בנוגע לsegment tree

- רצינו להסביר קצת יותר מה עלה בגורלה של D בתחרות מהבית – למה היא לא נכנסה עם סגמנט טרי.

בסה"כ יש מימוש יותר יעיל – עם מערך. הרעיון הוא שהשורש הוא האינדקס 1 (לא 0). כדי לגשת לבן הימני נלך ל $2 \cdot i + 1$ וכדי לגשת לזה השמאלי ניגש ל $2 \cdot i$. באופן זה – נצטרך לכל היותר $2 \cdot n$ צמתים כלומר מערך בגודל $2 \cdot n + 1$. למרות שבכל זאת - מקובל להגדיר $4 \cdot n$ למקרה ש...

למה זה יותר טוב? מבחינת מקום – במקום לשמור 6 שדות לכל צומת מבין $2n$ הצמתים – $12n$ מקום ל64 ביטים, נתחזק פשוט בזמן הריצה את l,r,m וברור שאם עושים אינדקסים אז לא צריך את המצביעים – רק הערך. סה"כ פי 6 פחות מקום, ועבור זמן יותר מהר (כי cache misses).

בקיצור – עדיף מערך (הרבה יותר קל גם לדבג).

נושא חדש ומסתורי

עץ לי כוח לבחור הזה

עצים

- סה"כ הם גרפים. לפעמים גם נציג אותם ככה.
- אבל הרבה פעמים אפשר להיות יותר יעילים ויותר חכמים עם עצים ולקבל אלגוריתמים מהירים.

בעיית חימום

- מהו הקוטר של עץ?

- כזכור, קוטר מוגדר בתור אורך המסלול הארוך ביותר בגרף

לכל מי שאמר n^2 התשובה היא לא

- קחו צומת שרירותי, נסמנו u. נבצע ריצת dfs ממנו ונלך לצומת הרחוק ביותר ממנו v.
- נבצע שוב dfs הפעם מv, והצומת הכי רחוק ממנו שנסמנו w , מקיים $d(v,w)$ שווה לקוטר העץ.

- חמוד לא?
- עצים זה אחלה.

הוכחה לשקף הקודם

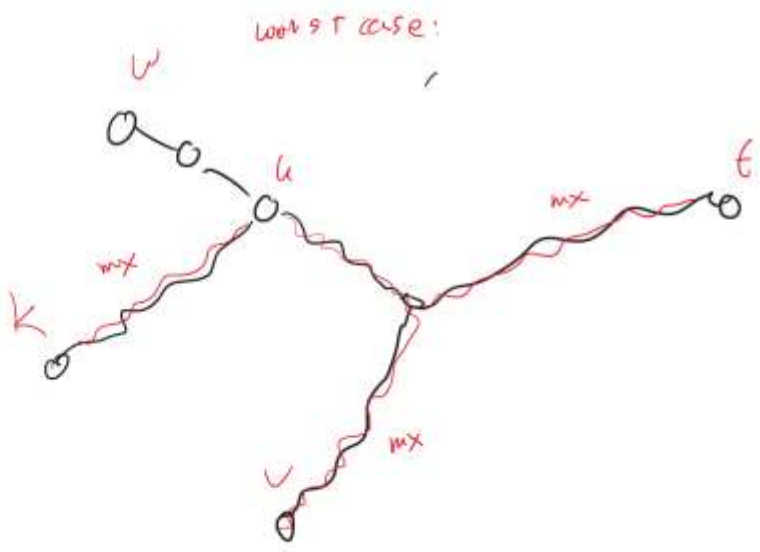
- נשריש את העץ בצומת שרירותי u. יהי v הצומת הכי עמוק בעץ המושרש T_u . נביט על T_v ובפרט על הצומת הכי מושרש בו, w . נשים לב כי v,w הם בהכרח עלים - למה?
- נניח בשלילה כי קיימים t,k שונים מ-v,w כך ש $d(t,k) > d(v,w)$

אז בוודאי $d(u,v) = d(u,t)$ או $d(u,k) = d(u,v)$, שכן אחרת

היה עדיף לבחור את v בתור אחד מt,k בסתירה לאופטימליות.

אותה טענה עובדת עבור v במקום u ו w במקום v.

במקרה הצורך נראה בכיתה הוכחה.



מצד שני

- אנחנו בתכנות תחרותי כאן, והבעיות הן קצת יותר מורכבות מזה, וספציפית בעצים צריך להיות מאוד יצירתיים.

