

# 1 計算手法

## 1.1 Squirmer モデル

マイクロスイマーのモデルとして, Squirmer モデル<sup>[1]</sup>を採用した. このモデルでは, 球形の粒子表面において, 粒子と流体の速度差が式 (1) で表される様な sliding 境界条件を用いる.

$$\mathbf{u}^s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} B_n P'_n(\cos \theta) \sin \theta \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (1)$$

ここで,  $\hat{\mathbf{r}}$  は粒子の中心からその表面上の点に向かう単位ベクトルであり,  $\theta$  は  $\hat{\mathbf{r}}$  と粒子の方向ベクトル  $\hat{\mathbf{e}}$  とが成す角,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  は単位極角ベクトルである. また,  $\mathbf{u}^s$  はマイクロスイマー表面の重心に対する slide 速度,  $B_n$  は係数,  $P'_n$  は  $n$  次 Legendre 多項式の導関数である. しかし,  $n = 1$  の項は squirmer の泳動速度を,  $n = 2$  の項は squirmer の存在によって生じる応力を決めるが,  $n \geq 3$  の項は, 泳動速度, および応力に影響を与えないので, 式 (1) は, 式 (2) の様に簡略化できる.

$$\mathbf{u}^s = B_1 \left( \sin \theta + \frac{\alpha}{2} \sin 2\theta \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (2)$$

ここで,  $B_1$  はマイクロスイマーの進行速度の大きさ ( $U = 2/3 B_1$ ) を与え,  $\alpha = B_2/B_1$  はその符号によりスイマーの種類を表す定数となる.  $\alpha > 0$  を Puller 型,  $\alpha = 0$  を Neutral 型,  $\alpha < 0$  を Pusher 型と呼ぶ. Puller 型は, 周辺流体に収縮流を生成し, Pusher 型は伸長流を生成する.

Fig. 1 Squirmer モデルにおける Pusher 型, Neutral 型, Puller 型の概略図

## 1.2 Smoothed Profile Method

固液二相シミュレーションにおいて, 固体-液体の移動境界の取り扱いは非常に重要である. 今回のシミュレーションでは, 物理量とは異なる識別関数を導入し, 仮想流体領域を考える Smoothed Profile Method (SPM)<sup>[2]</sup>を用いた. SPM では, 流体と粒子の界面に Fig.1.2 のような界面関数  $\phi$  を導入する. この界面関数は, 流体領域で  $\phi = 0$ , 粒子領域で  $\phi = 1$  をとり, 幅  $\xi$  の界面領域では滑らかに変化する連続関数である. 界面関数の導入により, 境界条件を解く必要がなくなり, 以下で説明する Navier-Stokes 方程式, および運動方程式を直接数値計算によって解くことが可能となる.

Fig. 2 SPM の界面関数

## 1.3 支配方程式

本研究では, 流体の運動を非圧縮条件の Navier-Stokes 方程式, マイクロスイマーの運動を Newton 方程式, および Euler 方程式を用いて解いた.

### 1.3.1 Navier-Stokes 方程式

$$\rho_f(\partial_t + \mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho_f(\phi \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_{sq} + \mathbf{f}_s) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

ここで,  $t$  は時間,  $\rho_f$  は流体の質量密度,  $\boldsymbol{\sigma}$  は流体の応力テンソル,  $\phi \mathbf{f}_p$  は粒子の剛直性を保証する体積力,  $\mathbf{f}_{sq}$  は流体と粒子間の速度差を生じる力,  $\mathbf{f}_s$  はジグザグ流を生じる力である. ジグザグ流とは, Fig.1.3.1 のような速度プロファイルで表される流体の流れである.

Fig. 3 ジグザグ流

ここで,  $\dot{\gamma}$  はせん断速度,  $y$  は  $y$  座標の値,  $L_y$  は  $y$  軸方向の系の大きさである. この流れは,  $L_y \rightarrow \infty$  のとき, 厳密に Couette 流とみなすことができる.

### 1.3.2 運動方程式

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \mathbf{V}_i \quad (5)$$

$$M_p \dot{\mathbf{V}}_i = \mathbf{F}_i^H \quad (6)$$

$$\mathbf{I}_p \cdot \dot{\boldsymbol{\Omega}}_i = \mathbf{N}_i^H + \mathbf{N}_i^{\text{b.h.}} \quad (7)$$

ここで,  $\mathbf{F}_i^H$  は流体から受ける力,  $\mathbf{N}_i^H$  は流体から受けるトルク,  $\mathbf{N}_i^{\text{b.h.}}$  は bottom heavy 性によるトルクである.  $M_p$  は粒子の質量,  $\mathbf{I}_p$  は慣性モーメント,  $\mathbf{R}_i$  は粒子の位置,  $\mathbf{V}_i$  は粒子の速度,  $\boldsymbol{\Omega}_i$  は粒子の角速度である.

Fig. 4 bottom heavy 性を有する squirmer

Fig.?? のように表される squirmer について, bottom heavy 性によるトルクは式 (8) で計算される.

$$\mathbf{N}^{\text{b.h.}} = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho h \mathbf{e} \times \mathbf{g} \quad (8)$$

ここで,  $a$  は粒子の半径,  $\rho$  は粒子の密度,  $h$  は球の中心と粒子の重心との距離,  $\mathbf{e}$  は粒子の方向ベクトル,  $\mathbf{g}$  は重力ベクトルである.

### 1.3.3 異方性の導入

本研究では, bottom heavy 性を squirmer に付加することで, squirmer の進行方向に異方性を与えた. その原理について述べる. 周辺流体に流れを生じさせる, Pusher 型/Puller 型の squirmer の進行方向が鉛直上向きからずれた場合, Fig.1.3.3 のように擬似的なせん断流を考えることができる.

Fig. 5 squirmer の存在による応力

粒子が存在することによって生じる応力は式 (9) のように表される  $\square$ .

$$\Sigma^p = \frac{1}{V} \sum S \quad (9)$$

ここで,  $V$  は系の体積,  $S$  は単体粒子による応力である. 系に存在するのが単体の squirmer のみの場合, その応力は式 (10) により計算される  $\square$ .

$$S = \frac{4}{3} \pi a^2 (3ee - I) B_2 \quad (10)$$

ここで,  $a$  は squirmer の半径,  $e$  は squirmer の方向ベクトル,  $I$  は単位行列である. したがって, これらの 2 式から, squirmer 単体が存在することで生じる応力の  $xy$  成分は,

$$\Sigma_{xy}^p = \frac{4\pi a^2 B_2}{V} e_x e_y \quad (11)$$

と表される. ここで,  $e_i$  は squirmer の方向ベクトルの  $i$  成分である. この応力は, 粒子の進行方向により, Fig.1.3.3 のように表される. グラフから, 粒子が定常的に回転している場合, この応力の影響はプラスとマイナスで打ち消されると考えられる.

Fig. 6  $\Sigma_{xy}^p$  と粒子の進行方向の関係

ここで, bottom heavy 性によるトルクの影響を考える. 流体から受けるトルクと bottom heavy 性によるトルクの大小関係から, 粒子の回転が制限され, 粒子の進行方向がいずれかの進行方向に固定された結果, 応力に影響を与えられと考えられる. 例えば,  $B_2$  の値が正である Puller 型の場合, その進行方向が  $0 \sim \pi/2$  の間に固定された場合, 応力を大きくする方向に影響を与えられと考えられる.

Fig. 7 粒子の進行方向が応力の大きさに与える影響

本研究では,  $xy$  平面上を  $x$  軸方向に流体の流れを生じさせ,  $y$  軸方向に重力をかけた.