



**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL**

Préparée à MINES ParisTech

Contrôle optimal et dimensionnement des stations de pompage dans les réseaux de distribution d'eau potable

Soutenue par
Gratien BONVIN

Le 21 décembre 2018

École doctorale n°84
**Sciences et technologies
de l'information et de la
communication**

Spécialité
**Optimisation, Contrôle,
Prospective**

Composition du jury :

Antoine JOUGLET
Professeur,
Université de Technologie de Compiègne *Président*

Claudia d'AMBROSIO
Chargée de Recherche,
CNRS *Rapportrice*

Claude LE PAPE
VP R&D,
Schneider Electric *Rapporteur*

Andrea LODI
Professeur,
École Polytechnique de Montréal *Examinateur*

Sophie DEMASSEY
Maître-Assistante,
Mines ParisTech *Directrice de thèse*

Nadia MAÏZI
Professeure,
Mines ParisTech *Directrice de thèse*

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Une brève histoire des réseaux de distribution d'eau potable	1
1.2	Une industrie à la croisée d'enjeux contemporains	4
1.2.1	Surveillance de la qualité et traitement de l'eau potable	4
1.2.2	Gestion des ressources en eau	5
1.2.3	Adaptation à la libéralisation des marchés électriques	7
1.3	Hétérogénéité des enjeux, homogénéité des outils	8
2	Optimisation du pompage : contexte, motivations, littérature et contributions	11
2.1	Optimisation des stations de pompage	11
2.1.1	Contexte	11
2.1.2	Motivations	12
2.2	Planification du pompage	13
2.2.1	Linéarisation par morceaux	14
2.2.2	Optimisation globale	15
2.2.3	Approches heuristiques pour les RDEP de grande taille	17
2.3	Conception optimale des RDEP	18
2.3.1	Vérification implicite/explicite des contraintes hydrauliques	19
2.3.2	Réunifier les forces des deux paradigmes	21
3	Formulation du problème de planification de pompage	25
3.1	Notations et variables	25
3.2	Nœuds	26
3.3	Arcs	27
3.4	Objectif d'optimisation	31
3.5	Résumé du modèle mathématique	32
4	Relaxation convexe pour la planification du pompage dans une classe spécifique de réseaux ramifiés	33
4.1	Introduction	33
4.2	Spécificités du modèle étudié	35

4.3	Convexification des contraintes non convexes	36
4.4	Application au cas d'étude	39
4.4.1	Cas d'étude et dispositif expérimental	39
4.4.2	Validation de l'approche	41
4.4.3	Evaluation des gains potentiels	43
4.4.4	Tarification dynamique	49
4.5	Conclusion	49
5	Une méthode d'optimisation globale pour la planification de pompage dans les RDEP	53
5.1	Introduction	53
5.2	Une méthode globale de type LP/NLP branch-and-bound	55
5.2.1	Deux relaxations, un arbre de recherche	55
5.2.2	RDEP à réglages binaires	56
5.2.3	RDEP à réglages mixtes	57
5.3	Une approximation extérieure de précision ϵ	58
5.3.1	Renforcement des bornes	60
5.3.2	Une approximation extérieure des pertes de charge dans les canalisations	61
5.3.3	Sur-approximation des gains de charge d'une pompe	62
5.3.4	Sous-approximation de la puissance consommée	65
5.4	Une heuristique basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps pour la classe RB	67
5.4.1	Formulation de l'heuristique	67
5.4.2	Schéma de résolution pour les RDEP	69
5.5	Résultats expérimentaux	70
5.5.1	Dispositif expérimental	70
5.5.2	Résultats numériques	72
5.5.3	Comparaison avec les résultats publiés	75
5.6	Conclusion	78
6	Planification de pompage dans les RDEP de grande taille par transformation temporelle et approximation de charge	81
6.1	Introduction	81
6.2	Relaxation continue par transformation temporelle	82
6.2.1	Transformation temporelle du modèle (\mathcal{P})	83
6.2.2	Configurations réalisables, partiellement réalisables et irréalisables	84
6.3	Modèle linéaire par approximation de charge	86
6.3.1	Génération des configurations	86
6.3.2	Ordonnancement des configurations	89
6.4	D'une solution approchée de (\mathcal{P}'') à une solution réalisable de (\mathcal{P})	89
6.5	Résultats expérimentaux	91

6.5.1	Pertinence de l'hypothèse de la réalisabilité des configurations	92
6.5.2	Pertinence de l'approximation de charge	93
6.5.3	Résolution des instances de classe RB <i>Poormond</i>	94
6.5.4	Résolution des instances de classe RM <i>Van Zyl</i>	97
6.5.5	Résolution des instances <i>FRD</i> basée sur un historique	99
6.6	Conclusion	101
7	Dimensionnement d'une station de pompage par décomposition de Benders dans une classe spécifique de réseaux ramifiés	103
7.1	Introduction	103
7.2	Modèle de dimensionnement	105
7.3	Relaxation des sous-problèmes de planification pour la classe RR	108
7.3.1	Jours-types	108
7.3.2	Jours-pics	109
7.4	Configurations dominantes pour la classe RR	111
7.4.1	Configurations dominantes	111
7.4.2	Dominance et irréalisabilité	112
7.4.3	Prétraitement de l'ensemble des configurations	113
7.5	Dimensionnement par décomposition de Benders stabilisée	114
7.6	Résultats expérimentaux	116
7.6.1	Qualité de la relaxation continue convexe pour la planification journalière	116
7.6.2	Validation de l'approche	118
7.6.3	Comparaison avec la station de pompage actuelle	120
7.7	Conclusion	123
8	Perspectives	125
8.1	Amélioration du LP/NLP branch-and-bound par apprentissage automatique	125
8.2	Une approche de commande prédictive par couplage des modèles	127
Bibliographie		131

Chapitre 1

Introduction

1.1 Une brève histoire des réseaux de distribution d'eau potable

A l'aube du 19^{ème} siècle, les réseaux urbains de transport d'eau sont bien loin de ressembler à ceux que l'on connaît aujourd'hui. En effet, si les premières pompes à vapeur ont fait leur apparition à Londres et Paris à la fin du siècle précédent, les infrastructures sont alors rudimentaires ou inexistantes. Pour la majorité des ménages subsiste le système circulaire ancestral où l'eau usée circule de fosses sceptiques et cabinets d'aisance individuels aux puits voisins. La mauvaise qualité de l'eau favorise alors l'apparition d'épidémies particulièrement meurtrières, comme par exemple l'épisode de fièvre jaune à Philadelphie en 1793 qui fit 5 000 morts, soit 10% de la population de la ville. Comme explicité de manière détaillée dans l'ouvrage de Martin V. Melosi *The Sanitary City : Environmental Services in Urban America from Colonial Times to the Present* [73]¹, il aura fallu un peu plus d'un siècle pour s'affranchir de cette gestion de l'eau décentralisée et, encouragé par les évolutions socio-économiques et l'amélioration des connaissances, pour redessiner de manière incrémentale les infrastructures de distribution d'eau et aboutir aux réseaux de distribution d'eau potable (RDEP) centralisés que nous connaissons aujourd'hui.

Deux facteurs explicatifs principaux peuvent être avancés pour expliquer ce changement. Premièrement, nous relevons un phénomène de densification de la population due à une urbanisation accélérée qui accroît la pression sur les sources exploitées et contribue à la dégradation de la qualité de l'eau disponible. Alors que moins de 4% de la population des Etats-Unis vit dans des villes de plus de 2 500 habitants en 1790, 51% des individus habitent des zones urbaines en 1920. L'exemple de Chicago illustre ce besoin de développer des infrastructures de transport de l'eau pour fournir une

1. Le propos et la littérature mobilisée s'appuient principalement sur les 9 premiers Chapitres (p.11-112) correspondant à la période pré-1920.

quantité d'eau toujours plus importante dans un environnement dégradé. Si, à la naissance de la ville en 1833, l'eau était prélevée directement dans la rivière Chicago dont l'eau était considérée potable, celle-ci devient rapidement un égout à ciel ouvert et il est décidé dans les années 50 de pomper l'eau requise directement dans le lac Michigan. Ensuite, l'eau proche de la côte devenant de plus en plus polluée, un plan de construction d'un tunnel sous le lac est approuvé en 1863 pour permettre l'installation d'une prise d'eau plus profonde et plus éloignée. Deuxièmement, nous assistons à une prise de conscience, dans la foulée du *Report on the Sanitary Condition of the Labouring Population of Great Britain* publié en 1842 par Edwin Chadwick, de l'influence de l'environnement physique sur le bien-être des individus et notamment de la corrélation entre pollution et épidémies. Dans ce contexte, un intérêt des RDEP centralisés est que la qualité physique de l'eau peut être améliorée en amont par l'utilisation des premiers filtres lents à sable récemment inventés. Par exemple, Londres installe un premier système de filtrage de ce type en 1829 pour filtrer les eaux de la Tamise et le système connaît un succès mondial par la suite.

Malgré ses atouts théoriques, plusieurs éléments expliquent que le système centralisé peine à pleinement tenir ses promesses à ses débuts, notamment en ce qui concerne la prévention des épidémies. D'une part, si le lien entre pollution de l'eau et maladies était reconnu, depuis qu'il fut mis en évidence par John Snow en 1849 dans le contexte d'une grave épidémie de choléra, le vecteur de transmission n'était pas encore connu avec précision et les systèmes de filtration avaient une efficacité souvent limitée pour améliorer les caractéristiques bactériologiques de l'eau. De plus, la mise en place de réseaux d'assainissement des eaux usées a été plus tardive, engendrant une période transitoire chaotique où l'augmentation des quantités d'eau utilisées avait parfois tendance à submerger les fosses sceptiques, immergeant ainsi les parcelles environnantes. Ces faiblesses ont toutefois été résorbées à partir des années 1880, d'une part du fait d'une meilleure compréhension de la nature des maladies transmises par l'eau avec la naissance de la théorie microbienne et d'autre part par la mise en place, au début du 20^{ème} siècle, d'une procédure standardisée comprenant stations de filtration et de traitement et analyse régulière d'échantillons en laboratoire pour s'assurer de la potabilité de l'eau injectée dans le réseau. Le développement des *Municipal Bonds* permet alors une nette amélioration des capacités de financement des municipalités et stimule le développement de ces coûteuses infrastructures. C'est également à partir de la fin du 19^{ème} siècle que la technologie des RDEP se diffuse massivement : de 1870 à 1924, le nombre de RDEP aux Etats-Unis passe de 244 à 9 850. Plus anecdotiquement, notons que c'est à cette même période que se démocratisent les compteurs d'eau. Outre le fait de permettre l'instauration de tarification d'eau en fonction des débits consommés, ces données sont également exploitées pour mieux anticiper les futures extensions requises et optimiser l'utilisation des capacités d'investis-

sement.

