МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
„ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ”

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

з курсу: „*Чисельні методи*”

на тему: „*Методи чисельного рішення розріджених і великих систем лінійних рівнянь”*

виконав: студент ІІ курсу
групи ДА-72
Кондратюк Т.Є.

КИЇВ
2018

Мета роботи: придбання практичних навичок в чисельному рішенні систем лінійних рівнянь з стрічковими матрицями і рішення великих розріджених систем рівнянь методом визначальних величин. Визначення можливості застосування засобів стандартних пакетів для отримання результатів.

Варіант:15

15	3	4	2	-6, -9, -5, 3, 9, 7

Порядок виконання роботи

1. Вибрати варіант завдання згідно номера вашого прізвища у списку групи.

2. Запрограмувати на мові пакету Mathematica рішення заданої системи рівнянь шостого порядку методом спрощеного LU–розкладу (5.1)-(5.3).і впевнетися, що ненульова структура розрідженої матриці не змінються.

3. Корстуючись програмою на мові пакету Mathematica з прикладу 5.2 вирішити ту ж систему рівнянь шостого порпядку і порівняти результати з отриманими в пункті 2.

4. Користуючись стандартними операторами пакету Mathematica для формул метода прогонки (5.4)-(5.7), знайти рішення заданої системи рівнянь шостого порпядку методом прогонки і порівняти результати з отриманими в пункті 3.

5. Привести задану систему рівнянь до блочно-діагональної тформи по аналогії з прикладом 5.2 і знайти визначальні величини для вашого прикладу.

6. Користуючись стандартними операторами пакету Mathematica, знайти рішення тсистеми рівнянь шостого порпядку методом визначальних величин (5.8)-(5.11) і порівняти результати з отриманими в пункті 3.

7. Користуючись стандартними операторами пакету Mathematica, знайти рішення заданої системи рівнянь.

8. Скласти звіт з отриманих результатів і математичних формул використаних методів по кожному пункту завдання.

Виконання завдання

5.1. Рішення заданої системи рівнянь шостого порядку методом спрощеного LU–розкладу.

Введемо початкові значення:

```
a = {4, 4, 4, 4, 4, 4};
b = {0, 3, 3, 3, 3, 3};
c = {2, 2, 2, 2, 2, 0};
d = {-6, -9, -5, 3, 9, 7};
x0 = {x1, x2, x3, x4, x5, x6};
n = 6;
A = Table[If[i == j + 1, b[[i]], If[i == j - 1, c[[i]], If[i == j, a[[i]], 0]]], {i, n}, {j, n}];
    табл···  умовний оператор      умовний оператор      умовний оператор
Print[MatrixForm[A], MatrixForm[x0], "=", MatrixForm[d]]
надр···  матрична форма  матрична форма      матрична форма
```

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \\ -5 \\ 3 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Знайдемо розв'язок системи:

```
L = Table[If[i == j + 1, (b[[i]] / a[[j]]), If[i == j, 1, If[i ≠ j && i ≠ j + 1, 0]]], {i, n}, {j, n}];
    табл···  умовний оператор                умовний опе···  умовний оператор

U = Table[If[i == j && j ≠ 1, (a[[j]] - L[[i, j - 1]] * c[[j - 1]]), If[i == j && j == 1, a[[1]], If[i == j - 1,
    табл···  умовний оператор                                     умовний оператор              умовний оператор
      c[[i]], If[i ≠ j && i ≠ j - 1, 0]]]], {i, n}, {j, n}];
              умовний оператор

y0[1] = d[[1]];
For[k = 2, k ≤ n, k++, y0[k] = d[[k]] - L[[k, k - 1]] * y0[k - 1]];
цикл ДЛЯ

F0 = Array[f0, n];
     масив
f0[n] = y0[n] / U[[n, n]];
For[k = n - 1, k > 0, k--, f0[k] = (y0[k] - f0[k + 1] * U[[k, k + 1]]) / U[[k, k]]];
цикл ДЛЯ
Print[MatrixForm[F0]]
надр···  матрична форма

  Print[MatrixForm[L]]
  надр···  матрична форма

 Print[MatrixForm[U]]
 надр···  матрична форма
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{2} & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Результат правильний

```
Print[MatrixForm[LinearSolve[A, d]]]
```

надр··· матрична ф··· розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.2. Метод прогонки.

Скористаємося методом прогонки, для даної СЛАР:

```
W = Array[w, n];
      масив
V = Array[v, n];
      масив
w[1] = -c ([[1]] / a[[1]]);
v[1] = d[[1]] / a[[1]];
Do[w[i] = - (c[[i]] / b[[i]] * w[i - 1] + a[[i]]);
оператор циклу
   v[i] = (d[[i]] - b[[i]] * v[i - 1]) / (b[[i]] * w[i - 1] + a[[i]]), {i, 2, n}];
X = Array[x, n];
      масив
x[n] = v[n];
For[i = (n - 1), i > 0, i--, x[i] = w[i] * x[i + 1] + v[i]]
цикл ДЛЯ
Table[x[i], {i, 5}]
таблиця значень
```

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Як бачимо відповіді сходяться.

5.3. Метод визначальних величин.

In[91]:=

```
a = {4, 4, 4, 4, 4, 4};
b = {0, 3, 3, 3, 3, 3};
c = {2, 2, 2, 2, 0, 0};
e = {2, 2, 2, 2, 2, 0};
f = {0, 0, 0, 0, 2, 4};
d = {-6, -9, -5, 3, 9, 7};
x0 = {x1, x2, x3, x4, x5, x6};
n = 6;
A = Table[If[i == j + 1, b[[i]], If[i == j - 1, c[[i]], If[i == j, a[[i]], 0]]], {i, n}, {j, n}];
    |табл··· |умовний оператор     |умовний оператор     |умовний оператор
Print[MatrixForm[A], MatrixForm[x0], "=", MatrixForm[d]]
|надр··· |матрична форма  |матрична форма        |матрична форма
M = Table[If[i == j + 1, b[[i]], If[i == j - 1, e[[i]], If[i == j, a[[i]], 0]]], {i, n}, {j, n}];
    |табл··· |умовний оператор     |умовний оператор     |умовний оператор
Print[MatrixForm[M], MatrixForm[x0], "=", MatrixForm[d]]
|надр··· |матрична форма  |матрична форма        |матрична форма
X = LinearSolve[A, d]
    |розв'язати систему лінійних рівнянь
X[[6]]
X1 = LinearSolve[A, f]
     |розв'язати систему лінійних рівнянь
X1[[6]]
x16 = X[[6]] / X1[[6]]
```

Out[103]= $\left\{-\frac{7}{5}, -\frac{1}{5}, -2, \frac{9}{5}, \frac{9}{10}, \frac{43}{40}\right\}$

Out[104]= $\frac{43}{40}$

Out[105]= $\left\{-\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, -1, \frac{4}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{43}{40}\right\}$

Out[106]= $\frac{43}{40}$

Out[107]= 1

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \\ -5 \\ 3 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \\ -5 \\ 3 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$$

X6 =1, далі знаходимо всі інші невідомі, систему розв’язано.

Використаємо функцію SparseArray

```
In[108]:= s = SparseArray[{1, 1} → 4, {2, 2} → 4, {3, 3} → 4, {4, 4} → 4, {5, 5} → 4, {6, 6} → 4, {1, 2} → 2, {2, 3} → 2,
              |розріджений масив
              {3, 4} → 2, {4, 5} → 2, {5, 6} → 2, {2, 1} → 3, {3, 2} → 3, {4, 3} → 3, {5, 4} → 3, {6, 5} → 3];
          d = {-6, -9, -5, 3, 9, 7};
          M = Normal[s];
              |нормальний вираз
          X = LinearSolve[M, d]
              |розв'язати систему лінійних рівнянь

          ··· SparseArray: SparseArray called with 16 arguments; between 1 and 4 arguments are expected.

Out[111]= LinearSolve[SparseArray[{1, 1} → 4, {2, 2} → 4, {3, 3} → 4, {4, 4} → 4, {5, 5} → 4, {6, 6} → 4, {1, 2} → 2, {2, 3} → 2,
             {3, 4} → 2, {4, 5} → 2, {5, 6} → 2, {2, 1} → 3, {3, 2} → 3, {4, 3} → 3, {5, 4} → 3, {6, 5} → 3], {-6, -9, -5, 3, 9, 7}]
```

Функція не приймає більше 4х аргументів

Висновок

У даній лабораторній роботі було розглянуто основні методи розв'язку великих розріджених лінійних систем рівнянь(на прикладі матриці 6x6) :
метод спрощеного LU- розкладу, метод прогонки та метод визначальних величин. Всі методи дали однакові результати -- {-1,-1,-1,1,1,1}