



Processamento Estatístico de Sinais - TI 0124

Estimação e Detecção - TIP8417

Prof. Charles Casimiro Cavalcante

Período: 2019.2

Lista de Exercícios No. 4: Filtragem Ótima e Predição de Sinais

- 1. (Filtragem ótima)** Considere um problema de filtragem de Wiener conforme caracterizado a seguir. A matriz de correlação \mathbf{R}_x de um vetor de entrada $\mathbf{x}(n)$ é dada por

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}.$$

O vetor de correlação cruzada \mathbf{p}_{xd} entre o vetor de entrada \mathbf{x} e a resposta desejada $d(n)$ é

$$\mathbf{p}_{xd} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

- (a) Encontre o vetor de coeficientes do filtro de Wiener.
- (b) Qual é o mínimo erro médio quadrático fornecido por este filtro?
- (c) Formule uma representação do filtro de Wiener em termos dos autovalores da matriz \mathbf{R}_x e de seus autovetores associados.

- 2. (Erro médio quadrático mínimo)** Mostre que a equação do erro mínimo pode se escrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} 1 \\ -\mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\min} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

em que J_{\min} é o mínimo erro médio quadrático, \mathbf{w} é o filtro de Wiener, e \mathbf{A} é a matriz de correlação do vetor aumentado

$$\begin{bmatrix} d(n) \\ \mathbf{x}(n) \end{bmatrix}$$

em que $d(n)$ é o sinal desejado e $\mathbf{x}(n)$ é o sinal de entrada do filtro de Wiener.

- 3. (Cancelamento de ruído)** Em várias aplicações práticas há uma necessidade de cancelar ruído que foi adicionado a um sinal. Por exemplo, se estamos usando o telefone celular dentro de um ruído e o ruído do carro ou rádio é adicionado à mensagem que estamos tentando transmitir. A Figura 1 ilustra as situações de contaminação de ruído. Calcule o filtro de Wiener (filtro ótimo) de tal configuração em relação às estatísticas dos sinais envolvidos que você dispõe (conhece).

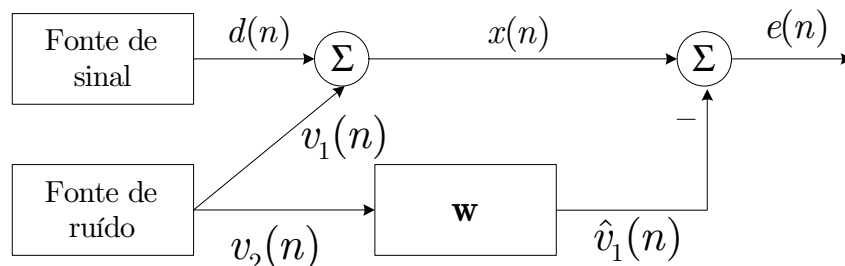


Figure 1: Esquema de cancelamento de ruído.



4. (Predição ótima) Seja um processo estocástico dado por

$$x(n) = s(n+a) + s(n-4a),$$

em que $s(n)$ é um processo estocástico WSS dado e a é uma constante.

Deseja-se filtrar o processo de tal forma obter-se um processo $d(n) = s(n-a)$, o qual também sabe-se que é um processo WSS. Suponha que o sinal $d(n)$ possua média nula e variância unitária.

- (a) Calcule o filtro, com dois coeficientes, que fornece a solução ótima em relação ao erro médio quadrático.
- (b) Calcule o preditor direto ótimo de passo unitário, com dois coeficientes, que fornece a solução ótima em relação ao erro médio quadrático.
- (c) Compare as soluções dos dois.

5. (Superfície de erro) Suponha que foram encontrados os seguintes coeficientes de autocorrelação: $r_x(0) = 1$ e $r_x(1) = 0$. Tais coeficientes foram obtidos de amostras corrompidas com ruído. Além disso, a variância do sinal desejado é $\sigma_d^2 = 24.40$ e o vetor de correlação cruzada é $\mathbf{p}_{xd} = [2 \ 4.5]^T$. Encontre:

- (a) O valor dos coeficientes do filtro de Wiener.
- (b) A superfície definida por $J(\mathbf{w})$. Faça um gráfico da mesma.