L'invention et surtout la diffusion des RDEP ont eu un impact considérable sur la qualité de vie des ménages comme le montre Robert Gordon dans son best-seller *The Rise and Fall of American Growth : the US standard of living since the civil war* [43]². Tout d'abord, les RDEP ont permis de diminuer massivement la durée et la pénibilité du travail domestique : « la plus grande malédiction de la femme au foyer, à la fois en milieu rural et urbain, était la nécessité de transporter l'eau potable à l'intérieur de la maison et l'eau usée à l'extérieur. Encore au début du vingtième siècle, les femmes aux foyers de la classe ouvrière devaient porter l'eau depuis des bouches d'incendie, une tâche peu différente des siècles passés quand les ménagères des exploitations agricoles devaient acheminer l'eau depuis le ruisseau ou le puit le plus proche » ([43], p.123). La diffusion des RDEP a également engendré le développement simultané d'équipements de plomberie fiables et abordables, avec à la clé une nette amélioration du confort des habitats : « en 1908, [le catalogue Sears] proposait plusieurs ensembles complets d'équipement de salle de bain, comprenant un bain sur pieds, un lavabo en porcelaine émaillée et des toilettes qui seraient aujourd'hui considérées comme d'élégantes antiquités avec leur siège et leur réservoir en chêne doré. Les trois éléments coûtaient seulement 43.80 dollars US, ce qui équivalait à environ trois semaines de salaire pour un travailleur de la classe ouvrière » ([43], p.125).

Mais l'apport le plus notable à mettre à l'actif des RDEP est assurément la formidable avancée sanitaire de la première moitié du vingtième siècle. Jusqu'en 1870, peu d'améliorations semblent avoir été réalisées en terme de taux de mortalité et d'espérance de vie par rapport à l'Angleterre des Tudor [14] et, en 1900 encore, quelques 18% des garçons nés aux USA mourraient avant leur premier anniversaire [79]. Toutefois, pendant le demi-siècle suivant 1870, les conditions sanitaires progressent très rapidement : l'espérance de vie à la naissance augmente annuellement à une vitesse de 0.32 année par an durant la période 1890-1950, un rythme deux fois supérieur à la période 1950-98 (0.15 année d'amélioration annuelle) pourtant marquée par un fort développement du secteur de la santé. Ce résultat a été possible du fait d'un effondrement des décès dus aux maladies infectieuses qui passent de 37% à 5% des décès totaux entre 1900 et 1955. Si d'autres facteurs ont accompagné cette évolution, comme une meilleure information au niveau des ménages sur l'importance de la propreté et de l'allaitement, une baisse de la quantité de produits alimentaires frelatés du fait des techniques de réfrigération et de la régulation fédérale naissante dans le secteur alimentaire ou encore l'invention des moustiquaires, la première cause de progrès semble être l'accroissement de la part des ménages raccordés aux RDEP et

2. Le propos et la littérature mobilisée dans la suite de cette Section proviennent des Chapitres consacrés à l'équipement des habitations (p. 94-128) et à l'état sanitaire (p. 206-246) aux Etats-Unis durant la période 1870-1940.

donc à une source d'eau filtrée qui augmente de 6.3% en 1900 à 93% en 1940. Par exemple, Cutler et Miller [20] estiment que la filtration et la chloration de l'eau consommée expliquent 50% de la réduction de la mortalité globale de même que 75% et 67% du déclin de la mortalité des nouveaux-nés et des enfants entre 1900 et 1936.

1.2 Une industrie à la croisée d'enjeux contemporains

A la sortie de la Seconde Guerre Mondiale, la diffusion des techniques d'adduction d'eau potable à l'ensemble du territoire des Etats-Unis est en phase d'être achevée avec environ trois quarts des habitations disposant de l'eau courante et deux tiers étant équipées de toilettes intérieures ([61], cité dans [43]). En France, si à la même période seul 37% des immeubles sont connectés à l'eau courante [44], les Trente Glorieuses termineront de parachever la démocratisation complète de l'accès direct chez soi à une eau abondante, de bonne qualité et peu onéreuse.

Toutefois, si l'objectif principal recherché est donc atteint dès les années 80, du moins dans les pays les plus avancés, les opérateurs de RDEP se retrouvent aujourd'hui confrontés à deux nouveaux défis que nous explicitons dans cette Section.

1.2.1 Surveillance de la qualité et traitement de l'eau potable

Si comme nous l'avons évoqué ci-dessus, la filtration et la chloration de l'eau ont permis de pratiquement éliminer l'éruption de maladies d'origine hydrique comme le choléra ou la fièvre typhoïde dans les pays occidentaux depuis près d'un siècle, la qualité de l'eau est restée un sujet de préoccupation jusqu'à nos jours. Dès la sortie de la seconde guerre mondiale, l'objectif de prévention de la dégradation de la qualité des eaux, notamment induite par les activités industrielles et agricoles, s'est matérialisé par une régulation croissante et par l'adoption aux Etats-Unis du *Clean Water Act* en 1972. Dans sa version actuelle, celui-ci instaure des critères limites pour les rejets des macropolluants tels que les matières organiques et les nutriments ainsi que des micropolluants tels que les pesticides et les métaux lourds. Sont concernés plus de 115 polluants dont 65 prioritaires [17]. En complément, différents organismes nationaux et internationaux ont progressivement édicté des recommandations concernant les concentrations admissibles d'éléments microbiens, chimiques et radiologiques dans l'eau potable [84].

Toutefois, s'assurer que la qualité de l'eau potable fournie aux consommateurs est conforme aux objectifs fixés est une tâche difficile du fait de la multitude des paramètres à évaluer mais également de la détérioration

potentielle de la qualité de l'eau potable au sein même du réseau, ce qui nécessite des moyens de contrôle décentralisés. Ainsi, les procédures de surveillance ont été périodiquement mises en défaut. On peut par exemple citer le cas de l'épidémie massive de gastro-entérite causée par une contamination d'une partie du réseau d'eau potable de la ville de Milwaukee au Cryptosporidium ayant affecté 403 000 personnes en 1993. L'étude épidémiologique suggère que la contamination de l'eau potable a duré plus de deux semaines avant que le département de la santé ne relève une hausse des maladies gastro-intestinales impactant l'absentéisme chez les employés des hôpitaux, les étudiants et les professeurs d'école, que le lien avec l'eau potable soit réalisé et que les mesures soient prises pour endiguer le problème [65]. Un autre cas très médiatisé de manquement concernant la qualité de l'eau potable fut la découverte d'une concentration excessive de plomb dans l'eau délivrée à la population de Washington DC en 2001, conséquence du remplacement du chlore par de la chloramine comme désinfectant [27]. Le cas quelque peu similaire de la ville de Flint en 2014, où la hausse de la concentration de plomb fut causée par la mise en place d'un traitement inadapté pour prévenir la corrosion à la suite d'une modification de la source d'approvisionnement, a également eu un retentissement international dans le cadre de la campagne présidentielle américaine de 2016 [24]. Dans les deux cas, il s'est écoulé environ trois ans entre le changement de procédure ayant entraîné la hausse de la concentration de plomb et les mesures prises pour y remédier.

Plusieurs points doivent être étudiés pour permettre la mise en place d'un système de surveillance économique et efficace permettant de détecter les épisodes de contamination et de restaurer la qualité de l'eau potable dans le délai le plus bref. Tout d'abord, si la nature des contaminants peut être très diverse, seul un petit nombre de paramètres comme la concentration de chlore ou la turbidité de l'eau sont usuellement surveillées, ce qui implique l'utilisation conjointe de tests en laboratoire et de méthodes statistiques pour caractériser la nature exacte de l'évènement en temps réel [123]. Ensuite, si la contamination a eu lieu au sein du réseau, le moment et le lieu doivent être déduits des informations recensées par un nombre restreint de capteurs [56]. Finalement, si la nature de la contamination le permet, le traitement de l'eau potable doit être adapté, par exemple en modulant le dosage de chlore, pour en rétablir ses propriétés [59].

1.2.2 Gestion des ressources en eau

Alors que la population rurale mondiale est amenée à stagner voire à légèrement diminuer, la population urbaine pourrait quant à elle croître rapidement et passer de 3.9 milliards en 2014 à une projection de 6.3 milliards à l'horizon 2050 [112]. Les effets conjugués de cette hausse démographique concentrée sur des aires géographiques réduites, de la hausse des besoins

en eau des habitants concernés (90% de la hausse anticipée concerne les villes asiatiques et africaines [112]) et de manière plus incertaine de l'impact du changement climatique sur le cycle hydrologique vont considérablement compliquer l'approvisionnement des villes en eau potable [72].

Plusieurs solutions existent pour augmenter les capacités d'approvisionnement, notamment l'expansion des réseaux d'adduction pour accéder à des sources plus éloignées, l'utilisation de procédés de désalinisation pour les villes côtières ou la construction de barrages ou autres retenues d'eau pour les cas de stress hydrique saisonnier [72]. D'autres moyens de court terme peuvent être envisagés en cas d'urgence. Citons par exemple l'acheminement d'eau potable par tanker ou la mise en place de réseaux d'adduction temporaires, comme ce fut le cas lors de l'épisode de sécheresse en 2007-2008 dans la région de Barcelone [70]. Toutefois, toutes ces solutions sont coûteuses et il peut s'avérer particulièrement efficace d'implémenter différentes stratégies alternatives ou complémentaires pour limiter les prélèvements d'eau requis et donc limiter les investissements dans de nouveaux ouvrages. Cet objectif peut être atteint en travaillant sur deux leviers principaux.

D'une part, plusieurs actions de sauvegarde des ressources hydriques peuvent être mises en œuvre pour réduire la demande d'eau des consommateurs finaux [16]. Premièrement, des mesures législatives ou des modulations tarifaires peuvent s'avérer efficaces lorsque la quantité d'eau disponible n'est temporairement pas suffisante pour répondre à la demande. Ainsi, pour faire face à la sécheresse des années 2007-2009, la ville de Los Angeles a mis en place trois phases successives de mesures de conservation allant d'incitations volontaires à des restrictions combinées à une hausse tarifaire ayant permis une réduction de la consommation d'eau allant jusqu'à 23% [77]. Deuxièmement, la consommation d'eau peut être diminuée sans perte de confort en encourageant l'utilisation de procédés plus efficaces. Par exemple, la mise en place d'un système d'arrosage piloté par des mesures d'humidité du sol pourrait réduire les prélèvements de l'ordre de 38% par rapport à un arrosage conventionnel [122]. Troisièmement, des campagnes de sensibilisation pourraient également contribuer à réduire les usages inutiles, même si le manque de littérature sur le sujet ne permet pas de se faire une opinion définitive en ce qui concerne les gains que l'on peut escompter de cette manière [106].

