

CONTROLADOR RST ADAPTATIVO DIGITAL COM IDENTIFICAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO E SINTONIA POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS – UM ESTUDO DE CASO

WERTHER ALEXANDRE DE OLIVEIRA SERRALHEIRO.

*Departamento de Eletromecânica – Campus Araranguá – Instituto Federal de Santa Catarina
Av. XV de Novembro, 61 – Aeroporto, 88900-000 - Araranguá/SC
E-mail: werther@ifsc.edu.br*

Abstract— The modern digital control techniques use the adaptative control method, performing the plant identification as the way to tune the controller parameters. This paper aims to using this methodology to simulate, with the Matlab™ software, the pole placement approach to adjust a RST digital control for a pre-known plant, identified in real-time via recursive least squares method, but the better fitted model structure must have selected with a proper validation method. This paper concludes that both estimator and control tuning may be used together in the same code, aiming successfully the adaptative control task.

Keywords— Digital adaptative control, recursive least squares, parameter estimation

Resumo— As modernas técnicas de controle digital utilizam o método de controle adaptativo, que implementa a identificação da planta a ser controlada como forma de ajuste dos parâmetros do controlador. Este artigo tem como objetivo utilizar esta metodologia para simular, através do software Matlab®, o controle digital RST por alocação de pólos de uma planta previamente conhecida, mas identificada em tempo real pelo método dos mínimos quadrados recursivo. Para tanto, a melhor estrutura de modelagem deve ser selecionada, utilizando métodos de validação. Concluiu-se que os algoritmos de estimação e de sintonia do controlador podem ser utilizados paralelamente em um mesmo código, realizando com sucesso a tarefa de controle adaptativo.

Palavras-chave— Controle adaptativo digital, mínimos quadrados recursivo, estimação de parâmetros

1 Introdução

A maioria das técnicas clássicas de controle de processos pressupõe o conhecimento prévio do processo a ser controlado. Porém, em muitos casos práticos, a modelagem matemática do sistema é muito complexa, ou os parâmetros internos do processo são variantes com o tempo. Então, com o objetivo da eficiência e robustez do sistema de controle, faz-se necessária a identificação paramétrica do processo a ser controlado.

A moderna técnica de controle adaptativo consiste em aplicar algum método de estimação para obter os parâmetros do modelo do processo a ser controlado através da medição de seus sinais de entrada e de saída e, a partir deste modelo estimado, projetar a lei de controle adequada (Aström & Wittenmark, 1995). Esta técnica tem sido utilizada para o projeto e a implementação de controladores industriais desde a década de 70, com crescente utilização prática. Por conta disto, desde então o controle adaptativo tem sido alvo de pesquisa no campo de estudos em Engenharia de Controle.

Com o avanço da tecnologia digital em todos os segmentos da sociedade moderna, inclusive no ambiente industrial, os controladores digitais vêm substituindo os controladores analógicos. A flexibilidade dos sistemas digitais tem facilitado a utilização de sistemas de controle adaptativos,

A proposta deste artigo é a de implementar através de simulação em MatLab® um controlador auto-ajustável explícito numa planta que, apesar de ter conhecimento prévio da sua função transferência,

será identificada segundo um procedimento metodológico que valide o modelo que melhor representa a planta proposta (Vasquez et al., 2007). O projeto do controlador adaptativo dar-se-á pelo método de alocação de pólos numa estrutura RST, respeitando algumas especificações pré-estabelecidas.

Na sequência deste artigo, a arquitetura de controle adaptativo irá ser apresentada. No terceiro capítulo, o processo de identificação por mínimos quadrados recursivo irá ser utilizado para selecionar o melhor modelo para representar a planta no algoritmo de controle. No quarto capítulo, com base no melhor modelo estimado da planta, o sistema de controle será implementado e analisado. Por fim, a contribuição do estudo de caso proposto neste artigo será analisada.

2 Arquitetura de Controle Adaptativo

O controlador adaptativo é definido por Aström e Wittenmark (1995) como sendo um sistema de controle realimentado que pode modificar seu próprio comportamento, em resposta às mudanças de parâmetros dinâmicos do processo ou então por conta de perturbações que porventura forem inseridos na malha fechada.

