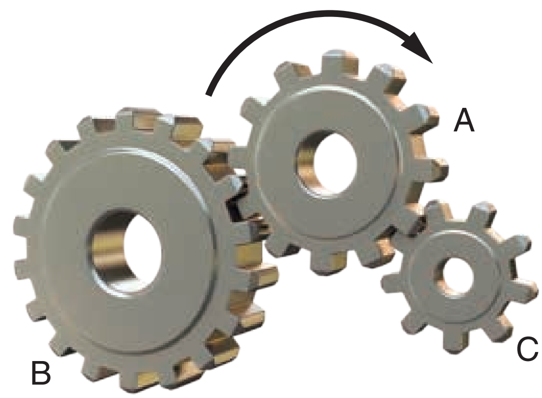
Muitos movimentos que fazem parte do nosso cotidiano não são lineares. Embora nem sempre seja possível ver, os movimentos de engrenagens, rodas, e mesmo o de automóveis em vários trechos de uma estrada, são circulares ou curvilíneos. Neste tema, você vai estudar quais são as principais características desse tipo de movimento.

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

Responda às seguintes questões, depois de analisar a imagem:



© Daniel Beneventi

- Quando a engrenagem **A** girar no sentido horário, em qual sentido vão girar as engrenagens **B** e **C**? No **sentido horário** ou **anti-horário**?
- Você acha que todas as engrenagens giram com a mesma velocidade ou que o tamanho delas interfere na velocidade?
- O que você entende por frequência de rotação de um motor de uma máquina de lavar?

Depois de estudar o tema, releia seus apontamentos e pense se você alteraria suas respostas.

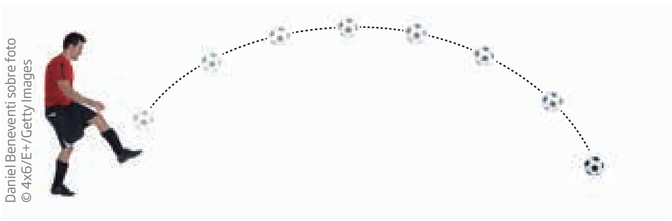
Glossário

Sentido horário
Sentido do movimento dos ponteiros de um relógio.

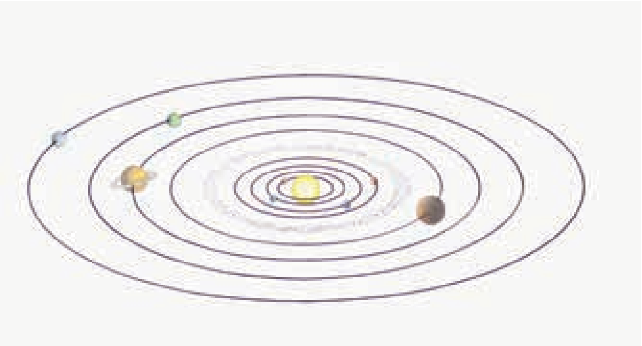
Sentido anti-horário
Sentido do movimento oposto ao dos ponteiros de um relógio.

Trajetórias curvilíneas

Quando a trajetória descrita por um **corpo em movimento não segue uma linha reta, mas sim uma curva**, o movimento é chamado de **movimento curvilíneo**. Existem vários tipos de trajetórias curvilíneas, como as parabólicas, as elípticas, as circulares etc.



Sob a ação da força da gravidade, uma bola chutada obliquamente descreve uma **trajetória parabólica**.



As órbitas planetárias são **elípticas**.

Um ponto no pneu da bicicleta em movimento descreve **trajetórias circulares**, com referência ao centro do pneu da bicicleta.

Movimento circular uniforme (MCU)

Um tipo particularmente importante de movimento é aquele no qual a **trajetória é um círculo e a velocidade é constante**, como o movimento dos ponteiros de um relógio, de pneus, discos, hélices de um avião ou de um ventilador, engrenagens em sistemas mecânicos e muito mais. Esse tipo de **movimento circular com velocidade constante** é chamado de **movimento circular uniforme (MCU)**.

O MCU é um movimento periódico, isto é, no qual **todas as suas grandezas se repetem em intervalos de tempo iguais**. Esses intervalos correspondem ao tempo necessário para que o corpo que está realizando o MCU complete uma volta. O **tempo gasto para um corpo em MCU realizar uma volta** é chamado de **período** do movimento e é representado pela letra **T**.

