

# Sistemas de Comunicações Digitais

Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações

Universidade Federal do Ceará

Semestre 2017.2

## Parte 6

### Recuperação de Portadora

# Conteúdo

- 1 Introdução**
- 2 Tipos de estimações
- 3 Estimador ML e MAP
- 4 Próxima aula

# Introdução

Em sistemas de comunicações digitais, a saída do demodulador deve ser amostrada periodicamente, a cada intervalo de símbolo, para que a informação transmitida seja recuperada. Em um sistema de comunicação **síncrono** ou **coerente**, para que o sistema opere satisfatoriamente, devemos considerar (e corrigir) as seguintes imperfeições que incidem no sistema:

- **Atraso de símbolo:** como atraso de propagação é usualmente desconhecido, é necessário que o demodulador recupere a temporização de símbolo (*symbol timing*) para que o mesmo seja capaz de escolher o instante ótimo de amostragem, isto é o instante que maximize o diagrama de olho. O circuito que realiza essa tarefa é chamada de sincronizador (ou estimador ou recuperação) de temporização (ou relógio ou de tempo de símbolo). Aqui, iremos nos referir a esse módulo como **estimador de relógio** [Abrantes, 2010]. Todo sistema de comunicação que transmite informação síncronamente requer um estimador de relógio [Mengali, 2013].

# Introdução

- **Desvio de fase:** o atraso da propagação também resulta em um atraso de fase. Adicionalmente, a portadora local desconhece a fase inicial da portadora do transmissor, o que gera uma diferença de fase. As imperfeições do oscilador de cristal também contribuem para um desvio de fase, uma vez que ela produz uma pequena diferença de fase (*drifting*) com o passar do tempo. Para que a detecção coerente seja livre de perturbações, tal como o *cross-talk*, faz-se necessário recuperar a fase do sinal transmitido. Chamamos esse circuito lógico de **estimador de fase**.

# Introdução

- **Desvio de frequência:** devido a efeitos durante a propagação, como o efeito Doppler, existe uma diferença de frequência entre a portadora local e o sinal recebido. Salvo alguns esquemas de modulações que conseguem operar satisfatoriamente sob moderado desvio de frequência, o desvio de frequência também deve ser corrigido. O módulo que realiza essa tarefa é chamado de **estimador de frequência**. A recuperação da portadora é requerida sempre que o sinal é detectado coerentemente.

# Modelando o nosso sistema

- Seja  $s_I(t)$  o envelope complexo transmitido, o equivalente passa-baixa do sinal recebido é dado por:

$$\begin{aligned} r(t) &= s(t, \boldsymbol{\lambda}) + w(t), \\ &= s_I(t - \tau)e^{j(2\pi\nu t + \theta)} + w(t) \end{aligned} \quad (1)$$

em que

- $s(t, \boldsymbol{\lambda}) = s_I(t - \tau)e^{j(2\pi\nu t + \theta)}$  é o sinal recebido considerando as imperfeições de atraso de símbolo e desvios de fase e frequência.
- $\theta$  é o desvio de fase.
- $\nu = f_c - f_{cL}$  é o desvio de frequência, sendo  $f_c$  e  $f_{cL}$  a frequência do sinal recebido e frequência da portadora local, respectivamente.
- $\tau$  é o atraso de símbolo.
- $\boldsymbol{\lambda} = (\theta, \nu, \tau)$  é o vetor de parâmetros.
- $w(t)$  é um ruído Gaussiano branco com densidade de potência  $N_0/2$ .

# Modelando o nosso sistema

- Nosso objetivo é obter as estimativas de  $\lambda$ , i.e.,  $\hat{\lambda} = (\hat{\theta}, \hat{\nu}, \hat{\tau})$ .
- Ao longo dessa disciplina, as perturbações que incidem no sistemas são modeladas como segue:
  - $\nu$  é um valor determinístico, mas desconhecido, que está dentro do intervalo  $\pm 1/T$ , sendo  $T$  o tempo de símbolo.
  - $\theta$  é um valor determinístico, mas desconhecido, que está dentro do intervalo  $(0, 2\pi]$ .
  - $\tau$  é um valor determinístico, mas desconhecido, que está dentro do intervalo  $(0, T]$ .
- Devido a complexidade do problema, suporemos que alguns parâmetros são conhecidos, ao passo que outros não.



