Victor Tapia

03/09/19
Victor Tapia

CINEMÁTICA DE ROBOTS

TRANSFORMACIONES HOMOGÉNEAS

Matrices de transformación homogénea

Cinemática de manipuladores seriales
- Directa e indirecta
- Diferencial de manipuladores

Cinemática de manipuladores paralelos
- Introducción al manipulador paralelo
- Simulación del manipulador directo e indirecto de un manipulador paralelo

- CAD
- Planos de robot
- Análisis de elementos finitos

- Matlab
- LaTex
- Ros
- Gazebo
- Blender
- Masa gris

- (Pendiente)
- Motores PaP
- Drivers
- Estructura
- Otros (cables, tornillos, etc)

06/09/19
Victor Gabriel Tapia Casillas

POSICIÓN Y LOCALIZACIÓN ESPACIAL DE LOS ROBOTS

Un manipulador mecánico se puede modelar como una cadena articulada en lazo abierto formada por cuerpos rígidos (denominados elementos) los cuales se conectan en serie a través de articulaciones de ~~...~~ revolución (giratorias) o prismáticas (con desplazamiento lineal) y movidos por actuadores. Un extremo de la cadena se une a una base soporte, mientras que el otro extremo está libre y unido a otra herramienta (efector final) para manipular objetos y realizar tareas de montaje. El movimiento coordinado de las articulaciones originan el movimiento de los elementos que posicionan la mano con una determinada orientación.

En la mayoría de las aplicaciones de robótica, lo que interesa es la posición y orientación espacial de la herramienta final del robot con respecto a un sistema de coordenadas fijo. La necesidad de representar posiciones y orientaciones del robot con respecto a sí mismo y a su entorno lleva a tener que definir posiciones y orientaciones no tan sólo en los elementos del robot sino en los elementos fijos, piezas y herramientas que manipula. Una manera cómoda de describir posiciones y orientaciones es mediante la definición de sistemas de coordenadas (frames). La fijación de sistemas de coordenadas solidarios con los objetos permitirá conocer la posición relativa de los primeros a partir del estudio de las situaciones de sus sistemas asociados. Se utilizará álgebra vectorial y matricial para desarrollar un método sistemático y generalizado para describir y representar la localización de los objetos con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo.

Martín Mellado Arteche
Limusa SA de CV, 2014
ISBN: 978-607-05-0300-9

Victor Tapia

A menudo necesitamos representar no solamente un punto en el espacio, sino describir también la orientación de un cuerpo en el espacio. Para describir la orientación de un cuerpo, se adjuntará un sistema de coordenadas al cuerpo y luego se le dará una descripción de este sistema de coordenadas relativo al sistema de referencia.

Por ende, las posiciones de los puntos se describen con vectores, y las orientaciones de los cuerpos con un sistema de coordenadas adjunto. Una manera de describir el sistema de coordenadas $\{B\}$ adjunto al cuerpo es escribiendo los vectores unitarios de sus tres ejes principales en términos del sistema de coordenadas $\{A\}$.

Para denotar los vectores unitarios proporcionaremos las direcciones principales del sistema de coordenadas $\{B\}$ como $\hat{X}_B, \hat{Y}_B, \hat{Z}_B$. Al escribirse en términos del sistema de coordenadas $\{A\}$, se llaman ${}^A\hat{X}_B$, ${}^A\hat{Y}_B$, ${}^A\hat{Z}_B$.

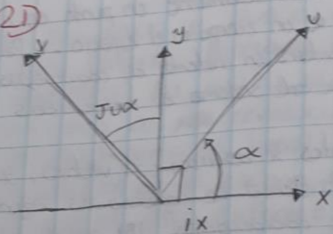
Es conveniente si apilamos estos tres vectores unitarios como columnas de una matriz 3x3, en el orden ${}^A\hat{X}_B$, ${}^A\hat{Y}_B$, ${}^A\hat{Z}_B$. A esta matriz se le denominará "matriz de rotación" y, dado que es una matriz de rotación específica describe a $\{B\}$ en forma relativa a $\{A\}$, la representamos con la notación ${}^A_BR$

$$ {}^A_BR = \left[{}^A\hat{X}_B , {}^A\hat{Y}_B , {}^A\hat{Z}_B \right] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} $$

En conclusión, puede tomarse un conjunto de tres vectores para especificar una orientación.