Os extremos dos ponteiros de um relógio, por exemplo, descrevem um MCU. O movimento desses ponteiros é periódico, pois eles se repetem em intervalos de tempo iguais. O tempo que cada ponteiro leva para dar uma volta completa no relógio é o período do movimento. Assim, o período do ponteiro dos segundos é 1 minuto (T = 1 min) ou 60 segundos (T = 60 s), pois ele dá uma volta completa no relógio em 1 minuto. Já o período do ponteiro dos minutos é de 1 hora (T = 1 h), ou 60 minutos (T = 60 min), ou 3.600 segundos (T = 3.600 s), enquanto o período do ponteiro das horas é de 12 horas (T = 12 h).

© diversphoto/123RF

Outra grandeza característica do MCU é o **número de voltas que o corpo em movimento realiza em um determinado intervalo de tempo**. Essa grandeza recebe o nome de **frequência** e é representada pela letra **f**.

Por exemplo, no relógio analógico (de ponteiros), a frequência do ponteiro de segundos é de 1 **rotação por minuto** (f = 1 rpm) ou 60 **rotações por hora** (f = 60 rph). Quando o intervalo de tempo está em segundos, que é a unidade do Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade resultante é hertz (Hz).

A frequência é uma grandeza muito utilizada em várias áreas de conhecimento. Por exemplo, quando se vai ao médico, ele costuma medir a frequência cardíaca. Esse número expressa a quantidade de vezes que o coração bate em 1 minuto. Para uma mulher jovem e saudável, em situação de esforço, o número de batidas fica em torno de 90 batidas por minuto. Portanto, a frequência cardíaca, em unidades do SI, seria:

$$f = \frac{90 \text{ batidas}}{60 \text{ segundos}} = 1{,}5 \text{ Hz}$$

ou seja, nessa condição, o coração deve bater uma vez e meia por segundo.

Vale ressaltar, também, que a frequência é o inverso do período, e vice-versa:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f}$$

No exemplo da frequência cardíaca de uma mulher jovem e saudável realizando esforço, note que, usando a regra de três (ou pelo uso da expressão apresentada acima), como f = 1,5 Hz, seu coração demora $\frac{1}{1{,}5} \cong 0{,}67$ s para dar uma batida, que é o período do seu batimento cardíaco.

ATIVIDADE 1 Período e frequência

1 Numa serra circular, a lâmina gira com uma frequência de 5.800 rpm. Qual é a sua frequência e o seu período em unidades do SI?

© heinteh/123RF

2 Numa furadeira, a broca gira a 1.680 rpm. Qual é sua frequência e seu período em unidades do SI?

© Iakov Filimonov/123RF

3 Numa batedeira, as pás realizam um movimento de frequência 3 Hz. Para bater a massa de um bolo, a batedeira deve funcionar durante 5 min. Quantas rotações as pás da batedeira vão realizar durante esse movimento?

© Axel Bueckert/123RF

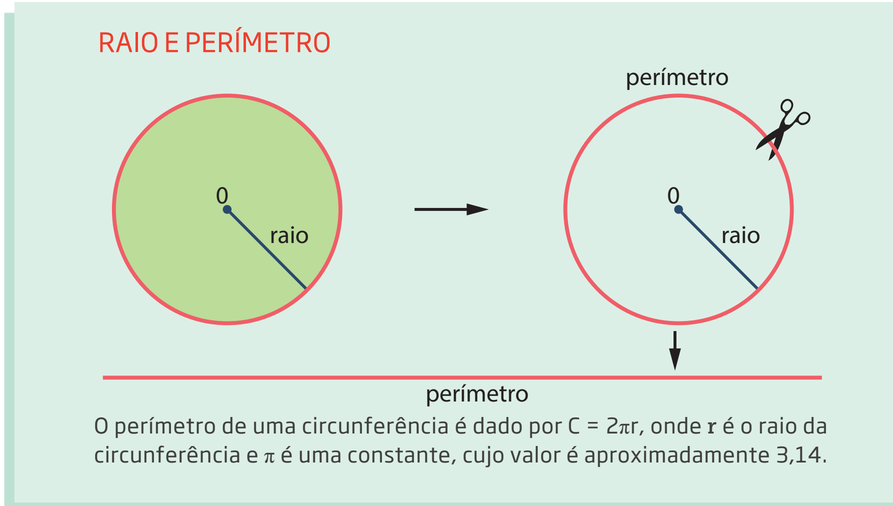
4 Um carrossel gira com um período de 2 min. Qual é a frequência do movimento desse carrossel?