D'autre part, à niveau de demande constant, les prélèvements d'eau peuvent être considérablement réduits en limitant les fuites. La banque mondiale estime en moyenne des taux de fuite respectifs de 12% et 20% pour les pays développés et en développement, ce qui représente une perte économique globale estimée à 8 milliards de dollars US au niveau mondial ou 45 millions de mètres cubes perdus chaque jour dans les pays en développement, une quantité d'eau suffisante pour servir 200 millions d'individus [53]. Outre le remplacement des canalisations endommagées, l'intervention rapide lors de fuites apparentes et la recherche active de fuites non

apparentes, une bonne gestion de la pression est un facteur clé pour diminuer le taux de fuite. En effet, des changements de pressions trop fréquents ou une pression excessive peuvent engendrer une augmentation substantielle des apparitions de fuites d'eau sur les canalisations et des débits d'écoulement supérieurs à travers les fuites existantes [57]. L'installation de valves de régulation de la pression et l'utilisation de variateurs de vitesse au niveau des pompes sont alors les options privilégiées permettant l'optimisation de la pression du réseau en fonction des conditions d'écoulement [58].

1.2.3 Adaptation à la libéralisation des marchés électriques

Afin de « parvenir à un système énergétique plus compétitif, fiable et durable et d'atteindre les cibles de réduction de gaz à effet de serre à l'horizon 2050 », les pays de l'Union Européenne se sont entendus sur une coupe de 40% des émissions à l'horizon 2030 par rapport au niveau de 1990 [29]. Cet objectif implique d'accroître la part de l'électricité générée par des sources d'énergie renouvelable de 28.8% en 2015 [30] à une part qui pourrait évoluer entre 43% et 56% en 2030 [54]. La plus grande partie de cette augmentation devrait alors être couverte par de nouvelles capacités dans les secteurs du solaire et de l'éolien. Cette transition à un système énergétique bas-carbone implique un lien plus étroit entre l'offre et la demande d'électricité. En effet, l'incorporation d'une part importante d'électricité fournie par des sources intermittentes motive une transition « d'un système dans lequel des centrales électriques contrôlables suivent la demande d'électricité à un système électrique efficient où des producteurs flexibles, des consommateurs flexibles et des systèmes de stockage répondent de manière croissante à la production intermittente des centrales éoliennes et solaires » [33]. Ce développement dans le secteur électrique constitue un défi de taille mais également une opportunité pour les opérateurs de RDEP.

C'est un défi de taille car l'incorporation d'une part importante d'électricité fournie par des sources intermittentes va probablement mettre en péril l'utilité des tarifs heure creuse/heure pleine (HC/HP) sur lesquels la majeure partie des stratégies de contrôle s'appuie aujourd'hui en profitant des coûts plus bas de l'électricité durant la nuit [34]. De plus, la hausse des tarifs électriques moyens pourrait accroître la facture énergétique due au pompage qui représente environ 40% des coûts actualisés d'une pompe durant son cycle de vie [88]. Cependant, la substitution des tarifs HC/HP par des tarifs dynamiques et l'accroissement de la volatilité des tarifs électriques pourraient également représenter une opportunité car les RDEP possèdent deux atouts essentiels. D'une part, du fait des capacités de stockage fournies par les châteaux d'eau, le fonctionnement des pompes et la consommation électrique associée ne sont pas liés dans le temps par la livraison de la demande d'eau aux consommateurs finaux. D'autre part, le fonctionnement des pompes est particulièrement flexible et peut être rapidement ajusté aux

besoins du réseau électrique.

Plusieurs études récentes ont ainsi mis en lumière les bénéfices qui pourraient être apportés par le développement de nouveaux marchés électriques. Par exemple, Ghaddar et al. [38] suggèrent que les coûts électriques de pompage peuvent être réduits en abandonnant les tarifs HC/HP, en planifiant le pompage selon les tarifs du marché *day-ahead*, puis en achetant l'électricité requise sur le marché *spot*. Alternativement, Menke et al. [74] discutent comment un RDEP pourrait participer à la régulation secondaire du réseau électrique et montrent qu'une rentabilité économique est possible et dépend principalement du taux d'utilisation des pompes et du profil des tarifs électriques.

1.3 Hétérogénéité des enjeux, homogénéité des outils

La Section précédente a mis en exergue le fait que les RDEP étaient confrontés à des enjeux hétérogènes impliquant des expertises dans des disciplines très différentes, autour de sujets comme la cinétique chimique de la désintégration du chlore, la modélisation de la relation entre le niveau de pression et le taux de fuite au sein d'un réseau ou l'identification des facteurs explicatifs de la dégradation des performances d'une pompe. Toutefois, dès lors que les processus impliqués sont bien connus, il reste à décider des mesures à prendre pour répondre efficacement aux défis rencontrés. Les outils de résolution à employer pour appréhender ces problèmes décisionnels sont alors bien souvent identiques comme le montrent les trois exemples ci-dessous.

Exemple 1 - Ajout de stations secondaires de chloration (Ohar et Ostfeld [83])

Historiquement, les stations de chloration ont été intégrées aux stations de traitement. De grandes quantités de désinfectant sont injectées à cet endroit pour s'assurer d'une concentration supérieure au minimum requis au sein du réseau et prévenir tout risque de contamination. Toutefois, procéder de cette façon induit des niveaux de concentration de désinfectant très élevés au niveau des consommateurs situés proche des stations de traitement, ce qui peut engendrer une qualité physique de l'eau quelque peu altérée. Parallèlement, au niveau des consommateurs les plus éloignés, une concentration trop élevée de trihalogénométhanes, un sous-produits résultant de la dégradation du désinfectant suspecté d'être cancérogène, peut parfois être observé. Nous souhaitons donc installer des stations de désinfection secondaires au sein du réseau de distribution afin de restaurer des concentrations conformes à la réglementation dans tout le réseau. Comment choisir leur emplacement pour minimiser le coût d'installation et de fonctionnement du

système ?

Exemple 2 - Placement de valves réductrices de pression (Eck et Mevissen [26])

Du fait de l'augmentation de l'âge moyen des canalisations, le taux de fuite au sein du réseau opéré a augmenté, engendrant parallèlement une hausse des coûts de traitement et de pompage par mètre cube consommé. Nous souhaitons donc diminuer ce taux de fuite en installant des valves réductrices de pression dont le nombre est limité du fait de contraintes budgétaires. Celles-ci permettront de moduler la pression aval en fonction des conditions de demande au sein du réseau et donc de diminuer le taux de fuite en rapprochant la pression à chaque nœud du réseau de la pression minimale requise pour permettre une livraison satisfaisante de l'eau au consommateur. Dans cette optique, au niveau de quelles canalisations faut-il placer ces valves pour obtenir le taux de fuite minimal ?

Exemple 3 - Dimensionnement d'une station de pompage (Pulido-Calvo et Gutiérrez-Estrada [92])

Les pompes d'une station de pompage ayant des performances dégradées du fait de leur ancienneté, nous souhaitons faire l'acquisition de nouvelles pompes pour les remplacer. Outre leur coût d'acquisition, il faut également compter avec des charges de fonctionnement dues à la consommation électrique induite. De plus, la station de pompage doit être en mesure d'acheminer les débits souhaités en tout temps et notamment lorsque la demande d'eau est élevée ou lors de potentielles avaries rendant certaines pompes indisponibles. Quelles pompes installer pour minimiser les coûts nets actualisés pendant le cycle de vie de la nouvelle station de pompage ?

Pour chacun des exemples cités ci-dessus, nous observons une structure de problème consistant à minimiser un objectif dépendant d'un ensemble de décisions qui, collectivement, doivent respecter un certain nombre de contraintes. Mathématiquement, nous avons plus précisément à résoudre le problème suivant d'optimisation :

$$\min f(x, y) \quad (1.1)$$

$$g(x, y) \leq 0 \quad (1.2)$$

$$x \in X \cap \mathbb{Z}^n \quad (1.3)$$

$$y \in Y. \quad (1.4)$$

Les vecteurs x et y sont appelés variables de décisions et comprennent l'ensemble des inconnues du problème qui peuvent prendre des valeurs respectivement entières et réelles dans des espaces définis par les polyèdres X et Y . La fonction objectif $f : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ modélise la quantité que l'on souhaite minimiser alors que les fonctions $g : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}^m$ permettent de

formuler l'ensemble des contraintes qui assurent que la solution choisie est une solution réalisable du problème considéré. Notons que si f peut parfois prendre la forme d'une fonction linéaire, ce n'est que rarement le cas de toutes les contraintes g du fait de la non-linéarité propre aux problèmes d'écoulement dans des systèmes hydrauliques en charge. Par conséquent, les problèmes que nous souhaitons résoudre appartiennent à la classe des programmes non-linéaires en nombres entiers (PNLNE).

Des solveurs dédiés aux PNLNE ont été développés qui en théorie sont à même de retourner la solution optimale de tout problème de ce type [22]. En pratique toutefois, le temps de calcul nécessaire peut être prohibitif et il peut parfois être même difficile d'obtenir une simple solution réalisable en un temps limité. C'est notamment le cas pour les problèmes rencontrés dans le contexte des RDEP du fait de la complexité des réseaux rencontrés. Cela implique la résolution de modèles de grande taille comprenant un nombre important de contraintes non-linéaires et de variables entières. Pour contourner ces limitations actuelles, il s'agit alors d'exploiter les spécificités des modèles considérés afin de concevoir des méthodes peut-être moins génériques mais efficaces pour le problème étudié.

C'est dans cet esprit que nous nous intéressons précisément aux problèmes du contrôle optimal et du dimensionnement des stations de pompage dans les RDEP. Dans le Chapitre 2, nous présentons un aperçu critique de la littérature consacrée à ces sujets et motivons l'objet de la thèse et nos contributions. Dans le Chapitre 3, nous formulons le problème de la planification de pompage comme un PNLNE. Dans le Chapitre 4, nous proposons une méthode basée sur une relaxation convexe du modèle de planification de pompage spécifiquement conçue pour une classe spécifique de réseau ramifié. Toujours dans le contexte du problème de planification de pompage, une approche d'optimisation globale de type LP/NLP branch-and-bound et une approche heuristique basée sur de la programmation linéaire applicable aux RDEP de grande taille sont ensuite présentées dans les Chapitres 5 et 6 respectivement. Dans le Chapitre 7, nous proposons un schéma de décomposition de Benders pour la conception optimale d'une station de pompage. Finalement, nous suggérons quelques perspectives dans le Chapitre 8.

