



Kötelező házi feladat 1

Tar Dániel
GUTOY7

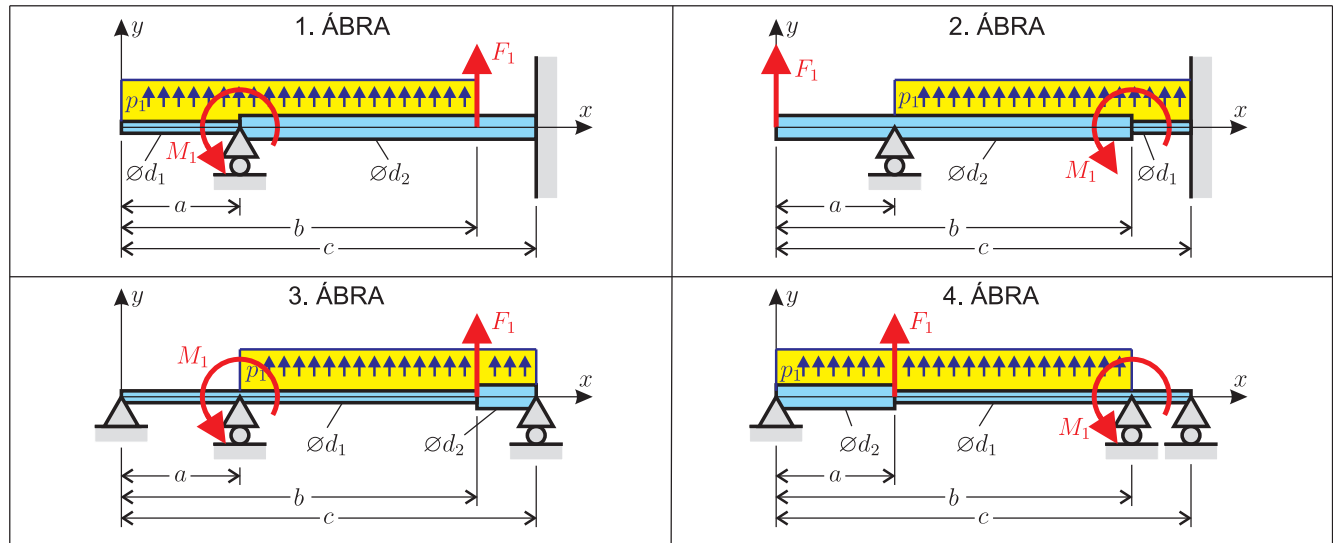
2018. május 24.



BME Gépészmérnöki Kar	BMEGEMMAGM5	Név:	Tar Dániel
Műszaki Mechanikai Tanszék	Végeselem módszer alapjai	NEPTUN-kód:	GUTOY7
Félév: 2017/18/02	1. kötelező házi feladat	Aláírás:	

	ÁBRA	KÓD2	KÓD3	KÓD4
Feladatkód:	2	1	2	2

Az ábrákon vázolt tartókat a p_1 állandó intenzitású megoszló erőrendszer, az F_1 koncentrált erő és az M_1 koncentrált erőpár terheli. A tartók két különböző átmérőjű ($d_1 = d$, illetve $d_2 = 2d$) kör keresztmetszetű tartókból vannak összeépítve. A tartók anyaga lineárisan rugalmas, homogén, izotrop. A d_1 átmérőjű rész rugalmassági modulusa E , míg a d_2 átmérővel rendelkező része $E/6$.



- Készítsen méretarányos ábrát a tartóról a terhelések feltüntetésével!
- Határozza meg a tartó súlypontvonalának eltolódását leíró $v(x)$ lehajlásfüggvényt, valamint a hajlítónyomató téki igénybevételt leíró $M_h(x)$ függvényt a rugalmas szál differenciálegyenletének felhasználásával! Ábrázolja jelleghelyesen a kapott megoldásokat a jellemző értékek feltüntetésével! Számítsa ki az $x = c/2$ keresztmetszetben a tartó súlypontvonalának eltolódását (v_K) és a hajlító igénybevétel nagyságát (M_{hK})!
- Határozza meg a $v(x)$ és az $M_h(x)$ függvényeket végeselemes módszerrel! 3 db síkbeli egyenes gerendaelemet használjon! Ábrázolja a kapott megoldásokat a jellemző értékek feltüntetésével! Számítsa ki az $x = c/2$ keresztmetszetben a v_K és M_{hK} értékeket, és határozza meg a relatív hibát a 2. feladatban kapott megoldáshoz képest!

