

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica

Projeto e Análise de Controladores a partir da Identificação em Malha Fechada: Estudo de Casos

Alessandra Rose Crosara Rios Campos

Belo Horizonte, 23 de Março de 2007

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica

Projeto e Análise de Controladores a partir da Identificação em Malha Fechada: Estudo de Casos

por

Alessandra Rose Crosara Rios Campos

Dissertação de mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Márcio Fantini Miranda, Dr. - COLTEC/UFMG

Co-Orientador: Prof. Fábio Gonçalves Jota, Ph.D - DELT/UFMG

Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

Agradecimentos

- A Deus.
- Ao meu orientador, Márcio Fantini.
- Ao meu co-orientador, Fábio Jota.
- Ao meu pai, minha mãe, e meus irmãos Lilian, Adriana e Alexandre.
- Ao Dimitri.
- Ao PPGEE.
- A todos aqueles que de alguma forma me incentivaram a terminar este trabalho.

Resumo

No presente trabalho, são comparados os desempenhos da malha fechada cujos controladores são projetados iterativamente para um sistema de tanques interativos (STI) presente no Laboratório de Controle de Processos Industriais (LCPI).

São realizados estudos para a malha de nível do tanque de produto. Desta forma, o sistema, originalmente multivariável é abordado como SISO (*Single Input Single Output*). A malha de vazão do referido tanque é forçada a operar em malha aberta, com uma abertura constante da válvula.

O projeto de controladores da malha controlada (malha de nível) é realizado a partir de modelos matemáticos, obtidos a partir de procedimentos de estimação de parâmetros da planta.

Para isso, são estudados métodos de identificação de sistemas, tanto em malha aberta quanto em malha fechada, assim como suas propriedades mais importantes.

São projetados controladores de dois graus de liberdade (tipo RST) - através da técnica de alocação de pólos, cujo modelo de referência restringe índices tais como o percentual de sobre-sinal, o tempo de acomodação e tempo de subida máximos permitidos para o sistema. Toda a abordagem do trabalho é realizada para modelos discretos da planta, facilitando assim sua implementação no *software* disponível no Laboratório.

São também apresentados resultados simulados para outros sistemas a fim de facilitar o entendimento e a aplicação das técnicas de modelagem e sintonia.

Abstract

In this work, the performance of some closed loop systems are compared for different controllers tuning and design. The studies are implemented in a pilot scale plant, called Interactive Tanks System, available at LCPI.

Researches for the level control loop are accomplished, and by that, the system, originally MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs), is approached as SISO (Single Input Single Output). The flow control loop of the tanks is forced to operate on open loop, with a constant opening of the valve.

The design of the controllers is implemented from mathematic models, which are obtained from some identification procedure.

For that, identification methods for closed and open loop are studied, as their important proprieties.

The controllers designed are those called two degree of freedom, specifically the RST, and the technic used is the Pole Placement, whose reference model have some proprieties, like the maximum overshoot, settling time and rise time permitted to the system. All the approach in the work is made with discret models of the system, taking easier the implementation of the controllers on software of LCPI.

Some results for simulated systems are also presented, to a better understanding and application of the identification and design technics.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Importância da Identificação para Controle	1
1.1.1	Requisitos Básicos para Projetos de Controladores	1
1.1.2	Dificuldades para Identificação	2
1.2	Estado da Arte	3
1.3	Proposta de Trabalho	6
1.3.1	Algoritmo Iterativo de Identificação e Reprojetor de Controladores	6
1.4	Modelagem Matemática: Estudo de Casos	7
1.5	Identificação de Sistemas	8
1.5.1	Características Associadas à Identificação em Malha Fechada . .	9
1.6	Controlador com 2 Graus de Liberdade - RST	10
1.7	Projeto a partir da Resposta em Malha Fechada Desejada - Alocação de Pólos	12
1.8	Conteúdo da Dissertação	13
2	Plataformas Utilizadas para Desenvolvimento dos Testes	15
2.1	Estudo do Comportamento (Simulado) de uma Planta de Teste	16
2.2	Descrição da Planta Piloto Usada para Testes	19
2.2.1	Modelagem do Sistema de Tanques Interativos	22
2.2.2	<i>Hardware</i> do Sistema de Controle Usado no STI	24
3	Estudo de Casos	26
3.1	Simulação de Sistemas de 2ª Ordem	26

3.1.1	Planta com dois pólos reais	27
3.2	Planta de polias - simulada	34
4	Resultados Experimentais	41
4.1	Identificação e Reprojetor de Controladores a partir da Identificação pelo Método dos Mínimos Quadrados	46
4.2	Identificação e Reprojetor de Controladores a partir da Identificação pelo Método CLOE	50
5	Conclusões	57
5.1	Sugestões para Trabalhos Futuros	58
5.1.1	Sugestões para o Sistema de Tanques do LCPI	59
	Referências Bibliográficas	61
A	Identificação de Sistemas	65
A.1	Métodos Clássicos de Identificação	65
A.1.1	Identificação Não-Paramétrica	65
A.1.2	Identificação Paramétrica	66
A.2	Implementação do Método dos Mínimos Quadrados	66
A.3	Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivo	68
A.3.1	Método Direto	70
A.3.2	Método Indireto	71
A.4	Algoritmos para Identificação em Malha Fechada - Métodos Baseados no Erro de Saída em Malha Fechada (CLOE)	72
A.4.1	CLOE - <i>Closed Loop Output Error</i>	72
B	Alocação de Pólos	76
B.1	O Algoritmo Proposto	77

Lista de Figuras

1.1	Algoritmo Iterativo de Identificação e Reprojetor de Controladores	7
1.2	Estrutura do controlador RST	11
2.1	Planta de polias apresentada por Landau - [Lan01]	16
2.2	Resposta ao degrau em malha aberta - Planta de polias	17
2.3	Diagrama de Bode do sistema em malha aberta - Planta de polias	18
2.4	Resposta ao degrau em malha fechada - Planta de polias	19
2.5	Diagrama de Instrumentação do Sistema de Tanques Interativos do LCPI [Bra94]	20
2.6	Sistema de Tanques Interativos do LCPI	21
2.7	Diagrama em Blocos do <i>hardware</i> utilizado para controle e aquisição e envio de sinais no STI	25
3.1	Saída da planta simulada de pólos reais - Controlador PI	28
3.2	Resposta ao degrau da planta de pólos reais com os controladores da Tabela 3.1	29
3.3	Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para o sistema simulado de pólos reais - CLOE	30
3.4	Resposta ao degrau da planta de pólos reais com os controladores da Tabela 3.2	32
3.5	Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para o sistema simulado de pólos reais - Mínimos Quadrados	33
3.6	Saída da planta de polias - Controlador RST dado	34
3.7	Resposta ao degrau da planta de polias com os controladores da Tabela 3.3 .	36
3.8	Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para a planta de polias - CLOE	37
3.9	Resposta ao degrau da planta de polias com os controladores da Tabela 3.4 .	38

3.10	Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para a planta de polias - Mínimos Quadrados	39
4.1	Ensaio real (malha aberta) na planta de Tanques Interativos (LCPI) - Malha de vazão	42
4.2	Ensaio real (malha fechada) na planta de Tanques Interativos (LCPI) - Malha de nível com controlador PI ($K_p = 1,5$ e $T_i = 100$)	43
4.3	Resposta ao degrau da malha fechada desejada para o STI após o reprojeto de controladores RST	44
4.4	Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.2	47
4.5	Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.2	47
4.6	Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.4	49
4.7	Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.4	49
4.8	Diagramas de Bode - Controladores das Tabelas 4.2 e 4.4	50
4.9	Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.6	51
4.10	Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.6	52
4.11	Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.8	53
4.12	Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.8	54
4.13	Comparação entre a saída real e a do modelo da equação (4.7)	55
A.1	Método direto x Método indireto - Diagrama de Blocos genérico em malha fechada de um sistema	71
A.2	Estrutura para os métodos de identificação da família CLOE	73

Lista de Tabelas

2.1	Pólos e zeros da planta de polias - Malha aberta	17
3.1	Controlador RST projetado para a planta de pólos reais a partir de dados de identificação com o método CLOE	29
3.2	Controlador RST projetado para a planta de pólos reais a partir de dados de identificação com o método dos Mínimos Quadrados	31
3.3	Controlador RST projetado para a planta de polias a partir de dados de identificação com o método CLOE	35
3.4	Controlador RST projetado para a planta de polias a partir de dados de identificação com o método dos Mínimos Quadrados	38
4.1	Parâmetros do Modelo de Referência	45
4.2	Controlador RST para STI - 1ª Iteração com Mínimos Quadrados	46
4.3	Parâmetros da Figura 4.5	47
4.4	Controlador RST para STI - 2ª Iteração com Mínimos Quadrados	48
4.5	Parâmetros da Figura 4.7	49
4.6	Controlador RST para STI - 1ª Iteração com CLOE	51
4.7	Parâmetros da Figura 4.10	52
4.8	Controlador RST para STI - 2ª Iteração com CLOE	53
4.9	Comparação do critério de desempenho (ISE) para os ensaios na planta de Tanques Interativos (LCPI)	55

Nomenclatura

A/D	Analógico/Digital
CLOE	<i>Closed Loop Output Error</i> (Erro de Saída em Malha Fechada)
D/A	Digital/Analógico
ISE	<i>Integral Squared Error</i> (Integral do Erro Quadrático)
K_p	Ganho Proporcional do Controlador PI
LCPI	Laboratório de Controle de Processos Industriais
PI	Proporcional e Integral
PRBS	<i>Pseudo Random Binary Sequence</i> (Seqüência Binária Pseudo Aleatória)
STI	Sistema de Tanques Interativos
T_i	Tempo Integral do Controlador PI

Capítulo 1

Introdução

Em relação ao projeto de controladores, é de suma importância o conhecimento de um modelo capaz de descrever um dado sistema físico. Através desse modelo, melhorias significativas podem ser adicionadas ao sistema, como a correção de suas características críticas; tais como tempo de acomodação, sobre-sinal máximo, etc. Surge daí a necessidade de identificação de sistemas, de modo que a síntese e a validação de controladores se torne mais simples e completa, devido ao prévio conhecimento da dinâmica do sistema a ser controlado na etapa anterior ao projeto. A identificação relevante para controle deve ser, portanto, investigada.

1.1 Importância da Identificação para Controle

1.1.1 Requisitos Básicos para Projetos de Controladores

O projeto de controladores para qualquer sistema deve ser feito com o máximo de atenção possível por parte do projetista, pois um controlador mal projetado pode trazer conseqüências graves para o processo, principalmente industriais, que envolvem questões como energia, custos, segurança, etc.

Portanto, um conhecimento prévio do processo é indispensável na etapa de projeto do controlador, pois simulações do sistema com um modelo que tenha comportamento próximo ao real ajudam na prevenção de condições não desejadas no sistema real. Assim, a validação de um controlador projetado pode ser feita com simulações da

planta, sem interferir no processo. Após tal validação, espera-se que o controlador esteja bem ajustado, fazendo então com que o sistema real não tenha sido prejudicado com alguns testes, o que poderia afetar o desempenho da planta real, com influência na produção (qualidade e quantidade, por exemplo).

Por isso, a etapa de identificação da planta é importante para o projeto ou mesmo para a melhoria do desempenho de sistemas de controle. Mesmo que qualquer modelo estimado não seja capaz de representar todas as suas características, o que importa é que ele seja capaz de modelar os comportamentos dominantes deste sistema. Por exemplo, um modelo linearizado que seja capaz de descrever uma determinada planta não-linear em um ponto de operação específico em que ela trabalhe é um dado necessário para que um controlador seja projetado.

Outro dado importante a ser considerado ao se projetar um controlador são os requisitos que se deseja alcançar com o sistema em malha fechada. Essa escolha é de grande importância e cabe ao projetista especificá-los adequadamente, uma vez que nem todo controlador pode ser implementado fisicamente. Cada planta tem suas particularidades e limitações, portanto não adianta em nada desejar que o sistema controlado tenha um desempenho que, na prática, não será possível. Por exemplo, a velocidade com que o sistema alcança o valor de *set-point* é limitada por seus atuadores. Portanto, o prévio conhecimento do sistema é importante não só na etapa de projeto dos controladores, mas também na escolha dos requisitos de controle (índices tais como o percentual de sobre-sinal, o tempo de acomodação e tempo de subida máximos permissíveis para o sistema). Além disso, o esforço dos atuadores para alcançarem certos requisitos, por exemplo, é de grande relevância na escolha dessas especificações. E a estimação de modelos também pode trazer importantes informações neste sentido. Através de simulações, pode-se prever o comportamento da variável manipulada.

1.1.2 Dificuldades para Identificação

Existem muitas dificuldades para se encontrar um modelo de um sistema. Alguns métodos exigem o conhecimento *a priori* da física do processo (o que muitas vezes não é possível devido à alta complexidade) ou mesmo são métodos de estimação que exigem

que a planta opere em malha aberta, o que pode representar um problema. Sistemas instáveis em malha aberta podem ser de operação indesejável ou inconcebível em casos reais, e ainda a presença de integradores no sistema em malha aberta pode representar uma dificuldade para operação sem controle por um período longo de tempo. Além disso, por questões financeiras (uma vez que muitas vezes parar a operação automática de um determinado processo real em uma indústria para coleta de dados em malha aberta implica em perda de qualidade da produção e, conseqüentemente, de faturamento), a operação em malha fechada é uma melhor escolha para operação do sistema. A identificação em malha fechada é uma alternativa para solucionar os problemas relacionados aos algoritmos usuais de identificação em malha aberta, pois além de não exigir profundo conhecimento *a priori* da planta, é realizada com dados de operação do sistema em malha fechada (por exemplo, o sinal de referência e o sinal de saída em alguns casos, ou o sinal de controle e o sinal de saída em outros casos). E ainda, no caso das técnicas tratadas neste trabalho, tal identificação pode ser realizada *on-line*, ou seja, enquanto o sistema opera. Portanto, à medida que mais dados do processo são disponibilizados, o conhecimento do sistema aumenta e novos (e possivelmente melhores) controladores podem ser projetados (o reprojeto tratado neste trabalho, que sugere uma resintonia do controlador).

Alguns problemas são encontrados na identificação de um modelo de uma dada planta. Um fator importante nessa abordagem é o fato de que caso a representação matemática não esteja pelo menos próxima da condição real no ponto de operação da planta, os controladores projetados via tal modelo podem inclusive levar o sistema controlado à instabilidade (no caso de uma estimação insatisfatória ou de um controlador mal projetado). Portanto, o conhecimento prévio da planta é uma parte importante do projeto de controladores.

1.2 Estado da Arte

Diversos trabalhos podem ser encontrados na literatura abordando o tema da identificação em malha fechada. Van den Hof, Forssell e Ljung, em [dH98] e [FL99] fazem

uma revisão geral sobre o assunto, abordando suas características mais importantes, tais como as questões de implementação e polarização de diversas técnicas. Karimi e Landau, em [KL98] apresentam uma comparação entre diversos métodos de identificação em malha fechada em relação à polarização dos parâmetros estimados. Uma vez que a grande preocupação dos autores é a questão da possível polarização dos parâmetros quando da identificação sob estas condições, Landau, em [Lan94], partindo de um projeto de controlador RST (apresentado na seção 1.6) por alocação de pólos, propõe um método de identificação cuja matriz de regressores depende exclusivamente do sinal de entrada. Huang e Shah, em [HS97], propõem um algoritmo de identificação cujas propriedades assintóticas de polarização são semelhantes às do caso em malha aberta. Outras técnicas de identificação em malha fechada também podem ser encontradas em [LK97b], [Lan01], [LK97a]. Em [ZB02], Zhu e Butoyi apresentam resultados de identificação em malha fechada aplicados em sistema de destilação, comparando estes resultados com outros obtidos com identificação em malha aberta. Lakshminarayanan et al, em [LEE⁺01], fazem uma reconfiguração da malha de controle de pressão de gás em uma planta industrial real através do uso de uma técnica proposta de identificação em malha fechada, em que posteriormente um controlador Proporcional Integral (PI) é projetado para a nova configuração do sistema. No artigo [SSdlB06], Silva et al. apresentam uma técnica de identificação em malha fechada baseada na resposta ao degrau de um dado sistema, cuja vantagem é a de poder ser empregada no domínio do tempo.

Um item relacionado à identificação em malha fechada é a estrutura do controlador. Landau e Karimi, em [Lan94], [Lan01], [LK97b] e [LK97a] fazem o uso de controladores de dois graus de liberdade. Quanto ao estudo desse tipo de controlador, pode-se citar [BMM99], em que é discutido o uso de um supervisor que chaveia entre uma família de controladores digitais com dois graus de liberdade utilizando aquele que pode melhor controlar o sistema em uma dada referência. Hur et al., em [HNW00] propõem uma estrutura de controlador com dois graus de liberdade contendo o modelo inverso da planta e um controlador Proporcional Integral (PI), de forma que a compensação dos efeitos do distúrbio não afete a capacidade de o sistema seguir uma dada referência. Tal estrutura é implementada no controle de corrente de um inversor, com o objetivo

de compensar os efeitos do tempo morto. Em [RC06], Rao e Chidambaram apresentam um projeto de controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) em série com um compensador em atraso-avanço pelo método da síntese direta para sistemas de segunda ordem instáveis e de fase não-mínima. É apresentado, então, um método para a determinação de um vetor de peso para o sinal de set-point, de forma que o *overshoot* e o tempo de acomodação da saída do sistema sejam diminuídos sem afetar a dinâmica de rejeição a distúrbios do sistema em malha fechada. Finalmente, em [Lan98] Landau traz uma discussão sobre a estrutura RST para controladores com dois graus de liberdade, além de apresentar a técnica de alocação de pólos a partir da identificação da planta para esta estrutura.

Uma motivação importante para a identificação de sistemas é o reprojeção de controladores [LEE⁺01]. A técnica de projeto de controladores digitais RST via alocação de pólos é discutida em [LLRB96], em que é proposto um método iterativo de projeto de controladores RST, que leva em consideração o perfil desejado para as funções sensibilidade da planta, usando as principais idéias relativas ao controle robusto de sistemas. São apresentados resultados do método aplicado a um sistema de braço flexível. Em [LK98], é apresentado um segundo método de projeto de controladores RST em que as principais idéias do projeto via alocação de pólos com configurações de restrições ao perfil das funções sensibilidade da planta são transferidas para a teoria de otimização H_∞ , e resultados do método aplicado a um sistema de transmissão flexível são apresentados. Langer e Landau [LL99] propõem também um método de projeto de controladores robustos com dois graus de liberdade e estrutura RST que combina a técnica de alocação de pólos ao perfil desejado para as funções sensibilidade do sistema, sendo que nesse artigo os requisitos impostos ao sistema são tratados como problemas de otimização convexa. Mais uma vez, um sistema de braço flexível é utilizado para ilustrar os resultados. O trabalho apresentado em [YLXSGR06] utiliza o método de alocação de pólos para projetar um controlador de realimentação de estados para um sistema real. Em [KS05] é feita uma comparação entre os métodos de alocação de pólos e cancelamento de pólos e zeros para sintonia de controladores PID para um regulador automático de tensão.

1.3 Proposta de Trabalho

O objeto de estudo do trabalho é a identificação relevante para controle ou, mais especificamente, a identificação em malha fechada e a ressintonia de controladores. Esta abordagem é defendida por vários autores, uma vez que nem sempre é possível que a identificação de uma planta seja feita em malha aberta (devido ao risco de se colocar a planta operando nesta condição por um longo período), ou ainda para que controladores mais eficientes sejam projetados.

Comparar-se-á o desempenho em malha fechada do algoritmo de identificação e reprojeção de controladores apresentado por Landau em [Lan01] (apresentado a seguir) quando utilizado na etapa de identificação o conhecido método dos mínimos quadrados [Lju99], [Agu00], [SS88], [CdSC04] em malha fechada (método direto) e quando utilizado na etapa de identificação o método de identificação em malha fechada CLOE ([Lan01], [LK97b], [LK97a]). Para que seja feita a validação desses métodos, serão utilizadas três plantas: duas apenas teóricas (simuladas), sendo uma delas apresentada nos artigos [Lan01], [LK97b], [LK97a], além de uma real: a planta de Sistema de Tanques Interativos existente no Laboratório de Controle de Processos Industriais - UFMG [Bra94].

Na próxima subseção, é apresentado o algoritmo de identificação e reprojeção de controladores utilizado, objetivo principal do trabalho.

1.3.1 Algoritmo Iterativo de Identificação e Reprojeção de Controladores

O algoritmo (cujo diagrama é apresentado na Figura 1.1) de identificação e reprojeção de controladores utilizado é composto, a cada iteração, 3 seguintes passos:

1. Identificação do sistema em malha fechada: com o controlador mantido constante, é aplicada uma excitação externa ao sistema. Tais sinais devem ser utilizados para a identificação do modelo da planta.
2. Com o modelo identificado em 1, um novo controlador deve ser projetado e implementado no sistema.

3. Validação do desempenho da nova malha fechada obtida: se o desempenho obtido pelo sistema projetado em 2 é melhor que o anterior, retorne ao Passo 1. Caso contrário, pare o procedimento e volte com os parâmetros obtidos no Passo 2 da iteração anterior (uma vez que foi detectado ser o mais indicado).