Para tanto, o Controlador Auto-ajustável (STR) automatiza não só a tarefa de controle realimentado, mas também a de modelagem matemática utilizada para o projeto da lei de controle.

Numa malha fechada em que se faz necessária uma adaptação da lei de controle em tempo real, a técnica de controle STR deve ser realizada por um algoritmo auto-ajustável direto (ou explícito).

No STR explícito, os parâmetros estimados da planta são determinados e atualizados a cada período de amostragem, e utilizados no cálculo dos parâmetros do controlador ajustável. Esta implementação é ilustrada pelo diagrama de blocos da Figura 1.

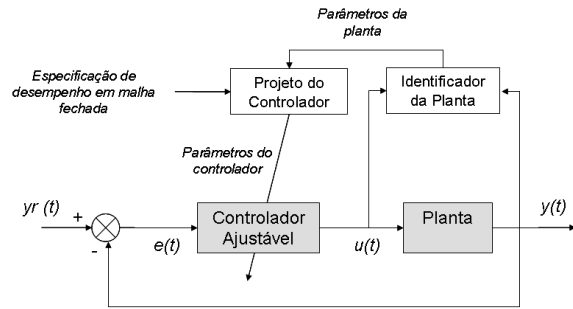


Figura 1. Diagrama de blocos do controlador STR explícito

A planta controlada proposta para este artigo tem a função transferência é dada por:

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)^4} \quad (1)$$

Inicialmente, o período de amostragem deve ser corretamente escolhido para este experimento. Ele não pode ser tão pequeno porque os pólos discretos irão se agrupar em torno de $z=1$, nem tão grande, pois informações fundamentais da planta poderão ser perdidas. Um tempo de amostragem adequando pode ser obtido dividindo o tempo de acomodação por um valor entre 10 e 20 (Ljung, 1999). Para o experimento deste trabalho, foi utilizado o período de amostragem de $T_s = 0.2$ seg.

A planta foi implementada digitalmente através de uma equação à diferenças cujo polinômio foi calculado utilizando o processo de discretização com Segurador de Ordem Zero (ZOH), e foi implementado um ruído branco como perturbação de carga no intuito de avaliar a aplicação dos métodos de identificação e de controle em malha fechada.

Antes de implementar a malha fechada de controle da planta, é necessário identificar a melhor representação de ordem reduzida da planta, tanto no que se diz respeito à ordem e estrutura do modelo quanto aos seus parâmetros.

3 Seleção da Estrutura do Modelo

Para que o controlador possa ser projetado, é necessário o conhecimento prévio da planta, se não de seus parâmetros, mas ao menos de sua estrutura. Para realizar esta estimação, Vasquez et al.(2007) propõem utilizar estruturas de modelo pré-determinadas, aplicadas ao algoritmo de estimação recursiva dos mínimos quadrados, e utilizar um método de validação para selecionar a melhor estrutura que representa a planta real.

O Modelo ARX (auto-regressivo para a variável exógena) é representado pelo diagrama de blocos da figura 2, onde $u(t)$ e $y(t)$ são a entrada e a saída do sistema em tempo discreto respectivamente.

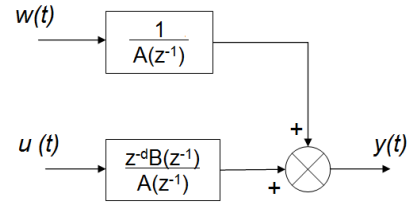


Figura 2. Modelo ARX

Este modelo inclui uma variável exógena $w(t)$, que representa erros de representação ou possíveis variações do próprio modelo, atuando através de um processo auto-regressivo. Para este modelo, vale a expressão:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + w(t) \quad (2)$$

onde:

- z^{-1} : operador atraso;
- $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$: polinômios da função de transferência do sistema da forma:
 $A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}$
 $B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$;
- $w(t)$: ruído branco de média nula;
- d : atraso de transporte do sistema

