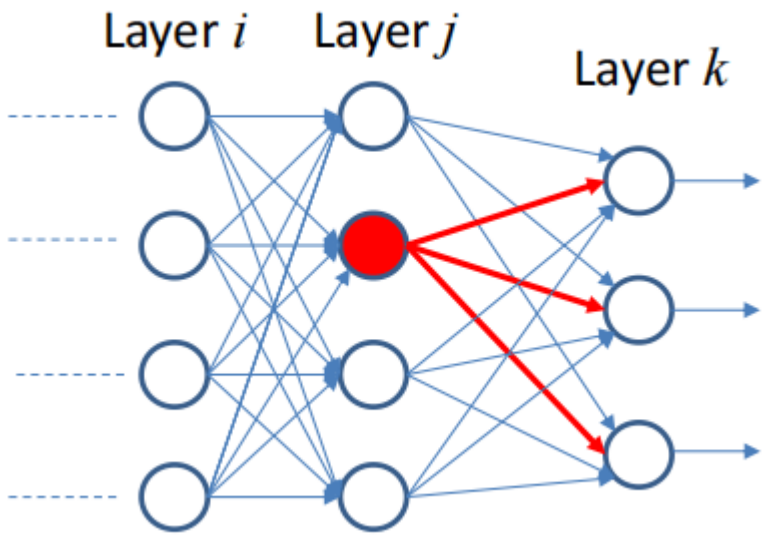
所谓的反向传播算法，就是定义一个损失函数：

$$E(w)=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(y(x_i,w)-t_i)^2$$

计算它的梯度$\nabla E(w)$，然后用梯度下降法更新w。

算法可以分为两个阶段：

1. 前馈(正向过程)：从输入层经隐层逐层正向计算各单元的输出；
2. 学习(反向过程)：由输出误差逐层反向计算隐层各单元的误差，并用此误差修正前层的权值



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/20241221172045l.png)
image-20241221172009190

现在，我们要计算E对w的导数，记激活函数为h。我们知道E是y的函数，y是a的函数，a是w,x的函数，故：

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_n}{\partial w_{kj}}&=\frac{\partial E_n}{\partial y_k}\frac{\partial y_k}{\partial a_k}\frac{\partial a_k}{\partial w_{kj}}\\&=(y_k-t_k)\frac{\partial y_k}{\partial a_k}\frac{\partial a_k}{\partial w_{kj}}\\&=(y_k-t_k)h'(a_k)\frac{\partial a_k}{\partial w_{kj}}\\&=(y_k-t_k)h'(a_k)x_j\end{aligned}$$

现在，如果要计算j层的梯度，即：

$$\frac{\partial E_n}{\partial w_{ji}}=\frac{\partial E_n}{\partial a_j}\frac{\partial a_j}{\partial w_{ji}}$$

接下来使用两个记号：

$$\delta_j=\frac{\partial E_n}{\partial y_j}\frac{\partial y_j}{\partial a_j}=\frac{\partial E_n}{\partial a_j}$$

和

$$z_i=\frac{\partial a_k}{\partial w_{ki}}$$

则有

$$\frac{\partial E_n}{\partial w_{ji}}=\delta_j z_i$$

因为上面已经求出了输出层的误差，根据误差反向传播的原理，当前层的误差可理解为上一层所有神经元误差的复合函数，即使用上一层的误差来表示当前层误差，并依次递推。有：

$$\delta_j = \frac{\partial E_n}{\partial a_j} = \frac{\partial E_n}{\partial a_k}\frac{\partial a_k}{\partial a_j}$$

其中

$$a_k = \sum_k w_{kj} h(a_j)$$

故：

$$\delta_j = h'\left(a_j\right)\sum_k w_{kj}\delta_k$$

这样，我们就推导出了反向传播的递推式。

整体算法流程

1. 初始化权重 w_{ij}

2. 对于输入的训练样本, 求取每个节点输出和最终输出层的输出值

3. 对于输出层求

$$\delta_k = y_k - t_k$$

4. 对于隐藏层求

$$\delta_j = h'\left(a_j\right)\sum_k w_{kj}\delta_k$$

5. 求输出误差对于每个权重的梯度

$$\frac{\partial E_n}{\partial w_{ji}} = \delta_j x_i$$

6. 更新权重

$$\mathbf{w}^{(\tau+1)} = \mathbf{w}^{(\tau)} - \eta\nabla E\left(\mathbf{w}^{(\tau)}\right)$$

