



Filtragem Adaptativa - TIP 7188

Prof. Dr. Charles Casimiro Cavalcante
Prof. Dr. Guilherme de Alencar Barreto

Período: 2022.2

Lista de Exercícios No. 3: Algoritmos Recursivos

- 1. (Algoritmo LMF)** Deseja-se minimizar a função objetivo $E\{e^4(n)\}$ utilizando-se um algoritmo do gradiente estocástico do tipo LMS. O algoritmo resultando é chamado de algoritmo *least mean fourth* (LMF). Derive tal algoritmo. Derive também o filtro ótimo para tal critério e compare as soluções.
- 2. (Algoritmo LMS)** Considere o uso de um a sequência de ruído branco com média nula e variância σ^2 como entrada do algoritmo LMS. Avalie
 - (a) a condição para convergência do algoritmo em média quadrática;
 - (b) o erro em excesso em média quadrática.
- 3. (Algoritmo LMS Normalizado)** Avalie a questão anterior para o caso do algoritmo LMS-Normalizado. Compare os dois casos.
- 4. (Equalização de canais)** Considere um sinal branco gaussiano de variância unitária transmitido por um canal de comunicação de função de transferência $H(z) = 1 + 1.6z^{-1}$. Para compensar este canal utiliza-se um equalizador dado por $W(z) = w_0 + w_1z^{-1}$.
 - (a) Forneça o equalizador ótimo segundo o critério de Wiener. Esboce a posição dos zeros do canal e do equalizador no plano Z .
 - (b) Obtenha o filtro de erro de predição direta de passo unitário, correspondente ao sinal à saída do canal. Calcule os zeros deste filtro e compare com os do equalizador.
 - (c) Obtenha as trajetórias sobre as curvas de nível, tendo condições iniciais nulas para os coeficientes do equalizador, para os seguintes algoritmos
 - (a) Gradiente determinístico;
 - (b) Algoritmo de Newton;
 - (c) LMS;
 - (d) LMS-normalizado;
 - (d) Obtenha também a evolução do erro quadrático médio para cada um dos algoritmos anteriores.
 - (e) Qual o número de condicionamento para o problema em questão?
 - (f) Qual deveria ser o canal para que o número de condicionamento fosse menor/maior que 5? Comente os resultados.
- 5. (Identificação de sistemas)** Utilize o algoritmo LMS para identificar um sistema com a função de transferência dada abaixo.

$$H(z) = \frac{1 - z^{-12}}{1 - z^{-1}}$$

O sinal de entrada é um ruído branco distribuído uniformemente com variância $\sigma_x^2 = 1$, e o ruído de medida é assumido gaussiano branco descorrelacionado da entrada e com variância ~~de entrada~~ $\sigma_v^2 = 10^{-3}$. O filtro adaptativo tem 12 coeficientes.

- (a) Calcule o limite superior para μ (ou seja μ_{\max}) para garantir a estabilidade do algoritmo.

- Execute o algoritmo para $\frac{\mu_{\max}}{2}$, $\frac{\mu_{\max}}{10}$ e $\frac{\mu_{\max}}{50}$. Comente sobre o comportamento da convergência de cada caso.
- Meça o desajuste (*misadjustment*) em cada exemplo e compare com os resultados obtidos pela solução teórica (Eq. (3.50) do livro texto)
- Mostre o gráfico da resposta em frequência do filtro FIR em qualquer uma das iterações após a convergência ser obtida e compare com o sistema desconhecido.

6. (Equalização adaptativa) Seja o canal de comunicações dado por

$$H(z) = 0.5 + 1.2z^{-1} + 1.5z^{-2} - z^{-3}$$

e deseja-se projetar um equalizador para o mesmo. A estrutura do equalizador é mostrada na Figura 1. Os símbolos $s(n)$ são transmitidos através de um canal e corrompidos por ruído aditivo gaussiano branco complexo $v(n)$. O sinal recebido $x(n)$ é processado pelo equalizador FIR para gerar estimativas $\tilde{s}(n - \delta)$, as quais são passadas por um dispositivo decisor gerando símbolos $\hat{s}(n - \delta)$. O equalizador possui dois modos de operação: um modo de treinamento durante o qual uma versão atrasada e replicada da sequência de entrada é usada como o sinal de referência (desejado) e um **modo dirigido por decisão** no qual a saída do dispositivo de decisão substitui a sequência de referência. O sinal de entrada $s(n)$ é escolhido de uma constelação QAM (por exemplo, 4-QAM, 16-QAM, 64-QAM ou 256-QAM).

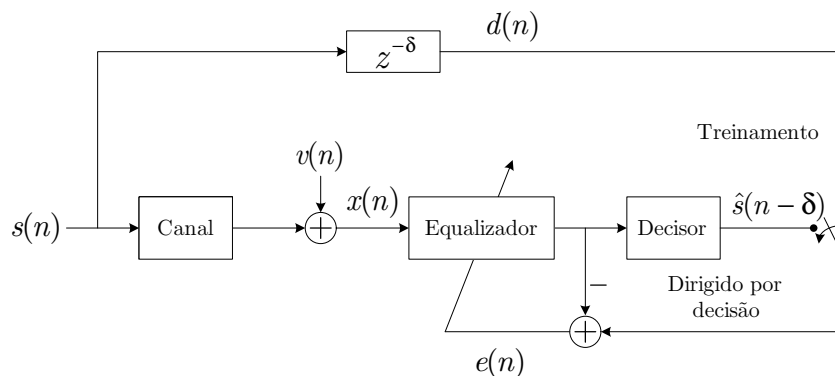


Figure 1: Equalizador linear adaptativo operando em dois modos: modo de treinamento e modo dirigido por decisão.

- Faça um programa que **treine** o filtro adaptativo com **500 símbolos de uma constelação 4-QAM**, seguindo de uma operação **dirigida por decisão** de 5000 símbolos de uma constelação 16-QAM. Escolha a variância do ruído σ_v^2 de maneira que ela promova uma relação sinal ruído de 30 dB na entrada do equalizador. Note que os símbolos escolhidos não têm variância unitária. Por esta razão, a a variância do ruído necessita ser ajustada adequadamente para cada uma das diferentes modulações (constelações) QAM para fornecer o nível de SNR desejado. Escolha **$\delta = 15$** e o comprimento do equalizador **$M = 15$** . Mostre os gráficos da evolução temporal de $s(n)$, $x(n)$ e $\tilde{s}(n - \delta)$. **Use o LMS-normalizado com um fator de passo de $\mu = 0.4$.**
- Para os mesmos parâmetros do item (a), plote e compare os gráficos de evolução que seriam resultante se o equalizador fosse treinado com 150, 300 e 500 iterações. Use o LMS com **$\mu = 0.001$.**
- Assuma agora que os dados transmitidos foram gerados de uma constelação 256-QAM ao invés de 16-QAM. Plote os gráficos da evolução do sinal na saída do equalizador quando treinado usando o LMS-normalizado e 500 símbolos de treinamento.
- Gerar as curvas de taxa de erro de símbolo (SER, do inglês *Symbol Error Rate*) versus SNR na entrada do equalizador para símbolos de constelações 4, 16, 64 e 256-QAM. Faça SNR variar de 5 dB a 30 dB.