



Processamento Estatístico de Sinais - TI 0124

Estimação e Detecção - TIP8417

Prof. Charles Casimiro Cavalcante

Período: 2019.2

Lista de Exercícios No. 2: Análise de Momentos de Segunda Ordem

1. Determine a **média** e a **função de autocorrelação** para o processo aleatório

$$x(n) = v(n) + 3v(n-1)$$

em que $v(n)$ é uma **sequência de variáveis aleatórias independentes com média μ e variância σ^2** . **$x(n)$ é estacionário?** Justifique.

2. Sejam os processos aleatórios $x(n)$ e $y(n)$ definidos por

$$x(n) = v_1(n) + 3v_2(n-1)$$

e

$$y(n) = v_2(n+1) + 3v_1(n-1)$$

em que $v_1(n)$ e $v_2(n)$ são **processos de ruído branco independentes** cada um com variância igual a 0,5.

- (a) Quais são as funções de autocorrelação de x e de y ? Os processos são WSS?
(b) Qual é a função de correlação cruzada $r_{xy}(n_1, n_0)$? Estes processos são conjuntamente estacionários (no sentido amplo)? Justifique.

3. Quais as condições que os elementos de uma matriz

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

devem satisfazer tal que \mathbf{R} seja uma matriz de autocorrelação válida de

- (a) Um vetor aleatório bidimensional?
(b) Um processo estocástico estacionário escalar?

4. Assuma que a inversa \mathbf{R}_x^{-1} da matriz de autocorrelação de um vetor coluna N -dimensional exista. Mostre que

$$\mathbb{E} \{ \mathbf{x}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{x} \} = N$$

5. Mostre que as matrizes de correlação e covariância satisfazem as relações abaixo:

- $\mathbf{R}_x = \mathbf{C}_x + \boldsymbol{\mu}_x \boldsymbol{\mu}_x^H$
- $\mathbf{C}_{x+y} = \mathbf{C}_x + \mathbf{C}_{xy} + \mathbf{C}_{yx} + \mathbf{C}_y$, para \mathbf{x} e \mathbf{y} descorrelacionados



6. Processos aleatórios $v_1(n)$ e $v_2(n)$ são independentes e têm a mesma função de correlação

$$r_v(n_1, n_0) = 0.5\delta(n_1 - n_0)$$

- (a) Qual é a função de correlação do processo aleatório

$$x(n) = v_1(n) + 2v_1(n+1) + 3v_2(n-1)?$$

Este é um processo WSS? Justifique.

- (b) Encontre a a matrix de correlação de um vetor aleatório consistindo de oito amostras consecutivas de $x(n)$.

7. Um processo não-estacionário $x(n)$ tem a matriz de correlação

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Quais são as funções de base da Transformada de Karhunen-Loève?