Національний технічний університет України «КПІ»

Інститут прикладного системного аналізу

Кафедра Системного проектування

Лабораторна робота №11

«Багатокрокові методи Адамса- Мултона рішення задачі Коші для звичайних диференційних рівнянь»

Виконав:
студент групи ДА-72
Кондратюк Тарас
Варіант № 15

Київ – 2019

Мета роботи: отримання практичних навичок в чисельному інтегруванні звичайних диференційних рівнянь явними і неявними методами Адамса, дослідження впливу значення кроку обчислень на точність і збіжність рішення. Визначення можливості застосування засобів стандартних пакетів для отримання результатів.

15	$y/(1-t^2)$	0	0.5	1

Рішення заданого диференційного рівняння методом прогнозу і корекції.

```
f[t_, y_] := y / (1 - t^2);
m = 10; t0 = 0; tm = 0.5; h = (tm - t0) / m;
U = Array[u, {m + 1}, {0}];
u[0] = 1;
u[1] = 1.05263;
u[2] = 1.05527;
u[3] = 1.11669;
bp = {8 / 3, -4 / 3, 8 / 3};
bc = {1 / 3, 4 / 3, 1 / 3};
Do[
  u[i + 1] = u[i - 3] + h * Sum[bp[[j + 1]] * f[t0 + h * (i - j), u[i - j]], {j, 0, 2, 1}];
  u[i + 1] = u[i - 1] + h * Sum[bc[[j + 2]] * f[t0 + h (i - j), u[i - j]], {j, -1, 1, 1}],
  {i, 3, m}];
TM = Table[{t0 + (i - 1) * h, u[i - 1]}, {i, m + 1}]
TableForm[TM, TableHeadings -> {Automatic, {"t", "u"}}]

{{0., 1}, {0.05, 1.05263}, {0.1, 1.05527},
 {0.15, 1.11669}, {0.2, 1.16491}, {0.25, 1.22925}, {0.3, 1.27979},
 {0.35, 1.34576}, {0.4, 1.3975}, {0.45, 1.46314}, {0.5, 1.51379}}
```

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.05263
3	0.1	1.05527
4	0.15	1.11669
5	0.2	1.16491
6	0.25	1.22925
7	0.3	1.27979
8	0.35	1.34576
9	0.4	1.3975
10	0.45	1.46314
11	0.5	1.51379

Рішення заданого диференційного рівняння явним методом Адамса-Башфорта четвертого порядку

```
f[t_, y_] := y / (1 - t^2);
m = 10; t0 = 0; tm = 0.5; h = (tm - t0) / m;
b = {55 / 24, -59 / 24, 37 / 24, -9 / 24};
U = Array[u, m + 1, 0];
Do[u[i + 1] = u[i] + h * Sum[b[[j]] * f[t0 + h * (i + 1 - j), u[i + 1 - j]], {j, 1, 4}],
  {i, 3, m}];
TA = Table[{t0 + (i - 1) * h, u[i - 1]}, {i, 10}]
TableForm[TA, TableHeadings → {Automatic, {"t", "u"}}]
```

```
{{0., 1}, {0.05, 1.09487}, {0.1, 1.1792}, {0.15, 1.25307}, {0.2, 1.31536},
 {0.25, 1.379}, {0.3, 1.44446}, {0.35, 1.51053}, {0.4, 1.57682}, {0.45, 1.64275}}
```

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.09487
3	0.1	1.1792
4	0.15	1.25307
5	0.2	1.31536
6	0.25	1.379
7	0.3	1.44446
8	0.35	1.51053
9	0.4	1.57682
10	0.45	1.64275
11	0.5	1.70758

Рішення заданого диференційного рівняння лінійним багатокроковим різницевим методом третього порядку.

```
f[t_, y_] := y / (1 - t^2);
m = 10; t0 = 0; tm = 0.5;
U = Array[u, {m + 1}, {0}];
u[0] = 1;
u[1] = 1.09487;
u[2] = 1.1792;
u[3] = 1.25307;
h = 0.1;
Do[
  u[i + 1] = 5 u[i - 1] - 4 u[i] + 2 h * (f[t0 + h * (i - 1), u[i - 1]] + 2 f[t0 + h * i, u[i]]),
  {i, 3, m}];
```

```
TA = Table[{t0 + (i - 1) * h, u[i - 1]}, {i, m}]
TableForm[TA, TableHeadings → {Automatic, {"t", "u"}}]
```