© Bauer-Griffin/GC Images/Getty Images

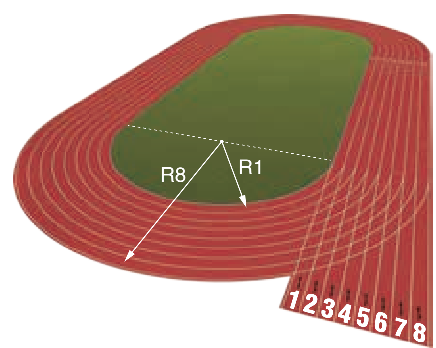
Velocidade angular

Você já se perguntou por que, nas corridas de atletismo em que os atletas vão dar algumas voltas na pista, eles partem de posições diferentes, como mostra a figura na página a seguir?

Isso acontece porque, numa circunferência, quanto maior for o raio da curva, maior será seu perímetro.



Observe as duas figuras de uma pista de atletismo. Se o atleta der a volta completa pela raia 8, ele percorrerá uma distância maior do que outro que der a volta completa pela raia 1. Isso porque os raios da raia 1 (R_1) e da raia 8 (R_8) são diferentes. O raio da raia 8 é bem maior do que o da raia 1 ($R_8 > R_1$). As posições de largada diferentes permitem que a mesma distância seja percorrida nas oito raias durante a prova.



Isso mostra que, num movimento circular, é fundamental distinguir a velocidade angular da velocidade linear.

A **velocidade angular** é uma grandeza que **relaciona o ângulo descrito por um corpo em movimento circular e o tempo gasto para percorrer esse ângulo**. Sendo assim, a velocidade angular média pode ser escrita, na linguagem matemática, como:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

ω (letra grega; lê-se: "ômega"): símbolo utilizado para representar a velocidade angular;

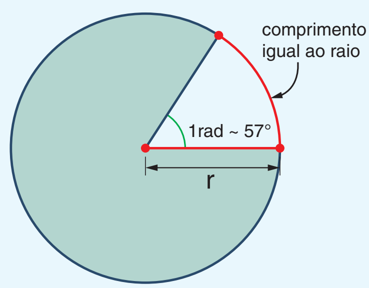
$\Delta\varphi$ (φ = letra grega; lê-se: "fi"): ângulo descrito pelo movimento;

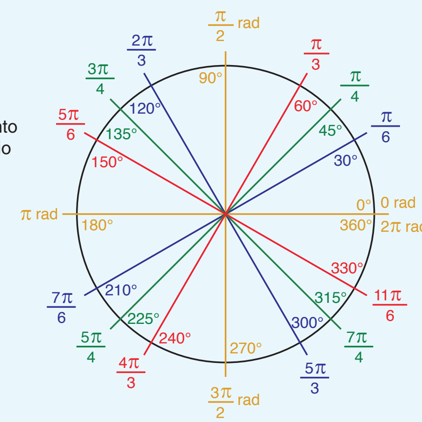
Δt: intervalo de tempo necessário para descrever tal ângulo.

Talvez você já esteja habituado a medir os ângulos em graus. No entanto, em Física, utiliza-se outra unidade de medida de ângulo, chamada **radiano**. Então, a unidade de velocidade angular no SI é o radiano por segundo (rad/s).

RADIANO

Apesar de a unidade mais utilizada para indicar medidas de ângulos ser o grau (°), ele não está relacionado diretamente com as propriedades geométricas do círculo, além de necessitar de um instrumento próprio (transferidor) para ser aferido. Definiu-se, assim, uma nova unidade de medida chamada **radiano**.





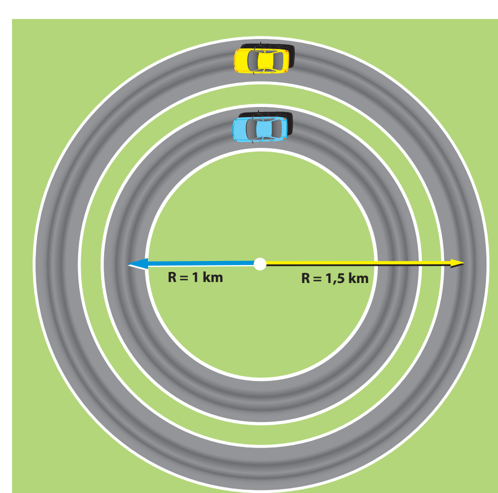
Um radiano é a medida de um arco da circunferência cujo comprimento é igual ao seu raio. Como ao arco está associado um ângulo central, também pode-se dizer que o radiano é uma medida indireta do ângulo central que determina na circunferência um arco cujo comprimento é igual ao raio. Uma volta completa de uma circunferência é igual a 2π radianos, que equivale a 360°.