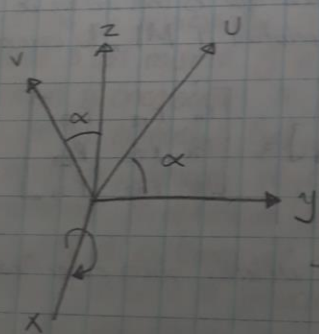
Victor Tapia 10/09/19

R en 2D



$$P_{xy} = [P_x\ P_y]^T = P_x\, i_x + P_y\, J_y$$
$$P_{(uv)} = [P_u\ P_v]^T = P_u\, i_u + P_v\, J_v$$

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix} = [$$



$R(x,\alpha) =$

	x	y	z
x	1	0	0
y	0	$\cos\alpha$	$-\text{Sen}\,\alpha$
z	0	$\text{Sen}\,\alpha$	$\cos\alpha$

$R(y,\beta) =$

	x	y	z
x	$\cos\beta$	0	$\text{Sen}\,\beta$
y	0	1	0
z	$-\text{Sen}\,\beta$	0	$\cos\beta$

$R(z,\theta) =$

x	$\cos\theta$	$-\text{Sen}\,\theta$	0
y	$\text{Sen}\,\theta$	$\cos\theta$	0
z	0	0	1
	x	y	z

Victor Tapia

(3)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.86 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.86 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.86 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & -0.86 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} -0.866 & -0.5 & 0 \\ -0.433 & -0.7499 & -0.5 \\ 0.25 & +0.433 & +0.866 \end{matrix}$$

$-0.866 + 0 + 0 = -0.866$
$-0.5 + 0 + 0 = -0.5$
$0 + 0 + 0 = 0$

$0 - 0.433 + 0 = -0.433$
$0 - 0.7499 + 0 = -0.7499$
$0 + 0 - 0.5 = -0.5$

$0 + 0.25 + 0 = 0.25$
$0 - 0.433 + 0 = -0.433$
$0 + 0 + 0.8660 = 0.8660$

$$\begin{bmatrix} -0.866 & -0.5 & 0 \\ -0.433 & -0.7499 & -0.5 \\ 0.25 & 0.433 & 0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.866 & 0 & -0.5 \\ -0.433 & 0.5 & -0.7499 \\ 0.25 & -0.866 & 0.433 \end{bmatrix}$$

$-0.866 + 0 + 0 = -0.866$
$0 + 0 + 0 = 0$
$0 - 0.5 + 0 = -0.5$

$-0.433 + 0 + 0 = -0.433$
$0 + 0 + 0.5 = 0.5$
$0 - 0.7499 + 0 = -0.7499$

$0.25 + 0 + 0 = 0.25$
$0 + 0 - 0.866 = -0.866$
$0 + 0.433 + 0 = 0.433$

① Respuestas

Víctor Tapia

$$R(x,90) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 90 & -\text{sen}\,90 \\ z & 0 & \text{sen}\,90 & \cos 90 \end{array}$$

$$T = R_x \; R_y \; R_z$$

$$R(z,45) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 45 & -\text{sen}\,45 & 0 \\ y & \text{sen}\,45 & \cos 45 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$= \begin{array}{ccc} 0.1830 & 0.9659 & 0.1830 \\ 0.7071 & 0 & -0.7071 \\ -0.6830 & 0.2588 & -0.6830 \end{array}$$

$$R(y,75) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 75 & 0 & \text{sen}\,75 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\text{sen}\,45 & 0 & \cos 75 \end{array}$$

②

$$R(x,32) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 32 & -\text{sen}\,32 \\ z & 0 & \text{sen}\,32 & \cos 32 \end{array}$$

$$T = R_{x7} \; R_{z9} \; R_{x2}$$

$$R(z,150) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 150 & -\text{sen}\,150 & 0 \\ y & \text{sen}\,150 & \cos 150 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$= \begin{array}{ccc} -0.8660 & -0.4240 & 0.2649 \\ 0.4330 & -0.9009 & -0.0265 \\ 0.25 & 0.0917 & 0.9638 \end{array}$$

$$R(x,30) = \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 30 & -\text{sen}\,30 \\ z & 0 & \text{sen}\,32 & \cos 32 \end{array}$$

Scribe

Victor Tapia

3) $R(x, 270) =$

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 270 & -\mathrm{sen}\ 270 \\ z & 0 & \mathrm{sen}\ 270 & \cos 270 \end{array} \longrightarrow \begin{matrix} -0.866 & 0 & -0.5 \\ 0.433 & 0.5 & -0.7499 \\ 0.25 & -0.866 & -0.433 \end{matrix}$$

$R(z, 150)$

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 150 & -\mathrm{sen}\ 150 & 0 \\ y & \mathrm{sen}\ 150 & \cos 150 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\left.\right\} \begin{matrix} -0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.433 & -0.7499 & -0.5 \\ 0.25 & -0.433 & 0.866 \end{matrix}$$

$R(x, 30)$

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 30 & -\mathrm{sen}\ 30 \\ z & 0 & \mathrm{sen}\ 30 & \cos 30 \end{array}$$