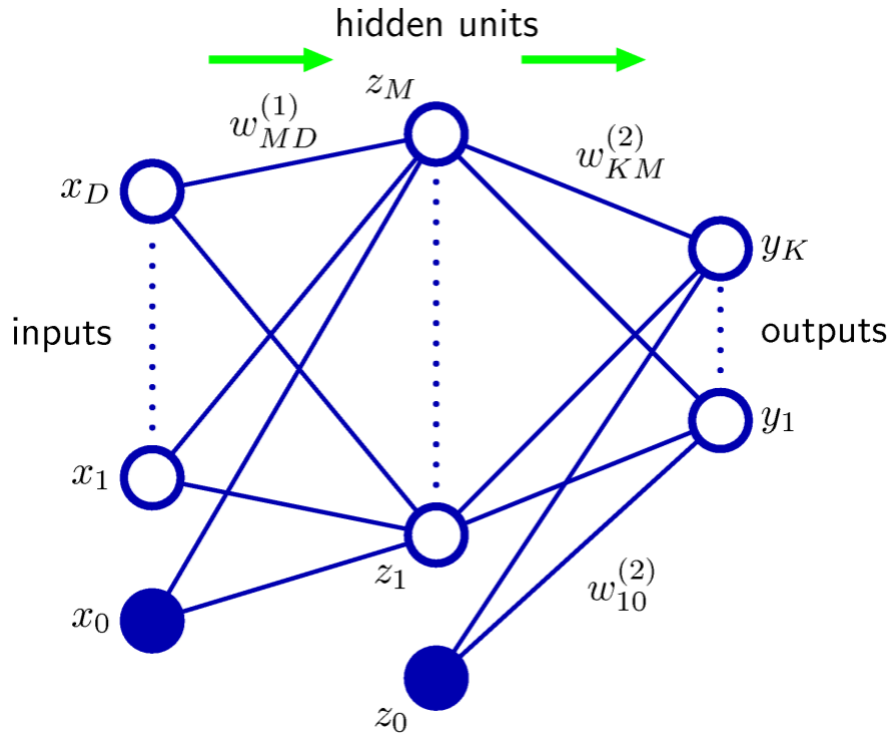
此外，还要记住一个结论：

$$\sigma'(x) = \sigma(x)(1-\sigma(x))$$

其中σ是Sigmoid函数，即

$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

【例题1】包含一层隐藏层的前馈神经网络如图所示, 其中给定训练集 $D = \{(x_1,t_1),(x_2,t_2),\cdots,(x_N,t_N)\}, x_i \in \mathbb{R}^D, t_i \in \mathbb{R}^K$ 。隐藏层激活函数为 $\mathrm{h(x)}$, 输出层激活函数为 $\sigma(\mathrm{x})$ 。 y_n 表示第n个样本 x_n 对应的神经网络输出向量, $y_n = [y_{n1},\cdots,y_{nk},\cdots,y_{nK}]^T$, 准则函数为 $E_n(\mathrm{w}) = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{k=1}}^{\mathrm{K}}\left\{\mathrm{y_{nk}} - \mathrm{t_{nk}}\right\}^2$ 。网络包含D个输入神经元, \$K 个输出神经元, 以及 M\$个隐层神经元。试推导反向传播算法中对每一层权值参数（ $\omega_{md}^{(1)}$ 与 $\omega_{km}^{(2)}$ ）的更新



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/202412281544407.png)
Image-202412281544357203

【解答1】先推导前向传播：

$$
\begin{aligned}
a_m &= \sum_{d=1}^{D} x_d w_{md}^{(1)} \\
z_m &= h(a_m) \\
a_k &= \sum_{m=0}^{M} z_m w_{km}^{(2)} \\
y_n k &= \sigma(a_k)
\end{aligned}
$$

对输出层：

$$
\begin{aligned}
\delta_k &= \frac{\partial E_n}{\partial a_k} \\
&= \frac{\partial E_n}{\partial y_{nk}} \frac{\partial y_{nk}}{a_k} \\
&= (y_{nk} - t_{nk}) \sigma'(a_k)
\end{aligned}
$$

对隐藏层：

$$
\begin{aligned}
\delta_m &= \frac{\partial E_n}{\partial a_m} \\
&= \frac{\partial E_n}{\partial a_k} \frac{\partial a_k}{\partial a_m}
\end{aligned}
$$