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.09487
3	0.1	1.1792
4	0.15	1.25307
5	0.2	1.24544
6	0.25	1.64522
7	0.3	0.0743506
8	0.35	8.09646
9	0.4	-30.5864
10	0.45	158.4
11	0.5	-763.835

Рішення заданої системи диференційних рівнянь методом Адамса-Башфорта четвертого порядку (значення кроку h_max).

```
f[t_, y_] := y / (1 - t^2);
m = 10; t0 = 0; tm = 1; h = 0.3;
b = {55 / 24, -59 / 24, 37 / 24, -9 / 24};
V = Array[v, m + 1, 0];
v[0] = 1;
v[1] = 1.25307;
v[2] = 1.41822;
v[3] = 1.51793;
Do[v[i + 1] = v[i] + h * Sum[b[[j]] * f[t0 + h * (i + 1 - j), v[i + 1 - j]], {j, 1, 4}],
  {i, 3, m}];
TA = Table[{t0 + (i - 1) * h, v[i - 1]}, {i, m}]
TableForm[TA, TableHeadings -> {Automatic, {"t", "v"}}]

{{0., 1}, {0.3, 1.25307}, {0.6, 1.41822},
 {0.9, 1.51793}, {1.2, 1.4617}, {1.5, 1.09834}, {1.8, 0.660051},
 {2.1, 0.326206}, {2.4, 0.0892348}, {2.7, 0.0882241}}
```

eForm=

	t	v
1	0.	1
2	0.3	1.25307
3	0.6	1.41822
4	0.9	1.51793
5	1.2	1.4617
6	1.5	1.09834
7	1.8	0.660051
8	2.1	0.326206
9	2.4	0.0892348
10	2.7	0.0882241

Рішення заданого диференційного рівняння вкладеним явним методом Адамса за допомогою стандартних операторів.

```
Clear[y, t];
s = NDSolve[{y'[t] == y[t] / (1 - t^2), y[0] == 1}, y, {t, 0, 0.5}, Method -> "Adams"]
```

```
{{y → InterpolatingFunction[ Domain: {{0., 0.5}}
                             Output: scalar ]}}
```

```
y[t_] = y[t] /. sol
```

```
{InterpolatingFunction[ Domain: {{0., 3.}}
                        Output: scalar ][t]}
```

```
y[0.4]
```

```
{1.46034}
```

```
y[0.8]
```

```
{1.87636}
```

```
y[0.9]
```

```
{1.929}
```

Висновок

При виконанні лабораторної роботи, був досліджений принцип дії явних та неявних методів Адамса.

Зменшення кроку обчислень збільшує точність розрахунків, проте їх кількість також (що доцільно використовувати на більш потужних ЕВМ, які використовуються для розв’язання задач, що потребують точних результатів).

Багатокрокові методи менш стійкі, ніж однокрокові. Так, наприклад, різницевий метод почав видавати далекі від дійсних корені після п’ятої ітерації

Багатокрокові методи, у порівнянні з однокроковими, менш стійкі і більш обмежені, більш залежні від кроку обчислень.

Метод прогнозу і корекції

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.05263
3	0.1	1.05527
4	0.15	1.11669
5	0.2	1.16491
6	0.25	1.22925
7	0.3	1.27979
8	0.35	1.34576
9	0.4	1.3975
10	0.45	1.46314
11	0.5	1.51379

методом Адамса-Башфорта четвертого порядку

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.09487
3	0.1	1.1792
4	0.15	1.25307
5	0.2	1.31536
6	0.25	1.379
7	0.3	1.44446
8	0.35	1.51053
9	0.4	1.57682
10	0.45	1.64275
11	0.5	1.70758

Різницевий метод

	t	u
1	0.	1
2	0.05	1.09487
3	0.1	1.1792
4	0.15	1.25307
5	0.2	1.24544
6	0.25	1.64522
7	0.3	0.0743506
8	0.35	8.09646
9	0.4	-30.5864
10	0.45	158.4
11	0.5	-763.835

Кількість ітерацій	**Явний**	**Неявний**	**Прогнозу і корекції**
2	**1.09487**	**0**	**-0.04224**
3	**1.1792**	**0**	**-0.12393**
4	**1.25307**	**0**	**-0.13638**
5	**1.31536**	**-0,06992**	**-0.14322**
6	**1.379**	**-0,64143**	**-0.14867**
7	**1.44446**	**+1.37011**	**-0.15092**
8	**1.51053**	**+6.5**	**-0.17423**
9	**1.57682**	**-28.5**	**-0.18345**
10	**1.64275**	**+157**	**-0.18835**

11	**1.70758**	**-762**	**-0.19019**