4) $R(x, 27)$

a

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 27 & -\mathrm{sen}\ 27 \\ z & 0 & \mathrm{sen}\ 27 & \cos 27 \end{array}$$

$\cos 27 = 0.8910$

$\mathrm{sen}\ 27 = 0.4539$

$$\begin{matrix} 0.866 & 0.026 & -0.499 \\ 0 & -0.998 & -0.052 \\ -0.5 & 0.045 & -0.8647 \end{matrix}$$

$R(x, 150)$

b

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 150 & -\mathrm{sen}\ 150 \\ z & 0 & \mathrm{sen}\ 150 & \cos 150 \end{array}$$

$\cos 150 = -0.8660$

$\mathrm{sen}\ 150 = 0.5$

$R(y, 30)$

c

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 30 & 0 & \mathrm{sen}\ 30 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\mathrm{sen}\ 30 & 0 & \cos 30 \end{array}$$

$\cos 30 = 0.8660$

$\mathrm{sen}\ 30 = 0.5$

Victor Tapia

/ /

5) R(y, 30)
(as)

	x	y	z
x	cos 30	0	sen 30
y	0	1	0
z	-sen 30	0	cos 30

0.9681	0.2269	0.1050
0.25	-0.866	-0.433
-0.0072	0.4455	-0.8951

R(x, 150)
(bs)

	x	y	z
x	1	0	0
y	0	cos 150	-sen 150
z	0	sen 150	cos 150

R(y, 27)
(cs)

cos 27 = 0.8910

sen 27 = 0.4539

	x	y	z
x	cos 27	0	sen 27
y	0	1	0
z	-sen 27	0	cos 27

6) R(z, 110)

cos 110 = -0.342

sen 110 = 0.9396

	x	y	z
x	cos 110	-sen 110	0
y	sen 110	cos 110	0
z	0	0	1

-0.5949	-0.1728	0.7848
0.7414	-0.4947	0.4531
0.3099	0.8515	0.4226

R(y, 65)

cos 65 = 0.4226

sen 65 = 0.9063

	x	y	z
x	cos 65	0	sen 65
y	0	1	0
z	-sen 65	0	cos 65

R(z, 30)

cos 30 = 0.8660

sen 30 = 0.5

	x	y	z
x	cos 30	-sen 30	0
y	sen 30	cos 30	0
z	0	0	1

Scribe

Victor Tapia

7) R(x, 30)

cos 30 = 0.8660
sen 30 = 0.5

	x	y	z
x	1	0	0
y	0	cos 30	-sen 30
z	0	sen 30	cos 30

0.1785	-0.5933	0.7848
0.3830	0.7766	0.5
-0.9063	0.2113	0.3659

R(y, 65)

65=66

	x	y	z
x	cos 65	0	sen 65
y	0	1	0
z	-sen 65	0	cos 65

R(z, 65)

cos 65 = 0.4226
sen 65 = 0.9063

	x	y	z
x	cos 65	-sen 65	0
y	sen 65	cos 65	0
z	0	0	1

8) R(x, 90)

cos 90 = 0
sen 90 = 1

	x	y	z
x	1	0	0
y	0	cos 90	-sen 90
z	0	sen 90	cos 90

0	-0.342	0.9396
0	0.9396	0.342
-1	0	0

R(y, 90)

	x	y	z
x	cos 90	0	sen 90
y	0	1	0
z	-sen 90	0	cos 90

R(z, 110)

cos 110 = -0.342
sen 110 = 0.9396

	x	y	z
x	cos 110	-sen 110	0
y	sen 110	cos 110	0
z	0	0	1

Scribe

Víctor Tapia

/ /

9) R(z, 32)

cos 32 = 0.8480
sen 32 = 0.5299

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 32 & -\text{sen } 32 & 0 \\ y & \text{sen } 32 & \cos 32 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0.2194 & -0.1371 & 0.9659 \\ -0.0493 & -0.9902 & -0.1294 \\ 0.9742 & -0.0792 & -0.2241 \end{array}$$

R(y, 75)

cos 75 = 0.2588
sen 75 = 0.9659

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 75 & 0 & \text{sen } 75 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\text{sen } 75 & 0 & \cos 75 \end{array}$$

R(x, 150)

b4 = c9

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 150 & -\text{sen } 150 \\ z & 0 & \text{sen } 150 & \cos 150 \end{array}$$

10) R(z, 270)

cos 270 = 0
sen 270 = -1

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 270 & -\text{sen } 270 & 0 \\ y & \text{sen } 270 & \cos 270 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 0.5 & 0 & -0.866 \\ -0.866 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}$$

R(y, 270)