Já o Modelo ARX (auto-regressivo/média móvel para a variável exógena) é representado pelo diagrama de blocos da figura 3,

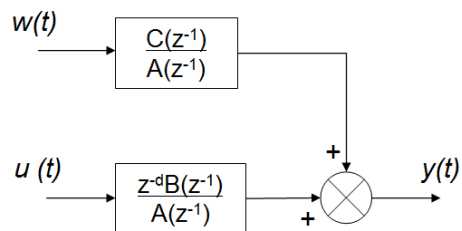


Figura 3. Modelo ARMAX

Para este modelo, vale a expressão:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})w(t) \quad (3)$$

onde:

$$C(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \quad (4)$$

3.1 Processo de Identificação

O procedimento utilizado para a identificação dos parâmetros da planta a ser utilizado no ajuste adaptativo em tempo real do controlador foi o *Estimador dos Mínimos Quadrados Recursivo (MQR)*.

A forma básica deste algoritmo é descrito Coelho e Coelho (2004) que, para cada período de amostragem em $(t+1)$, segue os seguintes passos:

i) Medir a entrada $u(t)$ e a saída $y(t)$ da planta;

ii) Atualizar o vetor de medidas φ ;

$$\varphi^T(t+1) = [-y(t) - y(t-1) \dots u(t-d) u(t-d-1) \dots] \quad (5)$$

iii) Calcular o erro de previsão ε ;

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \varphi^T(t+1) \cdot \hat{\theta}(t) \quad (6)$$

iv) Calcular o ganho do estimador K ;

$$K(t+1) = \frac{P(t)\varphi(t+1)}{1 + \varphi^T(t+1)P(t)\varphi(t+1)} \quad (7)$$

v) Calcular o vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}$

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K(t+1)\varepsilon(t+1) \quad (8)$$

vi) Calcular a matriz de covariância P , alternativamente pela equação:

$$P(t+1) = P(t) - K(t+1)[P(t)\varphi(t+1)]^T \quad (9)$$

No procedimento de identificação da planta, foi realizada uma simulação com 10.000 amostras, num tempo de 200 segundos. Foi aplicada como entrada $u(t)$ da planta um sinal PRBS (*pseudo random binary signal*), com banda de 0.1 segundos e amplitude variando aleatoriamente entre -1 e 1. Para se adequar aos modelos ARX e ARMAX, um ruído branco de media nula foi aplicado como o sinal endógeno $w(t)$. Os sinais de entrada, de entrada $u(t)$, o ruído endógeno $w(t)$ e saída $y(t)$ são apresentados graficamente na figura 4.

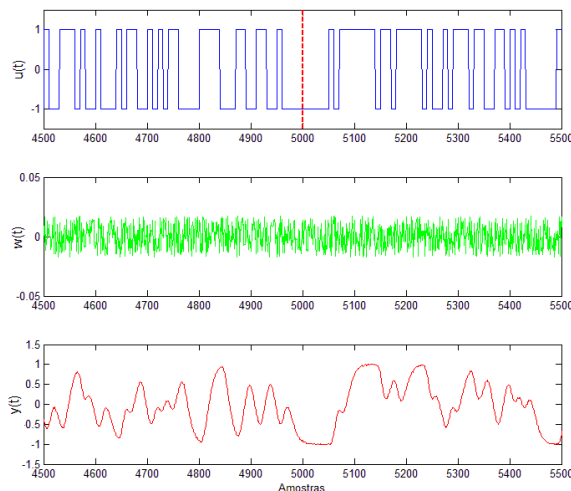


Figura 4. Sinais de identificação modelo ARMAX[222]

3.2 Procedimento de Validação dos Modelos

Durante metade da experimentação, mais especificamente, durante as 500 primeiras amostras, como mostra a figura 4, os parâmetros $\hat{\theta}$ são apenas estimados. Nas amostras restantes, é realizados processos de validação seguindo três critérios.

