Sistemas de Comunicações Digitais

Curso de Graduação em Engenharia de Telecomunicações

Universidade Federal do Ceará

Semestre 2017.2

Parte 7

Recuperação de Relógio

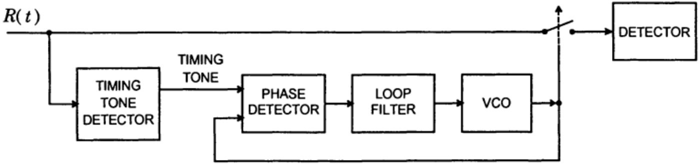
Conteúdo

Introdução - Recuperação de relógio

- O relógio (clock) é importante para converter o sinal contínuo recebido em uma sequência discreta de símbolos.
- É possível transmitir o relógio separadamente dos dados
  - Pode ser ineficiente em sinais digitais em termos de: instalações, banda e potência.
  - Solução: derivar o relógio da forma de onda modulada (*self-timing*).
- *Self-timing* pode ser problemático dependendo do método de sinalização aplicado
  - Codificação de linha AMI
  - Longa sequência de 0s
  - Solução: *Scrambler*

Introdução - Recuperação de relógio

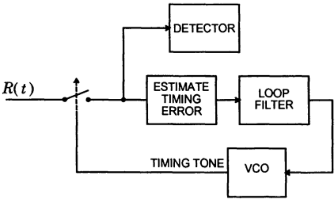
- Na prática o circuitos não podem replicar perfeitamente o relógio do transmissor
  - Frequência média do relógio deve ser igual no receptor e transmissor
  - *Jitter* na fase continua existindo (pode ser reduzido ao nível desejado)
- Há dois tipos de técnicas de recuperação de relógio: Dedutivo e Indutivo
- Método dedutivo: extrai direto do sinal recebido um tom de tempo (*timing tone*), média de frequência igual à taxa de símbolo.



- Exemplo de método dedutivo: Método de linha espectral

Introdução - Recuperação de relógio

- Método Indutivo: Não recupera o relógio diretamente do sinal recebido, mas através de um processo com *feedback*

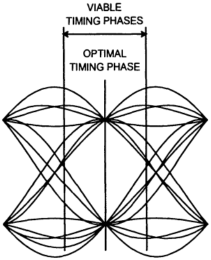


- O método indutivo não utiliza o PLL como uma otimização opcional, PLL é parte integral do método
  - Vantagem: boa parte da recuperação de relógio pode ser feita digitalmente e em tempo discreto
  - Desvantagem: taxa de amostragem do sinal deve ser maior que a taxa de símbolo
  - Exemplos: MMSE e suas aproximações

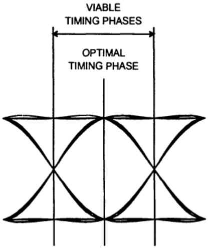
Conteúdo

Desempenho da recuperação de relógio

- Além de saber a frequência de amostragem do sinal é importante saber onde amostrar (*timing phase*).
- A sensibilidade do *timing phase* pode ser analisada pelo diagrama de olho:



Pulso cosseno levantado (25% roll-off)



Pulso cosseno levantado (100% roll-off)

Desempenho da recuperação de relógio

- A recuperação do tom de tempo sempre sofrerá *jitter* que pode ser reduzido a qualquer nível desejado.
  - PLL ou projeto do circuito de recuperação.
- Amostragem sub-ótima no ponto do olho aumenta a ISI e reduz a imunidade ao ruído.
- O fluxo de bit recuperado pelo detector sofrerá *jitter* produzido pelo circuito de recuperação do relógio.
  - Normalmente não é um grande problema para dados puramente digitais (ex: recebido por computadores).
  - Problema quando representa um sinal contínuo no tempo (ex: áudio).
  - Pode ser um problema em um sistema com repetidores.

Conteúdo

Métodos de linha espectral

- Um sinal banda base PAM é ciclo-estacionário

$$R(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k p\left(p - kT\right)$$

- Seja um novo processo estocástico não linear e sem memória

$$Z(t) = f\left(R(t)\right)$$

- A esperança $E\left[Z(t)\right]$ é frequentemente não nula e periódica em T.
- O relógio pode ser recuperado passando $Z(t)$ através de um filtro banda passante centrado na taxa de transmissão (*baud rate*).