	Feladatkód	KÓD2		KÓD3			KÓD4		
		E [GPa]	d [mm]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	p_1 [N/m]	F_1 [kN]	M_1 [kNm]
A	1	170	23	220	540	730	2500	4	0,6
D	2	185	27	230	460	610	-2500	-3	-0,75
A	3	200	31	430	550	890	3000	2	0,9
T	4	215	35	330	440	680	-3000	-1	-1,1

EREDMÉNYEK			
Végeselemes módszer			
v_K [mm]	M_{hK} [Nm]	v_K relatív hibája [%]	M_{hK} relatív hibája [%]
0,8096	652,5147	-0,54	-0,28

Tartalomjegyzék

1. Feladat	1
2. Feladat - Rugalmas szál differenciálegyenlete	2
3. Feladat - Végeselemes megoldás	2
3.1. A reakcióerők és az elmozdulásvektor meghatározása	2
3.2. Lehajlási és nyomatéki függvény meghatározása	3
3.2.1. A lokális vektorból globálisba történő átalakítás	3
3.3. Relatív hiba számítása	3

1. Feladat

A házifeladat kód alapján az adatokat átszámolva $[N][mm][MPa]$ alapra:

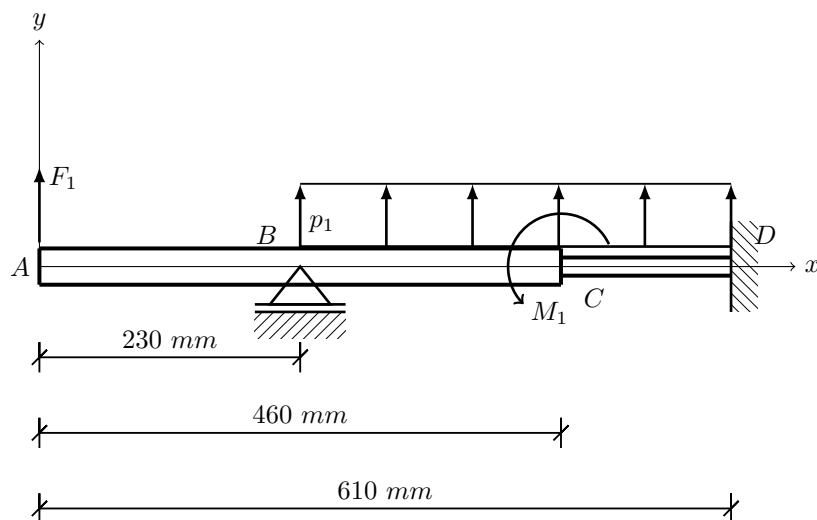
1. táblázat. Adatok

E	d_1	d_2	a	b	c	p_1	F_1	M_1
$[MPa]$	$[mm]$	$[mm]$	$[mm]$	$[mm]$	$[mm]$	$[N/mm]$	$[N]$	$[Nmm]$
$170 \cdot 10^3$	23	46	230	460	610	-2.5	-3000	-0.75

Az alapadatokból származtatott adatok:

a1,a2,i1,i2

A terheléseket arányosan és mindenhol a pozitív irányba vettem fel, hogy megegyezzen a feladatleírásban szereplő ábrával.



1. ábra. Méretarányos ábra és a terhelések

Rajz a reakcióerők feltüntetésével: rajz

2. Feladat - Rugalmas szál differenciálegyenlete

A rugalmas szál differenciálegyenletéhez a hajlítónyomatéki függvények felírása szükséges. A tartót 3 részre osztottam és mind a három tartományra felírhatam a hajlítónyomatéki függvényeket:

hajlító nyomatéki függvények..

A rugalmas szál differenciálegyenlete a három tartományra:
egyenletek...

A differenciálegyenletek megoldásához illesztési feltételeket, kényszerfeltételeket, illetve statikai egyensúlyt leíró egyenleteket is fel kell írni.