Voltando a analisar o movimento dos ponteiros de um relógio, visto anteriormente, todos os pontos de um ponteiro descrevem um MCU; além disso, deslocam-se com a mesma velocidade angular. O ponteiro dos segundos, por exemplo, desenvolve uma velocidade angular de:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{60} = \frac{\pi}{30} \cong 0{,}1 \text{ rad/s ou 6 graus/s.}$$

Portanto, todos os pontos que o constituem giram com a mesma velocidade angular.

Por outro lado, os pontos do ponteiro mais distantes do eixo de rotação descrevem uma circunferência maior do que os que estão mais próximos e, por isso, têm que andar mais rápido. Assim, embora todas as partes do ponteiro tenham a mesma velocidade angular, cada uma tem velocidade linear diferente.



Por exemplo, imagine que, numa pista circular, dois carros dão a volta no mesmo tempo. O carro azul corre por dentro, numa parte da pista de raio 1 km, e o carro amarelo corre por fora, numa parte da pista com raio 1,5 km. Se os dois dão a volta em 4 min, qual deles desenvolveu a maior **velocidade linear**?

A velocidade do carro amarelo será:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}5}{4} \cong 2{,}36 \text{ km/min ou } 141 \text{ km/h}$$

Lembrando que $\cong 2{,}36 \text{ km/min} \cong \dfrac{2{,}36 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} \cong 2{,}36 \cdot 60 \text{ km/h} \cong 141 \text{ km/h}$.

E a velocidade do carro azul será:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{4} \cong 1{,}57 \text{ km/min ou } 94 \text{ km/h}$$

Lembrando que $\cong 1{,}57 \text{ km/min} \cong \dfrac{1{,}57 \text{ km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} \cong 1{,}57 \cdot 60 \text{ km/h} \cong$ a 94 km/h.

Então, é possível afirmar que o carro amarelo desenvolveu uma velocidade maior do que o azul, embora os dois tenham apresentado a mesma velocidade angular:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi}{4} \cong 1{,}57 \text{ rad/min ou } 90 \text{ graus/min}$$

ATIVIDADE 2 Velocidade angular

1 A Terra completa uma volta em torno de seu eixo em 24 h (1 dia).

a) Qual é o período de rotação da Terra?

b) Qual é a velocidade angular de rotação da Terra?

2 Qual é a velocidade linear de um ponto localizado em Macapá, capital do estado do Amapá, que fica na linha do Equador terrestre? (Adote o valor de 6.000 km para o raio da Terra e T = 24 h.)

Transmissão do movimento circular

Uma aplicação bastante importante do movimento circular está no uso de polias e engrenagens, como as que são mostradas a seguir.

Quando polias ou engrenagens são associadas, é possível aumentar ou diminuir significativamente o valor da velocidade de rotação de um sistema, e alterar sua direção ou sentido de rotação.

Muda a direção da rotação.	
Muda o sentido da rotação.	
Muda o sentido e a velocidade da rotação.	

Ilustrações: © Daniel Beneventi

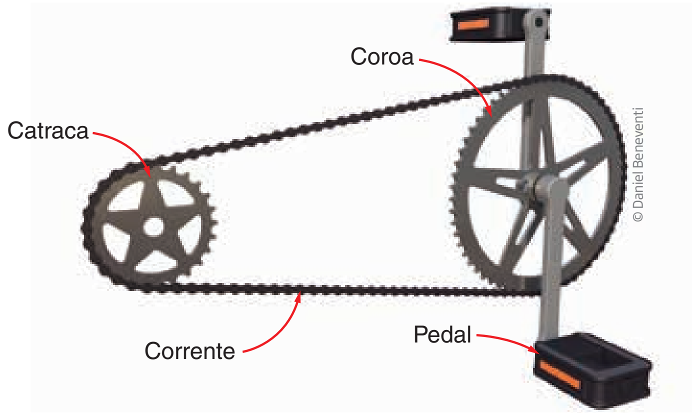
© Julija Sapic/123RF

Um exemplo muito conhecido de associação de engrenagens acontece na bicicleta. Nela, existem pelo menos duas engrenagens (a coroa e a catraca), associadas por meio de uma corrente.

Quando os pedais giram, eles fazem rodar a coroa. Esta, por sua vez, transmite o movimento para a catraca, por meio da corrente. Em geral, a coroa é maior do que a catraca. Assim, para uma volta completa da coroa, a catraca dá mais do que um giro, aumentando a velocidade da bicicleta.

Numa bicicleta com marchas, a catraca é composta de várias engrenagens. Dependendo da relação entre o tamanho da coroa e da catraca que está sendo utilizada, a bicicleta terá maior ou menor velocidade.