O primeiro critério utilizado foi o da soma do erro quadrático (SEQ) entre a saída real e a saída estimada do processo. O segundo critério utilizado foi o do Coeficiente de Correlação Múltipla – R^2 . As equações 10 e 11 calculam ambos os critérios respectivamente:

$$SEQ = \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (10)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{k=1}^N [y(k) - \bar{y}]^2} \quad (11)$$

, onde $y(k)$ é a saída real, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada e \bar{y} é a média das N amostras da experimentação (Brosilow e Joseph, 2002).

A adequação do modelo se dá pela minimização da soma do erro quadrático e/ou pela proximidade do valor de R^2 ao número 1.

Como terceiro critério, a convergência do estimador pode ser quantificada pelo cálculo do traço (ou seja, o somatório dos valores da diagonal principal) da matriz de covariância P do estimador MQR.

A estimação foi aplicada aos modelos ARX e ARMAX com diferentes ordens polinomiais, seguindo o mesmo critério adotado por Vasquez et al. (2007). Os valores calculados para os critérios de validação são apresentados na tabela 1.

Tabela 1. Critérios de Validação aplicado a cada modelo.

Estrutura do Modelo	[na nb nc]	SEQ	R^2	Traço P
ARX	[2 2 0]	2.4654	0.9990	0.1339
ARX	[3 3 0]	1.5658	0.9994	1.0395
ARMAX	[1 1 1]	7.0338	0.9973	1.0001
ARMAX	[1 2 2]	6.3583	0.9975	2.0216
ARMAX	[2 2 2]	0.5352	0.9998	2.2819
ARMAX	[3 3 3]	0.5161	0.9998	140.3127
ARMAX	[4 4 4]	0.4961	0.9998	793.6056

Percebe-se pela tabela 1 que a soma do erro quadrático tende a diminuir quando se aumenta a ordem dos polinômios que definem a planta para cada modelo.

Percebe-se também que o critério de R^2 melhora a adequação do modelo quando se aumenta a sua ordem. Isto se deve ao fato de que, quanto mais parâmetros o modelo matemático tiver, mais adaptabilidade este modelo tem de se comportar como o objeto que este modelo representa.

Por estes dois critérios, pode-se descartar ambos os modelos ARX e também os modelos ARMAX de primeira ordem, por possuir tanto o SEQ acima de 1 quanto o R^2 abaixo de 99,95%.

Em contrapartida, percebe-se pelo critério do traço da matriz de covariância do MQR, que quanto mais parâmetros o modelo tiver para ser ajustado, mais lenta será sua convergência.

Os modelos ARMAX de terceira e quarta ordem tiveram um traço muito grande em relação aos outros modelos e, portanto, descartados pela lentidão na convergência.

Enfim, tem-se escolhido o modelo ARMAX[222], cujos parâmetros estimados convergiram, após as 10.000 amostras de simulação para os valores contidos na tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros estimados para o modelo ARMAX[222].

Coefficientes $A(z^{-1})$	Coefficientes $B(z^{-1})$	Coefficientes $C(z^{-1})$
$a_1 = -1.92$	$b_0 = 0.0001$	$c_0 = -1.50$
$a_2 = 0.92$	$b_1 = 0.0046$	$c_1 = 1.36$

A dinâmica de convergência do estimador MQR para os coeficientes dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$, tão bem como a do traço da matriz de covariância P , podem ser observadas pelo gráfico ilustrado pela figura 5.

