

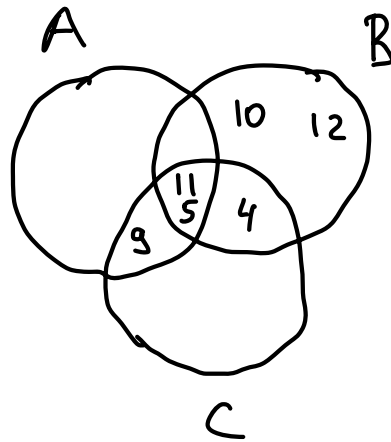
# Множества Тест

№1

$$A = \{5, 9, 11\}$$

$$B = \{4, 5, 10, 11, 12\}$$

$$C = \{4, 5, 9, 11\}$$



a)  $A \subseteq C$  **правда**

б)  $B \cap C = \{4, 5, 11\} \neq \emptyset$  **не правда**

в)  $|C| = 4$

$$|B| = 5$$

$$|A| = 3$$

**не правда**

г)  $|2^B| = 2^{|B|} = 2^5 = 32 \neq 16$  **не правда**

д)  $|A \cup B| = |\{4, 5, 9, 10, 11, 12\}| = 6$  **правда**

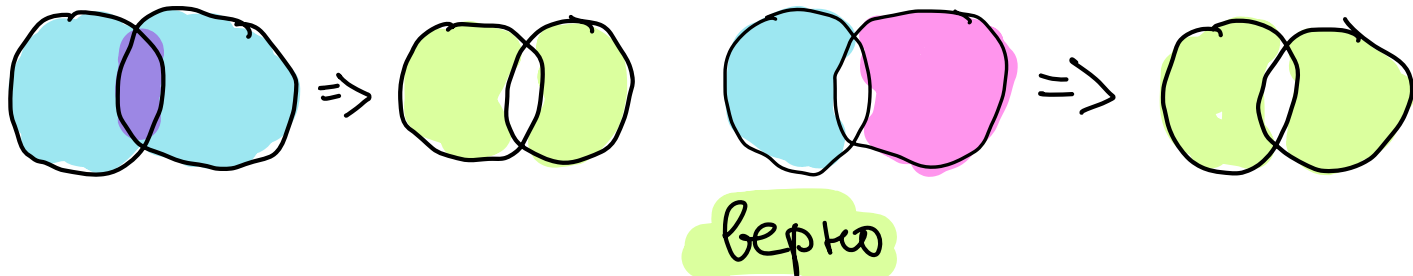
е)  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{9, 4, 10, 11, 12\}$

**не правда**

ж)  $|A \times C| = |A| \cdot |C| = 3 \cdot 4 = 12$  **правда**

№2

$$a) (A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$



можно было проверить равенства рисунки Эйлера

$$b) (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

→  $x \in (A \cap B) \cup C$  тогда

либо  $x \in A \cap B$  либо  $x \in C$

⇓

$x \in A$  и  $x \in B$  либо  $x \in C$

$x \in A \cup C$  и  $x \in B \cup C$

значит  $x \in (A \cup C) \cap (B \cup C)$

$$(A \cap B) \cup C \subseteq (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

← Обратное включение

$y \in (A \cup C) \cap (B \cup C)$  тогда  $y \in A \cup C$  и  $y \in B \cup C$

Если  $y \in C$  тогда  $y \in (A \cap B) \cup C$

Если  $y \notin C$  Тогда он должен быть в  $A \cup C$  и  $B \cup C$   
но не в  $C$  т.е. он в  $A \cap B$ .

Выводит, что  $y \in (A \cap B) \cup C$

$$(A \cup C) \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup C$$

мы доказали что  $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$  и  $\tilde{B} \subseteq \tilde{A}$ , значит  
 $\tilde{A} = \tilde{B}$ . **верно**

можно было строить логические рассужде-  
ния про элементы множеств

$$b) \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

$$A = \{2, 3\} \quad \chi_A(3) = 1 \quad \chi_A(42) = 0$$

сб-ва:

$$\chi_{A \cap B}(x) = \chi_A(x) \cdot \chi_B(x)$$

$$\chi_{\bar{A}}(x) = 1 - \chi_A(x)$$

$$\chi_{A \cup B}(x) = \chi_A(x) + \chi_B(x) - \chi_{A \cap B}(x)$$

$$\chi_{A \setminus B}(x) = \chi_A(x) - \chi_A(x) \cdot \chi_B(x)$$

просто индикатор  
принадлежности  
элемента  
множеству

Работа с характеристическими функциями  
это то же самое, что и логические  
рассуждения из прошлого пункта  
 $\Rightarrow$  можно проверить через них

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B \quad \text{неверно}$$

$$\chi_{(A \cup B) \setminus C} = \chi_{(A \cup B)} - \chi_{A \cup B} \cdot \chi_C = ???$$

$$= \chi_A + \chi_B - \chi_A \cdot \chi_B - \chi_C \chi_A - \chi_B \chi_C + \chi_A \chi_B \chi_C$$

$$\chi_{(A \setminus C) \cup B} = \chi_{A \setminus C} + \chi_B - \chi_{(A \setminus C) \cap B} =$$

$$= \chi_A - \chi_A \cdot \chi_C + \chi_B - \chi_{A \setminus C} \cdot \chi_B =$$

$$= \chi_A - \chi_A \cdot \chi_C + \chi_B - (\chi_A - \chi_A \cdot \chi_C) \cdot \chi_B =$$

$$= \chi_A - \chi_A \chi_C + \chi_B - \chi_A \chi_B + \chi_A \chi_C \chi_B$$

Раскрыв все скобки, хар. функции разные  
 $\Rightarrow$  равенство не выполняется.