Chapitre 2

Optimisation du pompage : contexte, motivations, littérature et contributions

2.1 Optimisation des stations de pompage

2.1.1 Contexte

Un rapport de l'*Electric Power Research Institute* publié en 2002 estimait que le secteur du traitement et de la distribution de l'eau aux Etats-Unis utilisait quelques 123 TWh où 3.7% des 3 360 TWh annuels consommés en 2000, dont notamment 62 TWh (1.8%) pour le traitement des eaux usées, 24 TWh (0.7%) pour l'irrigation et 31 TWh (0.9%) pour la distribution de l'eau potable [42]. Si ces quantités peuvent paraître relativement modestes à l'échelle du secteur électrique, elles représentent toutefois une source majeure de coût pour les opérateurs de RDEP. En effet, pour un large échantillon de RDEP appartenant aux pays de l'Europe Centrale et de l'Est ainsi que de l'ex-Union Soviétique, la base de données de l'*International Benchmarking Network for Water and Sanitation Utilities* recense que pour 50% (resp. 20%) d'entre eux, les coûts électriques représentent plus de 18% (resp. 30%) des coûts opérationnels [5]. Si nous nous intéressons plus précisément à la part de l'électricité utilisée pour la distribution de l'eau potable, environ 80% est consommée par des stations de pompage permettant d'extraire l'eau brute des nappes phréatiques ou de sources de surface puis de transporter l'eau potable des stations de traitement aux consommateurs finaux [18].

Pour garder les coûts liés au pompage aussi bas que possible, un ingénieur peut interférer à deux niveaux décisionnels : lorsqu'il définit la stratégie à adopter pour les opérations de pompage au jour le jour et lorsqu'il sélectionne les caractéristiques des pompes à installer. Au niveau opérationnel, malgré les avancées réalisées durant les 50 dernières années en ce qui concerne les

méthodes d'optimisation destinées à l'amélioration de l'efficacité énergétique des RDEP, les stations de pompage sont aujourd'hui encore usuellement opérées à l'aide de l'une ou d'une combinaison des trois stratégies de contrôle suivantes [34] : premièrement, l'activation des pompes en fonction de la pression de refoulement : lorsque la demande d'eau augmente (resp. diminue) au sein du réseau, la pression de refoulement diminue (resp. augmente) et signale un besoin accru (resp. réduit) de capacités de pompage ; deuxièmement, l'activation des pompes en fonction du taux de remplissage des châteaux d'eau : lorsque un seuil bas (resp. haut) est franchi, des pompes sont activées (resp. éteintes) afin de maintenir un volume d'eau conforme aux prescriptions ; troisièmement, les pompes peuvent également être activées à des heures fixes de la journée. Comme illustration de ce type de stratégie, nous présentons de manière détaillée à la Section 4.4.3 une stratégie de contrôle combinant l'ouverture et la fermeture de valves en fonction de seuils de niveau d'eau dans les châteaux d'eau et l'activation de pompes en fonction de la pression de refoulement. Cette démarche permet d'estimer les gains potentiels pouvant être engendrés par la mise en place de techniques de planification de pompage dans le RDEP étudié.

Au niveau stratégique, si les deux critères clés de la conception d'une station de pompage sont la capacité de pompage maximale et la pression de refoulement associée [97], les aspects énergétiques sont également pris en compte lors de la sélection des pompes [34]. Premièrement, sont sélectionnées les pompes dont la courbe d'efficacité définissant le rapport entre l'énergie hydraulique fournie et l'énergie électrique consommée est maximale autour de leur zone de fonctionnement attendue. Deuxièmement, afin que l'efficacité énergétique reste élevée même lorsque les conditions de pompage s'écartent de cette zone de fonctionnement privilégiée, une station de pompage importante est souvent composée de plusieurs pompes installées en parallèle ; l'activation de différentes combinaisons de pompes permet alors de garder une efficacité énergétique élevée pour des configurations de débit de pompage et de pression de refoulement diversifiées. Troisièmement, certaines pompes peuvent être équipées de variateurs de vitesse afin d'augmenter la flexibilité du pompage. En effet, une pompe équipée d'un variateur de vitesse peut fournir des débits différents pour un même niveau de pression ce qui évite d'augmenter artificiellement la pression de refoulement à l'aide de valves de régulation.

2.1.2 Motivations

Des gisements d'amélioration existent en se focalisant sur l'un ou l'autre des deux niveaux décisionnels. Cependant, une mauvaise prise en compte de l'interdépendance entre la conception et l'opérationnel peut engendrer des configurations sous-optimales. Par exemple, toujours à la Section 4.4.3, nous montrons sur un RDEP étudié que par rapport à la stratégie de contrôle ac-

tuelle, l'efficacité énergétique moyenne de la station de pompage est réduite de près de 10% en appliquant une stratégie optimale de planification de pompage du fait d'une baisse importante de la pression de refoulement engendrant un décalage des points de fonctionnement des pompes loin de leur zone d'efficacité maximale. Or, comme on verra à la Section 2.3, la prise en compte de l'interdépendance entre ces deux niveaux constitue un axe faible de la littérature académique dédiée à la conception optimale des RDEP. C'est autour de cette question que s'articule l'objectif initial de cette thèse dont l'intitulé premier *Optimisation à court et long terme de l'efficacité énergétique des réseaux de distribution d'eau potable* affirmait déjà un besoin d'intégrer les aspects opérationnels du pompage dans les choix de dimensionnement. L'une des difficultés principales à surmonter réside dans l'estimation fidèle des coûts de pompage tout au long du cycle de vie des équipements dimensionnés. Le problème de la planification de pompage a ainsi été longuement investigué et plusieurs contributions théoriques et pratiques ont été réalisées autour de ce problème.

2.2 Planification du pompage

Une littérature importante a été dédiée au problème de la planification du pompage dans les RDEP. Dans les contributions les plus anciennes, les modèles complexes de réseaux hydrauliques sont souvent simplifiés par l'utilisation de bilans de masse ou de modèles de régression, ce qui implique que les aspects liés à la pression sont soit complètement négligés ou approxi-més par des courbes d'étalonnage [86]. Un exemple proposé par Ormsbee et al. [85] concerne des RDEP composés d'un unique château d'eau et de plusieurs stations de pompage. Des courbes de régression sont déterminées pour estimer la quantité d'énergie minimale requise pour effectuer une transition de niveau dans le château d'eau avec un débit de pompage spécifié. Ces courbes sont ensuite incorporées dans un modèle de programmation dynamique permettant d'optimiser la trajectoire du niveau d'eau avec comme objectif la minimisation des coûts de pompage.

A partir de la moitié des années 90, les méthodes déterministes initialement proposées ont été peu à peu supplantes par des métahéuristiques comme les algorithmes évolutionnaires, du fait de leur potentiel pour appréhender les aspects combinatoires et non-linéaires au cœur du problème de la planification de pompage [68, 82]. Dans ce contexte, la littérature est largement dominée par les algorithmes génétiques, même si d'autres techniques comme l'optimisation par colonies de fourmis [64] ou par essaims particulaires [121] ont également été investiguées. Mackle et al. [66] sont les premiers à traiter le problème à l'aide d'un algorithme génétique. Ceux-ci se sont ensuite révélés particulièrement efficaces pour traiter les problèmes d'optimisation multiobjectifs, dont le but n'est plus de calculer une unique

solution minimisant un objectif donné mais d'approximer un front de Pareto parmi des objectifs contradictoires [3, 100, 120]. Un autre axe de recherche a été d'hybrider les algorithmes évolutionnaires à une recherche locale telle le *hill climbing* [116] ou la *recherche locale binaire* [120]. Alors que la formulation du problème de planification de pompage s'appuie traditionnellement sur une discréétisation de l'horizon de planification en un certain nombre de périodes pendant lesquelles une pompe doit rester soit allumée soit éteinte (voir Chapitre 3), ces méthodes hybrides permettent de commuter le statut d'une pompe à n'importe quel moment et donc d'atteindre des solutions plus économiques.

L'une des faiblesses des métaheuristiques est qu'elles ne permettent pas de prouver l'optimalité des solutions obtenues ni même d'estimer une garantie de performance. De plus, ces méthodes ne s'appliquent fréquemment qu'à une sous-classe de RDEP [82] qui sera définie au Chapitre 5 et que nous appellerons *RDEP de classe RB* par la suite. Pour y remédier, des approches basées sur la PNLNE ont gagné en popularité dans le champ de l'optimisation des réseaux d'eau, comme l'atteste une récente revue de littérature [23]. Cette utilisation récente de la PNLNE dans un spectre croissant d'applications fait suite à la considérable amélioration des méthodes et des solveurs dédiés [22]. Toutefois, une résolution directe et en temps-réel du modèle de PNLNE de planification de pompage par des solveurs standards n'est pas envisageable dès lors que la granularité de la discréétisation temporelle s'affine ou que la taille du réseau augmente [75] et différents axes de recherche ont été investigues dans le but d'accélérer le processus de résolution.

2.2.1 Linéarisation par morceaux

L'une des difficultés principales concerne le traitement des contraintes non-convexes couplant charge et débit au sein des différents arcs du réseau. La technique la plus répandue est de les approximer par des fonctions linéaires par morceaux puis de résoudre le programme linéaire en nombres entiers (PLNE) résultant à l'aide d'un algorithme de branch-and-bound. Plusieurs méthodes permettent d'approximer des fonctions non-linéaires à l'aide de fonctions linéaires par morceaux, dont la méthode incrémentale qui a notamment été utilisée pour l'approximation de fonctions univariées et multivariées dans le contexte du problème de planification de pompage [78]. Une philosophie quelque peu différente consiste à construire une relaxation par morceaux des fonctions non-linéaires [117]. L'avantage de cette seconde formulation est que la valeur optimale de la fonction objectif est une borne inférieure du coût optimal réel du problème considéré et que le maintien de cette borne inférieure est un élément clé de toute solution d'optimisation globale. Toutefois, dans les deux cas, la construction de ces fonctions par morceaux nécessite l'introduction d'un nombre important de variables binaires supplémentaires. De plus, la vitesse de résolution peut être

fortement altérée par la topologie du réseau et notamment par le nombre de boucles [75]. Finalement, si les solutions obtenues sont satisfaisantes en pratique lorsque les fonctions par morceaux approximent les fonctions non-linéaires avec une précision suffisante, elles peuvent en théorie être infaisables vis-à-vis du modèle non-linéaire. C'est en réponse à ces deux questions, l'accroissement de la complexité de résolution induite par l'introduction des variables binaires sous-jacentes aux méthodes d'approximation par morceaux et la non-réalisabilité des solutions obtenues, que s'articule la Contribution 1 de cette thèse.