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 270 & 0 & \text{sen } 270 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\text{sen } 270 & 0 & \cos 270 \end{array}$$

R(Z, 30)

c6 = c10

$$\begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 30 & -\text{sen } 30 & 0 \\ y & \text{sen } 30 & \cos 30 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Scribe

Victor Tapia

10 / 09 / 19

VICTOR TAPIA

$T = R_x \; R_y \; R_z$

$\longleftarrow$

Realiza la traslación de:

1º 90

2º 30

3º 45

4º 65

5º 75

6º 110

7º 32

8º 27

9º 160

10º 270

- 1) $T = R_{x1} \; R_{z3} \; R_{y5}$
- 2) $T = R_{x7} \; R_{z9} \; R_{x2}$
- 3) $T = R_{x10} \; R_{y4} \; R_{z6}$
- 4) $T = R_{x8} \; R_{x9} \; R_{y2}$
- 5) $T = R_{y2} \; R_{x9} \; R_{y8}$
- 6) $T = R_{z6} \; R_{y4} \; R_{z2}$
- 7) $T = R_{x2} \; R_{y5} \; R_{z4}$
- 8) $T = R_{x1} \; R_{y1} \; R_{z6}$
- 9) $T = R_{z7} \; R_{y5} \; R_{x9}$

10) $T = R_{z10} \; R_{y10} \; R_{z2}$

Victor Tapia

13 / 09 / 19

vector complementario = C^T

= ceros $\emptyset$

Matriz Homogenea

$$H = \begin{bmatrix} R & P \\ C^T & 1 \end{bmatrix}$$

Ejemplo

R P

$$Hx = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30 & -\text{sen } 30 \\ 0 & \text{sen } 30 & \cos 30 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

vector complementario vector unitario

$$Hy = \begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & \text{sen } 30 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 50 \\ -\text{sen } 30 & 0 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Hz = \begin{bmatrix} \cos 30 & -\text{sen } 30 & 0 & 30 \\ \text{sen } 30 & \cos 30 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jabref

Gummi
Orcad
Altium

Victor Tapia

13 / 09 / 19

$H_T = H_x \ H_y \ H_z$

$$H_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 30 \\ 0 & \cos 30 & -\operatorname{sen} 30 & 50 \\ 0 & \operatorname{sen} 30 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 30 & 0 & \operatorname{sen} 30 & 30 \\ 0 & 1 & 6 & 50 \\ -\operatorname{sen} 30 & 0 & \cos 30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 30 & -\operatorname{sen} 30 & 0 & 30 \\ \operatorname{sen} 30 & \cos 30 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Robot → soporte 500gr último eslabón
- longitud total: 50 cm
- altitud total: 30 cm
- 3 grados de libertad

- Prácticas
- proyecto
- Tareas
  - ↳ Tarea 1
    - ↳ .text
    - .bib o .rar
    - .Pdf

Víctor Tapia

$R(x, \alpha)$
$P(\quad)$

$$T_1 = \begin{bmatrix} R_x & P \\ [0]^T & 1 \end{bmatrix}$$

$H = T_x \; T_z \; T_y$

Si objeto Rot x = $?_1$ y mueve

x = $?_2$ y y = $?_3$ | Rot y = $?_4$ y

desplazar x = $?_5$ z = $?_6$ | Rot z = $?_7$

1)	30	10	7	9
2)	40	5	5	0
3)	50	3	3	1
4)	60	12	0	9
5)	70	30	3	10
6)	80	20	20	10
7)	90	9	50	30
	1	2	3	4

Víctor Tapia

/ /

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$R_{x\alpha} \; \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos & -\mathrm{sen} \\ z & 0 & \mathrm{sen} & \cos \end{array}$$

$$H_T \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} R & R & R \\ R & R & R \\ R & R & R \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} P \\ P \\ P \end{bmatrix} \\ 0 \; 0 \; 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{y\alpha} \; \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos & 0 & \mathrm{sen} \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\mathrm{sen} & 0 & \cos \end{array}$$

$$R_{z\alpha} \; \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos & -\mathrm{sen} & 0 \\ y & \mathrm{sen} & \cos & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

1

$$H_x = \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 30 & -\mathrm{sen}\, 30 \\ z & 0 & \mathrm{sen}\, 30 & \cos 30 \end{array} & \begin{bmatrix} 40 \\ 50 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_y \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 60 & 0 & \mathrm{sen}\, 60 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & -\mathrm{sen}\, 60 & 0 & \cos 60 \end{array} & \begin{bmatrix} 70 \\ 0 \\ 80 \end{bmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix}$$

cos 30	0.866
sen 30	0.5
cos 60	0.5
sen 60	0.866
cos 90	0
sen 90	1

$$H_z = \begin{bmatrix} \begin{array}{c|ccc} & x & y & z \\ \hline x & \cos 90 & -\mathrm{sen}\, 90 & 0 \\ y & \mathrm{sen}\, 90 & \cos 90 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_T = \begin{bmatrix} 0 & -0.866 & 0.5 & -50 \\ 0.5 & 0.433 & 0.7499 & 90 \\ -0.86 & 0.25 & 0.433 & 45.36 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