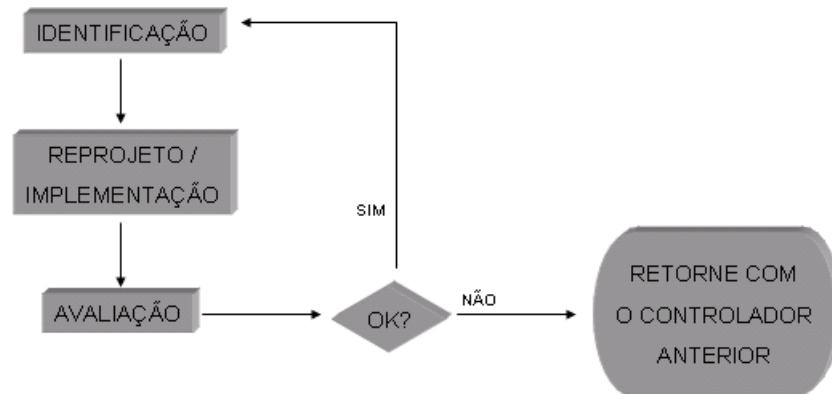


Figura 1.1: Algoritmo Iterativo de Identificação e Reprojetor de Controladores

1.4 Modelagem Matemática: Estudo de Casos

Uma importante consideração que deve ser feita sobre a modelagem matemática de sistemas é quanto à finalidade do modelo obtido. Uma planta, na realidade, não pode ser totalmente representada por um modelo, mas sim por uma família de modelos. Por exemplo, um modelo que represente bem a dinâmica de uma planta em uma região de baixas frequências pode também não ser uma boa representação em regiões de altas frequências. E um modelo pode ser satisfatório ao descrever o comportamento de determinada variável da planta e não trazer nenhuma informação acerca de outras variáveis inerentes a ela. Portanto, ao se obter modelos para uma determinada planta e realizar sua posterior validação, a primeira questão a ser respondida é quanto à qualidade das informações que se deseja obter a partir de tal modelo.

Existem diferentes maneiras de se obter um modelo matemático para um dado sistema, por exemplo pode-se realizar uma modelagem descrevendo-se as leis físicas que o regem, ou mesmo pode-se obter um modelo através de dados de entrada e de

saída deste sistema, mesmo desconhecendo-se a natureza dessas grandezas.

Neste trabalho, deseja-se obter uma função de transferência capaz de fazer uma predição da saída das plantas estudadas para alguns tipos de entradas. A ordem de tais modelos é intencionalmente escolhida baixa, assim como sua precisão. A preocupação principal é se o modelo obtido possui uma resposta temporal semelhante (resposta dominante) ou não à da planta real, para que controladores possam ser projetados a partir do mesmo.

Investigar-se-á, portanto, se um modelo que representa melhor as características dinâmicas de uma determinada planta é capaz de obter melhores controladores (projetados a partir de tal modelo) do que quando utilizado um modelo menos representativo.

1.5 Identificação de Sistemas

O Apêndice A traz uma revisão dos métodos de identificação utilizados no presente trabalho. Em [Agu00], [Lju99] e [SS88] é encontrada uma revisão mais profunda sobre o tema. Primeiramente, é importante lembrar que os métodos apresentados são métodos de identificação lineares, ou seja, se aplicam a sistemas que satisfazem o princípio da superposição. Porém, sabe-se que nem todos os sistemas existentes são lineares. Mas isso não impede que técnicas lineares sejam aplicadas a sistemas reais, basta observar que, no caso de um sistema não-linear, este possa ser linearizado em torno de um ponto de operação. Ou seja, pode-se encontrar um modelo linear que descreva o comportamento do processo para condições operacionais específicas.

Dado um sistema baseado em medidas, este pode ser representado por um modelo matemático. Tal modelo representa algumas características da dinâmica do sistema, mas certamente não todas. Esta limitação pode ser crítica ou não, dependendo muito da faixa de frequências que se deseja que o modelo represente. Ainda, uma vez que a intenção neste trabalho é estimar os parâmetros de uma função de transferência que descreva o sistema (ou seja, trata de métodos paramétricos de identificação), pressupõe-se que a ordem do modelo já seja conhecida (embora existam métodos de escolha da melhor estrutura de modelo para posterior estimação de seus parâmetros). Essa

ordem ou estrutura escolhida para o caso dos sistemas estudados neste trabalho vem de conhecimentos *a priori* da(s) planta(s).

1.5.1 Características Associadas à Identificação em Malha Fechada

Quanto ao estudo da identificação em malha fechada, é necessário enfatizar a justificativa de sua utilização. Algumas vezes, esta pode ser necessária, ou até mesmo obrigatória, e de acordo com [Lan01], dois importantes motivos para se aplicá-la são:

- Identificação de plantas que possuam um integrador ou são instáveis em malha aberta.
- Identificação de plantas que já possuam controladores implementados.

Tais motivos, que levaram ao estudo de técnicas de identificação em malha fechada, surgem do fato de que, na indústria, pode ser muito arriscado (ou oneroso) permitir que um sistema opere sem controle (em malha aberta). Não é simples interromper a produção para a realização de testes, sobretudo porque seus efeitos serão percebidos nos produtos, ainda que momentaneamente e com pequena intensidade. Portanto, fazer a identificação com a planta sendo controlada é mais prático e seguro. Obtém-se a informação desejada sem alterar a operação do processo.

O problema básico relacionado à identificação em malha fechada é o fato de que um sistema operando em malha fechada é tipicamente menos informativo que o caso em malha aberta, pois um objetivo importante da realimentação é fazer com que o sistema se torne menos sensível às perturbações (ruído presente no sistema, variações dos parâmetros da planta) [Lju99]. Portanto, a entrada de referência é uma escolha importante para este tipo de identificação, e ela deve ser persistentemente excitante de forma a tornar o experimento de malha fechada informativo [Lju99]. Outra consideração que deve ser tratada dentro do tema de identificação em malha fechada é sobre o conhecimento da equação do controlador, pois alguns métodos de identificação requerem esta informação, e uma parametrização errada (mesmo causada pela presença de não-linearidades ou saturação do sinal de controle) pode causar erro na estimação dos parâmetros da planta [Lju99]. Portanto, não-linearidades inerentes ao controlador

(ou ao elemento de controle) e funções de *anti-windup* implementadas são dificuldades relacionadas a esse tipo de identificação (para os métodos que exigem informação do controlador), uma vez que tornam a função de transferência do controlador complexa ou inexata.

Quando se realiza a identificação de sistemas em malha fechada, pode ocorrer polarização¹ de parâmetros na presença de ruído (pois nessa situação existe uma correlação entre o sinal de entrada do sistema; o sinal de controle, e o ruído, pois uma vez que o sinal de controle depende de saídas anteriores e essas estão afetadas pelo ruído, o sinal de controle também é afetado pelo ruído [Agu00] e [Lju99]). Uma forma de se minimizar esse problema é fazer com que a relação sinal / ruído seja grande (a amplitude do ruído deve ser pequena em relação à amplitude da saída), ou que a contribuição da realimentação ao sinal de entrada seja pequena, ou ainda a utilização de um bom modelo para o ruído [Lju99] (assunto tratado em algumas técnicas de identificação), e ainda que o número de dados colhidos seja grande.

Portanto, apesar de existirem dificuldades associadas à identificação em malha fechada, este problema vem sendo estudado devido às vantagens de sua implementação.

1.6 Controlador com 2 Graus de Liberdade - RST

No presente trabalho, são apresentados controladores para as plantas na estrutura denominada RST. Um estudo desta estrutura é apresentado a seguir.

A Figura 1.2 mostra a estrutura de um controlador com dois graus de liberdade, do tipo RST. Como pode-se observar, ao contrário do que ocorre em um controlador PID, por exemplo, em que a possibilidade é a atuação no sinal de erro da planta, o controlador RST permite que tanto o sinal do valor real da variável controlada quanto o sinal de referência sejam tratados de forma independente - e, portanto, diferente [DFT92] (pode-se também representar um PID na estrutura RST; fazendo-se $R(z^{-1}) = T(z^{-1})$). A vantagem desta estrutura de controle é que as questões de rejeição a distúrbios e

¹Segundo [Agu00], a polarização de um parâmetro pode ser interpretada como o desvio entre o valor esperado deste e seu valor real, mesmo que desconhecido.

variações nos parâmetros são tratadas separadamente do acompanhamento a mudanças no set-point pelo sistema, uma vez que o polinômio da realimentação $R(z^{-1})$ é diferente de $T(z^{-1})$ [AW90]. O projeto deste tipo de controlador também pode envolver o compromisso de que erros de medições não gerem flutuações excessivas no sinal de controle [AW90].

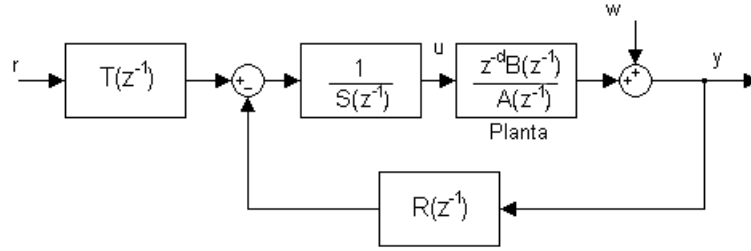


Figura 1.2: Estrutura do controlador RST

A equação de um sistema em malha fechada com um controlador RST implementado é apresentado na equação (1.1), em que $y(k)$ é o valor real da variável controlada, $r(k)$ é a entrada de referência e $u(k)$ é a variável manipulada, ou seja, o sinal de controle da planta.

$$S(z^{-1})u(k) = T(z^{-1})r(k) - R(z^{-1})y(k) \quad (1.1)$$

que também pode ser escrito da seguinte forma:

$$u(k) = \frac{T(z^{-1})}{S(z^{-1})}r(k) - \frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})}y(k) \quad (1.2)$$

Os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são da forma:

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \dots \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \dots \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} + \dots \end{aligned} \quad (1.3)$$

Este tipo de controlador pode possuir, assim como um controlador PID, o termo $(1 - z^{-1})$ no polinômio $S(z^{-1})$ isto é, um integrador, que garante erro nulo para a saída em regime permanente. Pode-se pré-especificar, portanto, partes dos polinômios

que compõem o controlador RST, permitindo que vários algoritmos de controle sejam implementados.

Considera-se uma planta representada por

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (1.4)$$

em que d é o atraso da planta, e $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são, respectivamente, os polinômios do denominador e do numerador da planta em malha aberta representados por:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb} = z^{-1}B^*(z^{-1}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

com $B^*(z^{-1}) = b_1 + b_2z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-(nb-1)}$.

Esta planta pode, então, também ser representada por:

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d-1}B^*(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (1.6)$$

ou seja, considerando-se que a planta sempre possui um atraso de pelo menos um período de amostragem, que já está incorporado à sua função de transferência. Observa-se, portanto, que nenhum sistema pode ser representado com atraso nulo, pois um atraso já é inerente a ele, devido ao amostrador presente no sistema.

Os pólos em malha fechada de um sistema com um controlador RST implementado são dados pelas raízes de:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1}) = 0 \quad (1.7)$$

1.7 Projeto a partir da Resposta em Malha Fechada Desejada - Alocação de Pólos

No projeto de controladores, objetiva-se encontrar uma lei de controle que atenda apropriadamente às especificações impostas - por exemplo, o sobre-sinal máximo, o tempo de acomodação, tempo de subida, a questão das funções sensibilidade do sistema (rejeição a distúrbios, erros de medição), esforço de controle, etc. Tais especificações podem ser traduzidas por um modelo de referência que atenda aos critérios desejados.

O projeto via alocação de pólos é uma técnica de sintonia de controladores que leva em conta o modelo de referência. O modelo de referência proposto deve, portanto, obedecer aos requisitos de controle impostos pelo projetista. Estes requisitos são atendidos pelo modelo de referência por meio da escolha correta do posicionamento de seus pólos e zeros. A partir deste modelo desejado é que o projeto do controlador é realizado.

Para um sistema em malha aberta descrito por (1.4), assume-se que a função de transferência em malha fechada desejada para tal sistema seja dada por:

$$G_m(z^{-1}) = \frac{z^{-d_m} B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} \quad (1.8)$$

em que $A_m(z^{-1})$ e $B_m(z^{-1})$ não possuem fatores (zeros ou pólos) comuns. O valor do atraso da malha fechada desejada (d_m) deve ser maior ou, no mínimo, o mesmo da planta em malha aberta.

$A_m(z^{-1})$ e $B_m(z^{-1})$ são da forma:

$$\begin{aligned} A_m(z^{-1}) &= c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \\ B_m(z^{-1}) &= d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2} + \dots + d_{nd} z^{-nd} \end{aligned} \quad (1.9)$$

onde $c_0 \neq 0$

Esta função de transferência desejada é o modelo de referência.

Considerando-se que se deseja projetar um controlador RST para uma planta como a dada na equação (1.4), de modo que a malha fechada do sistema possua um comportamento semelhante ao comportamento da planta dada na equação (1.8), o algoritmo apresentado no Apêndice B apresenta os passos necessários para que tal objetivo seja alcançado.

1.8 Conteúdo da Dissertação

A Dissertação está organizada da seguinte forma: no Capítulo 2, são apresentados os sistemas nos quais os métodos de identificação e reprojeção de controladores foram implementados. No Capítulo 3, resultados de simulação são apresentados; e resultados experimentais são analisados no Capítulo 4. O Capítulo 5 traz as conclusões sobre os estudos desenvolvidos, além de propostas para trabalhos futuros. Os Apêndices A e B

contêm uma revisão da teoria de identificação de sistemas e do projeto de controladores via alocação de pólos, respectivamente.

Capítulo 2

Plataformas Utilizadas para Desenvolvimento dos Testes

A apresentação dos resultados neste trabalho é feita de duas formas: primeiramente, apresenta-se a aplicação dos métodos de identificação de sistemas e ressonância de controladores a duas plantas simuladas, ou seja, a modelos matemáticos com seus respectivos controladores implementados. Desta forma, é possível uma rápida aplicação de sinais diversos à entrada de um modelo e medição de sua saída correspondente. A vantagem portanto é de que a exigência de tempo para a obtenção de dados é minimizado e um esforço maior pode ser direcionado aos problemas e particularidades das técnicas apresentadas. A segunda forma de apresentação dos resultados é numa planta real (uma planta em escala piloto do LCPI). A vantagem desta segunda abordagem é a aplicação prática das técnicas estudadas e validação das mesmas em sistemas físicos, com equipamentos tipicamente industriais. Neste capítulo, são descritas duas das plantas usadas para validação dos algoritmos de identificação e controle estudados: a planta apresentada nos artigos de Landau [Lan01], [LK97b], [LK97a] e a planta de Tanques Interativos existente no LCPI (Laboratório de Controle de Processos Industriais) [Bra94], [Mir00].

2.1 Estudo do Comportamento (Simulado) de uma Planta de Teste

Em seus artigos em que é tratado o método de identificação em malha fechada baseado no erro de identificação em malha fechada CLOE [Lan01], [LK97b], [LK97a], Landau utiliza uma planta piloto constituída de polias para ilustrar sua aplicação. A Figura 2.1 ilustra o sistema. Este sistema, cujo objetivo é o controle da posição do eixo do motor em uma das engrenagens, consiste em uma transmissão flexível composta por três polias acopladas por um par de correias. Operando em malha fechada, o sistema é controlado por uma interface de entrada e saída ligada a um computador. A frequência de amostragem é de 20 Hz. O autor apresenta um modelo de 4ª ordem para a planta em malha aberta, com um zero de fase não-mínima e 2 períodos de amostragem de atraso, obtido por meio da identificação em malha aberta [Lan01]. Os polinômios deste modelo são apresentados na equação (2.1).

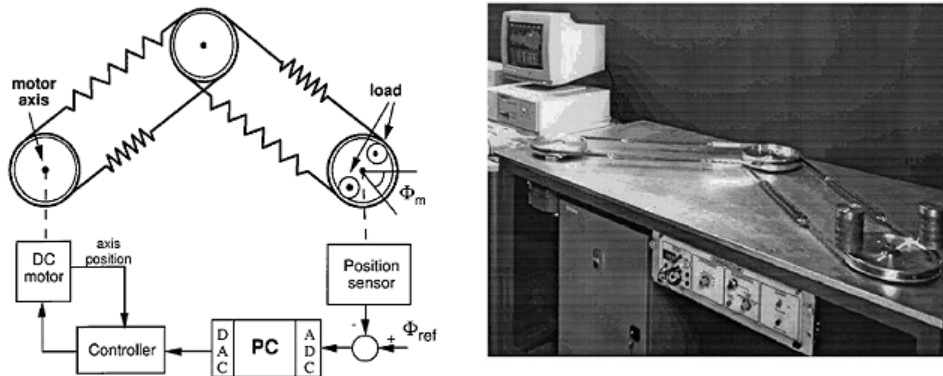


Figura 2.1: Planta de polias apresentada por Landau - [Lan01]

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{z^{-2}(0,4116z^{-1} + 0,524z^{-2})}{1 - 1,3528z^{-1} + 1,5502z^{-2} - 1,2798z^{-3} + 0,9115z^{-4}} \quad (2.1)$$

Os pólos e zeros da planta simulada - em malha aberta - são apresentados na Tabela 2.1. A resposta ao degrau em malha aberta do sistema é apresentado na Figura 2.2, e o Diagrama de Bode correspondente é mostrado na Figura 2.3.

Tabela 2.1: Pólos e zeros da planta de polias - Malha aberta

Pólos	Zeros
$0,79008816246330 + j0,58053971229813$	$-1,27308066083576$
$0,79008816246330 - j0,58053971229813$	
$-0,11368816246330 + j0,96711117519845$	
$-0,11368816246330 - j0,96711117519845$	

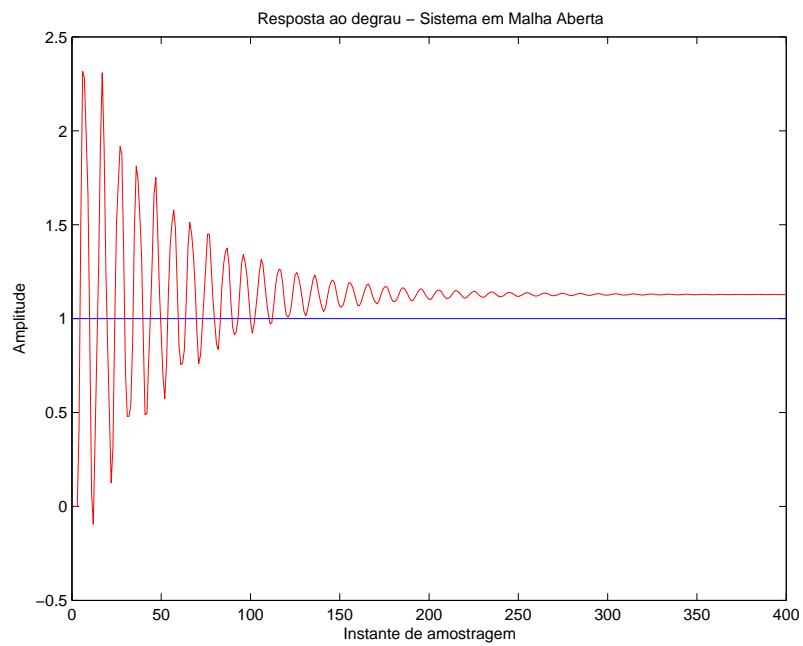


Figura 2.2: Resposta ao degrau em malha aberta - Planta de polias

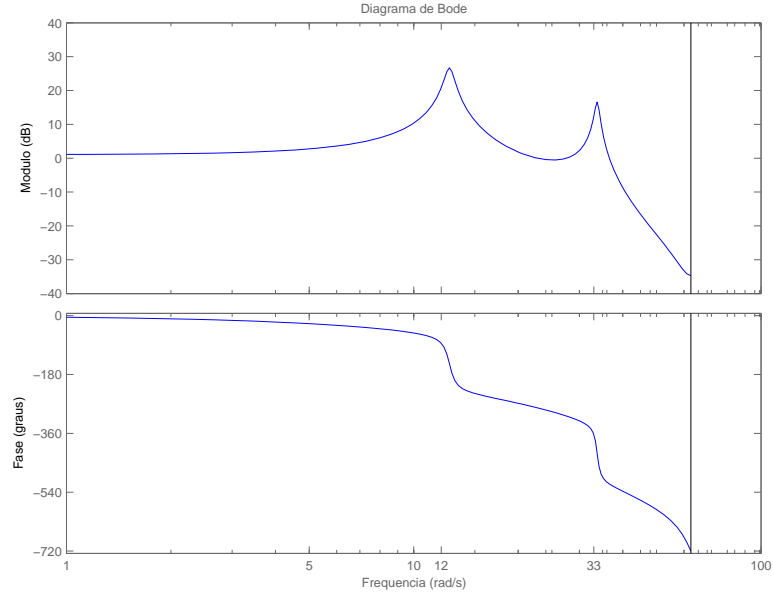


Figura 2.3: Diagrama de Bode do sistema em malha aberta - Planta de polias

Portanto, pode-se observar, pela análise dos gráficos, que o sistema em malha aberta, apesar de estável, apresenta 4 pólos complexos conjugados, de frequências $\omega_{n_1} = 12,7 \text{ rad/s}$ e $\omega_{n_2} = 33,8 \text{ rad/s}$. Os valores dos coeficientes de amortecimento para cada frequência são respectivamente: $\varsigma_1 = 0,0312$ e $\varsigma_2 = 0,0163$. Em [LK97a], é apresentado um controlador já implementado para o sistema (controlador RST). Tal controlador foi projetado via alocação de pólos de modo que a planta em malha fechada apresentasse dois pólos dominantes na mesma frequência do primeiro pólo da planta em malha aberta (de frequência $\omega_n = 12,7 \text{ rad/s}$), porém com um fator de amortecimento $\varsigma = 0,8$, e o zero de fase não-mínima fosse mantido. A equação (2.2) mostra os parâmetros desse controlador, cuja estrutura é apresentada na Figura 1.2.

$$\begin{aligned}
 R(z^{-1}) &= 0,4526 - 0,4564z^{-1} - 0,6857z^{-2} + 1,0955z^{-3} - 0,1449z^{-4} \\
 S(z^{-1}) &= 1 + 0,2345z^{-1} - 0,8704z^{-2} - 0,4474z^{-3} + 0,0833z^{-4} \\
 T(z^{-1}) &= 0,2612
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Como pode-se observar pela análise da Figura 2.4, o controlador projetado citado [LK97a] corrige a oscilação da planta, tendo esta uma resposta muito mais suave em

malha fechada.