Contribution 1 - Relaxation convexe dans une classe spécifique de réseaux ramifiés

Nous étudions une classe spécifique (mais courante notamment dans les zones rurales) de RDEP ayant les caractéristiques suivantes : (1) une configuration ramifiée (i.e. pas de boucles, débit toujours positif dans chaque canalisation), (2) plusieurs pompes à vitesse fixe réunies dans une unique station de pompage au nœud source et (3) des châteaux d'eau équipés de valve réductrice de débit aux nœuds destinations. Dans ce contexte, toutes les fonctions non-linéaires $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f(x)$ sont univariées avec $f' \geq 0$, $f'' \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+$ et apparaissent dans des contraintes du type $y_1 - y_2 = f(x)$ avec x , y_1 et y_2 des variables de décision du problème. Nous construisons une relaxation convexe (\mathcal{P}_0) du problème original (\mathcal{P}) en substituant les égalités précédentes par les inégalités $y_1 - y_2 \geq f(x)$. Cette relaxation est motivée par le fait que ces contraintes tendent à être satisfaites même lorsqu'elles sont relâchées du fait de la minimisation de la fonction objectif. Nous montrons dans un second temps comment convertir la solution relâchée de (\mathcal{P}_0) en une solution réalisable de (\mathcal{P}) et caractérisons le surcoût. Nous validons l'approche proposée sur un cas d'étude réel et nous estimons les gains potentiels par rapport à la stratégie actuellement mise en œuvre.

2.2.2 Optimisation globale

Récemment, différentes techniques d'optimisation globale ont été présentées dans le contexte du problème de planification de pompage. Pour les RDEP de classe RB, Naoum-Sawaya et al. [81] appliquent une décomposition de Benders qui s'appuie sur des coupes combinatoires pour séparer la décision concernant les variables binaires d'opération, dans le problème maître, de la simulation des contraintes hydrauliques. Alors que la méthode est théoriquement une méthode d'optimisation globale, des coupes additionnelles qui peuvent potentiellement éliminer la solution optimale sont ajoutées dans le but d'accélérer la recherche de solutions valides. Une seconde approche s'appuyant sur un simulateur hydraulique et également restreinte aux réseaux de classe RB est présentée par Costa et al. [19]. Des solutions optimales

sont obtenues sur un RDEP contenant trois pompes à vitesse fixe après l'énumération de toutes les solutions réalisables. Gleixner et al. [41] présentent une résolution directe à l'aide du solveur SCIP sur deux réseaux comprenant jusqu'à 88 noeuds et 128 arcs. Des solutions optimales sont calculées en moins de 2 minutes pour le cas statique, mais le schéma de résolution se révèle défaillant lorsque plusieurs périodes temporelles sont considérées simultanément [23]. Finalement, Shi et You [102] présentent un algorithme d'approximation extérieure basée sur l'utilisation d'un PLNE principal resserré où les contraintes hydrauliques sont seulement partiellement relâchées : des approximations extérieures non convexes définies par des segments linéaires par morceaux sont automatiquement générées et raffinées durant la recherche. Notons que contrairement aux deux premières méthodes citées [19, 81], cette approche s'applique directement à tout type de réseaux même si les expérimentations présentées ne concernent que deux petits RDEP de classe RB avec un nombre de pas de temps limité. Les comparaisons effectuées avec la résolution directe à l'aide du solveur SCIP montre une réduction d'un facteur 10 du temps de calcul dans le cas le plus favorable.

Les méthodes globales présentées ci-dessus ont comme désavantages soit de ne s'appliquer qu'à une fraction des RDEP que l'on peut rencontrer en pratique, soit de s'appuyer sur des méthodes comme le branchement spatial ou la linéarisation par morceaux, ce qui limite grandement la taille des réseaux qui peuvent être appréhendés. La Contribution 1 nous suggère toutefois qu'il est possible de construire une relaxation convexe du problème de planification de pompage permettant d'obtenir des solutions proches de la réalisabilité qui peuvent être converties par la suite en des solutions réalisables. Dans la Contribution 2, nous nous sommes appuyés sur ce constat pour construire une méthode d'optimisation globale applicable dans le cas général.

Contribution 2 - Optimisation globale par une approche de type LP/NLP branch-and-bound

Nous présentons une nouvelle approche globale pour la planification de pompage dans les RDEP. Une relaxation linéaire en nombres entiers (\mathcal{P}_ϵ) du problème original (\mathcal{P}) est construite et celle-ci est embarquée dans un algorithme de branch-and-bound. Chaque fois qu'un noeud feuille engendre une solution réalisable du problème (\mathcal{P}_ϵ), le noeud est alors investigué à l'aide d'un solveur de programmation non-linéaire (PNL) dans le but d'éliminer les noeuds irréalisables de (\mathcal{P}) ou de calculer leur coût minimal vis-à-vis du problème (\mathcal{P}). Nous abordons l'intégration des pompes à vitesse variable dans un schéma d'optimisation globale, discutons comment optimiser le schéma de résolution selon que le RDEP considéré est de classe RB ou non et présentons une nouvelle heuristique primale pour réparer les solutions proche de la réalisabilité. Des résultats expérimentaux sont présentés sur cinq cas d'étude et comparés avec les méthodes concurrentes.

2.2.3 Approches heuristiques pour les RDEP de grande taille

Les paradigmes formels - algorithmes évolutionnaires et PNLNE - ont des atouts théoriques et pratiques indéniables, du fait de leur capacité à modéliser avec précision les aspects combinatoires à l'aide du codage binaire pour le premier et des variables de décision binaires pour le second. Toutefois, dans les deux cas, les méthodes de résolution se prêtent mal à des implémentations sur des RDEP de grande taille. Par conséquent, les techniques précitées sont principalement appliquées à des RDEP de taille limitée. Ainsi, des méthodes ont été proposées dans le but de contourner la complexité due à la nature combinatoire du problème considéré. Une nouvelle approche est proposée par Bagirov et al. [2] pour modéliser le plan de pompage : le statut initial de chaque pompe est caractérisé à l'aide d'une variable de décision binaire et seules des variables continues sont requises par la suite pour fixer les instants où le statut des pompes est commuté. Le schéma de résolution s'appuie sur une méthode de recherche directe pour la minimisation de la fonction objectif et le simulateur EPANET [98] est utilisé pour vérifier la réalisabilité hydraulique. Dans une contribution de Giacommello et al. [39], la fonction objectif non-linéaire et les pertes de charge sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement approprié et les courbes caractéristiques des pompes sont relâchées en une région de pompage plus étendue dans le but d'éviter l'introduction de variables binaires. Le programme linéaire en variables continues résultant permet de calculer un plan de pompage initial qui est ensuite amélioré à l'aide d'un algorithme glouton. Les résultats suggèrent que la méthode est capable de trouver des solutions réalisables de coûts similaires à ceux obtenus à l'aide d'un algorithme génétique, mais en un temps significativement réduit. Un algorithme très efficace basé sur de la PNL est proposé par Burgschweiger et al. [12, 13]. Dans le but de garder les aspects combinatoires hors du programme principal, les pompes en parallèle sont agrégées à l'aide d'une courbe d'efficacité globale au niveau de chaque station de pompage. La fréquence de commutation des pompes est réduite à l'aide de contraintes additionnelles et les valves sont modélisées à l'aide de contraintes non-convexes. De plus, un schéma initial basé sur une approximation linéaire du modèle non-linéaire et diverses techniques de prétraitement permettant de réduire la taille du réseau sont proposés dans le but de limiter le temps de calcul requis. Des résultats sont présentés pour le RDEP de Berlin qui approvisionne 256 000 ménages et contient 9 stations de pompage d'eau brute et 8 stations de pompage d'eau potable.

L'approche de résolution que nous proposons suit les pas de ces travaux qui cherchent à contourner la complexité algorithmique due aux aspects combinatoires. Elle s'appuie sur une nouvelle formulation qui pourrait remédier à certaines faiblesses des méthodes concurrentes. D'une part, alors que l'algorithme présenté par Bagirov et al. [2] est plutôt destiné à l'usage

de tarifs HC/HP, notre approche est pleinement compatible avec des tarifs fortement dynamiques. D'autre part, alors que les aspects discrets sont négligés, du moins dans un premier temps, dans les algorithmes présentés par Burgschweiger et al. [12, 13] et Giacomello et al. [39], ils restent au cœur de la formulation sur laquelle nous nous appuyons. Elle pourrait donc être mieux adaptée en présence d'éléments actifs comme les valves d'arrêt pour lesquelles la nature combinatoire du fonctionnement doit être modélisée fidèlement.

Contribution 3 - Planification de pompage par transformation temporelle et approximation de charge

Nous proposons une nouvelle relaxation (\mathcal{P}') du problème de planification de pompage basée sur une méthode de transformation temporelle : plutôt que de considérer le statut de chaque élément actif individuellement à l'aide d'une variable binaire, nous proposons de définir l'ensemble des configurations d'éléments actifs réalisables et d'introduire une variable continue pour ajuster leur durée d'activation. En approximant la valeur de la charge aux châteaux d'eau, nous montrons ensuite comment calculer efficacement une solution « proche de la réalisabilité » de (\mathcal{P}') qui est ensuite exploitée pour guider une version revisitée de la décomposition de Benders proposée par Naoum-Sawaya et al. [81] permettant de calculer des solutions réalisables de (\mathcal{P}). Nous évaluons la qualité des solutions obtenues sur deux cas d'étude et discutons de la manière d'adapter la procédure en présence de RDEP de grande taille.

Notons finalement que la Contribution 3 partage quelques similarités conceptuelles avec la méthodologie développée par Ulanicki et al. [111] destinée à la conception optimale d'une station de pompage, sujet au cœur de la Section suivante.