Victor Tapia

cos 10	0.9848
sen 10	0.1736
cos 12	0.9781
sen 12	0.2079
cos 9	0.9876
sen 9	0.1564

2)

$$H_x = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & \cos 10 & -\text{sen } 10 & 3 \\ 0 & \text{sen } 10 & \cos 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad H_y = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cos 12 & 0 & \text{sen } 12 & 30 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen } 12 & 0 & \cos 12 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$H_z = \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cos 9 & -\text{sen } 9 & 0 & 0 \\ \text{sen } 9 & \cos 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad H_T = \begin{bmatrix} 0.9659 & -0.1183 & 0.2293 & 33.9886 \\ 0.1529 & 0.9782 & -0.1394 & 8.4196 \\ -0.2079 & 0.1697 & 0.9632 & 18.9605 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3)

$$H_x \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & \cos 7 & -\text{sen } 7 & 3 \\ 0 & \text{sen } 7 & \cos 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad H_y \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cos 0 & 0 & \text{sen } 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen } 0 & 0 & \cos 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad H_z \begin{array}{cc} & \begin{matrix} x & y & z & \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ \end{matrix} & \begin{bmatrix} \cos 50 & -\text{sen } 50 & 0 & 0 \\ \text{sen } 50 & \cos 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$\cos 7^\circ = 0.99$
$\text{sen } 7^\circ = 0.12$
$\cos 0^\circ = 1$
$\text{sen } 0^\circ = 0$
$\cos 50^\circ = 0.64$
$\text{sen } 50^\circ = 0.76$

$$\begin{bmatrix} 0.64 & -0.75 & 0.09 & 2.84 \\ 0.76 & 0.63 & -0.07 & 8 \\ 0 & 0.12 & 0.99 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

Victor Tapia

/ /

4)

$$H_x = \begin{array}{c|cccc} & x & y & z & \\ \hline x & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & \cos 9 & -\operatorname{sen} 9 & 1 \\ z & 0 & \operatorname{sen} 9 & \cos 9 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$H_y = \begin{array}{c|cccc} & x & y & z & \\ \hline x & \cos 9 & 0 & \operatorname{sen} 9 & 10 \\ y & 0 & 1 & 0 & 0 \\ z & -\operatorname{sen} 9 & 0 & \cos 9 & 10 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$H_z \begin{array}{c|cccc} & x & y & z & \\ \hline x & \cos 30 & -\operatorname{sen} 30 & 0 & 0 \\ y & \operatorname{sen} 30 & \cos 30 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$\cos 9° = 0.98$

$\operatorname{sen} 9° = 0.15$

$\cos 9° = 0.98$

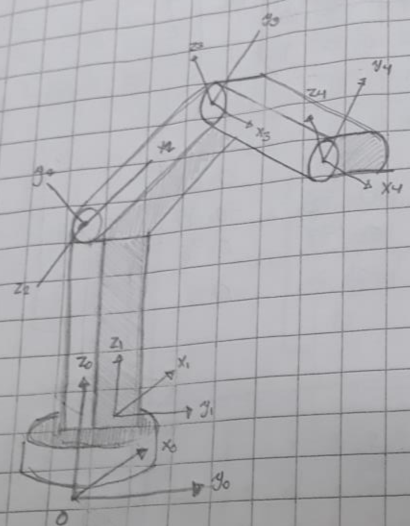
$\operatorname{sen} 9° = 0.15$

$\cos 30°$ 0.86

$\operatorname{sen} 30°$ 0.5

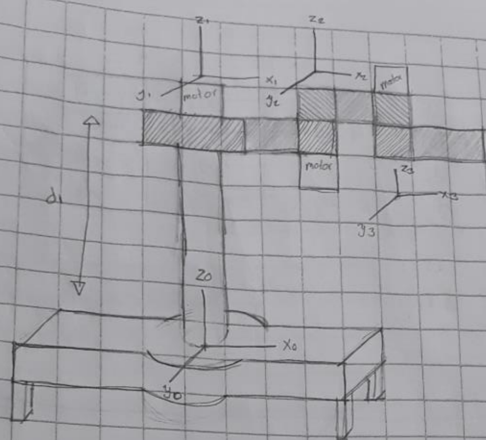
$$\begin{bmatrix} 0.84 & -0.47 & 0.20 & 8.1 \\ 0.49 & 0.85 & -0.05 & 5.86 \\ -0.15 & 0.147 & 0.96 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Victor Tapia