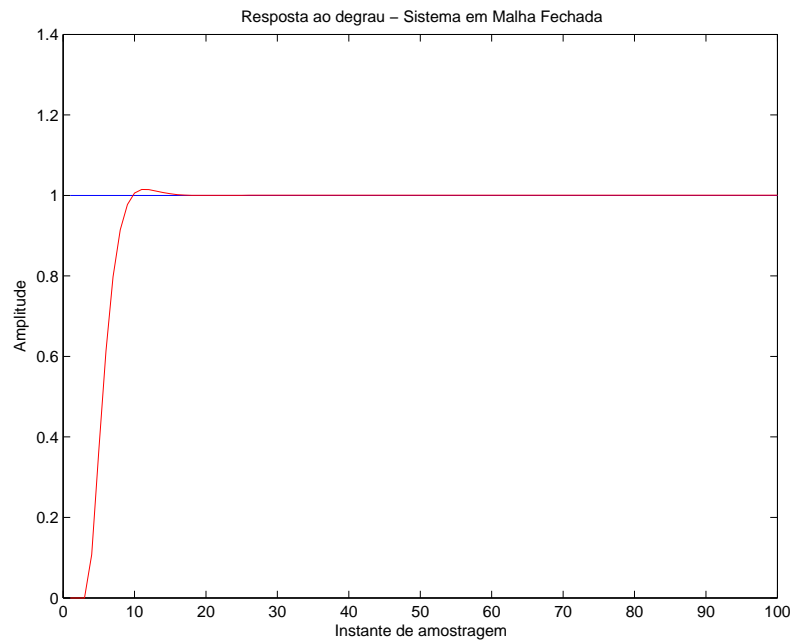


Figura 2.4: Resposta ao degrau em malha fechada - Planta de polias

2.2 Descrição da Planta Piloto Usada para Testes

A planta experimental escolhida neste trabalho para se fazer um estudo prático da teoria estudada é o Sistema de Tanques Interativos existente no Laboratório de Controle de Processos Industriais (UFMG). Ela é constituída de três tanques, nos quais se pode controlar a vazão, o nível e a temperatura da água. No presente trabalho, a vazão é mantida constante, portanto deseja-se controlar apenas o nível do Tanque 3, desprezando-se a malha de temperatura do líquido. O diagrama de instrumentação do sistema é dado na Figura 2.5.

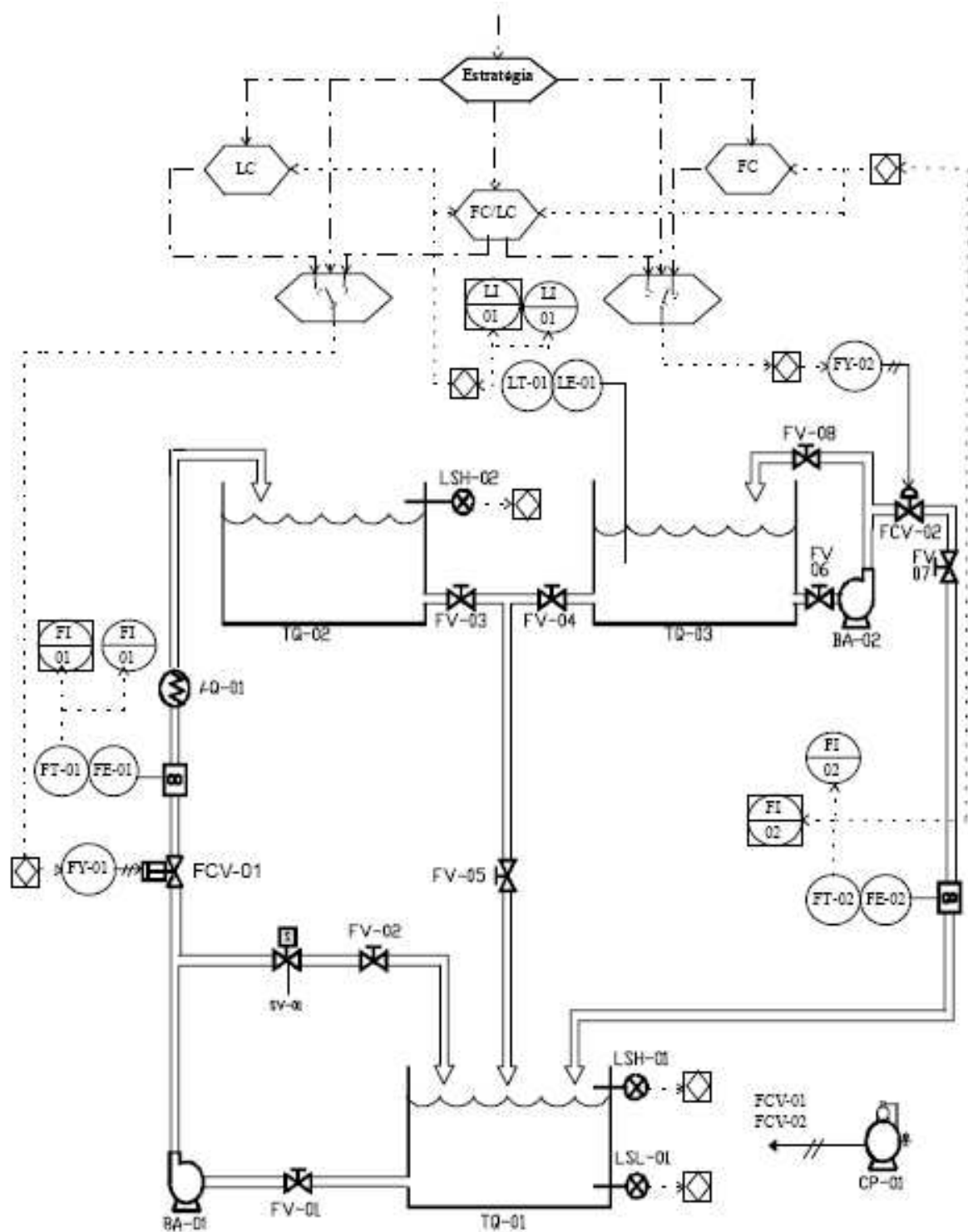


Figura 2.5: Diagrama de Instrumentação do Sistema de Tanques Interativos do LCPI [Bra94]



Figura 2.6: Sistema de Tanques Interativos do LCPI

O sistema de Tanques em questão é composto por três tanques; sendo dois (TQ-02 e TQ-03) com capacidade de 300 litros e área transversal de $0,433m^2$ e 1 tanque reservatório (TQ-01) com capacidade de 700 litros e área transversal de $0,875m^2$ [Bra94]. A água do TQ-01 é bombeada para o TQ-02 pela bomba BA-01 e esta flui para o TQ-03 naturalmente, pelo princípio de vasos comunicantes. Porém, essa vazão pode ser controlada por meio de duas válvulas manuais (FV-03 e FV-04) instaladas entre os tanques, aumentando ou diminuindo o acoplamento entre eles - no caso deste trabalho, estas válvulas são mantidas totalmente abertas. A válvula FCV-01 regula a vazão de entrada de água no TQ-02, e a válvula FCV-02 regula a vazão de saída do TQ-03. Portanto, no sistema em questão, a vazão é controlada pela abertura e fechamento das válvulas. A bomba BA-02 é responsável pelo bombeamento da água do TQ-03 para o TQ-01. Além das válvulas citadas, existem válvulas manuais que servem apenas para a recirculação de água no sistema, além do compressor para as válvulas (FCV-01 e FCV-02).

Neste trabalho, o problema de controle a ser estudado consiste na regulação e *tracking* do nível do TQ-03. É importante observar que devido à alimentação de água para o controle do nível de TQ-03 ser feita através de TQ-02, existe a presença de um tempo morto significativo no sistema. A variável manipulada para controlar este nível é o comando da válvula FCV-01 (que se encontra na entrada do TQ-02). A variação da vazão de saída (FCV-02) pode ser tratada, portanto, para a malha de nível, como

uma perturbação. Porém, devido à presença da bomba (BA-02), uma variação no nível não representa interferência na malha de vazão.

Os medidores de vazão presentes no sistema são do tipo turbina, enquanto a medição de nível (LE-01) é provida por um medidor de pressão [Bra94]. E as válvulas FCV-01 e FCV-02, que representam no sistema os elementos finais de controle, são do tipo pneumáticas de igual porcentagem. A válvula FCV-01 é normalmente fechada, de modo a evitar que o TQ-02 transborde. E a válvula FCV-02 é normalmente aberta, também prevenindo transbordo do TQ-03 no caso de falha do transmissor. Uma característica importante destes elementos é o fato de que, por possuírem diâmetro maior que o restante da tubulação do sistema, essas válvulas não viabilizam o controle de vazão em todo seu curso de abertura; acrescentando uma não-linearidade ao sistema.

Detalhes do hardware e do software do STI podem ser encontrados em [Bra94].

2.2.1 Modelagem do Sistema de Tanques Interativos

Sendo a estimação do modelo parte da metodologia estudada, o modelo discutido nesta seção objetiva apenas propiciar maior compreensão do comportamento físico dinâmico do processo.

Em [Bra94], pode-se encontrar a seguinte modelagem em espaço de estados para o sistema de tanques do LCPI - modelo não-linear:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \frac{Q_{imax}}{A} R_1^{(u_1-1)} - \frac{\sqrt{x_1-x_2}}{AR_h} \\ \dot{x}_2 &= \frac{\sqrt{x_1-x_2}}{AR_h} - \frac{Q_{omax}}{A} R_2^{(u_2-1)} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} y_1 &= x_2 \\ y_2 &= \frac{Q_{omax}}{A} R_2^{(u_2-1)} \end{cases} \quad (2.4)$$

em que $x_1 = h_2$ representa a altura de água presente em TQ-02, $x_2 = h_3$, a altura de água presente em TQ-03 e $y_2 = q_o$. R_1 , R_2 e R_h representam, respectivamente, o alcance das válvulas FCV-01 e FCV-02 e a resistência hidráulica de acoplamento dos tanques TQ-02 e TQ-03. Q_{imax} , Q_{omax} e q_o são as vazões máximas de entrada em TQ-02 e de saída em TQ-03, e a vazão de saída em m^3/s em TQ-03, respectivamente. u_1 e

u_2 são os sinais de controle fracionários (normalizados), respectivamente das válvulas FCV-01 e FCV-02.

Linearizando o modelo em torno de um ponto de operação $x_1 = x_{10}$, $x_2 = x_{20}$, $u_1 = u_{10}$ e $u_2 = u_{20}$, o modelo da planta torna-se [Bra94]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha \\ \alpha & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -A\beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{20} \\ \delta \end{bmatrix}$$

em que $\bar{x}_1 = x_1 - x_{10}$ e $\bar{x}_2 = x_2 - x_{20}$. E ainda [Bra94]:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2AR_h\sqrt{x_{10} - x_{20}}} \\ \beta_1 &= \frac{Q_{imax}}{A} R_1^{(u_{10}-1)} \ln(R_1) \\ \beta_2 &= \frac{-Q_{omax}}{A} R_2^{(u_{20}-1)} \ln(R_2) \\ \gamma_1 &= -\beta_1 u_{10} \\ \gamma_2 &= -\beta_2 u_{20} \\ \delta &= Q_{omax} R_2^{(u_{20}-1)} [1 - \ln(R_2)] \end{aligned} \quad (2.6)$$

A partir de 2.5 pode-se obter, então, a matriz de transferência para o sistema [Bra94]:

$$Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\beta_1}{s(s+2\alpha)} & \frac{\beta_2(s+\alpha)}{s(s+2\alpha)} \\ 0 & -A\beta_2 \end{bmatrix} U(s) + \begin{bmatrix} \frac{x_{20}s^2+s(\gamma_2+2\alpha x_{20})+\alpha(\gamma_1+\gamma_2)}{s^2(s+2\alpha)} \\ \frac{\delta}{s} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

em que $U(s) = [U_1(s) \ U_2(s)]^T$ e $Y(s) = [Y_1(s) \ Y_2(s)]^T$.

Portanto, segundo [Bra94], a malha de nível pode ser descrita por um modelo de 2ª ordem com um pólo na origem, isto é, um integrador. Uma vez que a função de transferência que se deseja encontrar para este caso é apenas a relacionada à dinâmica do nível, foram implementados algoritmos semelhantes ao caso anterior (planta simulada), portanto o sistema será tratado como SISO (entrada única e saída única - respectivamente comando da válvula e nível do tanque). Após a obtenção da função

de transferência (malha de nível), um novo controlador deve ser projetado e testado, de forma a melhorar o desempenho do sistema, tais como a redução do percentual de sobre-sinal, do tempo de acomodação e do tempo de subida.

Note que a matriz de transferência da equação (2.7) dada é contínua, porém toda a abordagem deste trabalho é feita no domínio discreto. A ordem do modelo da malha de nível estimada é, então, mantida: segunda ordem, com atraso puro de tempo.

E ainda, devido ao fato de apenas se objetivar modelar a malha de nível, uma função de transferência (não uma matriz de transferência, como em (2.7)) deve ser estimada, pois, na verdade, o sinal da válvula FCV-02 (u_2) é mantido constante durante todas as realizações de testes neste trabalho.

A fim de se determinar a ordem do modelo que melhor representasse a dinâmica da malha de nível da planta, diversos valores foram testados nos algoritmos de identificação e a estrutura de modelo descrito na equação (2.8) foi selecionada como mais representativa. Esta conclusão foi obtida através de comparações entre a saída real da planta e a gerada pelo modelo para um mesmo sinal de excitação. Observa-se na equação (2.8) que o atraso é de 3 períodos de amostragem (sendo um deles devido à presença do amostrador na planta) - neste trabalho, para a malha de nível do STI foi utilizado um período de amostragem $T_s = 5$ - portanto um atraso de 15 segundos foi considerado. Esta estrutura para a planta foi utilizada para todos os ensaios de identificação apresentados.

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-2}(b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (2.8)$$

2.2.2 *Hardware* do Sistema de Controle Usado no STI

Como pode ser observado na Figura 2.7, o *software* de controle utilizado no trabalho é implementado de forma digital, num computador padrão IBM-PC. A aquisição e envio de sinais para a planta de tanques é realizada por uma placa PCI instalada no PC, fabricada pela *National Instruments*®, modelo NI PCI-6040E. Os dados do sensor de nível obtidos pela placa são processados no *software* de controle implementado através de uma equação de diferenças (equação (1.2)), sendo então enviado este sinal de controle

calculado para a válvula (FCV-01) presente no sistema.

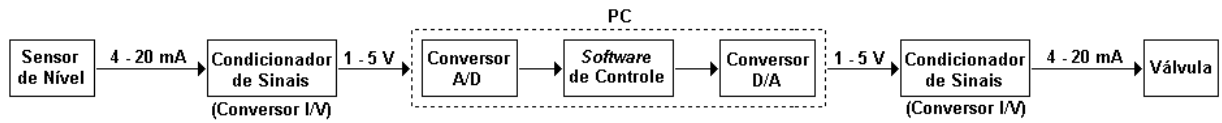


Figura 2.7: Diagrama em Blocos do *hardware* utilizado para controle e aquisição e envio de sinais no STI

Os sinais são tratados da seguinte forma: primeiramente, o valor real de nível do tanque é lido pelo sensor, que o converte para um sinal de $4 - 20mA$. Este sinal é tratado pelo condicionador de sinais, cuja função é transformar o sinal de corrente elétrica em sinal de tensão correspondente. O sinal de tensão é então enviado para a placa instalada no PC, cujo conversor A/D possui uma resolução é de 12 bits. Este sinal digital é tratado pelo *software* de controle, cuja saída é novamente transformada em um sinal analógico de tensão pelo conversor D/A (cuja resolução é também de 12 bits) e enviado ao condicionador de sinais, que o converte para um sinal de corrente e finalmente o envia para a válvula.

Capítulo 3

Estudo de Casos

Visando verificar o comportamento dos algoritmos estudados, neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos na simulação dos algoritmos de identificação e projeto do controlador para uma planta simulada de 2ª ordem, além daquela apresentada por Landau [Lan01], [LK97b], [LK97a].

3.1 Simulação de Sistemas de 2ª Ordem

A fim de que fosse feito um estudo mais aprofundado do algoritmo de identificação em malha fechada (CLOE), do método dos mínimos quadrados e do algoritmo de projeto de controladores proposto, foram simulados alguns sistemas de diferentes ordens com características tais como a presença de integrador e tempo morto.

Como proposto em [Lan01], as técnicas de identificação e projeto foram realizadas iterativamente, ou seja, num primeiro momento foi aplicado um sinal de entrada do tipo PRBS a um sistema em malha fechada com um controlador PI implementado. Com tais dados, foi realizada a identificação da planta. A partir deste modelo identificado, foi então projetado um novo controlador (RST) para o sistema via alocação de pólos, e novamente foi aplicado um sinal na entrada ao sistema projetado para a realização de uma nova identificação. E um novo controlador pôde então ser projetado. Para a comparação do desempenho dos controladores utilizado no presente capítulo, foi utilizado o índice de desempenho ISE - apresentado em 3.1 [DB98], em que y_m

representa a saída desejada (dada pelo modelo de referência), y_r representa a saída real (com o respectivo controlador projetado implementado) e N é o número de amostras consideradas. Tais simulações foram realizadas em *Matlab*®, e são apresentados nesta seção resultados para uma planta simples, com dois pólos no eixo real.

$$ISE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_m(k) - y_r(k))^2 \quad (3.1)$$

No trabalho, não foi utilizado fator de esquecimento em nenhum dos algoritmos de estimação de parâmetros implementados.

3.1.1 Planta com dois pólos reais

O primeiro sistema simulado foi um de segunda ordem dado por $G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+0,2)}$, ou seja, um sistema com dois pólos reais e distintos sem tempo morto. Este sistema foi simulado em malha fechada com um controlador PI de ganho proporcional $K_p = 1$ e tempo integral $T_i = 10$. O período de amostragem utilizado foi $T_s = 0,5$ segundo (sistema discretizado: $G(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(b_1+b_2z^{-1})}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$). À entrada de referência do sistema foi aplicada então uma PRBS durante 100 segundos, cuja resposta é mostrada na Figura 3.1. Para todos os ensaios utilizados nas etapas de identificação foi simulada a presença de ruído branco adicionado ao sinal de saída, de amplitude 10% da amplitude do sinal de referência.

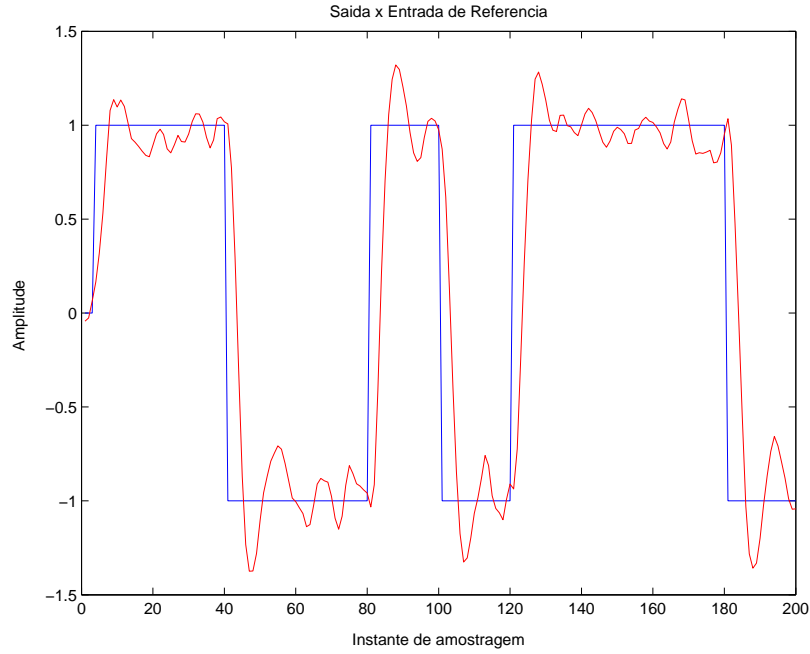
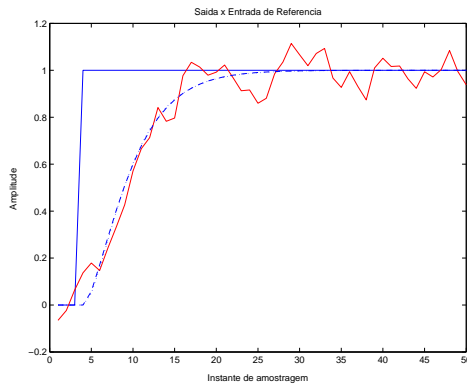


Figura 3.1: Saída da planta simulada de pólos reais - Controlador PI

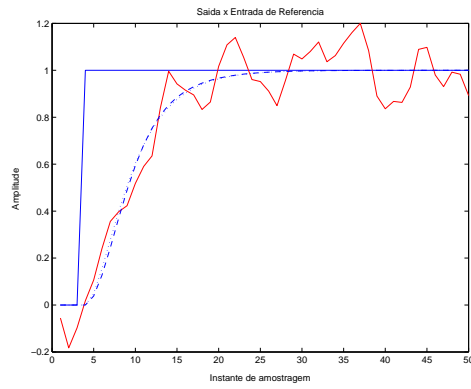
Foi feita então uma identificação da planta utilizando o algoritmo CLOE, e a partir desta identificação um controlador RST foi projetado para o sistema (passo 1). Tal controlador foi projetado via alocação de pólos, e a malha desejada para este caso foi definida como $G_m(s) = \frac{0,5}{(s+1)(s+0,5)}$. O zero identificado (caso discreto) não é cancelado. Este procedimento de identificação e reprojeção de controlador foi realizado sucessivamente no sistema, de forma a observar se haveria melhoria de seu comportamento. A Tabela 3.1 contém os controladores projetados em cada passo realizado, assim como o índice de desempenho da malha fechada (equação (3.1)) (avaliados sem a presença ruído) para cada um dos controladores até a 4ª iteração. É importante observar que o controlador da 2ª iteração foi projetado a partir de dados do sistema operando com o controlador da 1ª iteração, e assim sucessivamente. A Figura 3.2 mostra a resposta ao degrau com e sem ruído para a planta operando com cada um desses controladores, sob as mesmas condições iniciais. A fim de comparação, a resposta desejada (do modelo) também é mostrada em cada uma das figuras.