$$2) (A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap B$$

$$\chi_{(A \cap B) \setminus C} = \chi_{A \cap B} - \chi_{A \cap B} \cdot \chi_C = \chi_A \chi_B - \chi_A \chi_B \chi_C$$

$$\chi_{(A \setminus C) \cap B} = \chi_{A \setminus C} \cdot \chi_B = \chi_B (\chi_A - \chi_A \chi_C) =$$

$$\text{верно} = \chi_A \chi_B - \chi_A \chi_B \chi_C$$

$$8) A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

$$\chi_{A \setminus (B \cap C)} = \chi_A - \chi_A \cdot \chi_{B \cap C} = \chi_A - \chi_A \chi_B \chi_C$$

$$\chi_{(A \setminus B) \cup (A \setminus C)} = \chi_{A \setminus B} + \chi_{A \setminus C} - \chi_{A \setminus B} \cdot \chi_{A \setminus C} =$$

$$= \chi_A - \chi_A \chi_B + \chi_A - \chi_A \chi_C -$$

$$\chi_A^2 = \chi_A$$

$$- (\chi_A - \chi_A \chi_B) (\chi_A - \chi_A \chi_C) =$$

$$= \chi_A - \cancel{\chi_A \chi_B} + \cancel{\chi_A} - \cancel{\chi_A \chi_C} - \cancel{\chi_A} + \cancel{\chi_A \chi_C} + \cancel{\chi_A \chi_B} -$$

$$- \chi_A \chi_B \chi_C$$

верно

Ответ: неверен только пункт в)

№3

$C$  - есть работа       $C^*$  - нет работы

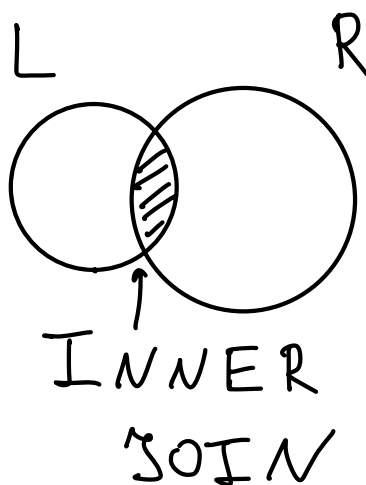
$B \cap C^*$  - закончил магистратуру  $\oplus$  безработный

$A \cup (B \cap C^*)$  - либо старше 25 либо безработ.  
магистр

Ответ: 6)

№4

$L, R$  - указательные  
индексы  
в рамках  
каждой из  
таблиц



$|L \cap R|$  - мощность

№5

a) NULL OR FALSE

TRUE

FALSE

= TRUE

= FALSE

невозможно быть одновременно  $\Rightarrow$  NULL

8) NULL AND FALSE

TRUE

= FALSE

FALSE

= FALSE

При любой настройке ответ отриц  $\Rightarrow$  FALSE

8) NULL AND TRUE

TRUE

= TRUE

FALSE

= FALSE  $\Rightarrow$  NULL

2) NULL OR TRUE

TRUE

= TRUE  $\Rightarrow$  TRUE

FALSE

= TRUE

Ответ: 8), 2)

№6

Задание доказать

№7

$$|L_2 \times R_2| = 10 \cdot 20 = 200$$

JOIN будет вернуть декартово произведение строк

№8

№9

$$\mathbb{Z} \sim \mathbb{N}$$

$$\mathbb{N}^4 \sim \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Q} \sim \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \sim \mathbb{N}^2 \sim \mathbb{N}$$

$$\mathbb{R} \not\sim \mathbb{N}$$

$$\mathbb{S} \not\sim \mathbb{N}, \quad \mathbb{S} = \{011001 \dots\}$$

$$[7; 15) \sim [7; 15] \sim [0; 1] \sim \mathbb{R} \not\sim \mathbb{N}$$

можно без  
изменения  
мощности  
добавить  $\emptyset$ .

можно  
сжать

$$x' = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$

можно сжать  
 $\mathbb{R}$

в лекции  
 $\arctg x$

$$[0; 1] \times [0; 1] \sim [0; 1]$$

есть в решении mistake

$[0; 1]$  - мн-во функций непрерыв. на  $[0; 1]$

$\sim [0; 1]$  есть в лекции

$$(0; +\infty) \sim (1; +\infty) \sim (0; 1) \sim [0; 1]$$

$$x \mapsto x+1$$

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

добавили  
для  $\emptyset$ .

было  
на лекции



$2^{\aleph} \sim S \sim \mathbb{R}$  было на лекции

мн-во периодических дробей счетно  
(см. меня стр. 16)

Итого:

$\aleph$	$\mathbb{R}$
$\mathbb{Z}$	$S'$
$\aleph^4$	$[7; 15)$
$\mathbb{Q}$	$[0; 1] \times [0; 1]$
перечисл. гроби	$C[0; 1]$
	$(0; +\infty)$
	$2^{\aleph}$

№ 10

см. скрип