	Z		X	
Eje	θ_i	d_{i-1}	α_{i-1}	a_i
1	θ_1	0	0	0
2	θ_2	l_1	90	0
3	θ_3	0	0	l_2
4	θ_4	0	0	l_3

Víctor Tapia

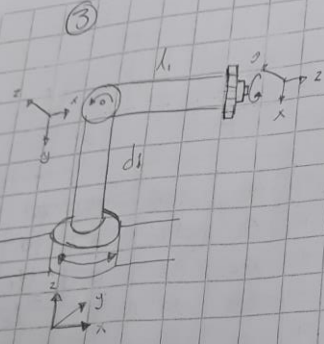


	Z		X	
	θ_i	d_{i-1}	α_{i-1}	a_i
1	θ_1	d_1	0	0
2	θ_2	d_2	0	l_1
3	θ_3	d_3	0	l_2
4				

Victor Tapia

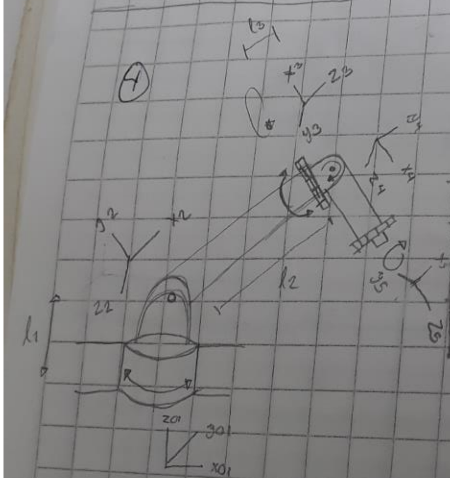
1 / 10 / 19

(3)



		z		x
i	d_i	θ_{i-1}	α_{i-1}	a
1	0	θ_1	0	0
2	d_1	θ_2	90	0
3	0	θ_3+90	$+90-90$	l_2

(4)

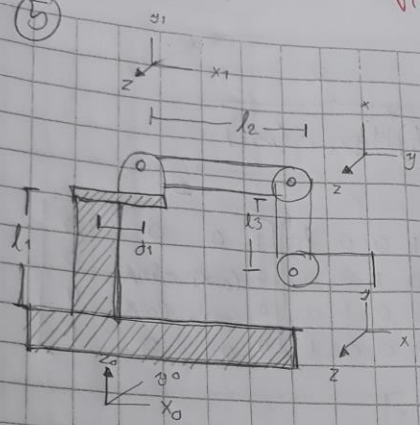


		Z		X
i	d_i	θ_{i-1}	α_{i-1}	a
1	0	θ_1	0	0
2	l_1	θ_2	90	0
3	0	θ_3+90	90	l_2
4	l_3	θ_4+90	90	0
5	0	θ_5+90	90	l_4

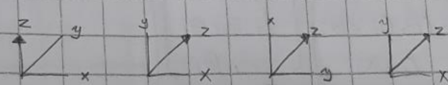
5

Víctor Tapia

1 / 10 / 19



	Z		X	
i	d_i	θ_{i-1}	α_{i-1}	a
1	l_1	θ_1	90	d_1
2	0	$\theta_2 + 90$	0	l_2
3	0	$\theta_3 + 90$	0	l_3



Victor Tapia

4 / 10 / 19

$$H_{i-1}^{i} = \overbrace{H_{Rz_{i-1}}(\theta_i)}^{A}\ \overbrace{H_{Tz_{i-1}}(d_i(\beta_i))}^{B}\ \overbrace{H_{Tx_{i-1}}(l_i)}^{C}\ \overbrace{H_{Rx_{i-1}}(\alpha_i)}^{D}$$

$$H_{i-1}^{i} = \overset{A}{\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\operatorname{sen}\theta_i & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \overset{B}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i(\beta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \overset{C}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \overset{D}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\operatorname{sen}\alpha_i & 0 \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$= \begin{bmatrix} \overset{Rot(A)}{\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\operatorname{sen}\theta_i \cos\alpha_i & \operatorname{sen}\theta_i \operatorname{sen}\alpha_i \\ \operatorname{sen}\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \operatorname{sen}\alpha_i \\ 0 & \operatorname{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix}} & \overset{Desp}{\begin{bmatrix} l_i \cos\theta_i \\ l_i \operatorname{sen}\theta_i \\ d_i \beta_i \end{bmatrix}} \\ \underset{Comp\ 0's}{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}} & \underset{Comp\ 1}{\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}} \end{bmatrix}$$