- היום נראה לכם כמה דברים שאנחנו רוצים שתיקחו כרעיונות וקונספטים לחשוב עליהם – הם יפים מאוד.

בעיית מבני נתונים

- נרצה לקבל עץ מושרש, ולתמוך בשאילתות הבאות בזמן $O(\log n)$:
- תשנה את הערך של צומת s ל x .
- תחזיר את הסכום של הצמתים בתת העץ של s.

פתרון (זה ממש פשוט לא?)

- פשוט נקבל את העץ ונשמור שדה סכום של הבן השמאלי והבן הימני בכל צומת. אפשר לרוץ ע"י dfs ולעדכן את זה לא?

- אבל מה אם לצומת יש יותר משני בנים?
- אין בעיה תומר, פשוט נשמור שדה סכום של כולם, הסיבוכיות תהיה לעבור על השכנים של כל צומת כלומר

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2E = O(E)$$

שום בעיה !

פתרון (זה ממש פשוט לא?)

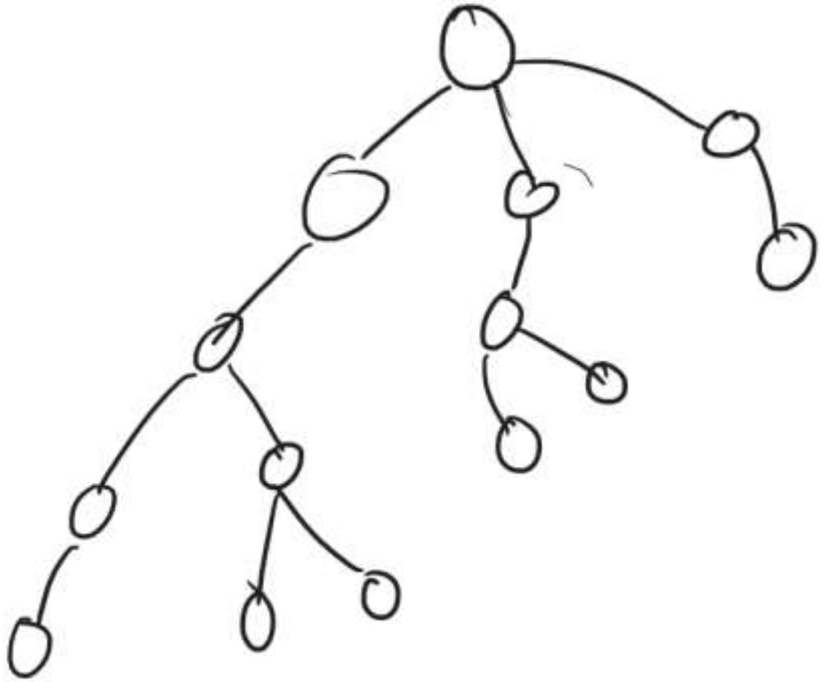
- אז האמת בעבור בניה לינארית זה עובד, אבל ברגע שצריך לעדכן אנחנו נצטרך ללכת לצומת מסוים, וממנו לאבא שלו בעץ המושרש וממנו לאבא שלו וכן הלאה.

- אבל מה הבעיה יש $O(\log n)$ אבות לא? זה ככה היה במבנים.

- אז האמת שלא בהכרח, אנחנו רוצים פתרון שיעבוד בזמן $O(\log n)$ גם עבור שרוך!

- איך נעשה זאת?

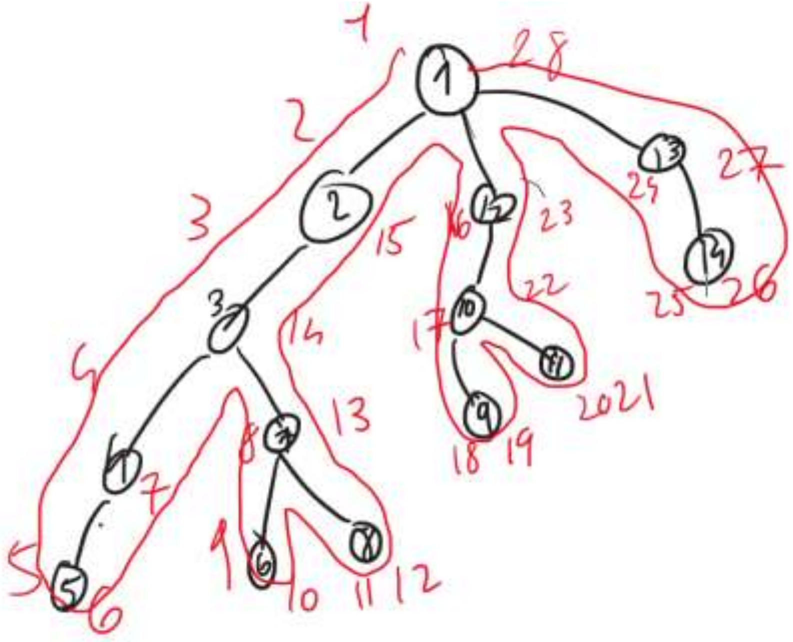
פתרון (זה ממש פשוט לא?) (לא נראה לי)