Suponha que numa bicicleta a coroa tenha um raio de 10 cm ($r_{coroa} = 10$ cm) e a catraca, um raio de 5 cm ($r_{catraca} = 5$ cm). Se a coroa for girada com uma frequência de 10 rpm (ou seja, se for possível pedalar à razão de 10 pedaladas em 1 min), qual será a frequência de rotação da catraca (e, portanto, a frequência de giro das rodas da bicicleta)?



Como as duas engrenagens giram juntas, conectadas pela corrente, e a velocidade linear da corrente tem que ser a mesma em todas as suas partes (senão ela quebraria), a velocidade linear das extremidades das engrenagens também é igual. Desse modo:

$$V_{coroa} = V_{catraca} \Rightarrow \frac{\text{comprimento da coroa}}{\text{período da coroa}} = \frac{\text{comprimento da catraca}}{\text{período da catraca}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{coroa}}{T_{coroa}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{catraca}}{T_{catraca}}$$

sendo $f = \frac{1}{T}$, tem-se:

$$r_{coroa} \cdot f_{coroa} = r_{catraca} \cdot f_{catraca}$$

Então, substituindo as variáveis pelos valores:

$$10 \cdot 10 = 5 \cdot f_{catraca}$$

Portanto,

$$f_{catraca} = 20 \text{ rpm}$$

Ou seja, enquanto o pedal gira 10 vezes, a roda da bicicleta gira 20 vezes, isto é, duas vezes mais rápido.

Além disso, como o tamanho (raio) do pneu é maior do que o da coroa (e da catraca), há uma ampliação ainda maior da velocidade.

DESAFIO

Dois pontos A e B situam-se respectivamente a 10 cm e 20 cm do eixo de rotação da roda de um automóvel em movimento uniforme. É possível afirmar que:

a) o período do movimento de A é menor que o de B.
b) a frequência do movimento de A é maior que a de B.
c) a velocidade angular do movimento de B é maior que a de A.
d) as velocidades angulares de A e B são iguais.
e) as velocidades lineares de A e B têm mesma intensidade.

Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2013. Disponível em: <http://www.vestibular2013ead.ufsc.br/files/2013/06/licenciatura_em_matematica.pdf>. Acesso em: 14 jan. 2015.

PENSE SOBRE...

Lembre-se de qual é o período de rotação da Terra e reflita: o que aconteceria com a duração dos dias se o período de rotação da Terra aumentasse?

HORA DA CHECAGEM

Atividade 1 - Período e frequência

1 5.800 rpm correspondem a 5.800 rotações em 60 s (1 min). Logo, $f = \frac{5.800}{60} \cong 96{,}7$ Hz; e, como $T = \frac{1}{f}$, então $T \cong \frac{1}{96{,}7} \cong 0{,}01$ s.

2 1.680 rpm correspondem a 1.680 rotações em 60 s (1 min). Logo, $f = \frac{1.680}{60} = 28$ Hz; e, como $T = \frac{1}{f}$, então $T = \frac{1}{28} \cong 0{,}036$ s.

3 Se a frequência da batedeira é de 3 Hz, isso significa que suas pás realizam 3 rotações em 1 s; e, em 1 min (60 s), $60 \cdot 3 = 180$ rotações. Em 5 min, realiza $5 \cdot 180 = 900$ rotações.

4 Como $f = \frac{1}{T}$ e T = 2 min, tem-se $f = \frac{1}{2} = 0{,}5$ rpm. Como 1 min = 60 s, então $f = \frac{0{,}5}{60} \cong 0{,}0083$ Hz.

Atividade 2 - Velocidade angular

1

a) Como $T = 24\text{ h} = 24 \cdot 60 \cdot 60 = 86.400$ s, e como $f = \frac{1}{T}$, tem-se $f = \frac{1}{86.400} \cong 0{,}00001$ Hz.

b) $\omega = \frac{2\pi\text{ rad}}{24\text{ h}} \cong 0{,}26$ rad/h ou 15 graus/h.

2 $v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\text{comprimento da circunferência da Terra}}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot 6.000}{24} \cong 1.570$ km/h.

Desafio

Alternativa correta: **d**. Como são dois pontos na mesma roda, eles obrigatoriamente têm mesmo período, mesma frequência e mesma velocidade angular. No entanto, como estão a distâncias diferentes do centro, possuem velocidade escalar (linear) diferente. Como o raio do ponto **B** é o dobro do raio do ponto **A**, a velocidade linear do ponto **B** será o dobro da velocidade do ponto **A**, já que o tempo para percorrer a circunferência (período) é igual para os dois pontos.

Registro de dúvidas e comentários