Tabela 3.1: Controlador RST projetado para a planta de pólos reais a partir de dados de identificação com o método CLOE

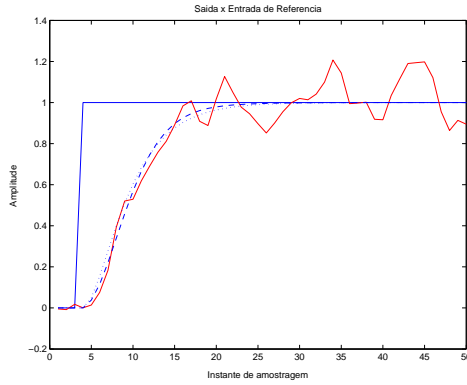
Iteração	$R(z^{-1})$	$S(z^{-1})$	$T(z^{-1})$	ISE
1	$8,1111 - 11,7566z^{-1} + 4,2094z^{-2}$	$1 - 0,4452z^{-1} - 0,5548z^{-2}$	$0,5639$	$1,12 \times 10^{-5}$
2	$4,5817 - 6,2636z^{-1} + 2,0565z^{-2}$	$1 - 0,4522z^{-1} - 0,5478z^{-2}$	$0,3746$	$7,59 \times 10^{-5}$
3	$4,2876 - 5,7809z^{-1} + 1,8632z^{-2}$	$1 - 0,1275z^{-1} - 0,8725z^{-2}$	$0,3698$	$3,21 \times 10^{-4}$
4	$4,6818 - 6,4122z^{-1} + 2,1019z^{-2}$	$1 - 0,3372z^{-1} - 0,6628z^{-2}$	$0,3715$	$2,06 \times 10^{-4}$



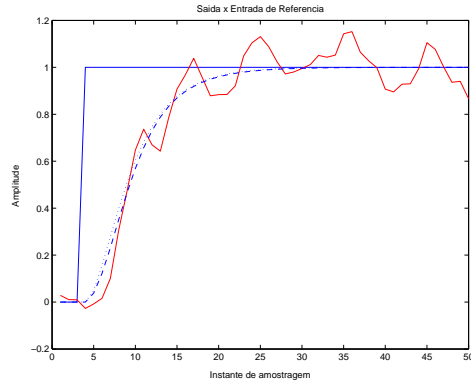
(a) RST - 1ª iteração



(b) RST - 2ª iteração



(c) RST - 3ª iteração



(d) RST - 4ª iteração

Figura 3.2: Resposta ao degrau da planta de pólos reais com os controladores da Tabela 3.1

A Figura 3.3 apresenta a evolução do desempenho da malha fechada projetada (equação (3.1)) para 10 iterações, quando utilizado o algoritmo CLOE na etapa de identificação. Na mesma figura, é apresentado o erro entre a saída real e a saída do modelo calculado (sem ruído) utilizado para o projeto de cada controlador - denominado erro de estimação, descrito na equação (3.2):

$$ISE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_r(k) - y_s(k))^2 \quad (3.2)$$

em que y_r representa a saída do sistema real, y_s representa a saída do sistema estimado em malha fechada e N é o número de amostras consideradas.

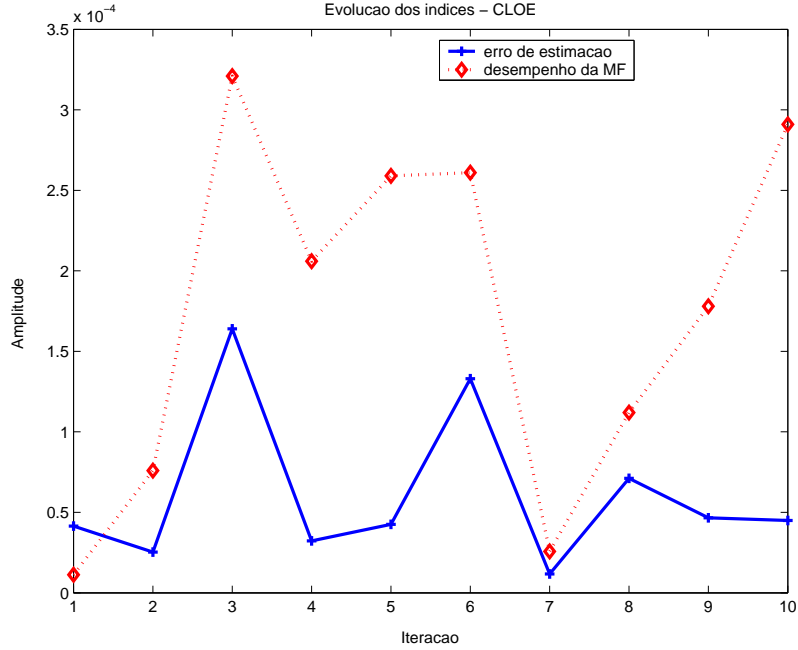


Figura 3.3: Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para o sistema simulado de pólos reais - CLOE

Como pode ser observado pela análise do gráfico da Figura 3.3, o procedimento iterativo apresenta um bom desempenho na malha fechada do sistema logo na primeira iteração, porém este sofre uma degradação no terceiro passo, voltando a melhorar novamente somente na sétima iteração, mas logo volta a piorar. Portanto, de acordo com o algoritmo proposto no Apêndice B poderia-se ter parado o procedimento logo após o primeiro passo. Outra observação importante a ser feita é que os perfis das curvas apresentadas nessa figura são semelhantes, o que mostra a dependência entre um melhor projeto de controlador e um bom modelo do sistema neste caso.

O procedimento de identificação e projeto de controlador realizado utilizando o algoritmo de identificação CLOE foi repetido para o caso dos mínimos quadrados, e na 1ª iteração foram utilizados os mesmos dados da Figura 3.1. A malha fechada desejada

para se projetar o controlador RST foi novamente do tipo $G_m(s) = \frac{0,5}{(s+1)(s+0,5)}$. Mais uma vez, o zero identificado (sistema discretizado) não é cancelado, mesmo que este tivesse um comportamento dominante (este procedimento de manutenção do zero foi adotado para todos os casos deste trabalho). Assim como no caso anterior, a Tabela 3.2 contém os controladores projetados e o índice de desempenho calculado em cada passo realizado (equação (3.1)), em que a etapa de identificação é realizada com o algoritmo dos mínimos quadrados. E a Figura 3.4 mostra a resposta ao degrau na presença e na ausência de ruído para a planta operando com cada um desses controladores, além da resposta desejada (do modelo), sob as mesmas condições iniciais. O procedimento de reprojeção foi o mesmo descrito para o caso da identificação com o algoritmo CLOE.

Tabela 3.2: Controlador RST projetado para a planta de pólos reais a partir de dados de identificação com o método dos Mínimos Quadrados

Iteração	$R(z^{-1})$	$S(z^{-1})$	$T(z^{-1})$	ISE
1	$6,0143 - 8,4210z^{-1} + 2,8615z^{-2}$	$1 - 0,4798z^{-1} - 0,5202z^{-2}$	0,4548	$8,35 \times 10^{-6}$
2	$5,9677 - 8,4534z^{-1} + 2,9228z^{-2}$	$1 - 0,3371z^{-1} - 0,6629z^{-2}$	0,4370	$9,71 \times 10^{-5}$
3	$6,5931 - 9,4990z^{-1} + 3,3670z^{-2}$	$1 - 0,2344z^{-1} - 0,7656z^{-2}$	0,4611	$1,66 \times 10^{-5}$
4	$6,4358 - 9,1708z^{-1} + 3,2052z^{-2}$	$1 - 0,3111z^{-1} - 0,6889z^{-2}$	0,4703	$4,06 \times 10^{-5}$

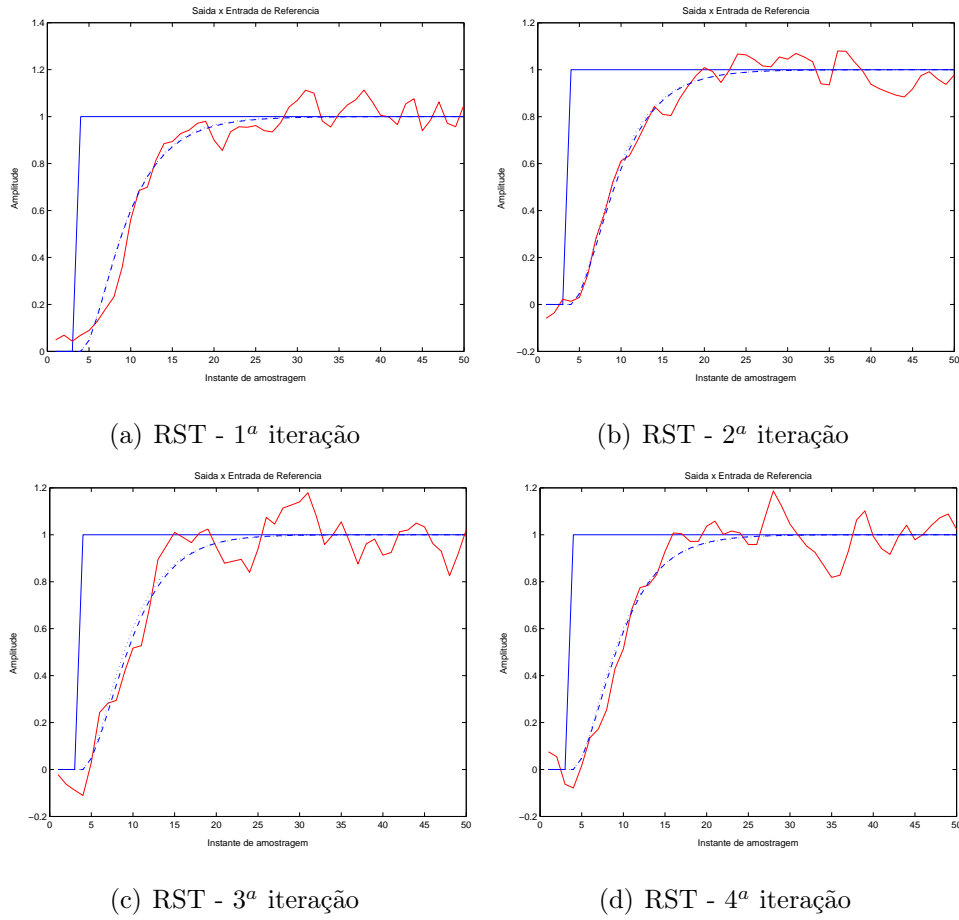


Figura 3.4: Resposta ao degrau da planta de pólos reais com os controladores da Tabela 3.2

A Figura 3.5 apresenta a evolução do desempenho da malha fechada projetada (equação (3.1)) quando utilizado o algoritmo dos mínimos quadrados na etapa de identificação para as 10 primeiras iterações, além do erro de estimação em cada uma delas (equação (3.2)).

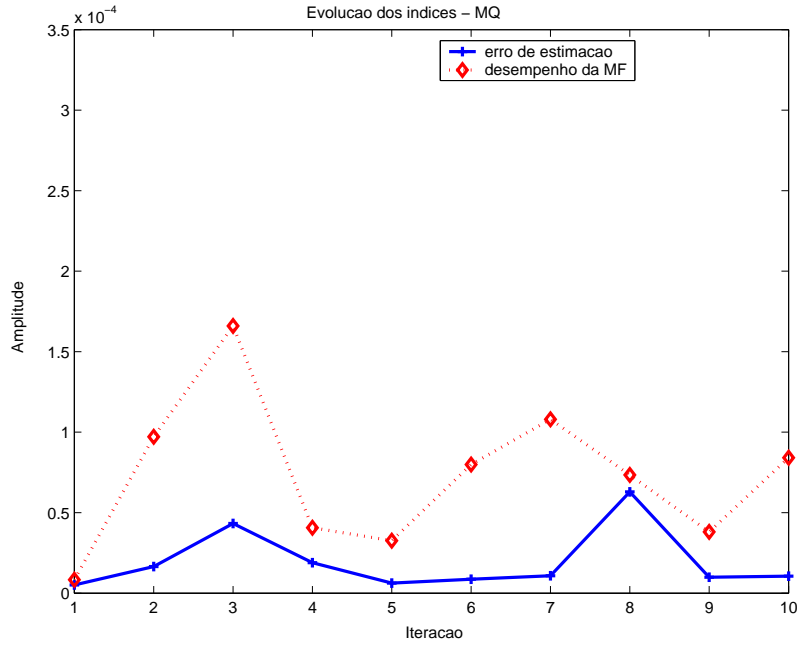


Figura 3.5: Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para o sistema simulado de pólos reais - Mínimos Quadrados

Na Figura 3.5, pode-se observar que o segundo passo neste caso apresenta um desempenho inferior ao primeiro, o que indica o critério de parada de acordo com o algoritmo iterativo proposto. Novamente, percebe-se também a dependência que existe entre o melhor controlador projetado e o melhor modelo do sistema, devido à semelhança nos perfis das curvas de erro de estimação e desempenho da malha fechada apresentadas.

Como pode ser observado pela comparação dos resultados de reprojeção dos controladores para os casos em que é utilizado o algoritmo CLOE na etapa de identificação e o algoritmo dos mínimos quadrados, o segundo caso apresentou resultados mais favoráveis, uma vez que o desempenho da malha fechada do sistema com os controladores projetados a partir de dados de identificação com tal método foi melhor. Porém, o primeiro algoritmo também foi capaz de apresentar bons resultados. A seguir são apresentados resultados para a planta de polias, a fim de se verificar o comportamento do algoritmo para diferentes sistemas.

3.2 Planta de polias - simulada

O procedimento de identificação e ajuste (projeto) de controlador descrito para o sistema simulado anterior foi realizado para a planta de polias descrita no Capítulo 2.

O sistema foi inicialmente simulado em malha fechada com o controlador RST dado na equação (2.2). Durante cada etapa de identificação da planta, a excitação aplicada à entrada foi uma PRBS. Foram considerados 200 instantes de amostragem para todos os algoritmos, e todos os testes foram realizados na presença de ruído branco adicionado ao sinal de saída, de amplitude 10% da amplitude do sinal de referência. O período de amostragem utilizado foi $T_s = 0,05$ segundos. O sinal aplicado à planta e sua respectiva saída na 1ª iteração do procedimento (para a 1ª identificação) é mostrada na Figura 3.6.

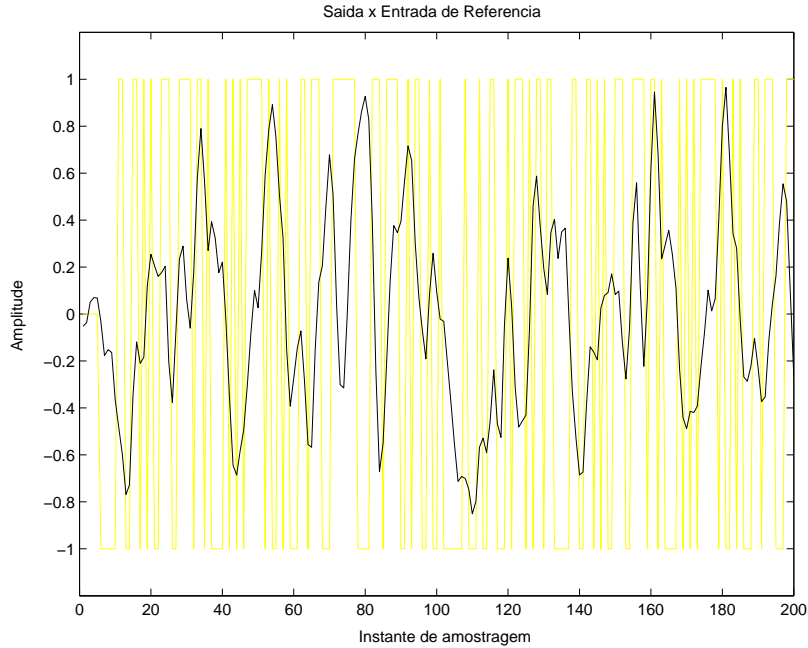


Figura 3.6: Saída da planta de polias - Controlador RST dado

Com os dados da Figura 3.6 foi realizada a identificação da planta utilizando o algoritmo CLOE, para que a partir do resultado um controlador RST pudesse ser projetado para o sistema (passo 1). O método utilizado para o projeto deste controlador foi a alocação de pólos, cuja malha fechada desejada foi dada por $G_m(z^{-1}) =$

$\frac{nz^{-3}(bi_1+bi_2z^{-1})}{1-1,1277z^{-1}+0,3916z^{-2}-0,0233z^{-3}+0,0062z^{-4}}$, em que a raiz de $bi_1 + bi_2z^{-1}$ representa o zero

identificado da planta e n um ganho, que torna o sistema em malha fechada de ganho unitário. Estes valores dos coeficientes para a malha fechada desejada foram obtidos como descrito na seção 2.1. Portanto, novamente o zero identificado não é cancelado. O procedimento de identificação e posterior reprojeto de controlador foi realizado sucessivamente no sistema de polias, de forma a observar se haveria melhoria de seu comportamento. A Tabela 3.3 contém os controladores projetados em cada um dos 4 primeiros passos realizados, assim como o índice de desempenho em cada um deles (equação 3.1). Na tabela, o controlador da 2ª iteração foi projetado a partir de dados do sistema operando com o controlador da 1ª iteração, e assim sucessivamente. A Figura 3.7 mostra a resposta ao degrau na presença de ruído e na ausência dele, para a planta simulada com cada um destes controladores. A resposta desejada (do modelo) também está representada em tais figuras.

Tabela 3.3: Controlador RST projetado para a planta de polias a partir de dados de identificação com o método CLOE

Iteração	Controlador Projetado	<i>ISE</i>
1	$R(z^{-1}) = 0,5366 - 0,6822z^{-1} - 0,4173z^{-2} + 0,9403z^{-3} - 0,1070z^{-4}$	$1,14 \times 10^{-4}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,2026z^{-1} - 0,8468z^{-2} - 0,4186z^{-3} + 0,0628z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2708$	
2	$R(z^{-1}) = 0,6151 - 1,0017z^{-1} - 0,0183z^{-2} + 0,7042z^{-3} - 0,0448z^{-4}$	$9,67 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,1443z^{-1} - 0,8123z^{-2} - 0,3583z^{-3} + 0,0263z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2545$	
3	$R(z^{-1}) = 0,5843 - 0,8155z^{-1} - 0,2759z^{-2} + 0,8711z^{-3} - 0,1116z^{-4}$	$3,18 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,1627z^{-1} - 0,8517z^{-2} - 0,3773z^{-3} + 0,0664z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2523$	
4	$R(z^{-1}) = 0,3497 - 0,0733z^{-1} - 1,2214z^{-2} + 1,4278z^{-3} - 0,2180z^{-4}$	$2,34 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,3013z^{-1} - 0,9004z^{-2} - 0,5216z^{-3} + 0,1208z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2649$	

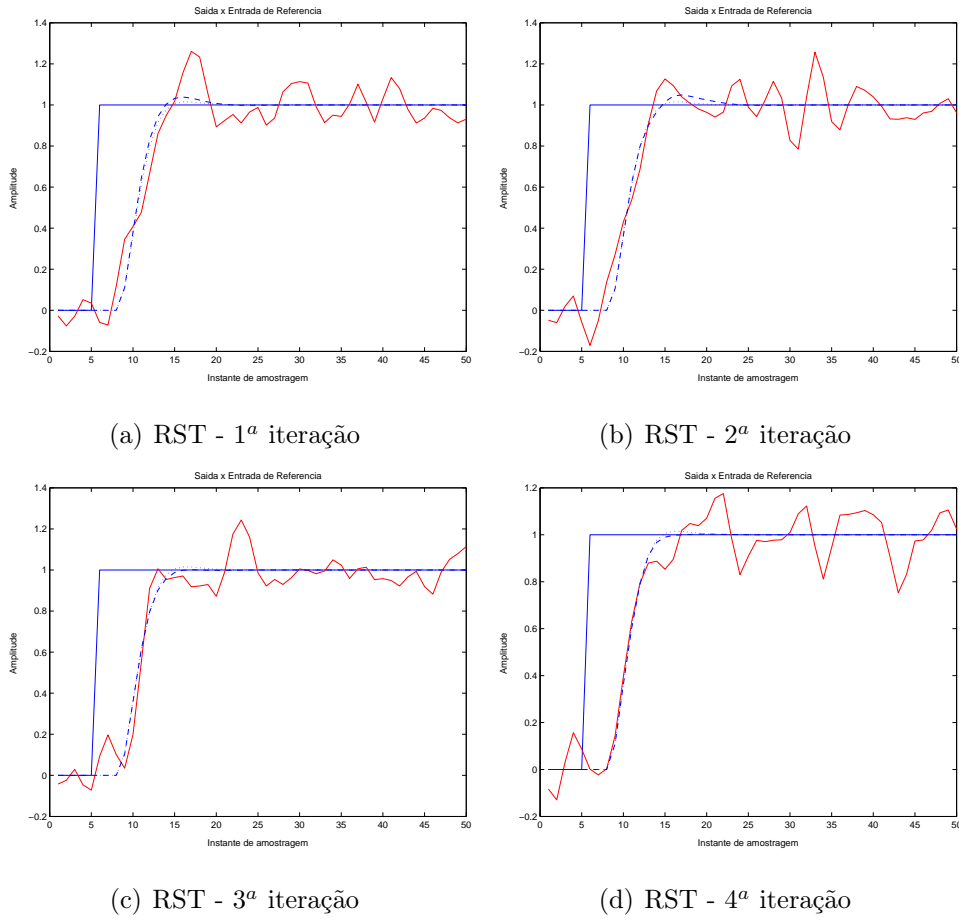


Figura 3.7: Resposta ao degrau da planta de polias com os controladores da Tabela 3.3

A Figura 3.8 apresenta a evolução do índice de desempenho da malha fechada projetada (equação (3.1)) e o erro de estimação (equação (3.2)) de cada uma das 8 primeiras iterações, quando utilizado o algoritmo de identificação em malha fechada CLOE na etapa de identificação

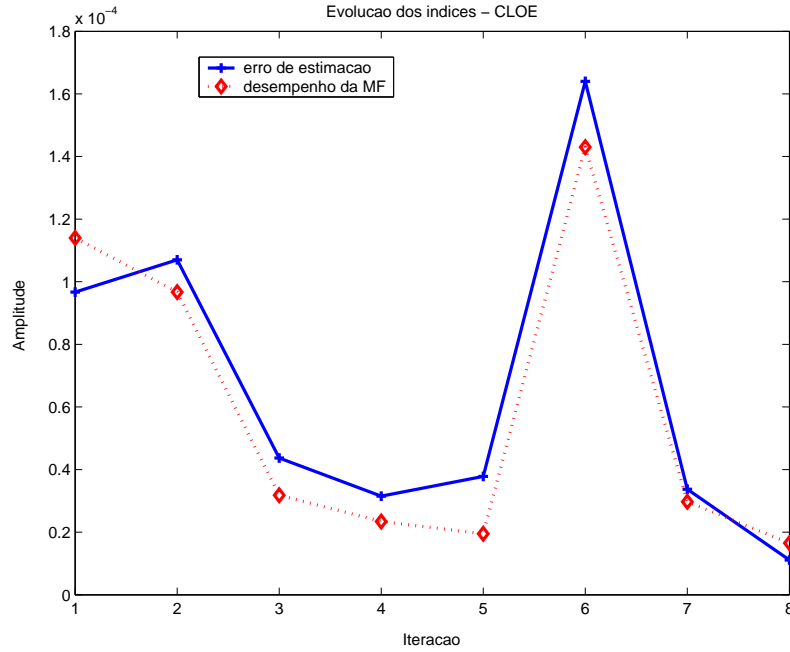


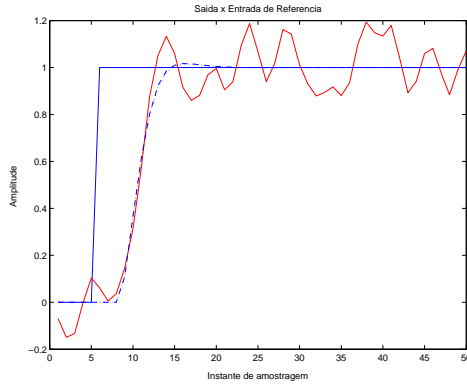
Figura 3.8: Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para a planta de polias - CLOE

A Figura 3.8 mostra como nas figura 3.5 e 3.3 que o algoritmo iterativo não apresenta uma convergência óbvia, o critério de parada não garante o melhor controlador projetado. No gráfico em questão, a 2^a iteração apresenta melhoria em relação à primeira, e uma melhoria persiste até a 5^a iteração; porém na 6^a iteração obteve-se um controlador cujo desempenho em malha fechada foi pior que na iteração anterior, o que representa o critério de parada de acordo com o índice de avaliação utilizado.