其中，

$$
a_k = \sum h(a_m) w_{km}^{(2)}
$$

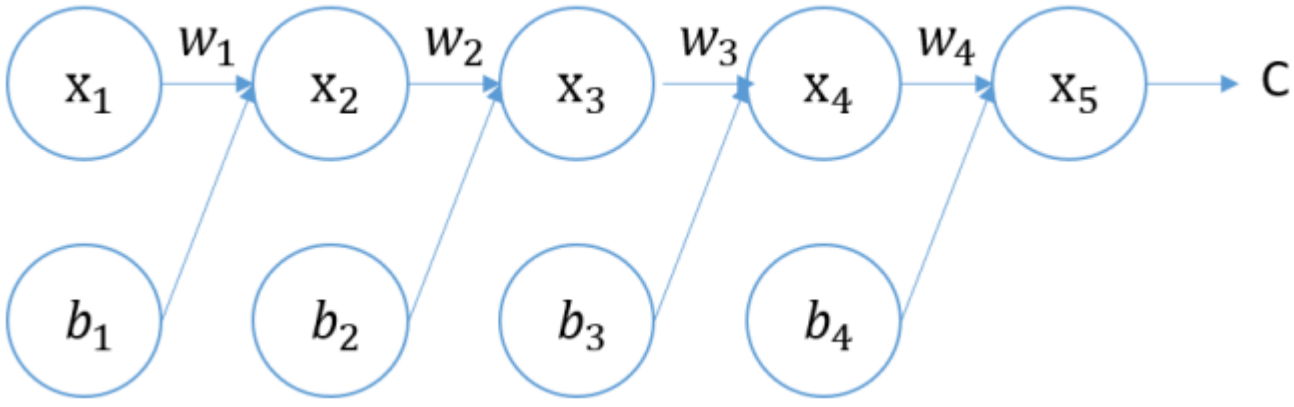
则有：

$$
\begin{aligned}
\delta_m &= \frac{\partial E_n}{\partial a_m} \\
&= \frac{\partial E_n}{\partial a_k}\frac{\partial a_k}{\partial a_m} \\
&= h'(a_m)\sum_k \delta_k w_{km}^{(2)}
\end{aligned}
$$

则权值更新公式为：

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E_n}{\partial \omega_{km}^{(2)}} &= \delta_k \cdot \frac{\partial a_k}{\partial \omega_{km}^{(2)}} = z_m \cdot (y_{nk} - t_{nk}) \cdot \sigma'(a_k) \\
\frac{\partial E_n}{\partial \omega_{md}^{(1)}} &= \delta_m \cdot \frac{\partial a_m}{\partial \omega_{md}^{(1)}} = x_d \cdot h'(a_m)\sum_k \delta_k \cdot \omega_{km}^{(2)}
\end{aligned}
$$

【例题2】考虑只有一个神经元的多层神经网络，其中 $x_{i+1}=\sigma(z_i)=\sigma(w_i x_i+b_i)(i\in[1,4]), C=\mathrm{Loss}(x_5), \sigma$ 表示 sigmoid 函数 $f(x)=1/(1+e^{-x})$，且 $|w_i|<1$。假设已知 $\frac{\partial C}{\partial b_5}$，推导 $\frac{\partial C}{\partial b_i}(i\in[1,4])$，并阐述当神经网络层数过深时，梯度消失的原因。



(https://akizukipic.oss-cn-beijing.aliyuncs.com/img/2024122816222074.png)image-20241228162218891

【解答2】

1. $i=4$时，有：$x_5=\sigma(z_5), z_5=w_4x_4+b_4$，因此：

$$
\frac{\partial C}{\partial b_4}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\frac{\partial x_5}{\partial z_4}\frac{\partial z_4}{\partial b_4}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\sigma'(z_4)
$$

2. $i=3$时，有：$x_4=\sigma(z_4), z_4=w_3x_3+b_3$，则：

$$
\frac{\partial C}{\partial b_3}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\frac{\partial x_5}{\partial z_4}\frac{\partial z_4}{\partial x_4}\frac{\partial x_4}{\partial z_3}\frac{\partial z_3}{\partial b_3}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\sigma'(z_4)w_4\sigma'(z_3)
$$

