

Solució al problema 6 I

- ① Aplicant el teorema de Gerschgorin tenim que els valors propis estan en els discs:

$$D_1(2), \quad D_8(2), \quad D_{-2}(2).$$

El disc $D_8(2)$ no té intersecció amb els altres discs. Per tant, hi ha un únic valor propi, que necessàriament ha de ser real, i que té el mòdul màxim.

- ② Usant el mètode de la potència obtenim un valor propi i el seu corresponent vector propi:

$$\lambda_1 \approx 8.187637313169,$$

$$v^T \approx (9.835340549 \cdot 10^{-2}, 9.912841992 \cdot 10^{-1}, -8.764841043 \cdot 10^{-2}).$$

Solució al problema 6 II

- ③ Notem que $\det A = 9$ i $\operatorname{tr} A = 5$. Per tant, si λ_2 i λ_3 són la resta de valors propis, tenim

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 9, \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 5.$$

Per tant, λ_2 i λ_3 són solucions de l'equació:

$$\lambda^2 - (5 - \lambda_1)\lambda + \frac{9}{\lambda_1} = 0.$$

Resolent l'equació obtenim que els altres valors propis són $-0.3933\dots$, $-2.7942517\dots$.

Una altra possibilitat és fer potència desplaçada, per exemple amb $\mu = 4$. Això ens dona el valor propi $-2.7942517\dots$.