Octave

GUI

syms theta

Victor Tapia

4 / 10 / 19

	θ_i	d_{i-1}	α_{i-1}	a_i
1	θ_1	0	0	0
2	θ_2	l_1	90	0
3	θ_3	0	0	l_2
4	θ_4	0	0	l_3

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\operatorname{Sen}\theta_1 \cdot \cos 0 & \operatorname{Sen}\theta_1 \operatorname{Sen} 0 & 0 \cos\theta \\ \operatorname{Sen}\theta_1 & \cos\theta_1 \cos 0 & -\cos\theta_1 \operatorname{Sen} 0 & 0 \operatorname{Sen}\theta \\ 0 & \operatorname{Sen} 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\operatorname{Sen}\theta & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_1 & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\operatorname{Sen}\theta_2 \cos 90 & \operatorname{Sen}\theta_2 \operatorname{Sen} 90 & 0 \cos\theta_2 \\ \operatorname{Sen}\theta_2 & \cos\theta_2 \cos 90 & -\cos\theta_2 \operatorname{Sen} 90 & 0 \operatorname{Sen}\theta_2 \\ 0 & \operatorname{Sen} 90 & \cos 90 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & \operatorname{Sen}\theta_2 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_2 & 0 & -\cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^0 = T_1^0 \, T_2^1 \, T_3^2 \, T_4^3$$

	θ	d	α	a
3	θ_3	0	0	l_2

	θ	d	α	a
4	θ_4	0	0	l_3

Victor Tapia

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\operatorname{sen}\theta_3 \cos 0 & \operatorname{sen}\theta_3 \operatorname{sen} 0 & l_2 \cos\theta_3 \\ \operatorname{sen}\theta_3 & \cos\theta_3 \cos 0 & -\cos\theta_3 \operatorname{sen} 0 & l_2 \operatorname{sen}\theta_3 \\ 0 & \operatorname{sen} 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\operatorname{sen}\theta_3 & 0 & l_2 \cos\theta_3 \\ \operatorname{sen}\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_2 \operatorname{sen}\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

¡son iguales!

$$T_4 = \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & -\operatorname{sen}\theta_4 & 0 & l_3 \cos\theta_4 \\ \operatorname{sen}\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 & l_3 \operatorname{sen}\theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Victor Tapia

②

/ /

θ_i	d_{i-1}	α_{i-1}	a_i
θ_1	d_1	0	0
θ_2	d_2	0	l_1
θ_3	d_3	0	l_2

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\mathrm{Sen}\,\theta_1 \cos(0) & \mathrm{sen}\,\theta\, \mathrm{sen}(0) & 0\cos\theta \\ \mathrm{Sen}\,\theta_1 & \cos\theta_1 \cos(0) & -\cos\theta\, \mathrm{sen}(0) & 0\,\mathrm{sen}\,\theta \\ 0 & \mathrm{sen}(0) & \cos(0) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\mathrm{Sen}\,\theta_1 & 0 & 0 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\mathrm{Sen}\,\theta_2 & 0 & l_1\cos\theta_2 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & l_1\,\mathrm{Sen}\,\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\mathrm{Sen}\,\theta_3 & 0 & l_2\cos\theta_2 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_2\,\mathrm{sen}\,\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

Victor Tapia

(3)

θ_{i-1}	d_{i-1}	α_{i-1}	a
θ_1	0	0	0
θ_2	d_1	90	0
θ_3+90	0	190-90	l_1

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\mathrm{Sen}\,\theta_1 \cos(0) & \mathrm{Sen}\,\theta_1 \mathrm{Sen}(0) & 0\cos\theta_1 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_1 & \cos\theta_1 \cos(0) & -\cos\theta_1 \mathrm{Sen}(0) & 0\,\mathrm{Sen}\,\theta_1 \\ 0 & \mathrm{Sen}(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\mathrm{Sen}\,\theta_1 & 0 & 0 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 & \mathrm{Sen}\,\theta_2 & 0 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_2 & 0 & -\cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & (0.1736)\mathrm{Sen}\,\theta_3 & (0.98)\mathrm{Sen}\,\theta_3 & l_1\cos\theta_3 \\ \mathrm{Sen}\,\theta_3 & (0.1736)\cos\theta_3 & -(0.98)\cos\theta_3 & l_1\,\mathrm{Sen}\,\theta_3 \\ 0 & 0.98 & -0.1736 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

(4)

Victor
Tapia

(/ /)