3. $i=2$时，有：$x_3=\sigma(z_3), z_3=w_2x_2+b_2$，则：

$$
\frac{\partial C}{\partial b_2}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\frac{\partial x_5}{\partial z_4}\frac{\partial z_4}{\partial x_4}\frac{\partial x_4}{\partial z_3}\frac{\partial z_3}{\partial x_3}\frac{\partial x_3}{\partial z_2}\frac{\partial z_2}{\partial b_2}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\sigma'(z_4)w_4\sigma'(z_3)w_3\sigma'(z_2)
$$

4. $i=1$时，同理，有：

$$
\frac{\partial C}{\partial b_1}=\frac{\partial C}{\partial x_5}\sigma'(z_4)w_4\sigma'(z_3)w_3\sigma'(z_2)w_2\sigma'(z_1)
$$

由于 $\sigma'(z)\leq\frac{1}{4}$ 且 $|w|<1$，则当层数过深时，$\frac{\partial C}{\partial b_1}$ 趋于 0，则梯度消失

开放性试题

【来源】参考文献1、2、3、4、5

【讲解】每张卷子的最后一题是开放性试题。

【例题1】谈谈你对深度学习的理解，深度学习模型存在什么问题，你觉得深度学习未来会往什么方向发展。

【解答1】（以下解答由AI生成）

我对深度学习的理解

深度学习是机器学习的一个子领域，它基于人工神经网络的学习算法，特别是那些具有多个非线性变换的层（即深度）。这些层可以学习数据的复杂模式和表示。深度学习模型能够自动从原始数据中提取特征，而不需要人为设计特征提取算法。这种能力使得深度学习在图像识别、语音识别、自然语言处理等领域取得了革命性的进展。

深度学习模型存在的问题

1. **数据需求**：深度学习模型通常需要大量的标注数据来训练，这在某些领域（如医疗图像分析）可能是不切实际的。
2. **可解释性**：深度学习模型通常被认为是“黑箱”，因为它们的决策过程缺乏透明度，难以解释。
3. **计算资源**：训练深度学习模型需要大量的计算资源，这可能导致成本高昂和能源消耗问题。
4. **过拟合**：在有限的数据集上训练时，深度学习模型可能会过拟合，即在训练数据上表现很好，但在未见过的数据上表现差。
5. **对抗性脆弱性**：深度学习模型可能对精心设计的输入（对抗性样本）非常敏感，这些输入可以导致模型做出错误的预测。
6. **泛化能力**：在某些情况下，深度学习模型可能难以泛化到新的、未见过的数据或任务上。

深度学习未来的发展方向

1. **更少的数据需求**：研究者正在探索如何使用更少的数据来训练有效的深度学习模型，例如通过迁移学习、元学习和数据增强技术。
2. **提高可解释性**：深度学习模型的可解释性是一个活跃的研究领域，目标是使模型的决策过程更加透明和可理解。
3. **节能和效率**：随着对环境影响的关注增加，研究者正在寻找更节能的算法和硬件来训练和部署深度学习模型。
4. **对抗性鲁棒性**：提高模型对对抗性攻击的鲁棒性是一个重要的研究方向，以确保模型在现实世界中的可靠性。
5. **泛化能力**：研究者正在探索如何提高深度学习模型的泛化能力，使其能够更好地适应新环境和任务。
6. **跨领域应用**：深度学习可能会扩展到新的领域，如生物信息学、材料科学和量子计算。
7. **集成学习**：结合不同的模型和算法来提高性能和鲁棒性，例如集成学习。
8. **伦理和公平性**：随着深度学习在社会中应用的增加，确保模型的公平性和避免偏见成为一个重要议题。
9. **自动机器学习（AutoML）**：自动化深度学习模型的设计和训练过程，使非专家也能轻松使用深度学习技术。

深度学习是一个快速发展的领域，随着技术的进步和新挑战的出现，未来的发展方向可能会不断变化。

【例题2】给出机器学习和深度学习的联系，各有什么优缺点

【解答2】（以下解答由AI生成）

机器学习和深度学习是人工智能领域中密切相关的两个概念，它们之间存在一些联系和区别。

联系

1. **基础理论**：深度学习是机器学习的一个子集，它基于机器学习的一些核心概念，如模式识别和学习算法。
2. **目标**：两者都旨在从数据中学习，并做出预测或决策。
3. **数据驱动**：机器学习和深度学习都依赖于数据来训练模型，并通过数据改进模型的性能。
4. **特征学习**：深度学习是机器学习中特征学习的一个特例，它能够自动从原始数据中提取复杂的特征。

