

Sistemas de Comunicações Digitais

Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações

Universidade Federal do Ceará

Semestre 2017.2

Parte 7

Recuperação de Portadora

Conteúdo

- 1 **Método *M*-power**
- 2 Implementação
- 3 Próxima aula

Método M -power

- O método M -power consiste em uma técnica de estimação de fase em malha aberta (*feedforward*) para sinais M -PSK sem offset ¹.
- Este método é NDA (*non-data-aided*), pois não depende dos símbolos transmitidos.
- Suporemos que o demodulador possuiu perfeito conhecimento do atraso de símbolo, τ , e do o desvio de frequência, ν . Sendo assim, trabalharemos apenas com θ , i.e.,

$$s(t, \hat{\theta}_k) = s_I(t) e^{j\hat{\theta}_k}. \quad (1)$$

- O estimador é derivado a partir da suposição de que o sistema opera em uma baixa SNR. Esses cenários tornam os métodos DD ineficientes uma vez que a BER do sistema é maior.

¹O esquema QPSK, por exemplo, não se adequa a este método.

Método M -power

- Do slide anterior, temos que

$$\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \exp \left\{ \frac{2}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} \operatorname{Re} \{ r(t) s^*(t, \hat{\theta}_k) \} dt - \frac{1}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} |s(t, \hat{\theta}_k)|^2 dt \right\} \quad (2)$$

- Recordando que $|z|^2 = zz^*$, para $z \in \mathbb{C}$, e que

$$s_l(t) = \sum_k A_k g(t - kT) \quad (3)$$

- $A_k \in \mathbb{C} \rightarrow k$ -ésimo símbolo transmitido
- $g(t) \in \mathbb{R} \rightarrow$ pulso formatador

Método M -power

- podemos reescrever o segundo termo da Eq.(2) como

$$\frac{1}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} |s(t, \hat{\theta}_k)|^2 dt = \frac{1}{K} \sum_{i=k-K}^k \sum_{p=m-K}^m A_i A_p^* h([i-p]T) \quad (4)$$

- $h(t) = g(t) * g(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t-kT) dt$
- E o primeiro termo como

$$\frac{2}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} \text{Re} \{r(t)s^*(t, \hat{\theta}_k)\} dt = \frac{2}{K} \sum_{i=k-K}^k \text{Re} \{x_i A_i^* e^{-j\hat{\theta}_i}\} \quad (5)$$

- $x_k = [r(t) * g(-t)]|_{t=kT}$

Método M -power

- Como $h(t)$ obedece o critério de Nyquist e $z^*z = |z|^2$ para $z \in \mathbb{C}$, a equação (4) se torna

$$\frac{1}{K} \int_{(k-K)T}^{kT} |s(t, \hat{\theta}_k)|^2 dt = \frac{1}{K} \sum_{i=k-K}^k |A_i|^2 \quad (6)$$

- Substituindo essas conclusões, tem-se

$$\Lambda(\mathbf{r}_k | \hat{\theta}_k) = \exp \left\{ \frac{2}{K} \sum_{i=k-K}^k \operatorname{Re} \left\{ x_i A_i^* e^{-j\hat{\theta}_i} \right\} - \frac{1}{K} \sum_{i=k-K}^k |A_i|^2 \right\} \quad (7)$$

Método M -power

- A equação anterior se torna mais elegante se observarmos que a métrica de decisão $\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k)$ pode ser multiplicada pelo fator

$$\exp \left\{ -\frac{1}{K} \sum_{i=k-K}^k |x_i|^2 \right\} \quad (8)$$

sem causar consequências na decisão². Sendo assim, tem-se

$$\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \exp \left\{ -\frac{1}{K} \sum_{i=k-K}^k \left| x_i e^{-j\hat{\theta}_i} - A_i \right|^2 \right\} \quad (9)$$

²O fator em questão independe de $\hat{\theta}_k$ e, portanto, não altera o valor máximo de $\Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k)$

Método M -power

- Para o sinal M-PSK, tem-se que $A_k = e^{j\frac{2\pi m}{M}}$, em que $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$. Recordando que $|z_1 \pm z_2|^2 = |z_1|^2 \pm 2\text{Re}\{z_1 z_2^*\} + |z_2|^2$, para $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, e ignorando os termos que não interferem na métrica, a função log-verossimilhança pode ser escrita como

$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \ln \Lambda(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) = \sum_{i=k-K}^k \text{Re} \left\{ x_i e^{-j(\frac{2\pi m}{M} + \hat{\theta}_i)} \right\} \quad (10)$$

Método M -power

- Mas recorde que $2\text{Re}\{z\} = z + z^*$ e

$$(z_1 + z_2)^p = \sum_{q=0}^p \binom{p}{q} z^p z^{q-p} \quad (11)$$

- Realizando essas substituições e expandindo a exponencial complexa, tem-se

$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k | \hat{\theta}_k) = \sum_{i=k-K}^k \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!} \sum_{q=0}^p \binom{p}{q} x_i^q (x_i^*)^{p-q} e^{j(p-2q)\hat{\theta}_i} e^{j\frac{2\pi m}{M}} \quad (12)$$

Método M -power

- Para uma SNR suficientemente baixa, a seguinte aproximação é válida [Mengali, 2013]:

$$\Lambda_L(\mathbf{r}_k|\hat{\theta}_k) \approx \text{Re} \left\{ e^{-jM\hat{\theta}_k} \sum_{i=k-K}^k x_i^M \right\} \quad (13)$$

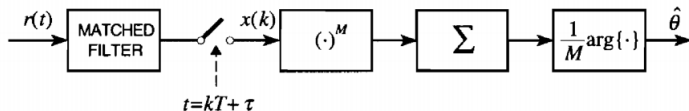
- O valor que $\hat{\theta}_k$ que maximiza a função log-verossimilhança é dada por

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{M} \text{Arg} \left\{ \sum_{i=k-K+1}^k x_i^M \right\} \quad (14)$$

Conteúdo

- 1 Método *M*-power
- 2 Implementação**
- 3 Próxima aula

Implementação



Conteúdo

- 1 Método *M*-power
- 2 Implementação
- 3 Próxima aula**

Implementação

- Apresentação de algumas arquiteturas de estimadores de tempo de símbolo.

Referências

-  Mengali, U. (2013).
Synchronization techniques for digital receivers.
Springer Science & Business Media.