1 Adatok:

Alapadatok:

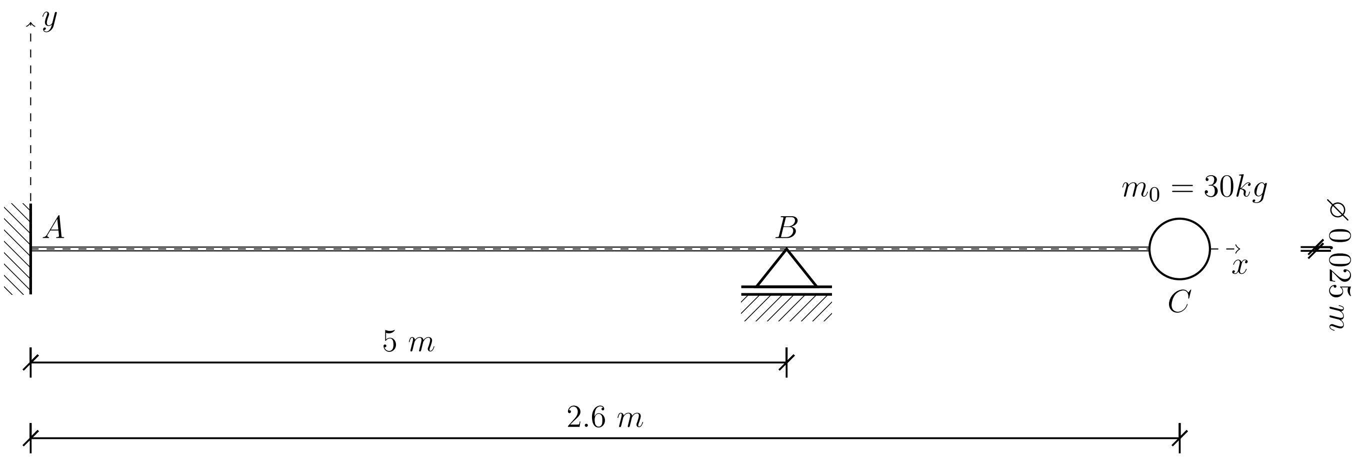
$$a = 2.6\,[m] \qquad b = 5\,[m]$$
$$d = 0.025\,[m] \qquad \rho = 6000\,[kg/m^2]$$
$$m_0 = 30\,[kg] \qquad E = 190\,[GPa]$$

Számított:

$$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = 4,9087 \cdot 10^{-4}\,[m] \qquad I = \frac{d^4 \cdot \pi}{64} = 1,9175 \cdot 10^{-8}\,[m]$$

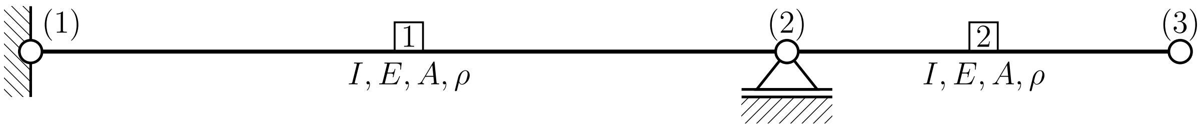
2 Ábra:

Méretarányos ábra kényszerekkel: (*Bár m_0 pontszerű, itt egy körrel ábrázoltam.*)



3 Sajátfrekvencia a.

Pontszerű tömeg elhanyagolásával, 2 elemmel a végeselem ábra:



A globális merevségi mátrixot a segédlet alapján állítottam össze az egyes rudakra kiszámolt merevségi mátrixokból. A számítások elvégzéséhez Maxima programot használtam.