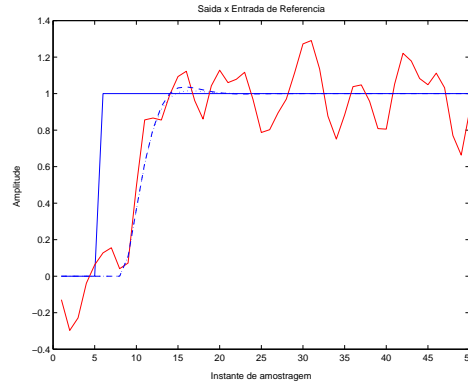
Também sendo utilizados na 1^a iteração os dados da Figura 3.6, o procedimento de identificação e projeto de controlador para o sistema de polias (simulado) foi repetido, utilizando na etapa de identificação o algoritmo dos mínimos quadrados. Assim como no caso anterior, a Tabela 3.4 contém os controladores projetados e seus respectivos índices de desempenho em cada iteração realizada, em que a etapa de identificação é realizada com o algoritmo dos mínimos quadrados e a malha fechada desejada para se projetar o controlador RST é a mesma citada anteriormente. A Figura 3.9 mostra a resposta ao degrau com e sem ruído para a planta operando com cada um destes controladores, além da resposta desejada (do modelo).

Tabela 3.4: Controlador RST projetado para a planta de polias a partir de dados de identificação com o método dos Mínimos Quadrados

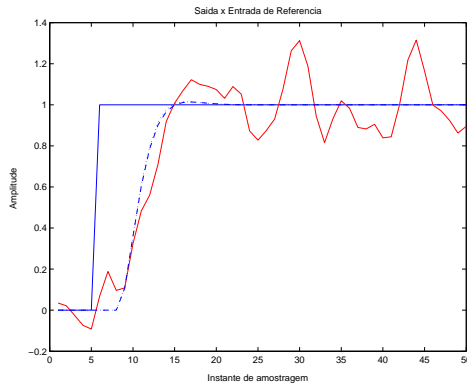
Iteração	Controlador Projetado	ISE
1	$R(z^{-1}) = 0,4078 - 0,2962z^{-1} - 0,9033z^{-2} + 1,2361z^{-3} - 0,1804z^{-4}$	$3,73 \times 10^{-6}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,2557z^{-1} - 0,8838z^{-2} - 0,4740z^{-3} + 0,1020z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2640$	
2	$R(z^{-1}) = 0,42467 - 0,4417z^{-1} - 0,6361z^{-2} + 1,0537z^{-3} - 0,1389z^{-4}$	$4,7 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,2193z^{-1} - 0,8618z^{-2} - 0,4385z^{-3} + 0,0811z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2617$	
3	$R(z^{-1}) = 0,4346 - 0,4318z^{-1} - 0,7009z^{-2} + 1,0928z^{-3} - 0,1354z^{-4}$	$1,16 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,2430z^{-1} - 0,8621z^{-2} - 0,4589z^{-3} + 0,0779z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2591$	
4	$R(z^{-1}) = 0,4023 - 0,2512z^{-1} - 0,9442z^{-2} + 1,2097z^{-3} - 0,1499z^{-4}$	$5,84 \times 10^{-5}$
	$S(z^{-1}) = 1 + 0,2776z^{-1} - 0,8680z^{-2} - 0,4944z^{-3} + 0,0848z^{-4}$	
	$T(z^{-1}) = 0,2667$	



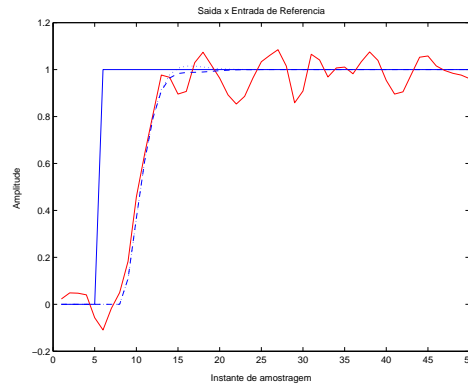
(a) RST - 1ª iteração



(b) RST - 2ª iteração



(c) RST - 3ª iteração



(d) RST - 4ª iteração

Figura 3.9: Resposta ao degrau da planta de polias com os controladores da Tabela 3.4

A Figura 3.10 apresenta novamente a evolução do índice de desempenho da malha fechada projetada (equação (3.1)) e o erro de estimação (equação (3.2)) das 8 primeiras iterações quando utilizado o algoritmo dos mínimos quadrados na etapa de identificação.

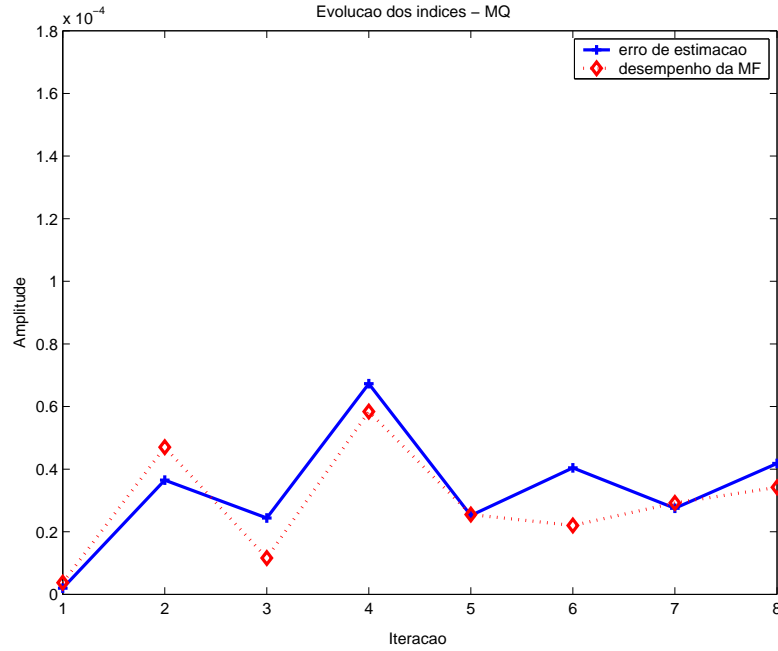


Figura 3.10: Evolução dos índices de desempenho do algoritmo iterativo para a planta de polias - Mínimos Quadrados

Analisando-se a Figura 3.10, observa-se que o melhor desempenho da malha fechada foi obtido na 1ª iteração (levando-se em conta que foram realizadas 8 iterações neste caso). Esta observação mostra que o algoritmo proposto pode acertar o melhor ponto de parada, porém não garante que isto aconteça sempre, como observado na Figura 3.8.

Comparando-se as figuras 3.8 e 3.10, pode-se concluir novamente que ao se utilizar o algoritmo dos mínimos quadrados na etapa de identificação, obteve-se melhores controladores projetados de acordo com o índice estudado. Porém, o algoritmo de identificação CLOE também foi capaz de apresentar resultados satisfatórios para o sistema.

Como pode ser observado pela análise das figuras 3.3, 3.5, 3.8 e 3.10, a etapa

de identificação é muito importante para que o projeto do controlador seja bem feito, uma vez que a curva do erro de estimação possui perfil semelhante à do desempenho da malha fechada nestes gráficos. Pode-se observar que o algoritmo de mínimos quadrados resultou num melhor modelo no caso das plantas estudadas, comparando-se com o método CLOE, e portanto os desempenhos dos sistemas em malha fechada com os controladores projetados a partir da identificação com o primeiro método foram também melhores.

No Capítulo 4, é investigado o desempenho do algoritmo para a planta de tanques iterativos do LCPI também utilizando-se os dois métodos de identificação utilizados no presente capítulo.

Capítulo 4

Resultados Experimentais

Neste capítulo, são apresentados os resultados dos testes realizados de identificação e controle da planta de tanques interativos do LCPI.

Sendo investigado no trabalho a possibilidade de obtenção de resultados satisfatórios também um caso real (assim como no caso simulado), a seqüência de testes aqui é semelhante à feita para estudo simulado, ou seja, primeiramente foi realizada a identificação, no caso deste trabalho, da malha de nível da planta do Laboratório, e posteriormente um controlador foi projetado a partir do modelo identificado.

A função de transferência que se objetiva estimar para posterior reprojeto do controlador no sistema em questão refere-se à malha de nível do tanque 3 (Figura 2.5). Apesar de a escolha de somente uma variável de saída e entrada do processo simplificar bastante o problema da identificação e do controle a serem estudados, é importante lembrar que várias situações reais de controle de processos industriais são similares e perfeitamente reproduzíveis nessa malha. Nos ensaios realizados no sistema (apesar de ser este multivariável), o problema é tratado no presente trabalho como multimalha, uma vez que a válvula de saída (FCV-02) se encontra sempre com uma abertura constante (de 25% da abertura máxima), ou seja, malha de vazão aberta. Os modelos aqui obtidos descrevem, então, a planta para um ponto de operação de vazão de saída de aproximadamente 40% da vazão máxima (valor obtido a partir de medições de sensor apropriado - Figura 4.1, em que o sinal de controle é a abertura da válvula FCV-02). Uma vez que o sistema é não linear (equações (2.3) e (2.4)), o modelo obtido pode não

ser representativo para outras condições de operação. No trabalho, o único atuador para a malha de nível considerado é a válvula de entrada do tanque (FCV-01). É importante ressaltar que essa é a válvula que controla a vazão de entrada de líquido no tanque 2, e a medição de nível é referente ao tanque 3 - a água flui do tanque 2 para o tanque 3 (em que é feita a medição) pelo princípio de vasos comunicantes. Portanto uma característica importante que deve ser levada em consideração no modelo do sistema é a presença de um atraso de tempo considerável (uma vez que a atuação na válvula de entrada do tanque 2 produz um efeito atrasado no nível do tanque 3).

Nos ensaios apresentados neste trabalho referentes ao STI, os sinais são todos normalizados entre 0 e 1 (o que significa que no caso da Figura 4.1, por exemplo, o sinal de saída corresponde a uma vazão de aproximadamente 40% da vazão máxima).

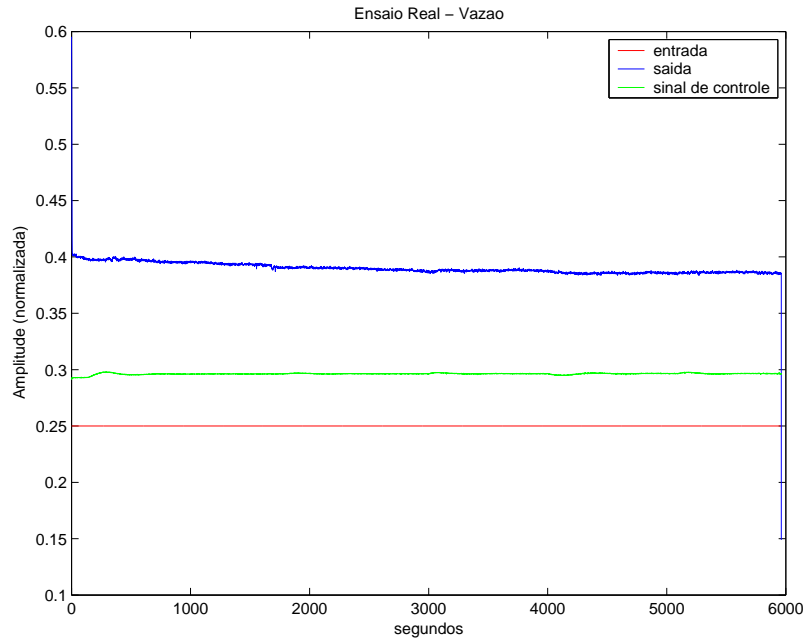


Figura 4.1: Ensaio real (malha aberta) na planta de Tanques Interativos (LCPI) - Malha de vazão

De acordo com o algoritmo iterativo, os dados coletados foram utilizados inicialmente para identificação da malha de nível, cuja ordem é apresentada na equação (2.8). Em nenhum momento, foi utilizado fator de esquecimento nos algoritmos de estimação de parâmetros implementados para o STI.

Para a primeira etapa de identificação do sistema, foi aplicada à entrada da planta o

sinal mostrado na Figura 4.2. Nessa primeira etapa de identificação, quando em malha fechada, o sistema operava com um controlador tipo PI (Proporcional Integral) já implementado, com ganho proporcional $K_p = 1,5$ e tempo integral $T_i = 100$ (equação (4.1)). Esses sinais (entrada de referência de nível, seu valor real correspondente de saída em malha fechada e sinal de controle gerado pelo controlador - neste caso, o sinal de abertura da válvula) foram utilizados no primeiro passo de identificação da planta para os dois métodos de identificação estudados em malha fechada.

$$C(z^{-1}) = \frac{K_p((1 + T_s/T_i) - z^{-1})}{1 - z^{-1}} \quad (4.1)$$

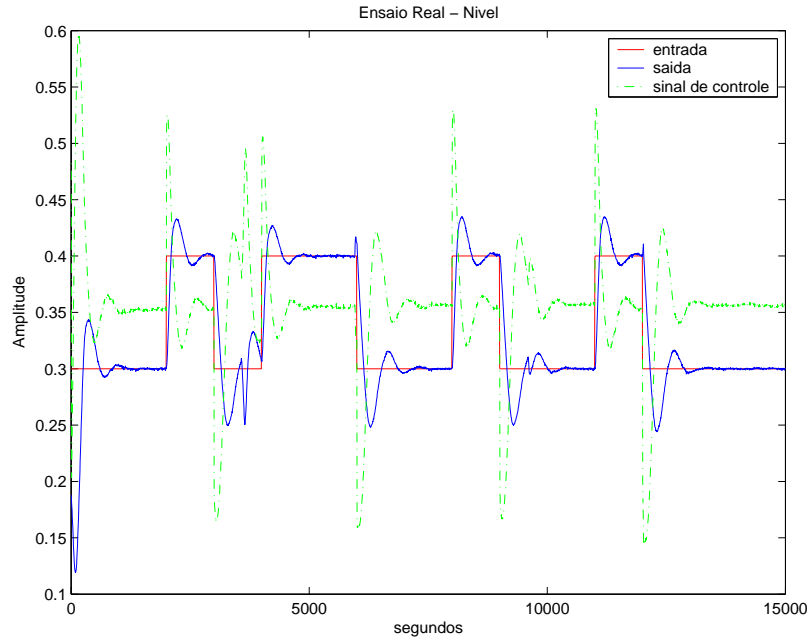


Figura 4.2: Ensaio real (malha fechada) na planta de Tanques Interativos (LCPI) - Malha de nível com controlador PI ($K_p = 1,5$ e $T_i = 100$)

Na etapa de projeto do controlador (tipo RST) para a planta em questão foi usada a teoria de alocação de pólos, descrita no Apêndice B. A malha fechada desejada foi escolhida de modo que não se eliminasse a dinâmica do zero identificado da planta (mesmo que este fosse de fase mínima). Foi escolhida como modelo de referência uma função de transferência contínua de 4ª ordem, com dois pólos dominantes [Oga03] com frequência $\omega_n = 0,017 \text{ rad/s}$ e um coeficiente de amortecimento $\zeta = 0,66$. Os outros

dois pólos em malha fechada escolhidos foram calculados também complexos com uma frequência ω_n 10 vezes mais rápida que a dos outros dois pólos e com o mesmo ς . O atraso estimado em malha aberta (3 períodos de amostragem) foi mantido para a malha fechada desejada. Na equação (4.2), é apresentada a função de transferência deste modelo de referência descrito (em que a raiz de $bi_1 + bi_2z^{-1}$ representa o zero identificado da planta e n um ganho, que torna o sistema em malha fechada de ganho unitário). A Figura 4.3 apresenta sua resposta ao degrau - simulada. Na Tabela 4.1, os parâmetros desejados para o sistema em malha fechada são descritos, onde o tempo de subida é calculado de 10% a 90% do valor final, e o tempo de acomodação é calculado para o critério de 2%. No trabalho, é importante observar que são fixos apenas os pólos do modelo de referência, portanto pode haver diferença entre a resposta desejada e as reais devido ao efeito dos zeros de malha aberta - que são mantidos.

$$G_m(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} = \frac{nz^{-3}(bi_1 + bi_2z^{-1})}{1 - 2,78623z^{-1} + 2,91277z^{-2} - 1,41092z^{-3} + 0,28737z^{-4}} \quad (4.2)$$

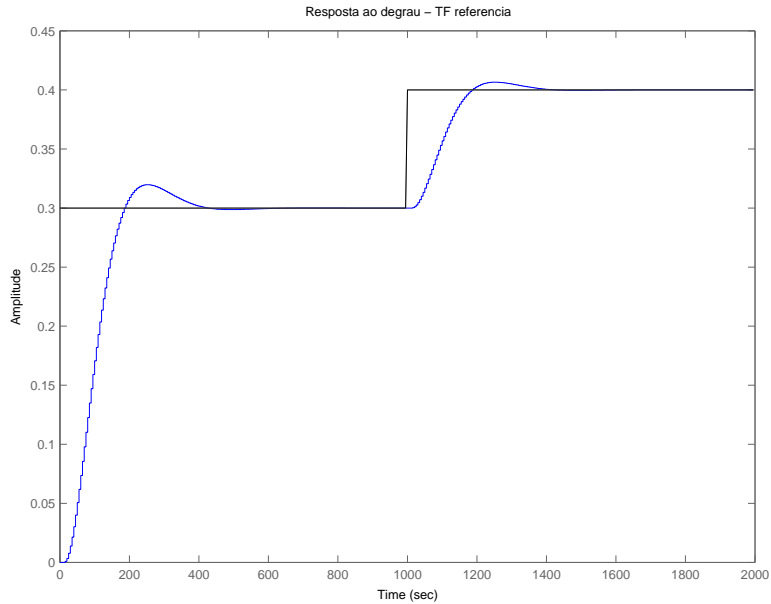


Figura 4.3: Resposta ao degrau da malha fechada desejada para o STI após o reprojeto de controladores RST

Essa malha fechada desejada foi utilizada para todos os projetos de alocação de

Tabela 4.1: Parâmetros do Modelo de Referência

<i>Overshoot</i>	Tempo de subida	Tempo de acomodação
6,6%	115 s	360 s

pólos para o sistema de tanques, de forma que uma comparação final justa pudesse ser feita.

Uma imposição feita no projeto do controlador foi a presença de um integrador, para corrigir o erro em regime permanente. A equação 4.3 mostra a forma de cada polinômio do controlador ($R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$), calculados de acordo com o algoritmo do Apêndice B. Os coeficientes em z^{-3} e z^{-4} de $R(z^{-1})$ são nulos.

$$\begin{aligned}
 R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} \\
 S(z^{-1}) &= 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + s_3 z^{-3} + s_4 z^{-4} \\
 T(z^{-1}) &= t_0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

É importante observar que não foi feita nenhuma ponderação com relação ao sinal de controle (por exemplo, impondo limites à resposta em frequência do controlador), portanto o fato deste apresentar uma variabilidade muito elevada em alguma situação pode não ser uma boa escolha, porém o único objetivo especificado no trabalho foi com a relação à saída (nível). Não se pode afirmar para este trabalho, portanto, que um controlador que apresente muita oscilação seja necessariamente mal projetado em relação a outro que não possui esta característica. Este tipo de análise depende do tipo de sistema que se está estudando - se o esforço do controlador é de fato prejudicial ao sistema (neste caso, realmente a abertura e fechamento de válvula com uma frequência alta pode representar problema), porém o presente trabalho não trata esta questão de restrições na função sensibilidade do sistema.

