

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

گزارش پروژه پایانی درس یادگیری ماشین پیشبینی بازار سهام با استفاده از مدلهای پنهان مارکوف

> استاد درس: دکتر احمدعلی آبین نام دانشجو: طراوت پارت

شماره دانشجویی: ۴۰۰۴۴۳۰۴۰

تابستان ۱۴۰۱

### مقدمه:

هدف این پروژه پیشبینی بازارهای مالی با استفاده از الگوریتمهای یادگیری ماشین است. با استفاده از مدلهای پنهان مارکوف می توان اتفاقاتی که با گذر زمان تغییر می کنند را مدل کرد. در این پروژه بهترین مدل پنهان مارکوف پیدا می شود و پارامترها طوری تنظیم می شوند که منجر به بهترین نتیجه شود. سپس خروجی حاصل از مدل پنهان مارکوف با خروجی حاصل از یک شبکه عصبی عمیق متشکل از لایههای LSTM مقایسه می شود. در نهایت مشاهده می شود که در این مسئله HMM خروجی بهتری نسبت به LSTM تولید می کند.

## تشريح الگوريتم HMM:

همانطور که در تمرین سری سوم بررسی شد، با استفاده از زنجیرههای مارکوف دادههایی که با گذر زمان تغییر میکنند مدل میشوند. مدل پنهان مارکوف دقیقا مانند فرآیند مارکوف است، با این تفاوت که فضای حالت در آن نامعلوم است. اما هر حالت با یک خروجی همراه است. اجزای سازنده ی یک مدل پنهان مارکوف به شرح زیر است:

- N: تعداد حالتهای پنهان.
  - M: تعداد مشاهدات.
- ماتریس احتمال گذر: یک ماتریس N×N است که هر المان آن احتمال انتقال از یک حالت به حالت دیگر را نشان میدهد.
  - ماتریس احتمال مشاهده: یک ماتریس M×M است که احتمال وقوع هر مشاهده در هر حالت را نشان میدهد.
  - بردار احتمال حالت اولیه: یک بردار با N المان است که احتمال بودن در هر حالت در زمان اولیه را نشان میدهد.

```
class HMM:
def __init__(self, num_states, observation_dim):

    self.num_states = num_states
    self.observation_dim = observation_dim
    self.A = np.random.uniform(0, 1, size=(num_states, num_states))
    self.B = np.random.uniform(0, 1, size=(num_states, observation_dim))
    self.pi = np.full((1, num_states), 1 / num_states)
```

مدل پنهان مارکوف در حل سه دسته کلی از مسائل کاربرد دارد: ارزیابی، رمزگشایی و آموزش. در ادامه هر کدام از مسائل شرح داده میشود.

ارزیابی (evaluation): احتمال وقوع یک دنباله از مشاهدات توسط ماشین چقدر است؟ برای حل این مسئله میتوان از روش forward یا backward استفاده کرد. هر دو روش ما را به جواب یکسان میرسانند.

مراحل روش forward: در این روش جدول آلفا ساخته می شود و  $lpha_t(i)$  ها محاسبه می شوند.  $lpha_t(i)$  نشان دهنده احتمال این است که  $lpha_t(i)$  تا ot را ببینیم و در لحظهی t در حالت S باشیم. مراحل پر کردن جدول آلفا به شرح زیر است.

و در حالت  $0_1$  اینکه در این مرحله ستون اول جدول آلفا پر میشود. احتمال اینکه در لحظه ی  $0_1$   $0_1$  را ببینیم و در حالت  $0_i$  باشیم محاسبه می شود:

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(o_1)$$

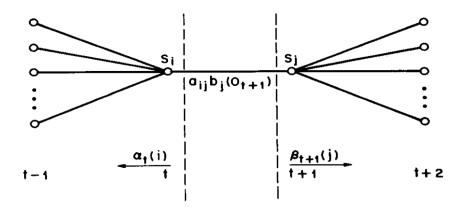
$$\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^{N} \alpha_t(i)a_{ij}\right] b_i(o_{t+1})$$

$$p(o|\lambda) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_{T}(i)$$

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j)$$

```
\frac{\det d decode (wif, whenevation): aux rows = solf, our states aux rows = solf, our rows
```

$$\varepsilon_t(i,j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = s_j | 0, \lambda)$$



$$\varepsilon_t(i,j) = \frac{\alpha_t(i) \times a_{ij} \times b_j(o_{t+1}) \times \beta_{t+1}(j)}{p(o|\lambda)}$$

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \varepsilon_t(i,j)$$

عبارت زیر نشان دهنده میانگین تعداد دفعاتی است که حالت S<sub>i</sub> ویزیت شده است یا به طور معادل تعداد گذرهایی است که از حال*ت S*اتفاق افتاده است.