机器学习的优点

1. **灵活性**：机器学习算法（如支持向量机、决策树、随机森林等）适用于各种不同的数据类型和问题。
2. **可解释性**：某些机器学习模型（如决策树）相对容易解释，有助于理解模型的决策过程。
3. **数据效率**：一些机器学习算法可以在较小的数据集上训练，不需要像深度学习那样大量的数据。
4. **适应性**：机器学习模型可以更容易地适应新的数据分布，尤其是在数据分布发生变化时。

机器学习的缺点

1. **特征工程**：在传统的机器学习中，特征工程是一个耗时且需要专业知识的过程。
2. **模型复杂度**：对于非常复杂的数据模式，机器学习模型可能难以捕捉到这些模式。
3. **泛化能力**：在面对未见过的数据时，一些机器学习模型可能泛化能力不足。

深度学习的优点

1. **自动特征提取**：深度学习模型能够自动从原始数据中提取特征，减少了人工特征工程的需求。
2. **处理复杂数据**：深度学习特别擅长处理高维和复杂的数据，如图像、视频和语音。

3. **强大的表示能力**：深度学习模型具有强大的表示能力，能够学习数据的多层次抽象。
4. **端到端学习**：深度学习可以实现端到端的学习，即直接从输入到输出的映射，无需手动设计中间步骤。

深度学习的缺点

1. **数据需求**：深度学习模型通常需要大量的标注数据来训练。
2. **计算资源**：训练深度学习模型需要强大的计算资源，如GPU集群。
3. **可解释性**：深度学习模型（尤其是大型神经网络）通常被认为是“黑箱”，难以解释其决策过程。
4. **过拟合风险**：在有限的数据集上，深度学习模型可能会过拟合，导致在新数据上的性能不佳。

总的来说，机器学习和深度学习各有优势和局限，它们在不同的应用场景下可以互补。随着技术的发展，两者之间的界限越来越模糊，例如，通过集成学习和迁移学习，可以将深度学习模型的泛化能力和机器学习模型的灵活性结合起来。

【例题3】谈谈机器学习在某领域（医疗、金融、电商、交通等）的应用

【解答3】（以下解答由AI生成）

机器学习在医疗领域的应用

机器学习在医疗领域的应用非常广泛，主要包括：

1. **疾病诊断与预测**：通过分析患者的病史、基因组数据等信息，机器学习模型可以提前预测某些疾病的风险，帮助医生制定个性化的预防和治疗方案。例如，谷歌的深度学习模型通过分析视网膜扫描图像，能够准确预测糖尿病视网膜病变等眼疾，其诊断准确率媲美专业医生。

2. **医学影像识别**：机器学习模型能够实现对X光片、CT扫描、MRI等影像的自动分析，提高影像学诊断的准确率，降低误诊率。

3. **药物研发与筛选**：机器学习能够加速新药发现与优化，通过学习化学结构、生物活性、副作用等数据，预测化合物的药效，辅助药物设计与候选分子筛选，显著缩短研发周期。

机器学习在金融领域的应用

机器学习在金融领域的应用包括：

1. **风险评估与信用评估**：金融机构利用机器学习模型分析客户的历史贷款记录、还款习惯等数据，评估其信用风险并定制个性化的贷款方案。

2. **交易策略**：机器学习模型在投资预测中的应用也越来越普遍，例如，量化分析师使用机器学习算法分析市场数据，识别规律，实现高频交易。

3. **欺诈检测**：机器学习模型能够实时监测交易行为，识别异常模式，及时预警并拦截潜在欺诈交易。

机器学习在电商领域的应用

机器学习在电商领域的应用主要体现在：

1. **推荐系统**：电商平台利用机器学习技术，根据用户的购买历史、浏览行为等构建个性化推荐模型，提升商品转化率与用户满意度。

2. **库存优化与需求预测**：零售商运用机器学习预测未来销售趋势，精准管理库存水平，避免过度库存导致的资金占用与滞销风险。

机器学习在交通领域的应用

机器学习在交通领域的应用包括：

1. **交通流量预测与拥堵缓解**：通过分析历史交通数据，机器学习模型可以预测未来的交通流量，帮助交通管理部门优化交通流量分配，减少交通拥堵和事故的发生。

2. **智能交通管理**：机器学习技术可以用于实时监测和预测交通状况，优化交通流量分配，提高交通的效率和安全性。

3. **自动驾驶**：自动驾驶汽车依托深度学习、强化学习等技术，实现环境感知、路径规划、决策控制等功能。