Az alábbi lépésekből állt az algoritmusom:

1. Adatok.
   - Megadott adatok bevitele.
   - Egyéb adatok számítása.
   - Adatok vektorokba rendezése.
2. Az elemi merevségi mátrix függvény és az elemi tömegmátrix függvény megvalósítása egy rúdra. Ezek 4 darab kis 2x2-es, a csomópontkombinációkra vonatkozó mátrixra bonthatóak:

$$K_e = \frac{I \cdot E}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$M_e = \frac{\rho \cdot A \cdot L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

3. Globális merevségi és tömegmátrix összeállítása az elemi merevségi és tömegmátrixokból az alábbi módon:

$$K_G = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & 0 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^2 \\ 0 & K_{21}^2 & K_{22}^2 \end{bmatrix}$$

$$M_G = \begin{bmatrix} M_{11}^1 & M_{12}^1 & 0 \\ M_{21}^1 & M_{22}^1 + M_{11}^2 & M_{12}^2 \\ 0 & M_{21}^2 & M_{22}^2 \end{bmatrix}$$

4. Mátrixok kondenzálása a szabad szabadsági fokok alapján. Lekötött szabadsági fokok:

$$V_1 = 0 \qquad \Phi_1 = 0 \qquad V_2 = 0$$

5. Sajátkörfrekvenciák számítása az alábbi képlet segítségével:

$$det(K_G - \omega^2 \cdot M_G) = 0$$

Tehát $det(M_G^{-1} \cdot K_G)$ sajátértékei lesznek ω^2 értékei.

6. Maxima segítségével az így kapott sajátkörfrekvenciákból számítottam a sajátfrekvenciákat:

$$f^a_{1,2,3} = \frac{\omega^a_{1,2,3}}{2 \cdot \pi}$$

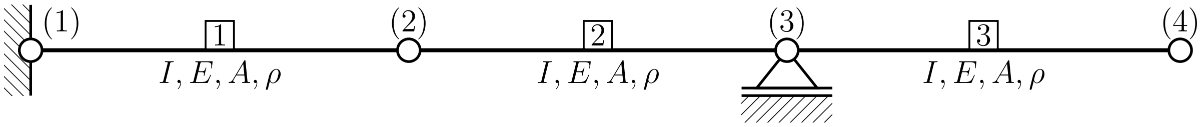
Amivel a sajátfrekvenciák:

$$f^a_1 = 1,6197\,[Hz] \qquad f^a_2 = 7,6607\,[Hz] \qquad f^a_3 = 30,4388\,[Hz]$$

Az így számított eredmények legalább 3 tizedesjegyik megegyeznek a SIKEREZ szoftverrel kapott eredményekkel. A SIKEREZ file-t a Maxima file mellé csatolom "sikerb.skz" néven.

4 Sajátfrekvencia b.

Pontszerű tömeg elhanyagolásával, 3 elemmel a végeselem ábra:



Az előző feladathoz hasonló algoritmuson haladtam végig, szintén Maxima programmal.

Az alábbi lépésekből állt az algoritmusom:

1. Adatok bevitele.
2. Az elemi merevségi mátrix függvény és az elemi tömegmátrix függvény megvalósítása az előző feladathoz hasonlóan.
3. Globális merevségi és tömegmátrix összeállítása az elemi merevségi és tömegmátrixokból az alábbi módon:

$$K_G = \begin{bmatrix} K^1_{11} & K^1_{12} & 0 & 0 \\ K^1_{21} & K^1_{22} + K^2_{11} & K^2_{12} & 0 \\ 0 & K^2_{21} & K^2_{22} + K^3_{11} & K^3_{12} \\ 0 & 0 & K^3_{21} & K^3_{22} \end{bmatrix}$$

$$M_G = \begin{bmatrix} M^1_{11} & M^1_{12} & 0 & 0 \\ M^1_{21} & M^1_{22} + K^2_{11} & M^2_{12} & 0 \\ 0 & M^2_{21} & M^2_{22} + M^3_{11} & M^3_{12} \\ 0 & 0 & M^3_{21} & M^3_{22} \end{bmatrix}$$

4. Mátrixok kondenzálása a szabad szabadsági fokok alapján. A lekötött szabadsági fokok, az előző feladathoz képest nem változtak:

$$V_1 = 0 \qquad \Phi_1 = 0 \qquad V_2 = 0$$

5. Sajátkörfrekvenciák számítása az alábbi képlet segítségével:

$$det(K_G - \omega^2 \cdot M_G) = 0$$

Tehát $det(M_G^{-1} \cdot K_G)$ sajátértékei lesznek ω^2 értékei.