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) = expected number of transitions from S_i$$

به طور مشابه رابطه زیر نشان دهنده تعداد میانگین دفعاتی است که از  $S_i$  وارد  $S_i$  میشویم.

$$\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j) = expected number of transitions from S_i to S_j$$

در نهایت با استفاده از فرمولهای زیر می توان پارامترهای مدل را تخمین زد.

$$\overline{a}_{ij} = \frac{expected \ number \ of \ transitions \ from \ S_i}{expected \ number \ of \ transitions \ from \ S_i \ to \ S_j} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \varepsilon_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i,j)}$$

 $\overline{b}_{j}(k) = \frac{expected \ number \ of \ transitions \ from \ S_{i} \ and \ observing \ symbol \ v_{k}}{expected \ number \ of \ transitions \ from \ S_{i}}$ 

اگر روابطه بالا را به دفعات تکرار کنیم، در نهایت به مدلی میرسیم که پارامترهای آن با احتمال زیادی مشاهدات مورد نظر ما را تولید کردهاند. پیاده سازی الگوریتم یادگیری baum-weltch در کلاس HMM قابل مشاهده است.

## توضيح HmmGMM:

در این پروژه برای پیادهسازی مدل پنهان مارکوف از کلاس HMMGMM موجود در کتابخانه hmmlearn استفاده شده است. دلیل استفاده از این مدل پیوسته بودن مقادیر مشاهدات(فیچرها) است. در HmmGMM احتمال وقوع مشاهدات با استفاده از تابع Gaussian mixture مدل می شوند. در واقع احتمال مشاهدهی Ot در زS از رابطهی زیر محاسبه می شود:

$$b_j(o_t) = \sum_{m=1}^{M} c_{jm} N(o_t, \mu_{jm}, \Sigma_{jm})$$

- m تعداد component ها در GMM است.
- است.  $c_{jm}$  وزن component شماره  $c_{jm}$
- میانگین component شماره m در ز $\mathsf{S}_\mathsf{j}$ است.  $\mu_{jm}$
- هماره  $S_{im}$  ماتریس کوواریانس component ماتریس کوواریانس  $\Sigma_{im}$
- احتمال مشاهدهی  $o_t$  توسط GMM شماره  $N(o_t,\mu_{im},\Sigma_{im})$   $\bullet$

$$o_t = (\frac{close-open}{open}, \frac{high-open}{open}, \frac{open-low}{open})$$