4.1 Identificação e Reprojetor de Controladores a partir da Identificação pelo Método dos Mínimos Quadrados

O método de mínimos quadrados foi utilizado para a identificação da malha de nível do sistema de tanques com os dados da Figura 4.2. Os polinômios estimados são apresentados na equação (4.4).

$$G(z^{-1}) = \frac{-0,00200z^{-3} + 0,00748z^{-4}}{1 - 1,53551z^{-1} + 0,54118z^{-2}} \quad (4.4)$$

A partir deste modelo identificado foi projetado então um controlador via alocação de pólos (cuja resposta do modelo de referência é apresentado na Figura 4.3) para o sistema. Os coeficientes dos polinômios deste novo controlador são apresentados na Tabela 4.2 e seu respectivo Diagrama de Bode é mostrado na Figura 4.4. A resposta do sistema real quando este controlador é implementado é apresentado na Figura 4.5.

Tabela 4.2: Controlador RST para STI - 1ª Iteração com Mínimos Quadrados

r_0	24,83461251602989
r_1	-39,38074547716676
r_2	15,09010007695473
s_1	-1,25071911719520
s_2	0,45109343347770
s_3	0,00831526125297
s_4	-0,20868957753547
t_0	0,54396711581820

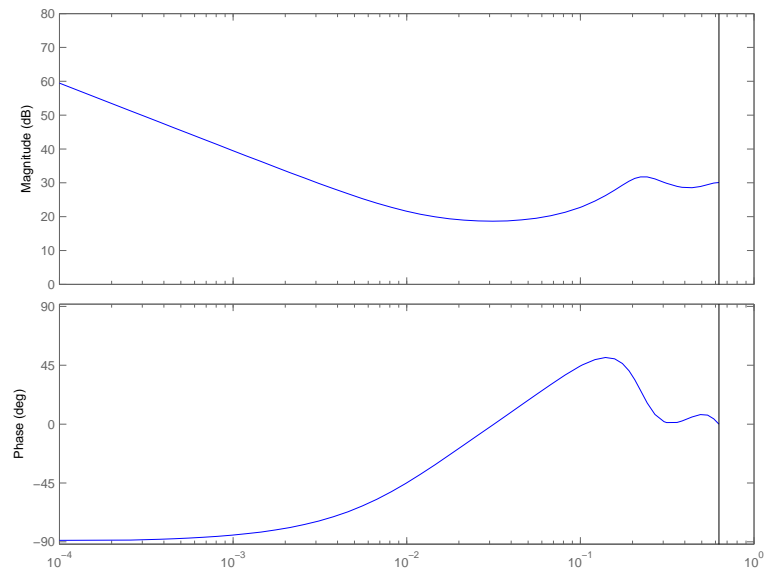


Figura 4.4: Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.2

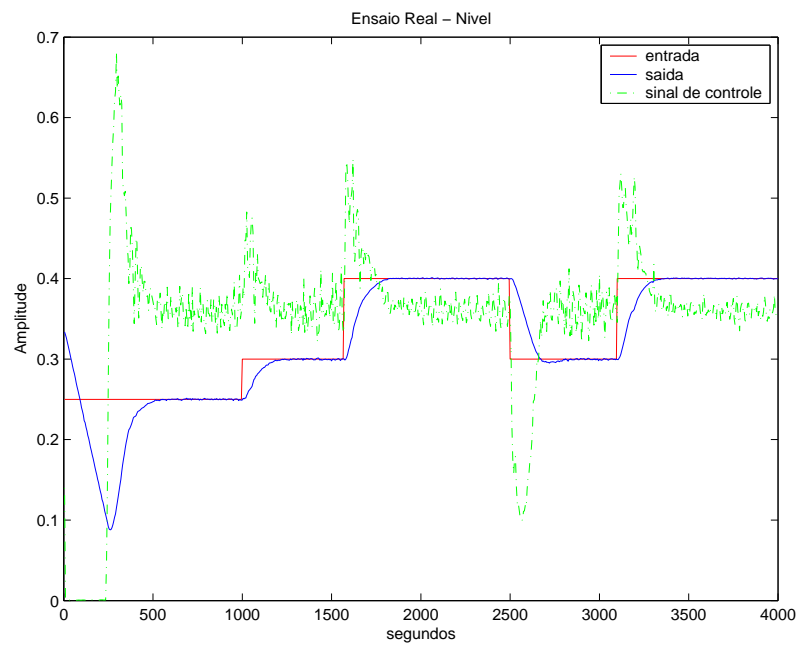


Figura 4.5: Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.2

Tabela 4.3: Parâmetros da Figura 4.5

<i>Overshoot</i>	Tempo de subida	Tempo de acomodação
0%	146 s	260 s

Como pode-se observar na Tabela 4.3, o sistema atende às especificações de desempenho impostas pelo modelo de referência, inclusive sem apresentar *overshoot* e com um tempo de acomodação bastante inferior ao desejado. Os sinais da Figura 4.5 foram utilizados para uma nova identificação da malha de nível do sistema, e os polinômios estimados são apresentados na equação (4.5).

$$G(z^{-1}) = \frac{0,00539z^{-3} - 0,00056z^{-4}}{1 - 1,64221z^{-1} + 0,64712z^{-2}} \quad (4.5)$$

Para a nova identificação do sistema, foi reprojetoado um controlador (cujos coeficientes são apresentados na Tabela 4.4 e cujo Diagrama de Bode é mostrado na Figura 4.6), e a resposta da planta quando esse controlador é implementado é mostrada na Figura 4.7.

Tabela 4.4: Controlador RST para STI - 2^a Iteração com Mínimos Quadrados

r_0	43,91441087276254
r_1	-76,79065151786429
r_2	33,49373816060158
s_1	-1,14402014545669
s_2	0,38693066331027
s_3	-0,27175227998936
s_4	0,02884176213578
t_0	0,61749751550031

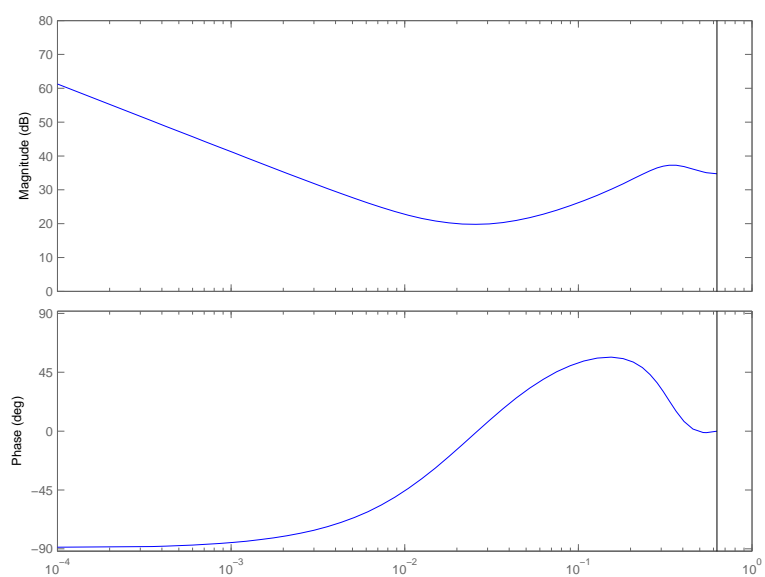


Figura 4.6: Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.4

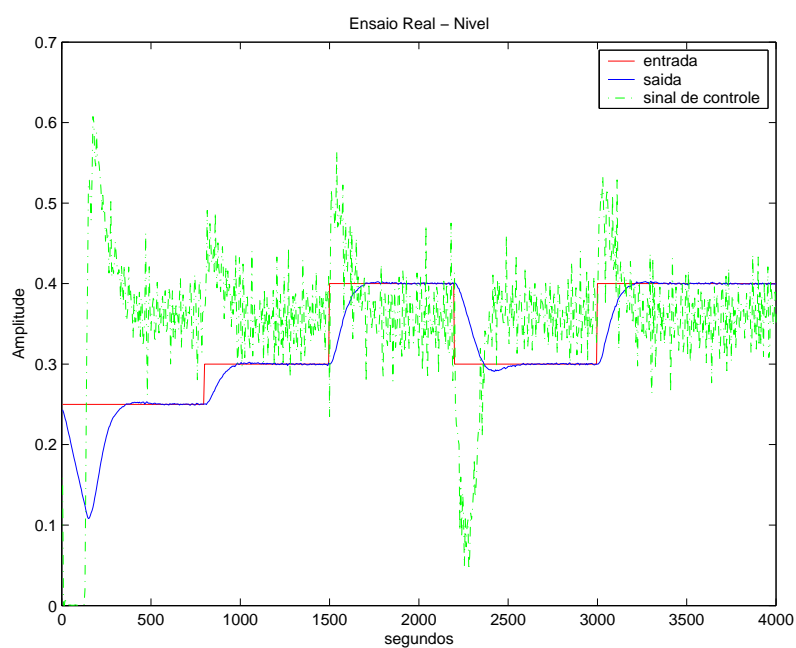


Figura 4.7: Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.4

Tabela 4.5: Parâmetros da Figura 4.7

<i>Overshoot</i>	Tempo de subida	Tempo de acomodação
0%	121 s	205 s

Como pode-se observar na Tabela 4.5, mais uma vez o controlador projetado atendeu às especificações impostas. Porém, o esforço do controlador foi maior que no primeiro caso, o que pode tornar este controlador menos viável em termos práticos (uma vez que a alta frequência de operação da válvula deve ser evitada, a fim de aumentar sua vida útil). Como pode ser observado pela análise da Figura 4.8, o segundo controlador possui ganho mais alto que o primeiro.

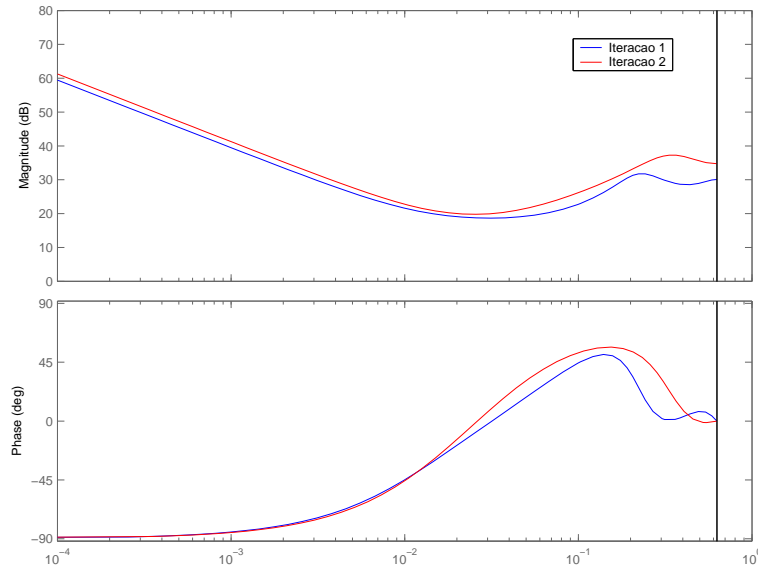


Figura 4.8: Diagramas de Bode - Controladores das Tabelas 4.2 e 4.4

Optou-se então por não realizar mais testes no sistema para o caso dos mínimos quadrados, uma vez que a saída do sistema teve um excelente desempenho já na primeira e segunda iterações e o objetivo é a comparação do desempenho obtido através de resultados com o método CLOE que, como pode ser visto na próxima seção, alcançou o critério de parada em duas iterações somente.

4.2 Identificação e Reprojetos de Controladores a partir da Identificação pelo Método CLOE

O método de identificação em malha fechada CLOE foi também utilizado para a identificação da malha de nível do sistema de tanques com os dados da Figura 4.2. Os

polinômios estimados são apresentados na equação (4.6).

$$G(z^{-1}) = \frac{-0,00654z^{-3} + 0,02928z^{-4}}{1 - 1,40249z^{-3} + 0,42366z^{-2}} \quad (4.6)$$

Os polinômios do controlador projetado via alocação de pólos (cuja resposta do modelo de referência é apresentado na Figura 4.3) a partir da função de transferência da equação (4.6) são apresentados na Tabela 4.6, e a resposta do sistema real quando este controlador é implementado é apresentado na Figura 4.10. O Diagrama de Bode do controlador projetado é apresentado na Figura 4.9.

Tabela 4.6: Controlador RST para STI - 1ª Iteração com CLOE

r_0	3,70744719568072
r_1	-5,50662779548824
r_2	1,93031693069898
s_1	-1,38373346579591
s_2	0,54843160109982
s_3	-0,03126962980618
s_4	-0,13342850549773
t_0	0,13113633089161

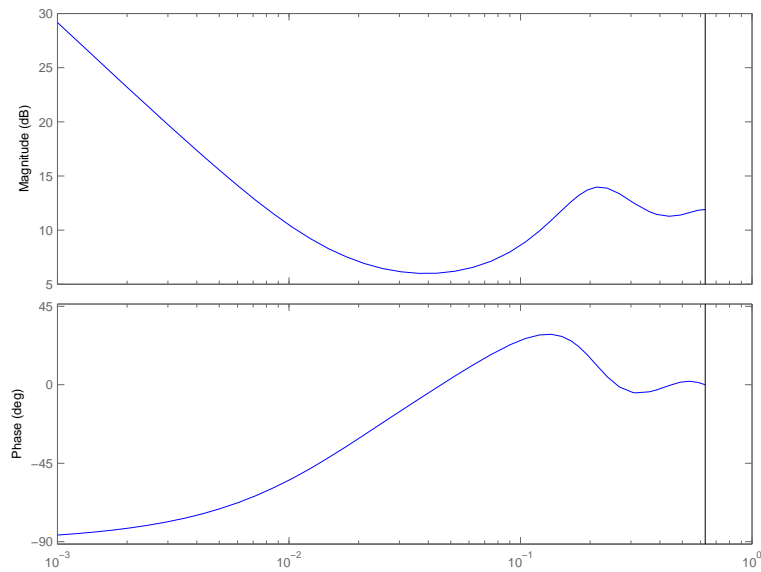


Figura 4.9: Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.6

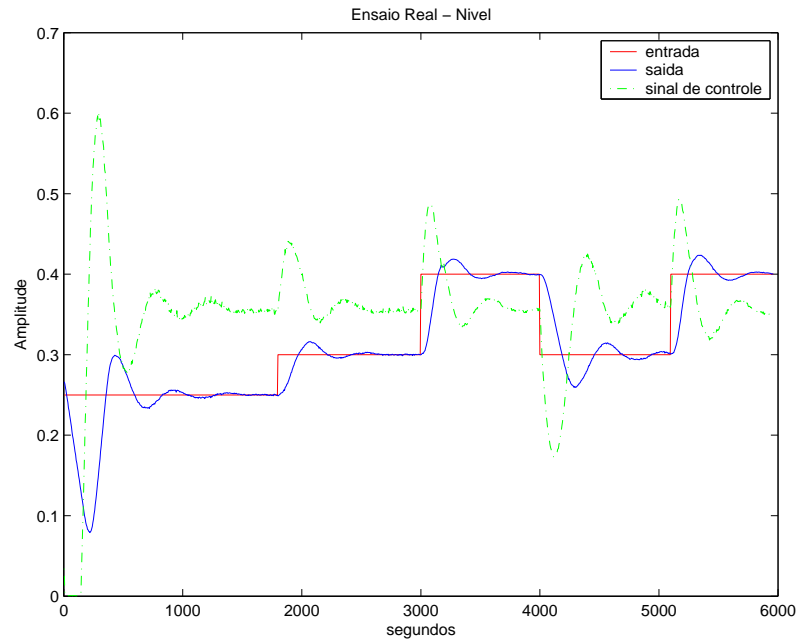


Figura 4.10: Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.6

Tabela 4.7: Parâmetros da Figura 4.10

<i>Overshoot</i>	Tempo de subida	Tempo de acomodação
18,5%	88 s	800 s

Como pode-se observar pela análise da Tabela 4.7, o sistema não atende a todas as especificações de desempenho impostas pelo modelo de referência. Os sinais da Figura 4.10 foram então utilizados para uma nova identificação da malha de nível do sistema, de modo a verificar se um resultado melhor poderia ser obtido. Os polinômios estimados neste passo são apresentados na equação (4.7).

$$G(z^{-1}) = \frac{0,12846z^{-3} - 0,11329z^{-4}}{1 - 1,42713z^{-1} + 0,46118z^{-2}} \quad (4.7)$$

Finalmente, foi reprojetoado um controlador a partir da nova identificação do sistema, cujos coeficientes são apresentados na Tabela 4.8 e seu respectivo Diagrama de Bode é apresentado na Figura 4.11. A Figura 4.12 mostra a saída do sistema real quando esse controlador é implementado.

Tabela 4.8: Controlador RST para STI - 2ª Iteração com CLOE

r_0	-1,01455979388015
r_1	2,14636597586355
r_2	-0,93516125751989
s_1	-1,35909474540607
s_2	0,51197370735630
s_3	0,07685548423110
s_4	-0,22973444618133
t_0	0,19664492446379

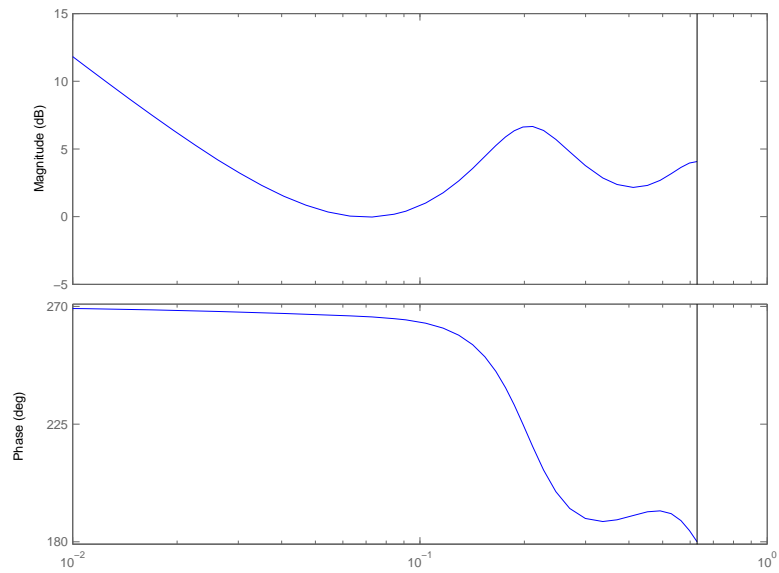


Figura 4.11: Diagrama de Bode do controlador RST da Tabela 4.8

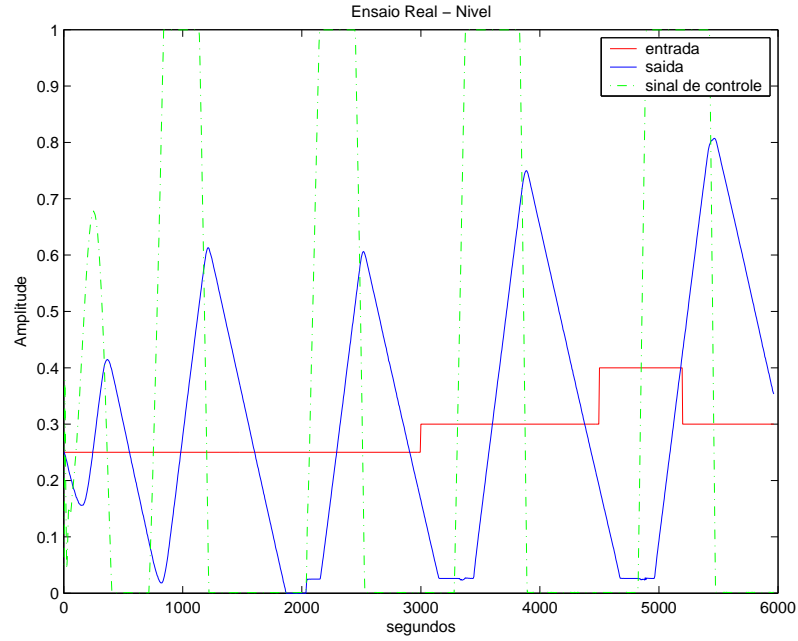


Figura 4.12: Resposta ao degrau com o controlador RST da Tabela 4.8

Como pode-se observar, o controlador projetado deixou o sistema em malha fechada instável. É importante ressaltar aqui que nenhum tipo de função *anti-windup* foi implementado no sistema, portanto a instabilidade observada poderia ter sido evitada caso a implementação fosse feita. Não foram então realizados mais testes de identificação e projeto de controladores quando a identificação é feita pelo método CLOE, uma vez que o critério de parada utilizado é que a iteração forneça melhorias ao sistema.

Portanto, pode-se concluir que o algoritmo dos mínimos quadrados foi satisfatório para a identificação para posterior reprojeção de controladores para a planta real de tanques interativos do LCPI. Porém, o mesmo não aconteceu na 2ª iteração quando utilizando o método CLOE. A fim de se verificar o motivo pelo qual o controlador projetado a partir dos dados obtidos na segunda identificação este método não ter sido satisfatório, foi feita uma comparação entre a resposta de cada modelo obtido e a resposta do sistema real, e como pode ser observado na Figura 4.13, o modelo obtido na segunda identificação com o método CLOE ficou muito distante do real, o que não aconteceu para os outros casos.