	θ_{i-1}	d_{i-1}	α_{i-1}	a
1	θ_1	0	0	0
2	θ_2	d_1	90	0
3	θ_3+90	0	90	l_1
4	θ_4+90	d_2	90	0
5	θ_5+90	0	90	l_2

$$T_1 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_1 & -\operatorname{Sen}\theta_1 \operatorname{Cos}(0) & \operatorname{Sen}\theta_1 \operatorname{Sen}(0) & 0\operatorname{Cos}\theta_1 \\ \operatorname{Sen}\theta_1 & \operatorname{Cos}\theta \operatorname{Cos}(0) & -\operatorname{Cos}\theta_1 \operatorname{Sen}(0) & 0\operatorname{Sen}\theta_1 \\ 0 & \operatorname{Sen}(0) & \operatorname{Cos}(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_1 & \operatorname{Sen}\theta_1 & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_1 & \operatorname{Cos}\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_2 & 0 & \operatorname{Sen}\theta_2 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_2 & 0 & -\operatorname{Cos}\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_3 & 0 & \operatorname{Sen}\theta_2 & l_1\operatorname{Cos}\theta_3 \\ \operatorname{Sen}\theta_3 & 0 & -\operatorname{Cos}\theta_2 & l_1\operatorname{Sen}\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_4 & 0 & \operatorname{Sen}\theta_4 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_4 & 0 & -\operatorname{Cos}\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_5 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_5 & 0 & \operatorname{Sen}\theta_5 & l_2\operatorname{Cos}\theta_5 \\ \operatorname{Sen}\theta_5 & 0 & -\operatorname{Cos}\theta_5 & l_2\operatorname{Sen}\theta_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

Victor Tapia

(5)

θ_{i-1}	d_{i-1}	α_{i-1}	a_{i-1}
θ_1	d_1	90	l_1
$\theta_2 + 90$	d_2	0	l_2
$\theta_3 + 90$	d_3	0	l_3

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \operatorname{sen}\theta_1 & l_1 \cos\theta_1 \\ \operatorname{sen}\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & l_1 \operatorname{sen}\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

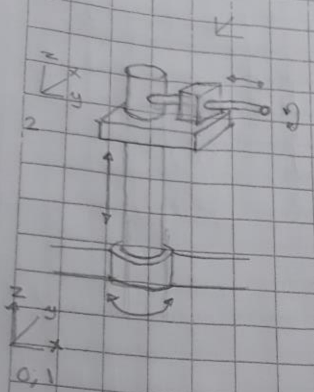
$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\operatorname{sen}\theta_2 & 0 & l_2 \cos\theta_2 \\ \operatorname{sen}\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & l_2 \operatorname{sen}\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\operatorname{sen}\theta_3 & 0 & l_3 \cos\theta_3 \\ \operatorname{sen}\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & l_3 \operatorname{sen}\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Víctor
Tapia

$\operatorname{Sen} 90 = 1$ $\quad$ $\operatorname{Sen} 0 = 0$

$\operatorname{Cos} 90 = 0$ $\quad$ $\operatorname{Cos} 0 = 1$



	Z		X	
	θ	d	α	a
1	θ	0	0	0
2	90	d_1	0	0
3	90	d_2	90	l_1
4	0	d_3	0	0
5	θ_2	0	0	0

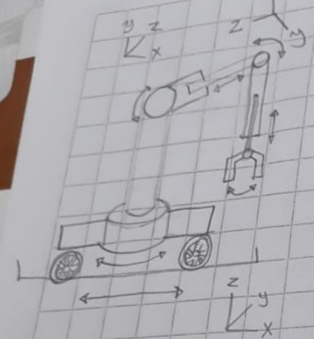
$$T_1 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_1 & -\operatorname{Sen}\theta_1 & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_1 & \operatorname{Cos}\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T5 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta_2 & -\operatorname{Sen}\theta_2 & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_2 & \operatorname{Cos}\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Victor Tapia

$Sen 0 = 0$ $Sen 90 = 1$
$Cos 0 = 1$ $Cos 90 = 0$



θ	d	α	a	
0	0	0	l_1	1
θ	d_1	0	0	2
θ_2	d_2	90	0	3
90	d_3	90	l_2	4
θ_3	d_4	90	0	5
90	d_5	90	l_3	6
θ_4	d_6	90	0	7

$$T1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T2 = \begin{bmatrix} Cos\theta_1 & -Sen\theta_1 & 0 & 0 \\ Sen\theta_1 & Cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T3 = \begin{bmatrix} Cos\theta_2 & 0 & Sen\theta_2 & l_2 Cos\theta_2 \\ Sen\theta_2 & 0 & -Cos\theta_2 & l_2 Sen\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T5 = \begin{bmatrix} Cos\theta_3 & 0 & Sen\theta_3 & 0 \\ Sen\theta_3 & 0 & -Cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T7 = \begin{bmatrix} Cos\theta_4 & 0 & Sen\theta_4 & 0 \\ Sen\theta_4 & 0 & -Cos\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_6 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$