	:	ماده سازی دیتاست
شین است. در این پروژه همانند آنچه در مقاله <u>Stock Market</u>	همترین قدمهای انجام پروژه یادگیری مان	ست آوردن فیچرهای مناسب، از م
های زیر سا <b>خ</b> ته شد:	<u>Prediction Us</u> ذکر شده است، فیچره	ing Hidden Markov Mode
$o_t = (\frac{close - open}{c})$	$(\frac{high-open}{open}, \frac{open-low}{open})$	
open open	' open ' open '	
سهام در روز high ،t بیشترین ارزش و low کمترین ارزش روز t -		
، بعدی مدل مخفی مار کوف آموزش میبیند.	<i>ی</i> خواهد بود. با استفاده از فیچرهای سا	ت. از این پس مشاهدات ما سه بعد
	ه شرح زیر است:	ِه مقادیر موجود در مجموعه داده ب
observation	Ra	nge
.1	min	max
<u>close — open</u> open	-0.1	0.19
high — open	0	0.21
open		
<u>open — low</u> open نته شدهاند.	0 ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف	0.11 نهایت ۲۰ درصد از دادهها برای تر
open	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف	ِ نهایت ۲۰ درصد از دادهها برای تر
open	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف	نهایت ۲۰ درصد از دادهها برای ته راحل پیادهسازی ۱
open	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف	ِ نهایت ۲۰ درصد از دادهها برای تر
open نته شدهاند. هنگام ساخت مدل تعداد حالتها برابر ۵ و تعداد component	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود.	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آروستان براحل پیاده سازی آروستان براده آموزش مدل: این مرحله ابتدا یک مدل از جنس
<u>-</u> open	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود.	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آروستان براحل پیاده سازی آروستان براده آموزش مدل: این مرحله ابتدا یک مدل از جنس
	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور؛ 6, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آروستان براحل پیاده سازی آروستان براده آموزش مدل: این مرحله ابتدا یک مدل از جنس
open  منگام ساخت مدل تعداد حالتها برابر ۵ و تعداد component بتم baum-welch اجرا میشود و مدل آموزش میبیند.	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور؛ 6, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آروستان براحل پیاده سازی آروستان براده آموزش مدل: این مرحله ابتدا یک مدل از جنس
	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور؛ 6, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آر راحل پیاده سازی آر مورد:  وه آموزش مدل:  این مرحله ابتدا یک مدل از جنس GMM برابر ۴ در نظر گرف
	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> hmm.GMMHMM ساخته میشود. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور؛ 6, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آروستان براحل پیاده سازی آروستان براده آموزش مدل: این مرحله ابتدا یک مدل از جنس
	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> السس. با استفاده از تابع fit الگور. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور. هرود. (5, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آر و راحل پیاده سازی آر و و آموزش مدل:  این مرحله ابتدا یک مدل از جنس GMM برابر ۴ در نظر گرف
open  open  component هنگام ساخت مدل تعداد حالتها برابر ۵ و تعداد  baum-welch اجرا می شود و مدل آموزش می بیند.  model = hmm.GMMHMM(n_components =  model = model.fit(train_data_proce	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> السس. با استفاده از تابع fit الگور. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور. هرود. (5, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای تد راحل پیاده سازی آر و راحل پیاده سازی آر و و آموزش مدل:  این مرحله ابتدا یک مدل از جنس GMM برابر ۴ در نظر گرف
open  open  component هنگام ساخت مدل تعداد حالتها برابر ۵ و تعداد  baum-welch اجرا می شود و مدل آموزش می بیند.  model = hmm.GMMHMM(n_components =  model = model.fit(train_data_proce	ست و ۸۰ درصد برای آموزش در نظر گرف <b>HMN:</b> السس. با استفاده از تابع fit الگور. ته شده است. با استفاده از تابع fit الگور. هرود. (5, n_mix=3)	نهایت ۲۰ درصد از داده ها برای ته راحل پیاده سازی آر راحل پیاده سازی آر مور آموزش مدل:  این مرحله ابتدا یک مدل از جنس GMM برابر ۴ در نظر گرف

- ۱. پیدا کردن تمام خروجی های ممکن مدال: همانفور که می دانیم هدف ما پیتربینی یک سطر داده است. هر سطر شامل به عدد می بیست است. برای ایجام می کنید به استفاده از عهای پیشت است. برای ایجام می کنید در اینا می کنید به استفاده از عهای بیشترین که فیجر اول در آن قرار می کنید به استفاده از عهای استفاده از عهای بیشترین که اینا می کنید به استفاده از عهای بیشترین کو تیزم شده اند به این و تعام می دورم ۱۰ می توانیم ۱۰۰۰ ۱۰ می ممکن دانند به این و تعام می دورم ۱۰ می توانیم ۱۰۰۰ ۱۰ می کنید و اینا در شده اینا بیشترین کو تیزم شده اند به این و جود ما می توانیم ۱۰۰۰ ۱۰ می کنید و اینا در شده اینا بیشترین کو تیزم شده اند به ۱۰ می توانیم ۱۰۰۰ ۱۰ می کنید و اینا به اینا بیشترین کو تیزم شده اینا به ۱۰ میشتر در اینا می است است است می برا دی کنید از اینا که در اینا به ۱۰ میشترین ۱۰ می کنید و اینا به ۱۰ می کنید و اینا به ۱۰ می کنید و اینا بیشترین ۱۰ می کنید و اینا به ۱۰ می اینا به اینا به اینا به اینا به اینا به اینا به ۱۰ می کنید و میکنو ده کاملا به اینا به ۱۰ می کنید و میکنو ده کاملا به اینا به این

Number of components in GMM	MSE Loss
3	0.000706
5	0.000739
7	0.000739

همانطور که مشاهده می شود، تعداد component=3 منجر به خطای کمتری شده است. همچنین زیاد کردن تعداد component ها از ۳ به ۵ و از ۵ به ۷ زمان تست را خیلی زیاد می کند(در حد ۳ دقیقه). بنابراین در ادامه با تعداد component های ۳ پیش میرویم تا هم به خطای کمتری برسیم و هم مدل سریع تری داشته باشیم.