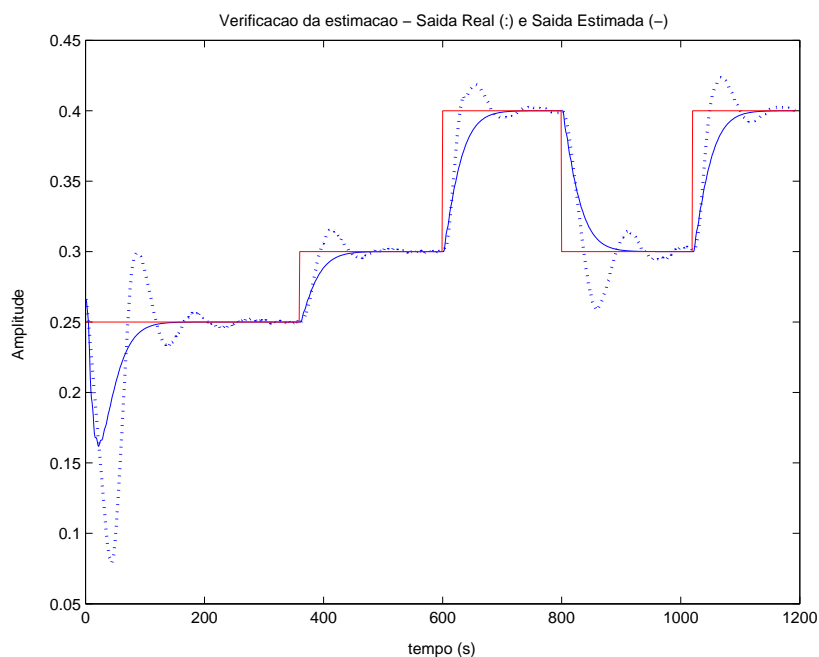


Figura 4.13: Comparação entre a saída real e a do modelo da equação (4.7)

Mais uma vez pode-se observar que o modelo mal estimado resultou em um projeto de controlador insatisfatório, indicando que a etapa de estimação é crucial para o sucesso da etapa de projeto.

A Tabela 4.9 a seguir mostra o critério de comparação de desempenho em malha fechada apresentado no capítulo anterior para o caso dos ensaios realizados no sistema de tanques (equação (3.1), em que y_m é dado pela resposta ao degrau da função de transferência da equação (4.2) e y_r é a saída real com cada um dos controladores projetados - figuras 4.5, 4.7, 4.10 e 4.12).

Tabela 4.9: Comparação do critério de desempenho (ISE) para os ensaios na planta de Tanques Interativos (LCPI)

Figura	ISE
4.5	$3,83 \times 10^{-5}$
4.7	$1,79 \times 10^{-5}$
4.10	$7,85 \times 10^{-5}$
4.12	$5,61 \times 10^{-2}$

Portanto, a utilização do critério ISE na comparação dos desempenhos da malha fechada nos ensaios reais apresentados confirma os resultados obtidos com o primeiro critério. O controlador projetado a partir da identificação com o algoritmo dos mínimos quadrados possui um desempenho em malha fechada melhor do que aquele projetado a partir da identificação com o método CLOE, apesar de o último também ser capaz de apresentar resultados satisfatórios. O critério utilizado (ISE) também foi capaz de comprovar que o controlador projetado no segundo passo do algoritmo iterativo utilizando-se o método dos mínimos quadrados apresentou melhor desempenho em malha fechada que o primeiro, porém o alto esforço da variável manipulada não teve um devido peso considerado. Essas considerações devem ser discutidas com a utilização de diferentes avaliadores de desempenho de sistemas.

Capítulo 5

Conclusões

No presente trabalho, foi feita uma análise e implementação de técnicas de identificação, com a finalidade de que novos projetos de controladores fossem realizados. Foram implementados controladores cujos projetos se deram a partir de modelos identificados por dois métodos diferentes. Os resultados simulados e reais foram compatíveis.

Uma análise importante sobre o algoritmo de identificação iterativa em malha fechada com reprojeto de controlador é que este pode ser visto como um controle adaptativo. Um horizonte de dados N é considerado para a identificação do modelo da planta, e o controlador é reprojeto a cada N amostras. Para $N = 1$, obtém-se portanto o controle adaptativo clássico [Lan01].

Uma vez que diversos controladores foram implementados no sistema de tanques do LCPI e muitos deles resultaram em um esforço excessivo por parte do controlador, a escolha das especificações desejadas para a malha fechada do sistema deve ser feita com cautela. Deve ser considerado o fato de que sistemas reais possuem não-linearidades em sua maioria e, portanto, não é todo modelo de referência que é realizável; além disso as limitações dos atuadores são também muito importantes tanto na escolha do modelo de referência quanto na análise da avaliação de desempenho de um controlador. Muitas vezes é necessário que se faça a escolha de um controlador mais lento porém menos agressivo que um outro rápido mas cujo esforço pode ocasionar a deterioração dos componentes do sistema em menos tempo. Sem dúvida o fator custo possui um peso elevado na escolha das especificações.

Pode-se concluir através dos resultados apresentados nas figuras 3.3, 3.5, 3.8 e 3.10 que no algoritmo iterativo de projeto de controladores estudado, as etapas de estimação e cálculo de controladores são muitos dependentes, uma vez que um projeto de controlador baseado em uma má estimação pode levar inclusive o sistema à instabilidade, como observado nas figuras 4.8 e 4.13.

Uma análise importante do algoritmo iterativo apresentado é com relação ao fato de ele não apresentar uma convergência óbvia, como pode ser observado nas figuras 3.3, 3.5, 3.8 e 3.10, para o número de iterações simuladas. O que significa que nem sempre o ponto de parada proposto (piora instantânea do desempenho da malha fechada) é a melhor escolha, pois não garante o melhor controle.

Para os casos específicos analisados, o método dos mínimos quadrados foi suficiente para que fosse realizada a ‘identificação para controle’ dos sistemas. Tal método possui a vantagem de ser clássico e de fácil implementação. Não foram obtidas vantagens no uso do outro método - CLOE, apesar de este último também ter sido capaz de apresentar resultados satisfatórios, como nos casos simulados e na primeira iteração no STI. Como citado no Apêndice A, o segundo método possui o mesmo algoritmo do primeiro, porém trata sinais estimados da variável manipulada, o que o torna uma variação do método direto, utilizando um tipo especial de variáveis instrumentais [LK97b].

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Uma primeira sugestão de trabalho futuro é a investigação de sob quais condições o método CLOE traria ganhos em relação aos mínimos quadrados, como por exemplo a realização de testes para sistemas com características específicas. Ainda com relação à análise do método proposto por Landau, sugere-se a utilização de diferentes valores de fator de esquecimento (λ 's), a fim de se verificar as vantagens e desvantagens destes parâmetros.

Sugere-se ainda a utilização de diferentes índices de desempenho nos resultados, de modo a verificar se sob a análise de outro critério o método CLOE teria outro comportamento.

Além disso, uma sugestão de trabalho é com relação à característica da convergência do algoritmo iterativo. Pode-se investigar um critério de parada que garanta o melhor desempenho.

Sugere-se também como continuidade do trabalho que diferentes horizontes de dados (N) sejam utilizados.

Através da análise dos resultados apresentados, pode-se perceber que a aplicação de um novo conjunto de parâmetros ao controlador de plantas reais deve ser feita de forma suave, de maneira que permita detectar a tendência a um desempenho pior ou mesmo instável, como observado na Figura 4.8, antes que ele ocorra de fato. Portanto, sugere-se que seja avaliada de alguma forma esta tendência citada quando se tratando com plantas reais.

5.1.1 Sugestões para o Sistema de Tanques do LCPI

Quanto aos ensaios realizados no sistema de tanques do LCPI, como uma primeira proposta de continuidade do trabalho, sugere-se que seja realizada a 3ª iteração do algoritmo iterativo de identificação e projeto de controlador para o caso dos mínimos quadrados a partir dos dados da Figura 4.4, de modo a se verificar se o desempenho da malha fechada para este novo passo apresentaria melhoras ou não em relação ao anterior. Além disso, sugere-se que novas sintonias de controladores RST com diferentes modelos de referência do proposto sejam realizadas, com resposta mais lenta e menor sobre-sinal, por exemplo, ou ainda sintonias que atendam a requisitos não só com relação à resposta temporal da variável controlada, mas também restrições da resposta em frequência do controlador. Sugere-se também a implementação de funções de *anti-windup* nos controladores do sistema.

Visto que o trabalho foi realizado para um ponto específico de operação do sistema, sugere-se testes para diferentes pontos, ou que se obtenha novos modelos para outros pontos de operação e novos controladores sejam também sintonizados, se necessário.

Uma outra sugestão de trabalho é a obtenção de modelos multivariáveis para o sistema, com sintonia de controladores também para a malha de vazão.

Finalmente, de forma a tornar o algoritmo iterativo de identificação e reprojeção

de controladores mais objetivo, sugere-se que seja utilizado algum avaliador de desempenho para os controladores, de forma que o critério de parada possa ser melhor aplicado a qualquer sistema, inclusive nos resultados apresentados do STI.

Referências Bibliográficas

- [Agu00] Luis Antonio Aguirre. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. UFMG, 1 edition, 2000.
- [AW90] Karl J. Astrom and Bjorn Witternmark. *Computer Controlled Systems: Theory and design*. Prentice-Hall, Inc., 2 edition, 1990.
- [BMM99] Donato Borelli, A. Stephen Morse, and Edoardo Mosca. Discrete-time supervisory control of two-degrees-of-freedom linear set-point controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(1):178–181, Janeiro 1999.
- [Bra94] Anísio Rogério Braga. Implementação de estratégias de controle multi-malha e multivariável. Master’s thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, Dezembro 1994.
- [CdSC04] Antônio Augusto Rodrigues Coelho and Leandro dos Santos Coelho. *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. Editora da UFSC, 2004.
- [DB98] Richard C Dorf and Robert H Bishop. *Sistemas de Controle Moderno*. LTC, 8 edition, 1998.
- [DFT92] John C. Doyle, Bruce A. Francis, and Allen R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Company, 1 edition, 1992.
- [dH98] Paul Van den Hof. Closed-loop issues in system identification. *Annual Reviews in Control*, 22:173–186, 1998.

- [FL99] Urban Forssell and Lennart Ljung. Closed-loop identification revisited. *Automatica*, 35:1215–1241, 1999.
- [HNW00] Namho Hur, Kwanghee Nam, and Sangchul Won. A two-degrees-of-freedom current control scheme for deadtime compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(3):557–564, Junho 2000.
- [HS97] Biao Huang and Sirish L. Shah. Closed-loop identification: a two step approach. *J. Proc. Cont.*, 7(6):425–438, 1997.
- [Jot02] Fábio G. Jota. Controle adaptativo e robusto. Notas de aula da disciplina de Controle Adaptativo e Robusto, 2002.
- [KL98] Alireza Karimi and I. D. Landau. Comparison of the closed-loop identification methods in terms of the bias distribution. *System & Control Letters*, 34:159–167, 1998.
- [KS05] Kiyong Kim and Richard C. Schaefer. Tuning a pid controller for a digital control system. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 41(2):485–492, 2005.
- [Lan94] I. D. Landau. An approach for closed loop system identification. *Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*, pages 4164–4169, Dezembro 1994.
- [Lan98] I. D. Landau. The r-s-t digital controller design and applications. *Control Engineering Practice*, 6:155–165, 1998.
- [Lan01] I. D. Landau. Identification in closed loop: a powerful design tool (better design models, simpler controllers). *Control Engineering Practice*, 9:51–65, 2001.
- [LEE⁺01] S. Lakshminarayanan, G. Emoto, S. Ebara, K. Tomida, and Sirish L. Shah. Closed loop identification and control loop reconfiguration: an industrial case study. *Journal of Process Control*, 11:587–599, 2001.

- [Lju99] Lennart Ljung. *System Identification: Theory for the user*. Prentice-Hall, Inc., 2 edition, 1999.
- [LK97a] I. D. Landau and Alireza Karimi. An output error recursive algorithm for unbiased identification in closed loop. *Automatica*, 33(5):933–938, 1997.
- [LK97b] I. D. Landau and Alireza Karimi. Recursive algorithms for identification in closed loop: A unified approach and evaluation. *Automatica*, 33(8):1499–1523, 1997.
- [LK98] I. D. Landau and Alireza Karimi. Robust digital control using pole placement with sensitivity function shaping method. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8:191–210, 1998.
- [LL99] J. Langer and I. D. Landau. Combined pole placement/sensitivity function shaping method using convex optimization criteria. *Automatica*, 35:1111–1120, 1999.
- [LLRB96] I. D. Landau, Jochen Langer, Daniel Ray, and Jean Barnier. Robust control of a 360° flexible arm using the combined pole placement/sensitivity function shaping method. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(4):369–383, 1996.
- [Mir00] Márcio Fantini Miranda. *Controle Multivariável na Presença de Incertezas*. PhD thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil, Agosto 2000.
- [Oga03] Katsuhiko Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, 4 edition, 2003.
- [RC06] A. Seshagiri Rao and M. Chidambaram. Enhanced two-degrees-of-freedom control strategy for second-order unstable processes with time delay. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45:3604–3614, 2006.

- [SS88] Forsten Soderstrom and Petre Stoica. *System Identification*. Prentice Hall, 1988.
- [SSdlB06] Rodrigo Silva, Daniel Sbárbaro, and Bernardo A. León de la Barra. Closed-loop process identification under pi control: a time domain approach. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45:4671–4678, 2006.
- [YLXSGR06] Zou Yan-Li, Luo Xiao-Shu, and Chen Guang-Rong. Pole placement method of controlling chaos in dc-dc buck converters. *Chinese Physics*, 15(8):1719–1724, Agosto 2006.
- [ZB02] Yucai Zhu and Firmin Butoyi. Case studies on closed-loop identification for mpc. *Control Engineering Practice*, 10:403–417, 2002.

Apêndice A

Identificação de Sistemas

São apresentadas aqui as formas estudadas para identificação de sistemas, tanto em malha aberta quanto em malha fechada.

A.1 Métodos Clássicos de Identificação

A.1.1 Identificação Não-Paramétrica

Métodos não-paramétricos de identificação são caracterizados pela propriedade de que os modelos resultantes são curvas ou funções, que não são necessariamente parametrizadas por um vetor de parâmetros finito [SS88].

Um modelo linear invariante no tempo de um sistema pode ser descrito por uma função de transferência ou sua correspondente resposta ao impulso. Métodos não-paramétricos são assim denominados devido ao fato de que não empregam (explicitamente) um vetor de parâmetros finito na busca da descrição do sistema [Lju99].

Um exemplo de método não-paramétrico de identificação é a estimação (gráfica) da resposta em frequência de um sistema [Agu00] em que, por exemplo, são aplicados sinais de diversas frequências à sua entrada, com medições do módulo e da fase de cada saída correspondente, permitindo assim a construção de um gráfico aproximado da resposta em frequência do sistema.

A.1.2 Identificação Paramétrica

Os métodos paramétricos são aqueles que visam à estimação de um vetor de parâmetros finito que melhor descreva o sistema [Lju99], como por exemplo os coeficientes de uma equação de diferenças que modele a dinâmica deste sistema numa faixa de frequências em que este opere.

Como os algoritmos tratados neste trabalho resultam na estimação de coeficientes (numéricos) de equações, alguns métodos de identificação paramétrica são apresentados a seguir.

A.2 Implementação do Método dos Mínimos Quadrados

Considerando um sistema dado por:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (\text{A.1})$$

em que $y(k)$ é a saída do sistema, $u(k)$ é o sinal aplicado à sua entrada, $e(k)$ é uma perturbação, d é o atraso puro de tempo da sua resposta, $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{na}z^{-na}$ e $B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{nb}z^{-nb}$. Pode-se representá-lo pela equação de diferenças [CdSC04]:

$$y(k) = b_1u(k-d-1) + b_2u(k-d-2) + \dots + b_{nb}u(k-d-nb) - a_1y(k-1) - a_2y(k-2) - \dots - a_{na}y(k-na) + e(k) \quad (\text{A.2})$$

Para o sistema dado, tem-se $(na + nb)$ parâmetros a serem estimados; em que na representa o menor grau do polinômio $A(z^{-1})$ e nb representa o menor grau do polinômio $B(z^{-1})$. Tais valores podem ser obtidos a partir de observações da entrada e da saída do processo. O termo $e(k)$ é empregado para representar erro de medição, ruído e demais incertezas ou perturbações presentes no sistema [CdSC04].

Definindo-se então:

$$\begin{aligned} \phi_k^T &= [-y(k-1) \quad \dots \quad -y(k-na) \quad u(k-d-1) \quad \dots \quad u(k-d-nb)] \\ \theta^T &= [a_1 \quad \dots \quad a_{na} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{nb}] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

respectivamente os regressores e o vetor de parâmetros a ser estimado.

A equação (A.2) pode ser reescrita na forma [CdSC04]:

$$y(k) = \phi_k^T \theta + e(k) \quad (\text{A.4})$$

Para N medidas realizadas, tem-se então [CdSC04]:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(-1) & \cdots & -y(-na) & u(-d-1) & \cdots & u(-d-nb) \\ -y(0) & \cdots & -y(1-na) & u(-d) & \cdots & u(1-d-nb) \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -y(N-2) & \cdots & -y(N-na-1) & u(N-d-2) & \cdots & u(N-1-d-nb) \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} e(0) \\ e(1) \\ \vdots \\ e(N-1) \end{bmatrix}$$

$$Y = \Phi \theta + E$$

em que $\Phi = [\phi_0^T \ \phi_1^T \ \dots \ \phi_{N-1}^T]$.

A estimativa da saída do sistema, \hat{y} , é calculada por $\hat{Y} = \Phi \hat{\theta}$ [CdSC04]. De onde pode-se definir o erro de predição:

$$\varepsilon = Y - \hat{Y}$$

Segundo o *Princípio dos Mínimos Quadrados*, estabelecido por Gauss [CdSC04], os parâmetros desconhecidos de um modelo matemático devem ser selecionados de modo que a soma dos quadrados da diferença entre os valores reais (medidos) e os estimados seja minimizada. A equação (A.5) formaliza a função de custo para esta relação [CdSC04]:

$$J = \varepsilon^T \varepsilon$$

$$\hat{\theta} = \arg_{\theta} \min J \quad (\text{A.5})$$

A estimativa do vetor de parâmetros, $\hat{\theta}$, obtida pelo procedimento dos mínimos quadrados é dada por:

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T Y \quad (\text{A.6})$$

Uma condição importante do método de mínimos quadrados é que a matriz $(\Phi^T \Phi)$ deve ser não-singular para tornar possível o cálculo de $\hat{\theta}$. Por exemplo, para o caso $u(k) = c, \forall k$ (em que c é uma constante) e $na = 0$, a matriz $(\Phi^T \Phi)$ é singular e (A.6)

não possui solução única para $nb > 1$. Portanto, essa condição está relacionada à *persistência de excitação*¹ da entrada do sistema.

A.3 Algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivo

A equação (A.6) possui uma característica restritiva para a identificação de sistemas: a estimação é toda realizada em batelada, ou seja, é necessário que sejam obtidos dados suficientes de entrada e saída do processo para então se montar a matriz de regressores (Φ) e o vetor de parâmetros estimados ($\hat{\theta}$) ser calculado [Agu00]. Porém, o algoritmo de mínimos quadrados pode também ser implementado de forma iterativa (recursiva), o que significa que a estimação pode ser realizada sequencialmente, à medida que novos dados do sistema são colhidos. Pode-se, então, calcular um vetor de parâmetros a cada instante de amostragem. Assim como para o caso não-recursivo, o objetivo deste estimador é que, para um sistema invariante no tempo, o vetor de parâmetros estimados convirja para valores os mais próximos possíveis do vetor de parâmetros que melhor descreva o sistema [Agu00].

A equação (A.6) pode ser reescrita da forma [Jot02]:

$$\hat{\theta}_{k+1} = (\Phi_{k+1}^T \Phi_{k+1})^{-1} \Phi_{k+1}^T Y_{k+1} \quad (\text{A.7})$$

em que o índice $k+1$ deve ser interpretado como o instante em que o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ é calculado, uma vez que, no algoritmo recursivo de mínimos quadrados, tal vetor é atualizado à medida que novos dados de entrada e saída do sistema são disponibilizados.

Definindo-se a matriz $P_k = (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1}$, tem-se a relação $P_{k+1} = (\Phi_k^T \Phi_k + \phi_{k+1}^T \phi_{k+1})^{-1}$; que substituída na equação (A.7) e usando o lema de inversão de matrizes, chega-se a

¹Segundo [CdSC04], a qualidade de um modelo estimado depende da natureza do sinal aplicado à entrada do sistema durante a coleta de amostras. O sinal aplicado ao sistema deve ser capaz de excitar seus *modos* ou *frequências naturais*, o que significa que deve fazê-lo revelar, na saída, suas características dinâmicas. Um sinal persistentemente excitante em todas as frequências é o ruído branco, que possui componentes de todas as frequências em seu espectro [Agu00]. Ao contrário, um sinal de entrada constante somente é capaz de estimar o ganho estacionário do sistema. Para a estimação de n parâmetros, a entrada deve ser persistentemente excitante de ordem n (ou seja, que tenha potência espectral em n ou mais frequências distintas), no mínimo [Agu00], pg 177.

[Jot02]:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + (1 + \phi_{k+1}^T P_k \phi_{k+1})^{-1} P_k \phi_{k+1} [y(k+1) - \phi_{k+1}^T \hat{\theta}_k] \quad (\text{A.8})$$

Fazendo-se:

$$\begin{aligned} K_{k+1} &= \frac{P_k \phi_{k+1}}{1 + \phi_{k+1}^T P_k \phi_{k+1}} \\ P_{k+1} &= P_k - K_{k+1} \phi_{k+1}^T P_k \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

em que K_k é a matriz de ganho do algoritmo, P_k é a matriz de covariância e ϕ_k é o vetor de regressores, definido na equação (A.3).

Obtém-se, finalmente, a expressão de atualização do vetor de parâmetros para o algoritmo de mínimos quadrados recursivo [Jot02]:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + K_{k+1} (y(k+1) - \phi_{k+1}^T \hat{\theta}_k) \quad (\text{A.10})$$

em que a expressão entre parênteses em (A.10) é chamada erro de predição, cometido ao se estimar $y(k+1)$ com $\hat{\theta}_k$ [Agu00].