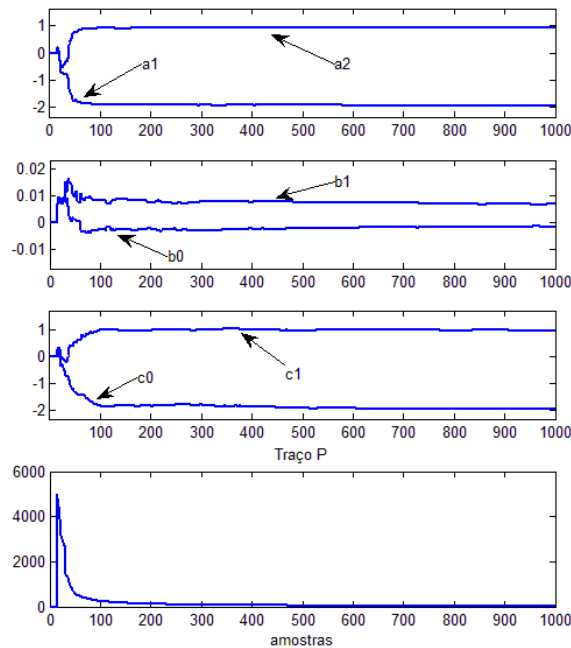


Figura 5. Convergência do estimador MQR para o modelo ARMAX[222]

Percebe-se pela figura que os coeficientes convergem rapidamente para seus valores, com uma boa estimativa a partir da centésima amostra.

Na figura 6, percebemos graficamente o bom ajuste paramétrico da estimativa dada pelo MQR em relação à planta real, observando uma parte da simulação entre as amostras 9.200 e 9.300.

Com o modelo ARMAX[222] selecionado, o projeto do controlador adaptativo pode ser realizado pelo método de alocação de pólos.

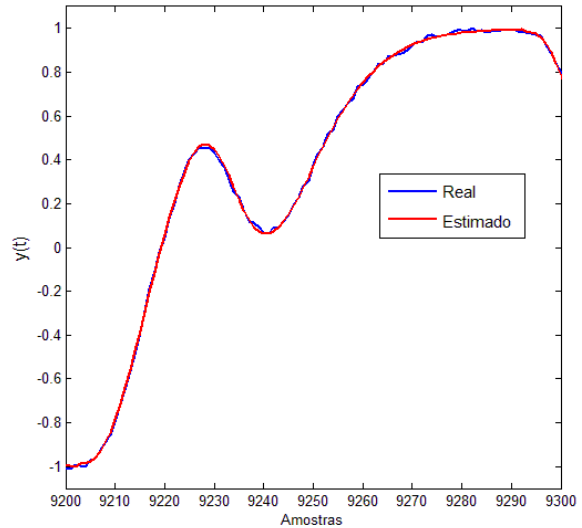


Figura 6. Sinais de Saída Real e Estimada do modelo ARMAX[222]

4 Projeto do Controlador por Alocação de Pólos

O objetivo da técnica de controle por alocação de pólos é ajustar a dinâmica em malha fechada do sistema em um comportamento previamente especificado. Para este projeto, utilizou-se a estrutura RST do tipo posicional, que manipula o sinal de controle $u(t)$ pela equação (Landau, 1998):

$$R(z^{-1})u(t) = T(z^{-1})y_r(t) - S(z^{-1})y(t) \quad (12)$$

onde $y_r(t)$ é a trajetória desejada para a saída $y(t)$, e $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são polinômios com ordem apropriadas nr , ns e nt , cujos coeficientes serão obtidos pelo algoritmo MQR de abordagem direta, utilizando os sinais de entrada e de saída, e são do tipo:

$$R(z^{-1}) = 1 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{nr} z^{-nr} \quad (13)$$

$$S(z^{-1}) = s_0 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{ns} z^{-ns} \quad (14)$$

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1 z^{-1} + \dots + t_{nt} z^{-nt} \quad (15)$$

Para o cálculo dos polinômios do controlador, devemos supor que a equação característica em malha fechada tenha características dinâmicas desejadas. Então, consideremos a relação referência-saída do sistema em malha fechada como sendo:

$$\frac{Y(z^{-1})}{Y_r(z^{-1})} = \frac{Q(z^{-1})}{P(z^{-1})} \quad (16)$$

Com alguma manipulação algébrica, a equação característica da malha fechada representada pela equação (12) pode ser dada por:

$$A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (17)$$

onde d é o atraso do ZOH, e $P(z^{-1})$ é o polinômio da equação característica que contém a dinâmica desejada do tipo:

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{np} z^{-np} \quad (18)$$

Para o sistema controlado proposto neste artigo, considerando o modelo ARMAX[222], temos $na = 2$ e $nb = 2$. Deseja-se um comportamento em malha fechada com características de segunda ordem. Para esta dinâmica, temos o polinômio característico em malha fechada com ordem $np = 2$. Então, para que a equação polinomial (17) seja possível, a ordem dos polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ do controlador devem ser $nr = 1$ e $ns = 2$. O polinômio do pré-filtro irá compensar o erro em regime permanente, e terá ordem $nt = 1$ com o seu valor igual ao valor em regime permanente do polinômio $S(z^{-1})$.