- הרעיון הוא כזה: נעבור על העץ בריצת dfs ונשמור זמני כניסה וזמני יציאה של כל צומת (בזוג מערכים).

כעת אלך למחשב ואציג איך עושים

פתרון (זה ממש פשוט לא?) (לא נראה לי)



- הרעיון הוא כזה: נעבור על העץ בריצת dfs ונשמור זמני כניסה וזמני יציאה של כל צומת (בזוג מערכים).

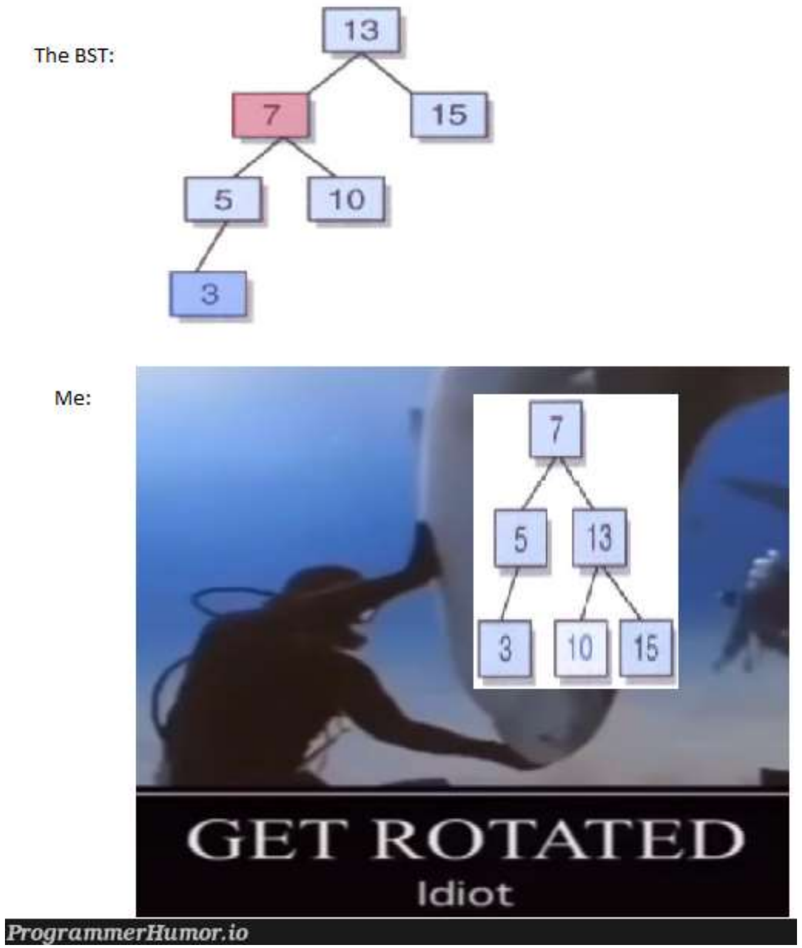
התוצאה:

מעבר אוילר

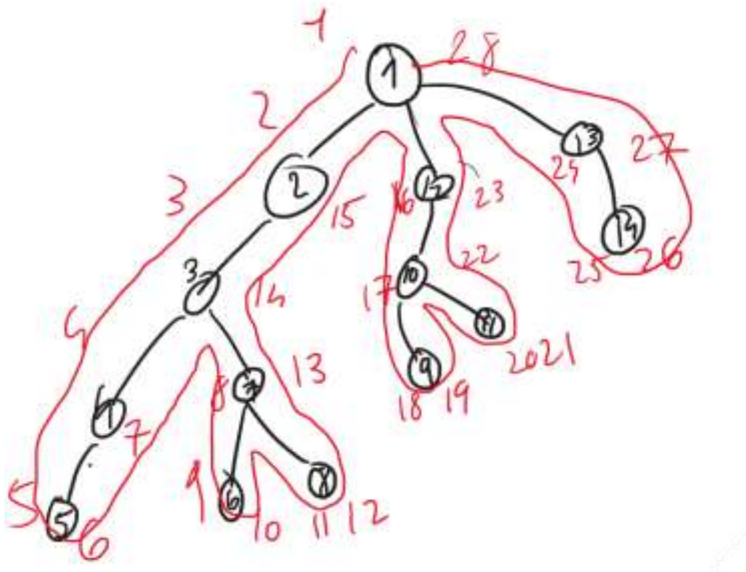
Segment Tree

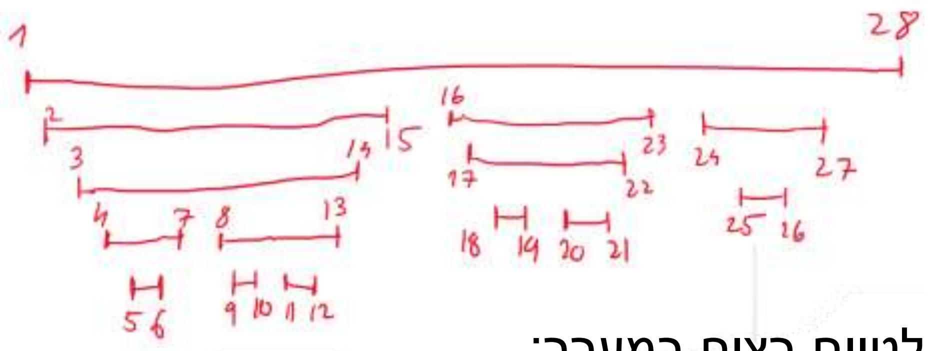
הרעיון

- נשים לב שכל צומת הופך לטווח רציף במערך:
- אוי רגע, לא שוב



הרעיון





- נשים לב שכל צומת הופך לטווח רציף במערך:
- הנה ככה, כמו למעלה
- שימו לב בנוסף שעבור אבא u ובן v הטווח של v מוכל בטווח של u !

- אם כך נוכל לשמור את האינדקסים הללו, כל אחד לאינדקס התחלה ולאינדקס סיום שלו, ובאופן זה להמיר את הבעיה לשאלה של סכום בטווח – וזה אנחנו יודעים לעשות !
- נוכל לתחזק סגמנט טרי / פנוויק טרי, באופן זה להיות מסוגלים לשנות ערך ע"י לשנות את הקצוות, ולשאול תת עץ ע"י לשאול טווח ולחלק ב-2 (כי כל איבר מופיע פעמיים).

בעצם יש 3 רעיונות מרכזיים בעצים

- להשריש את העץ ולעשות dfs .
- לתרגם אותו עם מעבר אוילרי לשאילתות טווחים
- הרמה בינארית (binary lifting) – נראה לאחר מצגת זו.

הפסקה של 10 דקות

לפני ההפסקה דיברנו על

- מעבר אוילר ותרגום של עץ למערך
- השרשת העץ בצומת שרירותי

בואו נפתור שאלה בסיפי

- ארץ הפרות היא פארק שעשועים מיוחד לפרות, שבו הן מסתובבות, אוכלות עשב טעים, ומבקרות באטרקציות שונות (הרולר־קאו־סטר פופולרי במיוחד).
- בפארק יש סך הכול N אטרקציות שונות, וזוגות מסוימים של אטרקציות מחוברים ביניהם בשבילי הליכה, סך הכול $N-1$ שבילים, כך שקיימת מסילה יחידה (מסלול יחיד של שבילים) בין כל שתי אטרקציות בפארק.

בואו נפתור שאלה בסיפי

- לכל אטרקציה i יש ערך הנאה שלם e_i, אשר עשוי להשתנות לאורך היום — יש אטרקציות אטרקטיביות יותר בבוקר ואחרות אחר הצהריים.
- פרה שנוסעת מאטרקציה i לאטרקציה j עוברת בכל האטרקציות שעל המסלול מ-i עד j .
- באופן מעניין, סך כל ערך ההנאה של המסלול הזה נקבע לפי XOR של כל ערכי ההנאה לאורך המסלול, כולל של i ושל j. אנא עזרו לפרות לחשב את ערכי ההנאה של המסלולים שהן מתכננות להשתמש בהם במהלך הטיול הבא לארץ הפרות.