2.3 Conception optimale des RDEP

Dans sa forme la plus générale, le problème de la conception optimale d'un RDEP consiste, pour une topologie de réseau donnée, à sélectionner les caractéristiques optimales de chaque élément constitutif afin de garantir un acheminement futur de l'eau potable conforme aux prescriptions tout en minimisant les coûts globaux durant l'horizon considéré. Si le problème a été abondamment étudié depuis le travail pionnier de Alperovits et Shamir [1], l'attention s'est principalement focalisée sur le dimensionnement des canalisations. Ainsi la modélisation des aspects liés aux pompes, aux valves et aux châteaux d'eau a été quelque peu négligée comme le montre une récente revue de littérature [69] où sur les 124 papiers recensés, 85 se focalisent sur des RDEP gravitaires pour lesquels aucune station de pompage n'est requise. Néanmoins, une grande diversité d'hypothèses de modélisation et de

méthodes de résolution a été également proposée pour les RDEP nécessitant des capacités de pompage. Nous proposons de segmenter la littérature selon que les contraintes hydrauliques sont soit implicitement vérifiées à l'aide d'un simulateur hydraulique, soit explicitement modélisées à l'aide de contraintes non-linéaires.

2.3.1 Vérification implicite/explicite des contraintes hydrauliques

En ce qui concerne le cas implicite, plusieurs approches représentatives de l'état de l'art des années 80 ont été présentées et comparées sur le RDEP *Anytown* lors d'un séminaire nommé « Battle of the network models » [118]. Si certains aspects techniques diffèrent d'une méthode à l'autre, toutes les solutions contiennent les trois étapes suivantes : une sélection de la localisation des nouveaux châteaux d'eau par jugement d'expert, un dimensionnement des nouvelles canalisations à l'aide de programmes d'optimisation et l'utilisation d'un simulateur hydraulique pour calculer la taille requise des nouveaux châteaux d'eau et pour vérifier la réalisabilité du dimensionnement réalisé. Le même problème a été résolu plus tard par Murphy et al. [80] à l'aide d'un algorithme génétique : une pénalité proportionnelle à la somme pondérée des violations des contraintes est ajoutée à la fonction objectif pour favoriser la sélection de solutions réalisables. Contrairement aux techniques précédentes, le choix de la localisation et du dimensionnement des châteaux d'eau est pleinement intégré dans le processus de résolution. Toujours sur le même RDEP *Anytown*, Walters et al. [119] puis Vamvakeridou-Lyroudia et al. [113] proposent deux algorithmes génétiques multiobjectifs ayant comme but de minimiser le coût du système tout en maximisant un indicateur hétérogène de critères évaluant la performance du système (violation des pressions minimales aux noeuds, capacité à répondre à la demande en cas d'incendie, etc.). Contrairement aux méthodes précédentes qui retournent une seule solution correspondant à un niveau de service fixé, ces méthodes multiobjectifs retournent un front de Pareto entre le coût et le niveau de service, ce qui permet au décideur de choisir dans un second temps l'arbitrage qui lui semble le plus intéressant. Dans le même esprit, Farmani et al. [32] proposent également un algorithme génétique multiobjectif arbitrant entre le coût total du système, la robustesse du système en cas d'avarie et la qualité de l'eau. Plus récemment, plusieurs travaux ont été proposés pour appréhender l'incertitude sur la demande d'eau future. Par exemple, Marques et al. [71] présentent une approche basée sur le concept d'*options réelles*. Un horizon de planification de 60 ans et plusieurs scénarios d'expansion du RDEP à 20 et 40 ans auxquels est associée une probabilité d'occurrence sont considérés. Le but est alors de dimensionner les canalisations sur la partie du réseau déjà existante avec comme objectif de minimiser la somme pondérée de l'investissement initial et des extensions potentielles

du réseau à 20 et 40 ans.

En ce qui concerne le cas explicite, Alperovits et Shamir [1] proposent une méthode du gradient qui alterne entre a) la résolution d'un programme linéaire pour optimiser les caractéristiques des ouvrages à dimensionner pour une certaine distribution des débits et (b) l'utilisation des variables duales pour modifier judicieusement la répartition des débits au sein du réseau. Les choix de dimensionnement comprennent la longueur de sous-tronçons de diamètre fixe (*split-pipe model*) pour chaque canalisation, la puissance maximale des pompes, l'emplacement de valves réductrices de débit ainsi que l'élévation des châteaux d'eau, alors que la puissance de pompage est considérée comme proportionnelle au produit du débit et du gain de charge. Une méthode globale est présentée par Sherali et Smith [101] pour la formulation basée sur le *split-pipe model*. L'approche proposée consiste en un algorithme de branch-and-bound qui coordonne un partitionnement de l'hyperrectangle des débits dans chaque arc et qui s'appuie sur une technique de reformulation linéaire permettant de maintenir une borne inférieure à chaque noeud correspondant à un sous-ensemble des débits autorisés. Kim et Mays [52] considèrent le problème de la réhabilitation d'un RDEP existant. Pour chaque canalisation, deux variables binaires permettent de choisir soit de remplacer la canalisation, soit de la restaurer, soit de la laisser en l'état. Un algorithme de branch-and-bound est utilisé où à chaque noeud restent à être fixés la puissance des pompes et le diamètre des canalisations remplacées qui peut évoluer dans un intervalle continu. Un optimum (local) du sous-problème est obtenu à l'aide d'un programme non-linéaire couplé à un simulateur hydraulique. Samani et Mottaghi [99] introduisent une formulation où pour chaque canalisation doit être sélectionné sur la totalité du tronçon un diamètre unique parmi un ensemble discret de diamètres potentiels. Cette formulation a été ensuite investiguée par Bragalli et al. [10] puis Raghunathan [94] dans le contexte des RDEP gravitaires. Dans le premier cas, le problème est formulé comme un PNLNE et résolu à l'aide du solveur Bonmin et de l'algorithme de branch-and-bound non-linéaire sous-jacent sur 9 instances comprenant jusqu'à 317 canalisations et 13 diamètres potentiels. Dans le second cas, une méthode globale de type LP/NLP branch-and-bound a permis de vérifier l'optimalité des solutions précédentes sur les 4 instances les moins complexes.

Notons également que, toujours dans le cadre explicite, le problème de la conception ou de l'extension optimale d'un réseau gazier comporte de fortes similarités du point de vue mathématique et est sujet d'une riche littérature [47]. Dans ce contexte, et pour les contributions les plus récentes, Fügenschuh et Humpola [35] dérivent des inégalités valides pouvant être calculées à partir des variables duales d'un problème appelé *débit de transmission duale* qui apparaît lorsque toutes les variables binaires liées aux éléments actifs sont fixées. Borraz-Sánchez et al. [9] proposent une relaxation convexe du problème original basée sur l'introduction de variables binaires

additionnelles pour indiquer la direction du débit dans les canalisations, la relaxation des termes bilinéaires par des inégalités de McCormick et la relaxation des contraintes d'égalité non-convexes en des inégalités convexes similaires à celles proposées dans notre Contribution 1. La fonction objectif ne dépendant que du coût d'expansion, un optimum global est obtenu lorsqu'il est possible de calculer une solution réalisable du problème original à l'aide de l'extension optimale du problème relâché. Enfin, Humpola et Serano [49] s'intéressent au sous-problème appelé *problème de transmission active* émergeant du problème d'extension optimale lorsque toutes les variables binaires sont fixées. Des conditions suffisantes basées sur la résolution d'un PLNE sont dérivées pour prouver l'irréalisabilité de ce problème de réalisabilité non convexe.

2.3.2 Réunifier les forces des deux paradigmes

Comme observé ci-dessus, le problème de la conception optimale d'un RDEP a été analysé à l'aide de deux pans de littérature très différenciés selon que les contraintes hydrauliques sont vérifiées implicitement à l'aide d'un solveur hydraulique ou modélisées à l'aide de contraintes explicites. Chacune des deux approches proposées a des atouts mais également des limites.

Pour le cas implicite, l'un des points forts est que la dynamique de court terme du pompage est bien prise en compte par l'utilisation de simulation de période étendue pour évaluer fidèlement la réalisabilité d'un dimensionnement et pour estimer les coûts électriques associés. De plus, les méthodes proposées sont bien adaptées pour appréhender des objectifs concurrents et inclure des scénarios additionnels permettant de s'assurer de la robustesse du dimensionnement choisi en cas d'avarie. Cependant, plusieurs points faibles sont également à relever comme une nette prédominance de méthodes ne pouvant s'appliquer qu'aux réseaux de classe RB du fait de l'hégémonie des algorithmes génétiques mieux adaptés aux choix binaires. Il faut relever quelques approches pouvant également s'appliquer en présence de variables de décision continues comme la méthode d'optimisation par colonies de fourmis proposée par Ostfeld et Tubaltzev [87] où la vitesse relative des pompes équipées de variateurs de vitesse, qui peut en théorie être ajustée continûment dans un intervalle donné, est restreinte à un ensemble discret de valeurs uniformément distribuées dans l'intervalle original. Une seconde observation est que les décisions pouvant être prises au niveau du dimensionnement des stations de pompage et des aspects opérationnels sont souvent limitées pour éviter une augmentation trop importante de la taille du modèle à résoudre. Par exemple, dans la formulation du problème *Anytown* proposé par Prasad [91], il est seulement possible d'ajouter au maximum deux pompes similaires à celles déjà présentes à la station de pompage et les décisions opérationnelles se résument à choisir, sur un jour-type, le nombre

de pompes en fonctionnement pour chacune des 8 périodes temporelles d'une durée de 3 heures. Enfin, et c'est là la limite la plus structurante à notre sens, les méthodes proposées sont toutes des méthodes heuristiques permettant de calculer des solutions réalisables mais non d'estimer la qualité de celles-ci par exemple à l'aide d'une borne inférieure, à moins d'énumérer toutes les solutions possibles, ce qui est impossible en pratique même pour des réseaux de taille modérée. Cela implique une succession de méthodes permettant l'obtention de solutions de moindre coût sans qu'il soit possible d'estimer si celles-ci sont optimales ni même si la baisse du coût obtenue est significative par rapport à l'écart à la solution optimale.

Au contraire, les méthodes explicites sont mieux adaptées pour s'assurer de la qualité des solutions obtenues et, comme dit précédemment, plusieurs méthodes globales ont été proposées dans le contexte des RDEP gravitaires. Une seconde force des méthodes explicites est que les variables de décision continues sont très facilement appréhendées du fait de la complexité polynomiale des méthodes de programmation linéaire. Toutefois, l'une des critiques que l'on peut formuler à l'égard des méthodes explicites est que les RDEP nécessitant des capacités de pompage ne sont vus que comme un prolongement des RDEP gravitaires. Plus précisément, et c'est une caractéristique commune avec les méthodes proposées dans le contexte de l'extension des réseaux gaziers, le dimensionnement est réalisé pour une configuration fixe de demande. Or, comme discuté par D'Ambrosio et al. [23], il ne semble pas trivial de formuler une configuration statique de demande représentative du fonctionnement dynamique que le dimensionnement choisi doit être capable de réaliser en pratique. En effet, la dynamique de court terme est essentielle notamment pour évaluer avec justesse les coûts énergétiques et pour dimensionner les châteaux d'eau.