Em uma adaptação da proposição de Landau e Zito (2006), o valor dos coeficientes dos polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ podem ser calculados pela equação matricial:

$$\theta_c = [\theta_p]^{-1} \theta_{aux} \quad (19)$$

onde θ_p é a Matriz de Sylvester dada por:

$$\theta_p = \begin{bmatrix} 1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_1 - 1 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_2 - a_1 & 0 & b_1 & b_0 \\ -a_2 & 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

e ainda

$$\theta_c = [r_1 \quad s_0 \quad s_1 \quad s_2]^T \quad (21)$$

$$\theta_{aux} = [(p_1 - a_1 + 1 \quad p_2 + a_1 - a_2 \quad a_2 \quad 0)]^T \quad (22)$$

4.1 Simulação de Controle

Especificou-se um tempo de acomodação na metade da resposta do sistema em malha aberta, ou seja, $t_{5\%} = 5s$ e com máximo sobre sinal de 10%. Com estas especificações, a equação característica em malha fechada é:

$$P(z^{-1}) = 1 - 1.4897z^{-1} + 0.6188z^{-2} \quad (23)$$

Para cada período de amostragem, o estimador MQR alimenta os valores estimados dos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ nas matrizes das equações (20) e (22). Substituindo os coeficientes de (23) na equação (22), e resolvendo a equação matricial (19), são obtidos os valores dos coeficientes de $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ a cada iteração do estimador. O valor de t_0 é calculado como sendo a soma dos coeficientes de $S(z^{-1})$.

Estes coeficientes convergem para os valores apresentados na tabela 3. A dinâmica desta convergência pode ser observada na figura 7.

Tabela 3. Parâmetros estimados para o Controlador RST.

Coefficientes $R(z^{-1})$	Coefficientes $S(z^{-1})$	Coefficientes $T(z^{-1})$
$r_1 = 0.7038$	$s_0 = 3.3402$	$t_0 = 0.6471$
	$s_1 = -4.6141$	
	$s_2 = 1.9209$	

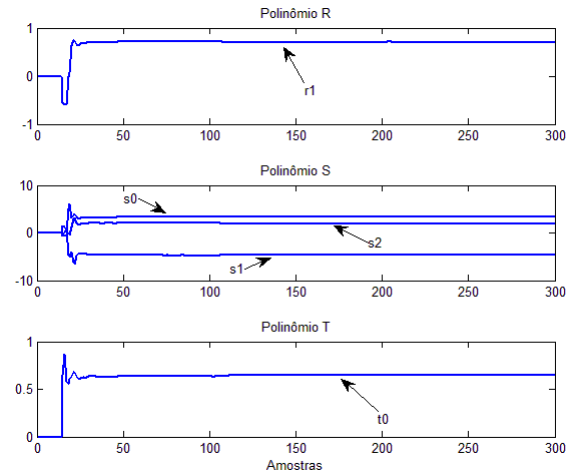


Figura 7. Convergência dos parâmetros de controle RST

A figura 8 mostra o gráfico de resposta a uma referência com três “steps”, durante o intervalo de 300 amostras. Pode-se observar que, durante as primeiras 30 amostras a resposta em malha fechada não converge para sua referência, reflexo de uma fase de acomodação de estimação do algoritmo MQR. A partir desta etapa, verifica-se o segmento à referência. No “step” dado na amostra 100, de amplitude 2, percebe-se que as especificações exigidas para o controlador são satisfeitas, assim como no “step” decrescente aplicado a partir da amostra 200. O sinal de controle também é apresentado na figura, onde se pode observar um comportamento não-agressivo, mesmo enquanto o estimador ainda não convergiu.