Observa-se em (A.10) que à medida que o erro de estimação diminui, $\hat{\theta}_{k+1}$ se torna mais próximo de $\hat{\theta}_k$; e K_{k+1} é o peso dado ao erro de predição neste algoritmo [CdSC04].

Para a inicialização desse algoritmo, é necessário atribuir valores a $\hat{\theta}_0$ e P_0 . A matriz de covariância do estimador de mínimos quadrados (P_k) deve ser inicializada da forma $P_0 = mI$, em que I é uma matriz identidade de dimensão $(na + nb) \times (na + nb)$, e m é uma constante. Tais valores de inicialização dependem do conhecimento que se tem *a priori* do modelo do sistema [SS88] (ou então do fato de se desejar ou não utilizar este conhecimento prévio na estimação). Por exemplo, para o caso em que os valores referentes ao modelo não são disponíveis (ou não são satisfatórios), m deve assumir altos valores (por exemplo, da ordem de 10^9) e o vetor de parâmetros ($\hat{\theta}_0$) pode ser inicializado com valores aleatórios. Para o caso em que alguma informação sobre os parâmetros do sistema é disponível antes desta inicialização, $\hat{\theta}_0$ deve assumir tais valores e m deve ser uma constante de valor pequeno [CdSC04].

O algoritmo de mínimos quadrados pode também ser implementado usando-se um fator de esquecimento (λ), que permite dar uma ponderação maior para os valores de medição mais recentes [CdSC04]. Sua utilização é vantajosa quando se deseja estimar

a variação que ocorre nos parâmetros de um sistema que sofra algum tipo de desgaste, por exemplo (porém essa variação deve ser lenta). A implementação para este caso é semelhante à apresentada nas equações (A.9) e (A.10):

$$\begin{aligned} K_{k+1} &= \frac{P_k \phi_{k+1}}{\phi_{k+1}^T P_k \phi_{k+1} + \lambda} \\ \hat{\theta}_{k+1} &= \hat{\theta}_k + K_{k+1} [y(k+1) - \phi_{k+1}^T \hat{\theta}_k] \\ P_{k+1} &= \frac{1}{\lambda} \left(P_k - \frac{P_k \phi_{k+1} \phi_{k+1}^T P_k}{\phi_{k+1}^T P_k \phi_{k+1} + \lambda} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

onde $0 < \lambda \leq 1$.

Observa-se que o algoritmo das equações (A.9) e (A.10) é um caso especial de (A.11) com $\lambda = 1$. A preocupação ao se utilizar $\lambda \neq 1$, é que o valor de λ escolhido consiga ponderar corretamente os valores que são relevantes para as propriedades do sistema [Lju99]. Ou seja, uma vez que a presença de $\lambda \neq 1$ conduz a estimativas baseadas essencialmente nas últimas $N_y = \frac{1}{1-\lambda}$ amostras de dados ([CdSC04]), daí a importância da escolha de um valor para λ cujas amostras com maior ponderação de fato representem a dinâmica do sistema (ou seja, que seja relevante para a constante de tempo da dinâmica do sistema em si e da dinâmica das variações do sistema [Lju99]). λ pode também ser um fator variante no tempo - $\lambda(t)$, e uma discussão sobre essa escolha pode ser encontrada em [CdSC04], [Lju99] e [SS88].

O método dos mínimos quadrados apresentado pode ser utilizado para a identificação de plantas que operam em malha aberta ou em malha fechada, neste último caso de duas maneiras: Método Direto e Método Indireto.

A.3.1 Método Direto

Considere um sistema cujo diagrama de blocos é representado na Figura A.1:

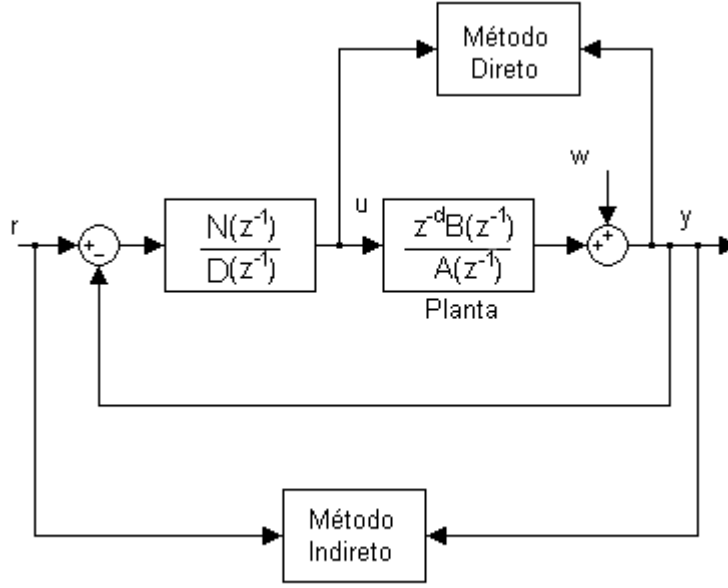


Figura A.1: Método direto x Método indireto - Diagrama de Blocos genérico em malha fechada de um sistema

No método direto, os parâmetros a serem estimados são diretamente os da malha aberta. Por exemplo, utiliza-se o método de estimação de mínimos quadrados, em que o vetor ϕ_k é composto por valores do sinal de controle ($u(k)$) e do sinal de saída ($y(k)$) da planta - vide Figura A.1, de modo que se obtenha os coeficientes da função $G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$. Por isso, é denominado Método Direto.

A.3.2 Método Indireto

No método denominado indireto, os parâmetros estimados pelo método de mínimos quadrados são aqueles da malha fechada, ou seja, os coeficientes de $G_{MF}(z^{-1}) = \frac{N(z^{-1})z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})N(z^{-1})}$, que é a função de transferência em malha fechada para o diagrama de blocos da Figura A.1. Portanto, o vetor ϕ é composto de valores de $r(k)$ e $y(k)$. A função de transferência em malha aberta, $G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$, é obtida através de manipulações algébricas a partir da função em malha fechada obtida - com prévio conhecimento de $N(z^{-1})$ e $D(z^{-1})$ [SS88].

O método indireto pode também ser utilizado para o caso de plantas com controlador com dois graus de liberdade implementado. Nesse caso, os parâmetros estimados

com o método de mínimos quadrados, por exemplo, são da função em malha fechada

$$G_{MF}(z^{-1}) = \frac{T(z^{-1})z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1})+z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})}.$$

A vantagem de se utilizar o método direto é o fato de que não é necessário fazer qualquer tipo de manipulação nos resultados da estimação, além de não ser necessário que se conheça os parâmetros do controlador implementado (ou melhor, a equação que descreve este controlador, que pode possuir não-linearidades que dificultem esta descrição). E a vantagem do método indireto é que não é necessário que se tenha medições disponíveis do sinal de controle, mas apenas da referência e do sinal de saída.

A.4 Algoritmos para Identificação em Malha Fechada - Métodos Baseados no Erro de Saída em Malha Fechada (CLOE)

O método apresentado na presente seção pertence à família de métodos baseados no erro de saída em malha fechada (CLOE - *Closed Loop Output Error*), é apresentado em [Lan01], [LK97a] e [LK97b] e possui a vantagem de não necessitar de sinais internos ao sistema (como no caso do método direto), mas apenas da sua referência e o valor real da saída deste.

A.4.1 CLOE - *Closed Loop Output Error*

Assim como no caso dos mínimos quadrados, esse método de identificação apresentado por Landau [Lan01], [LK97a] e [LK97b] não é capaz de encontrar a melhor ordem para a planta a ser identificada. Dada uma função de custo, estimam-se os melhores parâmetros que a minimizem, representando a dinâmica da planta em uma ordem pré-fixada. Um ponto importante deste método é que a função de transferência estimada é a que representa a planta em malha aberta ($G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$), apesar de os dados utilizados serem aqueles de malha fechada. Uma outra vantagem deste método é que, assim como a planta pode ser identificada e um novo controlador para ela pode ser projetado, o mesmo algoritmo pode ser utilizado como um meio de se fazer

uma redução na ordem do controlador: partindo-se da hipótese de que é conhecido o comportamento da planta em malha fechada, ou seja, qual função de transferência a descreve (a função estimada), pode-se identificar o controlador a partir do resultado de identificação da planta, em uma ordem desejada [Lan01]. Portanto, se a planta identificada corresponde à real, então o controlador identificado preservará as propriedades do sistema em malha fechada original.

Para se entender melhor a teoria relativa a este método, é apresentada na Figura A.2 a estrutura na qual é baseado.

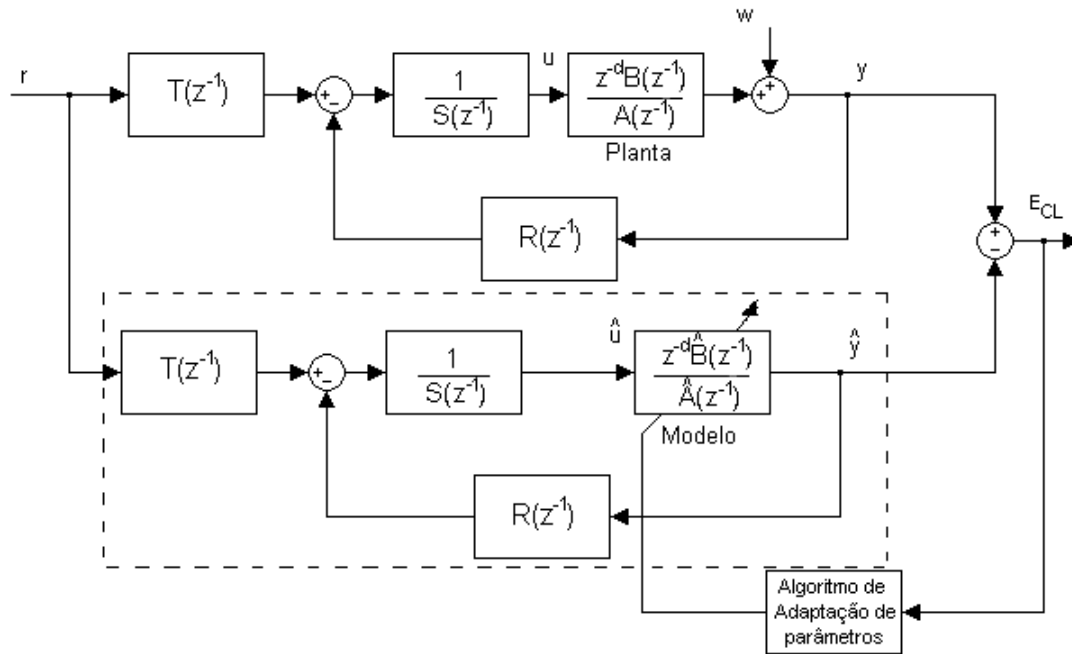


Figura A.2: Estrutura para os métodos de identificação da família CLOE

Na Figura A.2, a parte superior representa o sistema real em malha fechada, e a parte inferior representa o sistema projetado (ou seja, aquele cujos parâmetros de $\hat{G}(z^{-1}) = \frac{z^{-d}\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})}$ serão estimados). O objetivo do método de identificação em questão é diminuir a diferença entre os dois sistemas, minimizando o erro de saída em malha fechada - E_{CL} na figura citada. $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ representam os polinômios do controlador implementado na planta real, no formato RST. Uma vez que este controlador é o mesmo tanto para o sistema real quanto para o modelo, espera-se que $\hat{G}(z^{-1})$

seja o mais próximo possível de $G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$, o sistema real.

Uma consideração a ser feita sobre o método em questão - que também vale para o método dos mínimos quadrados, tanto para o método direto quanto para o método indireto - é que o controlador implementado no sistema deve possuir parâmetros constantes durante toda a fase de coleta dos dados [Lan01] (ou seja, que se mantenha fixo), para que o método (cujo algoritmo será apresentado a seguir) seja válido, uma vez que a estrutura (a equação) do controlador é utilizada durante a fase de identificação. Além disso, a planta deve ser excitada por um sinal externo conhecido, assim como sua saída deve ser medida. O ruído presente na saída da planta deve ter média zero e ser independente da entrada de excitação [Lan01].

O algoritmo, que deriva da Figura A.2 é o seguinte:

$$\hat{y}^0(k+1) = \hat{\theta}_k^T \phi_k \quad (\text{A.12})$$

em que:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_k^T &= [\hat{a}_1(k) \quad \dots \quad \hat{a}_{na}(k) \quad \hat{b}_1(k) \quad \dots \quad \hat{b}_{nb}(k)] \\ \phi_k^T &= [-\hat{y}(k) \quad \dots \quad -\hat{y}(k-na+1) \quad \hat{u}(k-d) \quad \dots \quad \hat{u}(k-nb+1-d)] \\ \hat{y}(k) &= \hat{\theta}_k^T \phi_{k-1} \\ \hat{u}(k) &= -\frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})}\hat{y}(k) + \frac{T(z^{-1})}{S(z^{-1})}r(k) \end{aligned}$$

$\hat{y}^0(k)$ é a saída estimada *a priori* e $\hat{y}(k)$ é a saída estimada *a posteriori*. O erro de saída é, portanto, da forma: $\varepsilon(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1)$. E o algoritmo de atualização de θ_k para o método CLOE é apresentado a seguir.

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{k+1} &= \hat{\theta}_k + P_k \phi_k \varepsilon_{CL}(k+1) \\ P_{k+1} &= \frac{1}{\lambda_1} [P_k - \frac{P_k \phi_k \phi_k^T P_k}{\lambda_1 / \lambda_2 + \phi_k^T P_k \phi_k}] \\ 0 < \lambda_1 \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq \lambda_2 < 2 \\ \varepsilon_{CL}(k+1) &= y(k+1) - \hat{y}(k+1) = \frac{y(k+1) - \hat{y}^0(k+1)}{1 + \phi_k^T P_k \phi_k} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Pode-se observar semelhanças entre o algoritmo de identificação de mínimos quadrados e o método CLOE, porém nesse último existem duas opções para se ajustar o fator de esquecimento (λ_1 e λ_2); que também podem ser variantes no tempo, como no caso

dos mínimos quadrados. O algoritmo CLOE é um algoritmo recursivo, ou seja, não é necessário que se tenha toda a massa de dados necessária do sistema para iniciar a estimação. No algoritmo de mínimos quadrados, o vetor que possui os dados da planta (ϕ) é composto apenas por dados reais do sistema, enquanto no algoritmo CLOE o vetor ϕ possui valores apenas estimados tanto da saída quanto da entrada da planta. No caso do método CLOE, o que o algoritmo procura é minimizar o erro de saída em malha fechada, ou seja, $\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_{CL}(k+1) = 0$ através de ajuste nos parâmetros de $\hat{\theta}$ na ordem pré-especificada, que é o conjunto de parâmetros que melhor descreve a dinâmica da planta (a dinâmica presente na resposta à excitação aplicada na referência do sistema).

Pode-se observar então que para o caso $\lambda_2 = 1$ o método em questão é o próprio método dos mínimos quadrados, em que o vetor ϕ é composto por valores estimados dos sinais de controle e saída do sistema.

Apêndice B

Alocação de Pólos

Considerando $A_m(z^{-1})$, z^{-d_m} , $B_m(z^{-1})$, $A(z^{-1})$, z^{-d} e $B(z^{-1})$ respectivamente o denominador, o atraso e o numerador do modelo de referência, o denominador, o atraso e o numerador do modelo do sistema em malha aberta, e reescrevendo-os em z , não mais em z^{-1} (de modo a facilitar a implementação do algoritmo proposto na seção B.1.1), tem-se os polinômios:

$$\begin{aligned}A_m(z) &= c_0 z^\eta + c_1 z^{\eta-1} + \dots + c_{nc} z^{\eta-nc} \\B_m(z) &= d_1 z^{\eta-1} + \dots + d_{nd} z^{\eta-nd} + \dots \\A(z) &= a_0 z^\mu + a_1 z^{\mu-1} + \dots + a_{na} z^{\mu-na} \\B(z) &= b_1 z^{\mu-1} + \dots + b_{nb} z^{\mu-nb}\end{aligned}\tag{B.1}$$

em que $\mu = nb$ se $nb \geq na + d$, $\mu = na + d$ se $nb < na + d$ e $\eta = nd$ se $nd \geq nc + d_m$ e $\eta = nc + d_m$ se $nd < nc + d_m$.

O método de projeto de controlador via alocação de pólos consiste em fazer:

$$\frac{B_m(z)}{A_m(z)} = \frac{B(z)T(z)}{A(z)S(z) + B(z)R(z)} = \frac{Y(z)}{R(z)}\tag{B.2}$$

ou seja, fazer com que a malha fechada - cujos pólos são dados por $P(z) = A(z)S(z) + B(z)R(z)$ - seja igual ao modelo de referência $(\frac{B_m(z)}{A_m(z)})$.

O projeto de controladores deve satisfazer às condições de causalidade da planta em malha fechada com o controlador RST [AW90], cujo sinal de controle é da forma:

$$u(k) = \frac{T(z)}{S(z)}r(k) - \frac{R(z)}{S(z)}y(k).$$

Observa-se em (B.2) que os pólos do sistema em malha fechada são as raízes de $P(z)$, e os zeros deste sistema são as raízes de $B(z)$ e $T(z)$. Para o caso em que a ordem do modelo de referência $(\frac{B_m(z)}{A_m(z)})$ é menor que a ordem do sistema real em malha fechada $(\frac{B(z)T(z)}{A(z)S(z)+B(z)R(z)})$ deve-se ter, então, cancelamento de pólos e zeros; de modo que as dinâmicas sejam equivalentes.

B.1 O Algoritmo Proposto

Considere os zeros do sistema em malha aberta (ou seja, as raízes de $B(z)$). Se tais zeros não forem também raízes de $B_m(z)$, ou seja, também não forem zeros do modelo de referência, devem ser então raízes de $A(z)S(z) + B(z)R(z)$ (o denominador da malha fechada), o que significa que os zeros em malha aberta podem ser cancelados pelos pólos em malha fechada. Porém, o sistema em malha fechada deve ser estável, portanto, somente os zeros de fase mínima podem ser cancelados. Fazendo então:

$$B(z) = B^+(z)B^-(z) \quad (\text{B.3})$$

em que $B^+(z)$ contém os zeros da fase mínima cancelados e $B^-(z)$ contém os zeros não cancelados (de fase mínima ou de fase não-mínima) do sistema em malha aberta. Para que se tenha fatoração única, $B^+(z)$ deve ser um polinômio mônico [AW90], isto é, seu coeficiente de maior grau deve ser igual a 1.

Não podendo $B^-(z)$ ser um fator de $A(z)S(z) + B(z)R(z)$, ele deve estar presente em $B_m(z)$:

$$B_m(z) = B^-(z)B'_m(z) \quad (\text{B.4})$$

Sendo $B^+(z)$ um fator de $A(z)S(z) + B(z)R(z)$, ele é também fator de $S(z)$:

$$S(z) = B^+(z)S'(z) \quad (\text{B.5})$$

E a equação B.2 pode ser reescrita:

$$\frac{B^+(z)B^-(z)T(z)}{B^+(z)(A(z)S'(z) + B^-(z)R(z))} = \frac{B^-(z)B'_m(z)}{A_m(z)} \quad (\text{B.6})$$

que após cancelamento dos fatores comuns se torna:

$$\frac{T(z)}{A(z)S'(z) + B^-(z)R(z)} = \frac{B'_m(z)}{A_m(z)} \quad (\text{B.7})$$

Pode-se, então, obter as seguintes igualdades a partir da equação (B.7):

$$A(z)S'(z) + B^-(z)R(z) = A_0(z)A_m(z) \quad (\text{B.8})$$

$$T(z) = B'_m(z)A_0(z) \quad (\text{B.9})$$

Sendo, portanto, a equação característica em malha fechada dada por:

$$A(z)S(z) + B(z)R(z) = B^+(z)A_0(z)A_m(z) \quad (\text{B.10})$$

que é obtida multiplicando-se a equação (B.8) por $B^+(z)$.

As raízes do denominador do sistema em malha fechada são compostas, portanto, pelos zeros de fase mínima em malha aberta que foram cancelados ($B^+(z)$), os pólos do modelo ($A_m(z)$) e as raízes de $A_0(z)$.

Fazendo $S'(z) = (z-1)S'_1(z)$ em (B.8) inclui-se um termo integral no controlador, para anular o erro em regime permanente.

Denominando ν como o grau do polinômio $A_0(z)$, v como o grau do polinômio $B^+(z)$ e ρ como o grau do polinômio $S'_1(z)$, obtém-se as condições:

$$\begin{aligned} \nu &\geq 2\mu - \eta - v \\ \rho &= \nu + \eta - \mu - 1 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Tem-se então para o caso que $A_0(z)$ não possui dinâmica:

$$\begin{aligned} A_0(z) &= z^\nu \\ R(z) &= r_0z^\mu + r_1z^{\mu-1} + \dots + r_\mu \\ S'_1(z) &= f_0z^\rho + f_1z^{\rho-1} + \dots + f_\rho \\ S'(z) &= (z-1)S'_1(z) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Utilizando as equações (B.8) e (B.12), monta-se uma igualdade matricial do tipo $\Delta\Upsilon = \Lambda$, em que Δ contém os coeficientes de $A(z)$ e $B^-(z)$ (conhecidos), Υ contém os coeficientes de $S'(z)$ e $R(z)$ (que são as incógnitas da equação) e Λ contém os coeficientes de $A_0(z)$ e $A_m(z)$ - também conhecidos.

Finalmente, para obter $S(z)$ e $T(z)$, deve-se fazer:

$$\begin{aligned} S(z) &= B^+(z)S'(z) \\ T(z) &= B'_m(z)A_0(z) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

e $R(z)$ é obtido diretamente de (B.12).

Portanto, o método proposto calcula as ordens necessárias para os 3 polinômios do controlador RST e seus parâmetros são facilmente obtidos da equação matricial. Porém, o método apresentado requer que um modelo do sistema em malha aberta seja conhecido. Por isso, neste trabalho a fase de projeto é precedida pela identificação do modelo.