Métodos de linha espectral linear

- Caso $E\left[R(t)\right]$ seja não nula, a forma de onda PAM contém linha espectral no *baud rate*

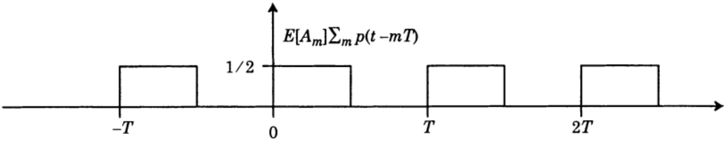
$$R(t) = E[A_k] \sum_{m=-\infty}^{\infty} p\left(p - mT\right) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(A_m - E\left[A_k\right]\right) p\left(t - mT\right)$$

- O primeiro termo é determinístico independente dos dados A_k e possui periodicidade com período de T.
- O segundo termo possui média estocástica em zero.
- A periodicidade do primeiro termo tem o fundamental na taxa de símbolo $1/T$.
- Filtro banda passante pode recuperar o relógio (termo determinístico) com efeitos de *jitter* (termo estocástico).

Métodos de linha espectral: exemplo

- Considere um sinal binário *on-off* com alfabeto $A_k \in \{0, 1\}$ e um formato de pulso com 50% de *duty cycle* de um pulso quadrado

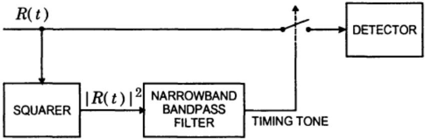
$$p(t) = \begin{cases} 1, & \text{for } t \in [0, T/2)\,, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



Métodos de linha espectral não linear

- É possível que a média de $R(t)$ seja zero, mas momentos de ordem maiores podem ser diferentes de zero e periódicos.
- Por generalidade A_k e $p(t)$ são valores complexos e processos brancos.
- A magnitude ao quadrado deste processo depende da função de correlação dos símbolos: $E[A_m A_n^*] = \sigma_A^2 \delta_{m-n}$
- Implicando em:

$$E[|R(t)|^2] = \sigma_A^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} |p(t - mT)|^2$$



Métodos de linha espectral não linear

Exemplo de uma constelação binária antipodal

- Considere um sinal em banda base, real, binário e antipodal $\{\pm a\}$
- A magnitude ao quadrado do sinal é dada por:

$$R^2(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^2 p^2 \left(t - mT\right) + \sum_{n} \sum_{m \neq n} A_n A_m p \left(t - nT\right) p \left(t - mT\right)$$

- Outros valores de potência também podem ser usados. Ex: $|R(t)|^4$
  - $|R(t)|^4$ é eficiente com pouca largura de banda excedente.
  - Em recuperação de portadora com sinal discreto de alta ordem podem ocasionar *aliasing*.

Métodos de linha espectral para sinais banda passante

- A metodologia de recuperação de relógio apresentada pode ser utilizada para PAM de banda passante após demodular o sinal
  - Demodulação geralmente é aplicada após recuperação de relógio e equalização.
  - Recuperação de portadora normalmente é feita usando o método "recuperação direcionada a decisão", o qual depende de um tempo de fase estável.
- Com o método de linha espectral é possível recuperar o relógio sem demodular o sinal.
- Método chamado de derivação de relógio por envoltória.

Métodos de linha espectral para sinais banda passante

- Relógio derivado da envoltória:
  - Seja a saída de um filtro passa banda analítico:

$$Y(t) = R(t)e^{j2\pi f_c t}$$

  - Em que $R(t)$ é um sinal banda base complexo. A magnitude deste sinal analítico é:

$$|Y(t)| = |R(t)| \cdot |e^{j2\pi f_c t}| = |R(t)|$$

  - Calcular a magnitude ou magnitude ao quadrado é equivalente a aplicar um demodulador de sinal banda base.
  - O receptor *front-end* do receptor consiste em:
    - Filtro banda passante, amostrador e separador de fase discreto.
    - Amostrador deve ser controlado por um relógio (pode ser problemático).

Métodos de linha espectral para sinais banda passante

- Relógio derivado da envoltória:
  - Uma alternativa para usar o sinal analítico é utilizando $Re\{Y(t)\}$ (entrada do receptor)

$$(Re\{Y(t)\})^2 = \frac{1}{2}|Y(t)|^2 + \frac{1}{4}Y^2(t) + \frac{1}{4}(Y^*(t))^2$$

  - Caso os símbolos A_k sejam independentes, de média zero e os componentes reais e imaginários sejam independentes e possuam igual variância, temos:

$$E[Re\{Y(t)\}^2] = \frac{1}{2}E[|Y(t)|^2]$$

  - Função de recuperação do relógio é reduzida pela metade, aumentando o efeito do *jitter*.
  - Segundo e terceiro termos têm média zero, mas adicionam *jitter*.