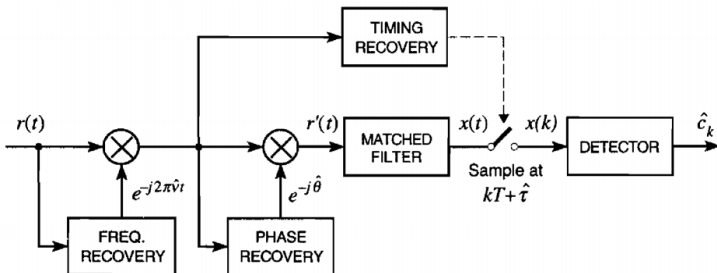
# Conteúdo

- 1 Introdução
- 2 Tipos de estimações**
- 3 Estimador ML e MAP
- 4 Próxima aula

# Tipos de estimações

- Existem diferentes estratégias para a estimação do vetor de parâmetros, e elas podem ser categorizadas a depender das seguintes características:
  - *Data-aided* (DA), *decision-directed* (DD), *non-data-aided* (NDA): o método DA faz uso de um preâmbulo para que o demodulador tenha o conhecimento adicional dos dados. Alternativamente, pode-se realizar a estimação dos parâmetros a partir das decisões feitas pelo detector, estratégia comumente chamada de estimação direcionada por decisão. Há ainda uma terceira estratégia, que não depende de dado algum, chamada de NDA. O método DA costuma obter melhor performance de estimação quando comparado com o método NDA [Mengali, 2013]. Naturalmente, o método DD opera em malha fechada (*feedback loop*).
  - *Clock-aided* ou *non-clock-aided*: similarmente, quando o estimador possui o conhecimento do relógio, dizemos que é uma estimação ajudada por relógio. Caso contrário, dizemos que a estimação é *non-clock-aided*.
  - Topologia do estimador: *feedforward* ou *feedback loops*.
  - Esquema da modulação: apesar de ser algo que independe do estimador utilizado, a presença ou a ausência de um *offset* na modulação interfere na estratégia adotada.

# Exemplo do diagrama de blocos de um receptor coerente



- Normalmente, a recuperação da portadora (fase e frequência) é feita antes da recuperação do tempo de símbolo. Mas existem diferentes arquiteturas que podem recuperar os parâmetros em outra ordem, inclusive em paralelo ou conjunta (*joint estimation*).

# Conteúdo

- 1 Introdução
- 2 Tipos de estimações
- 3 Estimador ML e MAP**
- 4 Próxima aula

# Estimador ML e MAP

- Existem basicamente dois critério amplamente empregados para a estimação de  $\hat{\lambda}$ : o critério de máxima verossimilhança (ML) e o critério de máxima a posteriori (MAP), que originam os estimadores ML e MAP, respectivamente.
- Realizando a projeção de  $r(t)$  em um espaço de  $N$  funções ortonormais, obtemos, para o  $k$ -ésimo símbolo transmitido, o vetor  $\mathbf{r}_k \in \mathbb{R}^N$ .
- Pelo o teorema de Bayes, tem-se a seguinte relação

$$p(\hat{\lambda}_k | \mathbf{r}_k) = \frac{p(\mathbf{r}_k | \hat{\lambda}_k) p(\hat{\lambda}_k)}{p(\mathbf{r}_k)} \quad (2)$$

# Estimador ML e MAP

- $p(\hat{\lambda}_k)$  é a probabilidade a priori.
- $p(\hat{\lambda}_k | \mathbf{r}_k)$  é a probabilidade a posteriori.
- $p(\mathbf{r}_k | \hat{\lambda}_k)$  é a função de verossimilhança.
- Como  $p(\mathbf{r}_k)$  é igual para  $\hat{\lambda}_k$ , podemos disconsidera-la.
- Quando a probabilidade a priori possui uma distribuição uniforme, também podemos disconsidera-la. Neste caso, o método MAP se torna igual ao ML, i.e.,

$$p(\hat{\lambda}_k | \mathbf{r}_k) = p(\mathbf{r}_k | \hat{\lambda}_k) \quad (3)$$

# Estimador ML e MAP

- Duas perguntas surgem nesse momento:
  - Como calcular  $p(\mathbf{r}_k \mid \hat{\lambda}_k)$ ?
  - Qual é o intervalo de observação utilizado para decidir  $\hat{\lambda}_k$ ? Em outras palavras, seja  $\{\mathbf{r}_{k-K+1}, \mathbf{r}_{k-K+2}, \dots, \mathbf{r}_k\}$  a sequência utilizada para decidir  $\hat{\lambda}_k$ , qual é o valor de  $K$ ?
    - $K = 1 \rightarrow$  *one-shot estimates*: Normalmente não utilizada na prática, mas é útil para analisar sua performance.
    - Update das estimativas  $\rightarrow$  *tracking loop*: solução comumente utilizada na prática.

# Estimador ML e MAP

- Como  $w(t)$  é um ruído branco e Gaussiano, temos que:

$$p(\mathbf{r}_k | \hat{\boldsymbol{\lambda}}_k) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \right)^N \exp \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{(r_{k,n} - s_{k,n})^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (4)$$

em que

- $$r_{k,n} = \int_{(k-K)T}^{kT} r(t) \phi_n(t) dt$$

- $$s_{k,n} = \int_{(k-K)T}^{kT} s(t, \hat{\boldsymbol{\lambda}}_k) \phi_n(t) dt$$

- $\phi_n(t)$  é a  $n$ -ésima função ortonormal.



- Ignorando os termos constantes na Eq.(4), obtemos o critério de máxima verossimilhança, dado por

$$\max_{\hat{\lambda}_k} \Lambda(\hat{\lambda}_k) = \max_{\hat{\lambda}_k} \exp \left\{ -\frac{1}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} \left( r(t) - s(t, \hat{\lambda}_k) \right)^2 \right\} \quad (5)$$

# Conteúdo

- 1 Introdução
- 2 Tipos de estimações
- 3 Estimador ML e MAP
- 4 Próxima aula**

# Estimador ML e MAP

- Apresentação de algumas arquiteturas de estimadores de fase.

# Referências



Abrantes, S. A. (2010).

Recuperação digital da temporização com amostragem assíncrona—parte 1: transmissão em banda-base.



Mengali, U. (2013).

*Synchronization techniques for digital receivers.*  
Springer Science & Business Media.