6. Maxima segítségével az így kapott sajátkörfrekvenciákból számítottam a sajátfrekvenciákat:

$$f^b_{1,2,3} = \frac{\omega^b_{1,2,3}}{2 \cdot \pi}$$

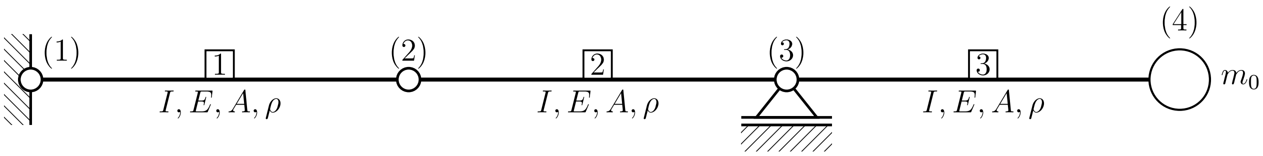
Amivel a sajátfrekvenciák:

$$f^b_1 = 1,6129\,[Hz] \qquad f^b_2 = 4,5404\,[Hz] \qquad f^b_3 = 13,5619\,[Hz]$$

Az így számított eredmények legalább 3 tizedesjegyik megegyeznek a SIKEREZ szoftverrel kapott eredményekkel. A SIKEREZ file-t a Maxima file mellé csatolom ”sikerc.skz” néven.

5 Sajátfrekvencia c.

Pontszerű tömeggel, 3 elemmel a végeselem ábra:



Az előző feladatokhoz hasonló algoritmuson haladtam végig, szintén Maxima programmal.

Az alábbi lépésekből állt az algoritmusom:

1. Adatok bevitele.

2. Az elemi merevségi mátrix függvény és az elemi tömegmátrix függvény megvalósítása az előző feladatokhoz hasonlóan.

3. Globális merevségi és tömegmátrix összeállítása az elemi merevségi és tömegmátrixokból az előző feladatban ismertetett módon.

4. A 4-es pontban lévő tömeg figyelembevétele a mátrixban. Mivel a feladat kiírása szerint a nyomatékot elhanyagolhatom, csak a tömeget kell a mátrixban elhelyezni. Mivel a tömeg a 4-es ponthoz tartozik, így a Globális mátrixban oda kell elhelyezni:

$$M_G[7,7] = M_G[7,7] + m_0$$

5. Mátrixok kondenzálása a szabad szabadsági fokok alapján. A lekötött szabadsági fokok, az előző feladatokhoz képest nem változtak:

$$V_1 = 0 \qquad \Phi_1 = 0 \qquad V_2 = 0$$

6. Sajátkörfrekvenciák számítása az alábbi képlet segítségével:

$$det(K_G - \omega^2 \cdot M_G) = 0$$

   Tehát $det(M_G^{-1} \cdot K_G)$ sajátértékei lesznek ω^2 értékei.

7. Maxima segítségével az így kapott sajátkörfrekvenciákból számítottam a sajátfrekvenciákat:

$$f^c_{1,2,3} = \frac{\omega^c_{1,2,3}}{2 \cdot \pi}$$

   Amivel a sajátfrekvenciák:

$$f^c_1 = 0,4462\,[Hz] \qquad f^c_2 = 4,1848\,[Hz] \qquad f^c_3 = 11,0737\,[Hz]$$

   Az így számított eredmények legalább 3 tizedesjegyik megegyeznek a SIKEREZ szoftverrel kapott eredményekkel. A SIKEREZ file-t a Maxima file mellé csatolom "sikerd.skz" néven.