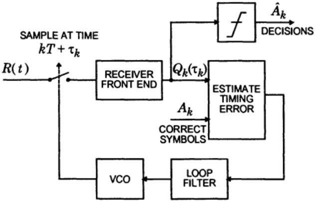
Conteúdo

Método indutivo

- Método da linha espectral é popular mas nem sempre é possível realizar a recuperação de relógio no tempo contínuo.
- Exemplo:
  - Cancelamento de eco (tempo discreto) deve ser realizado antes da recuperação de relógio.
  - Conveniente recuperar relógio no tempo discreto.
- Solução: recuperação de relógio por MMSE (método indutivo)
  - Não é prático utilizando uma formulação exata.
  - Há várias aproximações práticas que podem ser utilizadas.

Algoritmo do gradiante estocástico

- Recuperação de relógio por MMSE



- Objetivo é ajustar τ_k de forma a minimizar o erro médio quadrático:

$$E[|E_k(\tau_k)|^2] = E[|Q_k(\tau_k) - A_k|]$$

- É impossível achar uma solução fechada para minimizar o erro médio quadrático.
- É necessário um período de treinamento.

Algoritmo do gradiante estocástico

- Podemos minimizar o erro quadrático ajustando τ_k na direção oposta da derivada da esperança do erro quadrático médio

$$\frac{\partial}{\partial \tau_k} E[|E_k(\tau_k)|^2] = E\left[\frac{\partial}{\partial \tau_k}|E_k(\tau_k)|^2\right]$$

- A_k não depende de τ_k, então sabemos que:

$$\frac{\partial E_k(\tau_k)}{\partial \tau_k} = \frac{\partial Q_k(\tau_k)}{\partial \tau_k}$$

- Iterativamente podemos ajustar τ_k através de:

$$\tau_{k+1} = \tau_k - \alpha Re\left\{E_k^*(\tau_k)\frac{\partial Q_k(\tau_k)}{\partial \tau_k}\right\}$$

Algoritmo do gradiante estocástico

- $Q_k(\tau_k)$ consistem em amostras de um sinal contínuo no tempo $Q(t)$ em que $t = kT + \tau_k$, então:

$$\frac{\partial Q_k(\tau_k)}{\partial \tau_k} = \left[\frac{\partial Q(t)}{\partial t}\right]_{t=kT+\tau_k}$$

- Então a atualização de τ_k é equivalente a

$$\begin{aligned} \tau_{k+1} &= \tau_k - \alpha Re\left\{E_k^*(\tau_k)\left[\frac{\partial Q(t)}{\partial t}\right]_{t=kT+\tau_k}\right\} \\ &= \tau_k - \alpha Re\left\{[Q_k(\tau_k) - A_k]^*\left[\frac{\partial Q(t)}{\partial t}\right]_{t=kT+\tau_k}\right\} \end{aligned}$$

Algoritmo do gradiante estocástico

- O Algoritmo do gradiante estocástico não cumpre o objetivo de utilizar apenas amostras do sinal recebido
  - Precisamos de $\frac{\partial Q(t)}{\partial t}$ (contínuo)
- Sabemos que $Q_k(\tau) = Q(kT + \tau)$ e que τ varia lentamente ao ponto de considerarmos constante.
- Considerando que $Q(t)$ pode ser amostrado na taxa de Nyquist, podemos interpolar $Q_k(\tau)$

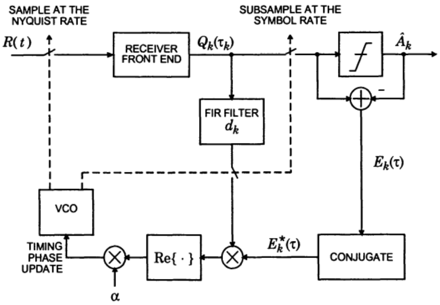
$$Q(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Q_m(\tau) \frac{\sin[\pi(t - \tau - mT)]/T}{[\pi(t - \tau - mT)]/T}$$

Algoritmo do gradiante estocástico

- Assumindo a taxa de amostragem de Nyquist para $Q(t)$ pode-se aproximar:

$$\frac{\partial Q_k(\tau_k)}{\partial \tau_k} = Q_k(\tau_k) * d_k \qquad d_k = \begin{cases} 0, & k = 0 \\ \frac{(-1)^k}{kT}, & k \neq 0 \end{cases}$$

$$d_k \approx \frac{\delta_{k+1} - \delta_{k-1}}{T}$$



Algoritmo do gradiante estocástico

- Com estas devidas aproximações teremos:

$$\tau_{k+1} = \tau_k - \alpha Re\left\{[Q_k(\tau_k) - \hat{A}_k][Q_{k+1}(\tau_k) - Q_{k-1}(\tau_k)]\right\}$$