Ainsi, nous souhaitons construire une méthodologie permettant de réconcilier les forces de l'approche implicite (simulation de période étendue, scénarios pour évaluer la robustesse du système en cas d'avarie) et de l'approche explicite (généricité de résolution sur tout type de RDEP, capacité à mesurer la qualité des solutions retenues). Pour ce faire, nous nous restreignons dans un premier temps au sous-problème de la conception ou de la réhabilitation optimale d'une station de pompage dans la classe spécifique de réseaux ramifiés décrite à la Contribution 1.

Contribution 4 - Dimensionnement d'une station de pompage par décomposition de Benders dans une classe spécifique de réseaux ramifiés

Nous formulons tout d'abord le problème du dimensionnement d'une nouvelle station de pompage comme un problème à deux niveaux. Le problème maître sélectionne des configurations de pompes potentielles alors que le sous-problème vérifie leur réalisabilité et évalue les coûts électriques associés aux sous-problèmes opérationnels. Ces deux tâches sont réalisées en

examinant d'une part un ensemble de jours-pics modélisant des situations imprévues sur lesquels nous recherchons une solution réalisable et d'autre part un ensemble de jours-types représentatifs des conditions normales attendues sur lesquels nous évaluons les coûts électriques à l'aide d'une relaxation convexe et continue du problème de planification de pompage. La relaxation de PNLNE résultante est alors résolue à l'aide du schéma de décomposition de Benders généralisée, stabilisée par une méthode de faisceaux. Des expérimentations numériques sur une application industrielle permettent finalement d'évaluer les gains potentiels vis-à-vis du dimensionnement et de la stratégie de contrôle actuels.

Chapitre 3

Formulation du problème de planification de pompage

3.1 Notations et variables

Un RDEP peut être mathématiquement décrit comme un graphe orienté $\mathcal{G}=(J,A)$, où les noeuds J se partagent entre des châteaux d'eau J_T , des noeuds sources J_S et des jonctions internes J_J , et les arcs A entre des pompes K , des canalisations L et des valves V [23]. L'ensemble des pompes K peut être de plus séparé entre les pompes équipées de variateurs de vitesse K_V et les pompes devant opérer à vitesse fixe K_F . Un exemple de RDEP composé de 5 châteaux d'eau, 1 nœud source, 46 jonctions internes, 7 pompes, 44 canalisations et 4 valves est présenté à la Figure 3.1.

L'évolution de la demande d'eau et des tarifs électriques montrant généralement une forte cyclicité journalière, l'horizon d'optimisation est le plus souvent limité à un intervalle de 24 heures discrétisé en T périodes de longueur équivalente Δ_t (en heures) au cours desquels nous faisons l'hypothèse d'un écoulement stationnaire [12, 38]¹.

Le problème de planification de pompage met en jeu quatre ensembles de variables. Premièrement, afin de modéliser les aspects hydrauliques caractéristiques des problèmes de réseaux en charge, nous introduisons le débit q_{at} et la charge hydraulique h_{jt} , respectivement définis comme la quantité d'eau (en m^3/h) s'écoulant à travers l'arc a et la somme de l'élévation géographique et de la pression (en mètres) au nœud j durant la période t . Deuxièmement, un indicateur binaire x_{at} est requis pour chaque élément actif $a \in K \cup V$. Pour une pompe $k \in K$, il indique si la pompe est allumée

1. Dans le travail de Morsi et al. [78], l'hypothèse d'un écoulement en régime stationnaire est levée et les régimes transitoires sont pris en compte à l'aide des équations régissant les phénomènes de coup de bâlier dans les réseaux en charge. Cependant, comme pointé par D'Ambrosio et al. [23], il n'est pas clairement établi si ces comportements hydrauliques de court terme doivent être précisément décrits dans un outil de planification de pompage quotidien.

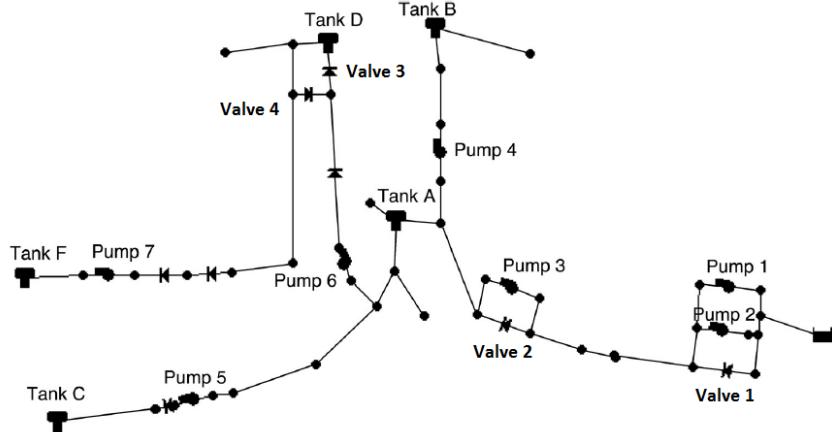


FIGURE 3.1 – Le réseau *Poormond*.

$(x_{kt} = 1)$ ou éteinte ($x_{kt} = 0$) durant la période t . Pour une valve $v \in V$, la signification de x_{vt} dépend de la nature de la valve et sera spécifiée à la Section 3.3. Troisièmement, pour une pompe $k \in KV$ équipée d'un variateur de vitesse, une variable continue $w_{kt} \in [0, 1]$ est spécifiée pour permettre l'ajustement de sa vitesse relativement à la vitesse nominale ($w_{kt} = 1$).

3.2 Nœuds

Jonctions internes. La conservation des débits au niveau des nœuds internes $j \in J_J$ est assurée par l'équation de conservation des débits

$$\sum_{ij \in A} q_{ijt} = \sum_{ji \in A} q_{jti} + D_{jt}, \quad (3.1)$$

avec D_{jt} la demande d'eau (en m^3/h) anticipée pour la période temporelle t ². De plus, la demande d'eau doit être acheminée avec une pression minimale \underline{P} , ce qui implique que

$$h_{jt} \geq Z_j + \underline{P}, \quad \text{si } D_{jt} > 0, \quad (3.2)$$

avec Z_j l'élévation du nœud j .

2. Dans le travail de Skwarczow et al. [104], les fuites d'eau sont prises en considération et modélisées comme une demande supplémentaire dépendante de la pression au niveau des jonctions internes, ce qui implique l'ajout d'un terme supplémentaire dans l'équation (3.1). Cet élément n'est pas pris en compte dans nos travaux mais pourrait être incorporé dans nos différentes contributions avec probablement une augmentation de la complexité de résolution qui reste à quantifier.

Nœuds sources. Nous assumons que le niveau de charge H_{jt} aux nœuds sources $j \in J_S$ peut dépendre du temps mais reste indépendant du fonctionnement du système étudié, ce qui implique que

$$h_{jt} = H_{jt}, \quad (3.3)$$

une hypothèse raisonnable car les noeuds sources représentent souvent des réservoirs de grande capacité comme des lacs, des rivières ou des nappes phréatiques [98]. Additionnellement, un prélèvement maximal journalier V_j (en m^3) peut être imposé,

$$\sum_{t \in T} \sum_{ji \in A} q_{j�t} \Delta_t \leq V_j, \quad (3.4)$$

du fait par exemple d'une capacité limitée des stations de pompage d'eau brute ou d'éléments contractuels [12, 117].

Châteaux d'eau. Les châteaux d'eau permettent de stocker temporairement des volumes d'eau, ce qui implique que les débits entrants et sortants ne doivent pas nécessairement s'équilibrer à tout instant. Ainsi, pour un château d'eau $j \in J_T$, la conservation des débits se traduit par

$$\sum_{ij \in A} q_{ijt} - \sum_{ji \in A} q_{j�t} = \frac{S_j}{\Delta_t} (h_{jt} - h_{j(t-1)}). \quad (3.5)$$

Le terme de droite représente le débit entrant net pendant la période temporelle t , avec S_j l'aire du château d'eau (en m^2). Le niveau d'eau est toutefois restreint à un intervalle de charge $[H_k^{min}, H_k^{max}]$ qui dépend de l'élévation du château d'eau, de sa capacité maximale et de la quantité d'eau qui doit être conservée à tout moment pour des cas de force majeure. De plus, un niveau d'eau final supérieur au niveau initial H_j^0 est normalement demandé afin de prévenir un remplissage trop faible en fin d'horizon de planification, ce qui pourrait engendrer des surcoûts de pompage importants le jour suivant. Ces deux conditions sont imposées à l'aide des contraintes suivantes :

$$H_k^{min} \leq h_{jt} \leq H_k^{max}, \quad (3.6)$$

$$h_{j0} = H_j^0 \leq h_{jt}. \quad (3.7)$$

3.3 Arcs

Canalisations. Sous l'hypothèse d'un écoulement stationnaire, les pertes de charge dans les canalisations peuvent être décrites de manière satisfaisante par les formules de Hazen-Williams ou de Darcy-Weisbach [12]. Cependant, celles-ci étant parfois difficiles à appréhender dans les environnements d'optimisation, des approximations quadratiques ont été proposées [26, 89].