نکته: دلیل کم شدن خطا با افزایش تعداد component ها میتواند به دلیل overfitting باشد. احتمالا با افزایش تعداد component ها مدل روی دادههای آموزشی بهتر عمل می کند اما روی دادههای تست به عملکرد نامناسب می رسد.

در جدول زیر خطای مدل به ازای تعداد حالتهای پنهان متفاوت نشان داده شده است:

Number of states	MSE Loss
2	0.000446
4	0.000443
6	0.000441

همانطور که مشاهده می شود، با زیاد شدن تعداد حالتهای مخفی خطای مدل کمتر می شود. اما زمان اجرا نیز بیشتر می شود. در ادامه از تعداد حالتهای پنهان ۶ استفاده می شود تا به دقت و سرعت مناسب برسیم.

نکته: در صورت زیاد کردن تعداد استیتها پیچیدگی مدل بیشتر می شود. در نتیجه ممکن است مدل روی دیتای آموزشی overfit کند. برای مثال فرض کنید تعداد استیت ها را انقدر زیاد کنیم که برابر با تعداد observation ها بشود (به هر سطر داده یک observation گفته می شود). در این حالت هر استیت نماینده یک observation می شود. مثلا استیت شماره n میگوید observation شماره n با احتمال یک می دهد و بقیه observation ها با احتمال صفر رخ می دهند. در این حالت مدل روی داده های تست عملکرد خیلی ضعیفی خواهد داشت.

در جدول زیر خطای مدل به ازای time step های متفاوت نشان داده شده است:

Timestep	MSE Loss
10	0.00067
20	0.00066
40	0.00044

مطابق آنچه مشاهده می شود، افزایش time step عمدتا باعث افزایش عملکرد مدل می شود. بنابراین از این پس از timestep=40 استفاده خواهد شد.

نکته: اصلا در این مسئله خاص time step ربطی به عملکرد HMM نداره چون از time step در مرحله تست استفاده شده نه آموزش مدل! نمیدونم چرا time stepهای مختلف رو امتحان کردم حالا همینطوری تو گزارش گذاشتم©

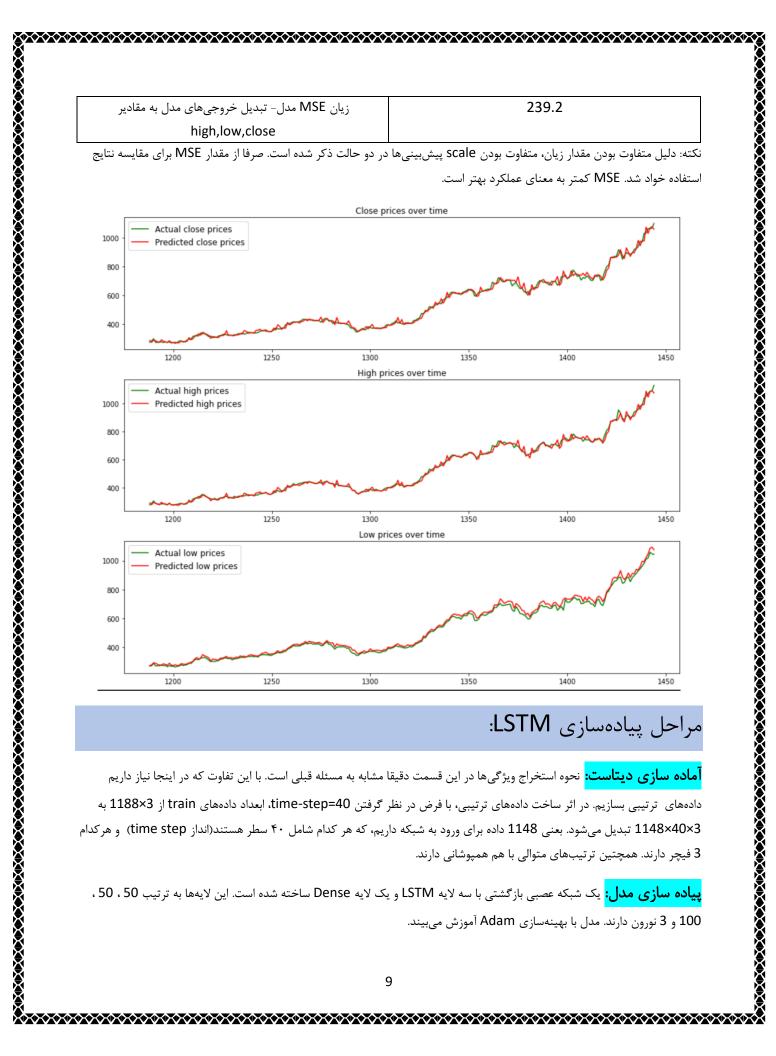
# خروجی نهایی مدل hmmGMM:

در نهایت پارامترهای مدل پنهان مارکوف مطابق زیر تنظیم شد:

- تعداد حالتهای ینهان : ۶
- تعداد component ها در GMM؛ ۳

زیان MSE مدل — استفاده از خروجی های مستقیم مدل	0.00044
--	---------

زیان MSE مدل- تبدیل خروجیهای مدل به مقادیر	239.2
high,low,close	



Timestep	MSE Loss
10	00059
20	0.00059
30	0.00065
40	0.0006

زیان MSE مدل — استفاده از خروجی های مستقیم مدل	0.00059
زیان MSE مدل- تبدیل خروجیهای مدل به مقادیر	273.70
high,low,close	



### تحليل نتايج:

مدلهای پنهان مارکوف بسیار ساده تر از شبکههای عصبی بازگشتی هستند. مدلهای مارکوف فرض می کنند که مقدار فعلی یک متغیر تصادفی فقط به مقدار قبلی آن وابسته است. ابن فرض بسته به نوع مسئله ممکن است همواره صحت نداشته باشد.

در صورت وجود مجموعهدادههای حجیم، شبکههای عصبی بازگشتی بهتر کار میکنند. شبکههای عصبی بازگشتی ساختار پیچیده و تعداد پارامترهای زیاد دارند و میتوانند به خوبی روی مجموعه دادههای حجیم آموزش ببینند.

در ابتدا انتظار میرفت به دلیل اینکه در شبکههای عصبی LSTM حافظه وجود دارد اما HMM ها فقط به یک حالت قبلی برای رسیدن به حالت فعلی توجه می کنند، LSTM ها به خروجی بهتری برسند. اما در این مسئله خاص پس از آموزش هر دو مدل، به دقتهای تقریبا مشابه رسیدیم. مسئله مدل پنهان مارکوف کمی بهتر عمل کردهاست. بهترین خطای بدست آمده از HMM برابر 0.00044 و بهترین خطای بدست آمده از RNN برابر 0.00066 است. توجیه آن احتمالا کم برقرار بودن شرط مارکوف در این مسئله و کفایت کردن مدل HMM به دلیل کم بودن حجم دیتاست است.

### نتيجه گيري:

در این پروژه ابتدا سعی شد که مدلهای پنهان مارکوف بدون استفاده از کتابخانههای آماده پیادهسازی شود. الگوریتمهای اصلی آن از جمله baum-weltch و Viterbi ،backward evaluation ،forward evaluation بیادهسازی شدند. در نهایت با توجه به مجموعه داده ما که شامل observation هایی با مقادیر پیوسته است، تصمیم گرفته شد از مدلهای پنهان مارکوف گسسته یا به طور خاص از observation ها استفاده شود. در این نوع مدل پنهان مارکوف، احتمال وقع مشاهدات در هر استیت با یک GMM مدل میشود. در نهایت سعی شد این مدل با بهترین پارامترهای ممکن آموزش ببیند. در نهایت مشاهده شد که در این مسئله خاص هر دو مدل HmmGMM و LSTM به خوبی کار می کنند. شاید مدل هر این مارکوف در این مجموعه داده است. احتمالا فرض مارکوف در این مجموعه داده صدق می کند. همچنین دیتاست ما بسیار کم حجم است که لزومی به استفاده از شبکه عصبی عمیق وجود ندارد.

به طور کل مدل های Hmm <mark>مولد</mark> هستند. آنها ورودی و خروجی مشخصی ندارند. از آنها برای تولید یک توالی از observation ها میتوان استفاده کرد. یا میتوان متوجه شده یک توالی از observation ها توسط چه ترتیبی از استیتها تولید شدهاند. اما شبکههای LSTM ورودی و خروجی دارند و discriminative هستند.