Illesztési feltételek: Kényszerek: Egyensúlyi egyenletek:

A rugalmas szál differenciálegyenleteiből a lehajlásfüggvényeket kétszeres integrálással kaphatjuk meg. Az integrálás miatt 6[db] ismeretlen értékű integrálási konstans jelenik meg. Ezen hat ismeretlen kívül, ismeretlenek még a reakcióerők (F_{By} , F_{Dx} , F_{Dy} , M_D).

Így egy tíz ismeretlenes egyenletrendszer áll elő, amelyekhez 10 peremfeltételt határoztunk meg. Ennek megfelelően az egyenletrendszerből az összes ismeretlen meghatározható.

Számolt értékek: c-k, reakcióerők

Ezek alapján az értékeket visszahelyettesítve a lehajlásfüggvényekbe: lehajlásfüggvények a szakaszokon

plotok : szögelfordulás hajlítónyomateki

3. Feladat - Végeselemes megoldás

3.1. A reakcióerők és az elmozdulásvektor meghatározása

A feladat szövege alapján a végeselemes modell: végeselemes modell (ábra) - 3 elem - 4 csomópont

Elemi merevségi mátrix

A 3[db] egyenes gerendaelem elemi merevségi mátrixait elhelyezzük a globális merevségi mátrixban a hozzájuk tartozó szabadsági fok összerendelések alapján.

ábra - glob merev mátrix

Ahol az általános elmozdulás és tehervektor: vektorok...

A tehervektor a koncentrált erők és megoszló terhelések összegeként írható fel. A megoszló erőt a két rúdra külön felírva: koncentrált, megoszlo2, megoszlo3

Az elmozdulásvektor megkötött paraméterei alapján kondenzáljuk a globális merevségi mátrixot úgy, hogy a merevségi mátrix oszlopait és sorait töröljük ott ahol az elmozdulásvektor nulla.

A kondenzált merevségi mátrix: vektor...

A kondenzált elmozdulásvektor: vektor...

Az így alkotott $\mathbf{K}_{kond} \cdot \mathbf{U}_{kond} = \mathbf{F}_{kond}$ egyenletrendszer megoldásával az elmozdulásvektor: elmozdulásvektor...

A tehervektort pedig az elmozdulásvektor visszahelyettesítésével: tehervektor..

A tehervektor komponenseiből kiolvashatóak a reakcióerők: reakcióerők...

A végeselemes megoldás útján kapott eredmények szinte teljesen megegyeznek a rugalmas szál differenciál egyenletével számolt eredményekkel.

3.2. Lehajlási és nyomatéki függvény meghatározása

Harmadfokú polinommal történik az elmozdulásmező interpolációja. polinom..

Amely egyenletben a konstansok meghatározásához peremfeltételeket írhatunk fel: peremfeltételek...

A lokális mátrixot felírva az egyenletrendszer paramétereit behelyettesítve megkaphatjuk az alábbi vektort: vektor...

3.2.1. A lokális vektorból globálisba történő átalakítás

A végeselemes módszernél a gerendaelemek lehajlását az alábbi egyenlettel határozhatjuk meg: egyenlet... ahol $i = 1, 2, 3$.

A k -szí lokális koordinátából az x globális koordinátába való átállás: keplet...

Ez alapján már meghatározhatók a lehajlásfüggvények az egyes gerendaelemekre a globális koordinátarendszerben. Ha ezeket a függvényeket $2x$ -re deriváljuk x szerint, akkor keresztmetszet nyomatékfüggvényeit kapjuk: függvények...

A rugalmas szál differenciálegyenletével és a VEM-es módszerrel kapott lehajlásfüggvények közel megegyeznek, annak ellenére hogy a hajlító nyomatéki függvény csak lineáris részelemeket tartalmaz.

Lehajlás- és nyomatéki függvény: lehajlási, nyomatéki + ábra

3.3. Relatív hiba számítása

A v_k és M_{hk} értékek az $x=c/2$ helyen:

- Rugalmas szál differenciálegyenletével kapott értékek

$$s_{alala} = a_{sla} \quad (1)$$

- VEM-es módszerrel kapott értékek

$$s_{alala} = a_{sla} \quad (2)$$

A rugalmas szál diff. egyenletére vonatkoztatott relatív hiba: képletek...

Konklúzió melyik minél nagyobb hány százalékkal..