Sistemas de Comunicações Digitais

Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações

Universidade Federal do Ceará

Semestre 2017.2

Parte 7

Recuperação de Portadora

Conteúdo

Método M-power

- O método M-*power* consiste em uma técnica de estimação de fase em malha aberta (*feedforward*) para sinais M-PSK sem offset [1].
- Este método é NDA (*non-data-aided*), pois não depende dos simbolos transmitidos.
- Suporemos que o demodulador possiu perfeito conhecimento do atraso de símbolo, τ, e do o desvio de frequência, ν. Sendo assim, trabalharemos apenas com θ, i.e.,

$$s(t, \hat{\theta}_k) = s_l(t) e^{j\hat{\theta}_k}. \tag{1}$$

- O estimador é derivado a partir da suposição de que o sistema opera em uma baixa SNR.

[1] O esquema OQPSK, por exemplo, não se adequa a este método.

Método M-power

- Do slide anterior, temos que

$$\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \exp\left\{\frac{2}{K}\int_{(k-K)T}^{kT} \mathrm{Re}\left\{r(t)s^*(t,\hat{\theta}_k)\right\}\mathrm{d}t - \frac{1}{K}\int_{(k-K)T}^{kT}\left|s(t,\hat{\theta}_k)\right|^2\mathrm{d}t\right\} \tag{2}$$

- Recordando que $|z|^2 = zz^*$, para $z \in \mathbb{C}$, e que

$$s_l(t) = \sum_k A_k g(t - kT) \tag{3}$$

  - $A_k \in \mathbb{C} \longrightarrow k$-ésimo śimbolo transmitido
  - $g(t) \in \mathbb{R} \longrightarrow$ pulso formatador

Método M-power

- podemos reescrever o segundo termo da Eq.(2) como

$$\frac{1}{K}\int_{(k-K)T}^{kT}\left|s(t,\hat{\theta}_k)\right|^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{K}\sum_{i=k-K}^{k}\sum_{p=m-K}^{m} A_i A_p^* h\left([i-p]\,T\right) \qquad (4)$$

  - $h\left(t\right) = g(t) * g(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t-kT)\,\mathrm{d}t$

- E o primeiro termo como

$$\frac{2}{K}\int_{(k-K)T}^{kT}\mathrm{Re}\left\{r(t)s^*(t,\hat{\theta}_k)\right\}\mathrm{d}t = \frac{2}{K}\sum_{i=k-K}^{k}\mathrm{Re}\left\{x_i A_i^* e^{-j\hat{\theta}_i}\right\} \qquad (5)$$

  - $x_k = \left[r(t) * g(-t)\right]\big|_{t=kT}$

Método M-power

- Como $h(t)$ obedece o critério de Nyquist e $z^*z = |z|^2$ para $z \in \mathbb{C}$, a equação (4) se torna

$$\frac{1}{K}\int_{(k-K)T}^{kT} \left|s(t,\hat{\theta}_k)\right|^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{K}\sum_{i=k-K}^{k} |A_i|^2 \tag{6}$$

- Substituindo essas concluções, tem-se

$$\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \exp\left\{\frac{2}{K}\sum_{i=k-K}^{k} \mathrm{Re}\left\{x_i A_i^* e^{-j\hat{\theta}_i}\right\} - \frac{1}{K}\sum_{i=k-K}^{k} |A_i|^2\right\} \tag{7}$$

Método M-power

- A equação anterior se torna mais elegante se observarmos que a métrica de decisão $\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k)$ pode ser mutiplicada pelo fator

$$\exp\left\{-\frac{1}{K}\sum_{i=k-K}^{k}|x_i|^2\right\} \tag{8}$$

sem causar consequnências na decisão[2]. Sendo assim, tem-se

$$\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \exp\left\{-\frac{1}{K}\sum_{i=k-K}^{k}\left|x_i e^{-j\hat{\theta}_i} - A_i\right|^2\right\} \tag{9}$$

[2] O fator em questão independe de $\hat{\theta}_k$ e, portanto, não altera o valor máximo de $\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k)$.

Método M-power

- Para o sinal M-PSK, tem-se que $A_k = e^{j\frac{2\pi m}{M}}$, em que $m \in \{0, 1, \ldots, M-1\}$. Recordando que $|z_1 \pm z_2|^2 = |z_1|^2 \pm 2\mathrm{Re}\left\{z_1 z_2^*\right\} + |z_2|^2$, para $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, e ignorando os termos que não interferem na métrica, o função log-verossimilhança pode ser escrita como

$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \ln \Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \sum_{i=k-K}^{k} \mathrm{Re}\left\{x_i e^{-j\left(\frac{2\pi m}{M}+\hat{\theta}_i\right)}\right\} \tag{10}$$

Método M-power

- Mas recorde que $2\mathrm{Re}\left\{z\right\} = z + z^*$ e

$$(z_1 + z_2)^p = \sum_{q=0}^{p} \binom{p}{q} z^p z^{q-p} \tag{11}$$

- Realizando essas substituições e expandindo a exponencial complexa, tem-se

$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \sum_{i=k-K}^{k} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} \sum_{q=0}^{p} \binom{p}{q} x_i^q \left(x_i^*\right)^{p-q} e^{j(p-2q)\hat{\theta}_i} e^{j\frac{2\pi m}{M}} \tag{12}$$

Método M-power

- Para uma SNR suficientemente baixa, a seguinte aproximação é válida [Mengali, 2013]:

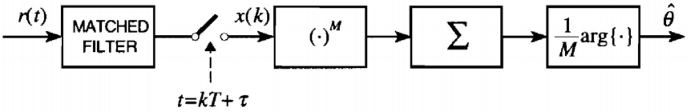
$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) \approx \mathrm{Re}\left\{e^{-jM\hat{\theta}_k} \sum_{i=k-K}^{k} x_k^M\right\} \tag{13}$$

- O valor que $\hat{\theta}_k$ que maximiza a função log-verossimilhança é dada por

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{M}\mathrm{Arg}\left\{\sum_{i=k-K+1}^{k} x_i^M\right\} \tag{14}$$

Conteúdo

Implementação



Conteúdo

Implementação

- Apesentação de algumas arquiteturas de estimadores de tempo de símbolo.

Referências

Mengali, U. (2013).
Synchronization techniques for digital receivers.
Springer Science & Business Media.