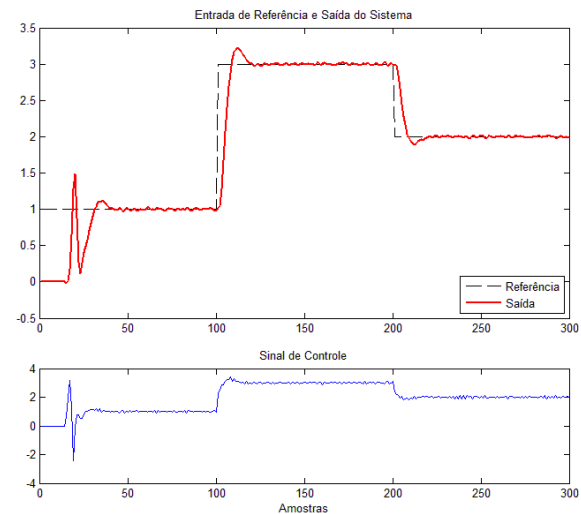


Figura 8. Sinais de Referência, Saída e Controle

4 Conclusões

Este artigo teve como objetivo fazer o estudo de caso da aplicação do controle adaptativo digital para uma planta pré-determinada. A planta proposta foi identificada de forma simulada por um algoritmo de estimação usando o método dos mínimos quadrados recursivo, onde o modelo mais adequado segundo critérios de validação foi selecionado.

Esta etapa de seleção demonstrou ser eficiente, pois a utilização dos três critérios de seleção possibilitou fazer a escolha de apenas um modelo, o ARMAX[222], de maneira clara e fácil.

O estimador dos mínimos quadrados recursivo demonstra, pelo experimento, ser um método de identificação bastante eficaz. Verifica-se que o ajuste, segundo o critério de correlação múltipla, foi de 99,98%, o que significa um alto grau de semelhança entre o modelo e a planta.

Quanto ao método de sintonia por alocação de pólos, o principal problema é a condição da existência da inversa da Matriz de Sylvester. Em algumas simulações durante a experimentação para este artigo, os coeficientes estimados pelo MQR levaram à obtenção de uma matriz singular, o que resultou em erro de simulação. Este fato, apesar de ser raro, pode inviabilizar a aplicação de um controlador em tempo real, se não forem tomadas algumas precauções de código para evitar este tipo de erro.

Por fim, e talvez a mais importante conclusão, é que os algoritmos de identificação, sintonia dos parâmetros do controlador e o próprio cálculo do sinal de controle podem ser realizados no mesmo código, sincronizados no mesmo período de amostragem, conjuntamente com a obtenção dos sinais de entrada e de saída da planta, o que torna o STR explícito uma importante e popular ferramenta de controle de processos industriais.

Agradecimentos

O autor deste artigo agradece aos colegas (e sempre parceiros) professores do Departamento de Eletromecânica do Campus Araranguá, que nunca mediram esforços para possibilitar a capacitação de seu corpo de servidores.

Referências Bibliográficas

- Aström K. J. & Wittenmark, B (1995), *Adaptative Control*, 2nd edition. New York: Addison-Wesley Publishing, EUA.
- Brosilow, C & B. Joseph (2002), *Techniques of Model-Based Control*, Upper Saddle River: Prentice Hall.
- Coelho, A. R. & Coelho, L. S (2004), *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. Florianópolis: Editora UFSC.

- Landau, I. D. (1998), *The R-S-T digital controller design and applications*, *Control Engineering Practice*, 6: 155-165.
- Landau, I. D. & G. Zito (2006), *Digital Control Systems: Design, identification and Implementation*, Spriger, 1^a Edição, London.
- Vasquez, J. R. R. & Perez, R. R., Moriano, J. S., & Gonzalez, J. R. P. (2007), *System identification of steam pressure in a fire-tube boiler*, *Computers and Chemical Engineering* 32, pp. 2839-2848.