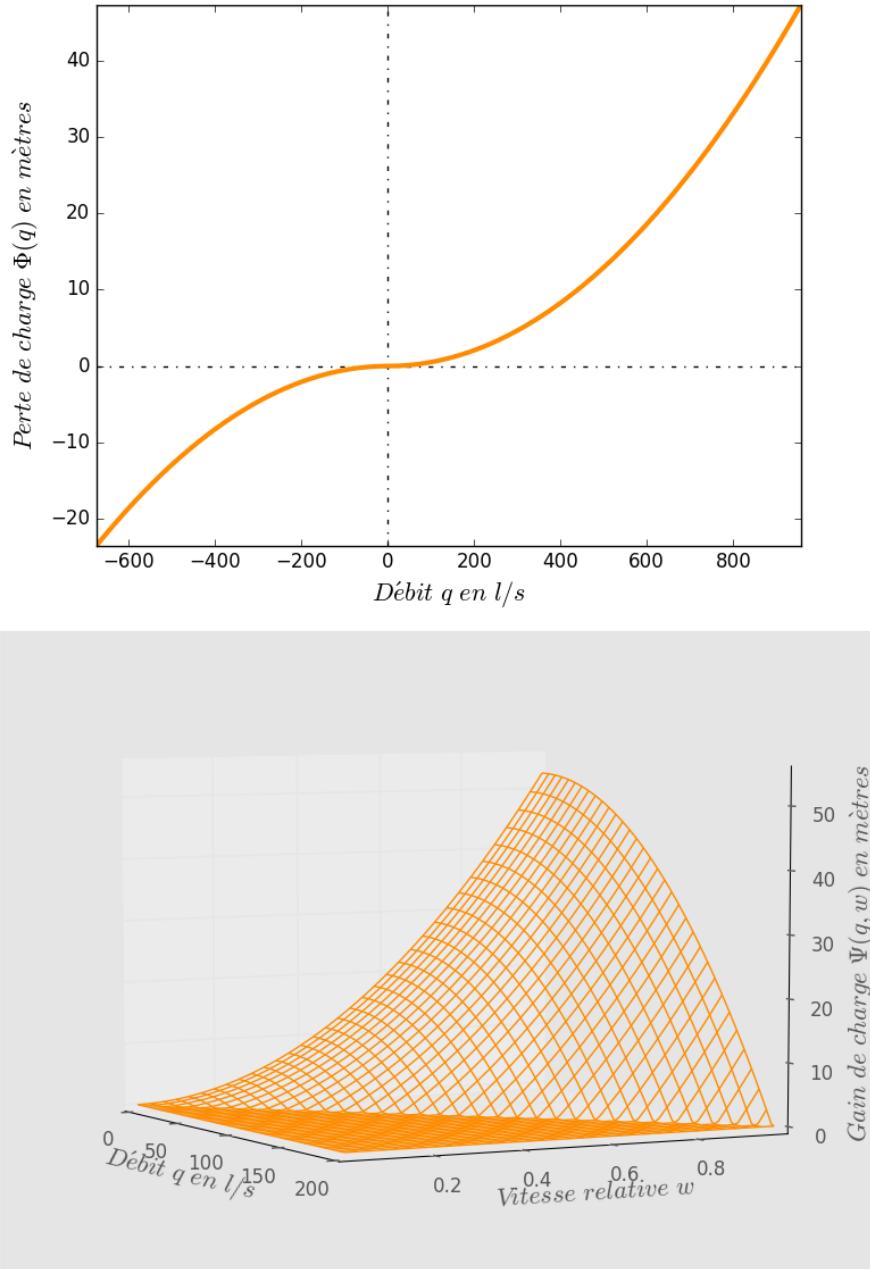


FIGURE 3.2 – Un exemple de relation charge-débit pour les canalisations (équation 3.8) et les pompes (équation 3.13)

Bien que la plupart des schémas de résolution présentés dans cette thèse soient compatibles avec chacune de ces expressions, nous formulons les pertes de charge dans la canalisation $l \equiv ij \in L$ à l'aide de la fonction quadratique

$$h_{it} - h_{jt} = \Phi_l(q_{lt}) = A_l q_{lt} + B_l |q_{lt}|, \quad (3.8)$$

dans le but de faciliter la comparaison avec d'autres méthodes proposées dans la littérature.

Notons que la fonction Φ_l n'est pas différentiable en 0, ce qui implique que cette formulation ne peut être appréhendée par la majorité des solveurs de PNL. Dans ce cas, un modèle alternatif (voir [102]) consiste à spécifier la direction $x_{lt} \in \{0, 1\}$ du débit à travers la canalisation $l \in L$ et ensuite de segmenter le débit en sa partie positive $q_{lt}^+ \geq 0$ et négative $q_{lt}^- \geq 0$ de la façon suivante :

$$q_{lt} = q_{lt}^+ - q_{lt}^- \quad (3.9)$$

$$q_{lt}^+ \leq \overline{Q}_{lt} x_{lt} \quad (3.10)$$

$$q_{lt}^- \leq |\underline{Q}_{lt}|(1 - x_{lt}) \quad (3.11)$$

$$h_{it} - h_{jt} = A_l(q_{lt}^+ - q_{lt}^-) + B_l(q_{lt}^{+2} - q_{lt}^{-2}). \quad (3.12)$$

Pompes. Dans les RDEP où l'écoulement se fait de manière gravitaire, les sources sont à un niveau suffisamment élevé pour fournir la demande d'eau aux consommateurs à un niveau de pression suffisant sans utilisation de moyens mécaniques [10]. Dans le cas contraire, des pompes sont requises afin d'augmenter le niveau de charge au sein du réseau. Suivant [12, 78], le gain de charge d'une pompe $k \equiv ij \in K_V$ équipée d'un variateur de vitesse peut être approximé, lorsqu'elle est en fonctionnement, par

$$\Psi_k(q_{kt}, w_{kt}) = w_{kt}^2 \left(\alpha_k - \beta_k \left(\frac{q_{kt}}{w_{kt}} \right)^{\gamma_k} \right), \quad (3.13)$$

avec α_k , β_k et γ_k des paramètres de la pompe calculés à partir de données expérimentales fournies par le fabricant. De plus, le débit q_{kt} qui peut être transporté et la vitesse w_{kt} du moteur de la pompe sont limités à des intervalles positifs $[Q_k^{min}, Q_k^{max}]$ et $[W_k^{min}, W_k^{max}]$. Au contraire, lorsque la pompe est éteinte, celle-ci se comporte comme une valve fermée : le débit et la vitesse sont nuls et la charge aux noeuds entrant et sortant est découpée [23]. Cette dualité peut être modélisée en intégrant une variable binaire x_{kt} et les trois contraintes suivantes,

$$Q_k^{min} x_{kt} \leq q_{kt} \leq Q_k^{max} x_{kt}, \quad (3.14)$$

$$W_k^{min} x_{kt} \leq w_{kt} \leq W_k^{max} x_{kt}, \quad (3.15)$$

$$\underline{M}_k(1 - x_{kt}) \leq h_{jt} - h_{it} - \Psi_k(q_{kt}, w_{kt}) \leq \overline{M}_k(1 - x_{kt}), \quad (3.16)$$

avec \underline{M}_k et \overline{M}_k des valeurs suffisamment larges. Le cas des pompes $k \in K_F$ opérant à vitesse fixe est parfaitement similaire mis à part que la vitesse est fixée à $w_{kt} = 1$. Cela implique que l'équation (3.13) se réduit à une fonction du débit et que l'équation (3.15) devient inutile.

Si la réduction des dépenses énergétiques de pompage est bien souvent l'aspect principal qui motive la mise en place d'une solution d'optimisation, un accent particulier doit être mis sur les coûts de maintenance qui peuvent représenter de l'ordre de 10% des coûts nets actualisés associés à une pompe pendant son cycle de vie [88]. Ces coûts de maintenance peuvent être contenus en adoptant des pratiques vertueuses comme la limitation du nombre maximal N d'allumages journaliers et des durées minimales des périodes continues de marche τ_1 et d'arrêt τ_2 [60]. Suivant [38], ces restrictions peuvent être modélisées de la façon suivante,

$$\sum_{t \in T} y_{kt} \leq N, \quad (3.17)$$

$$y_{kt} \geq x_{kt} - x_{k(t-1)}, \quad \forall t \quad (3.18)$$

$$x_{kt'} \geq y_{kt}, \quad \forall t, \forall t' : t \leq t' \leq t + \tau_1 \quad (3.19)$$

$$z_{kt} \geq x_{k(t-1)} - x_{kt}, \quad \forall t \quad (3.20)$$

$$x_{kt'} \leq 1 - z_{kt}, \quad \forall t, \forall t' : t \leq t' \leq t + \tau_2, \quad (3.21)$$

avec y_{kt} (resp. z_{kt}) une variable binaire qui vaut 1 si la pompe k est mise en marche (resp. à l'arrêt) au temps t .

Valves. Le bon fonctionnement d'un RDEP peut nécessiter l'installation d'une large variété de valves ayant des caractéristiques et des fonctions distinctes [98]. Nous proposons de nous attarder sur quatre d'entre elles - les valves d'arrêt, les clapets anti-retour et les valves réductrices de pression ou de débit - qui apparaissent les plus fréquemment dans les différentes études dédiées à l'optimisation des RDEP. Leur fonction respective est d'ouvrir ou de fermer complètement une canalisation (valve d'arrêt), d'empêcher l'écoulement dans un sens non-désiré (clapet anti-retour), de fixer la charge en aval de la valve à un niveau inférieur à la charge en amont (valve réductrice de pression) et de diminuer le débit transporté (valve réductrice de débit). Une valve $v = ij \in V$ peut alors être modélisée par deux types d'équations,

$$\underline{Q}_v g(x_{vt}) \leq q_{vt} \leq \overline{Q}_v x_{vt}, \quad (3.22)$$

et

$$\underline{M}_v (1 - x_{vt}) \leq h_i - h_j \leq \overline{M}_v (1 - g(x_{vt})), \quad (3.23)$$

avec x_{vt} une variable binaire dont la signification dépend du type de valve en présence, \underline{Q}_v , \overline{Q}_v , \underline{M}_v et \overline{M}_v des valeurs suffisamment larges et g une fonction qui diffère selon si la valve est une valve d'arrêt ou un clapet anti-retour ($g(x_{vt}) = x_{vt}$), ou si c'est une valve réductrice de pression ou de débit

$(g(x_{vt}) = 1 - x_{vt})$. Pour une valve d'arrêt fermée ($x_{vt} = 0$), le débit est nul et la charge aux noeuds amont et aval est découpée, alors que le débit et la charge sont inchangés par la valve ouverte ($x_{vt} = 1$). Pour un clapet anti-retour, en fixant $\underline{Q}_v = \bar{M}_v = 0$, soit le débit est positif et la charge aux noeuds amont et aval est inchangée quand la valve est ouverte ($x_{vt} = 1$), soit la charge est diminuée ($h_{it} - h_{jt} \leq 0$) à travers la valve fermée ($x_{vt} = 0$) dans le but de prévenir un débit négatif. Pour une valve réductrice de pression ou de débit, que nous modélisons de manière similaire à la suite de Skwarczynski et al. [104], x_{vt} dénote la direction du débit, l'équation (3.23) force la charge à décroître dans le sens du débit et la perte de charge $h_{it} - h_{jt}$ peut être vue comme une variable de décision. En effet, pour les valves réductrices de débit, la réduction du débit se fait en appliquant une perte de charge au niveau de la valve, ce qui implique que les deux types de valves sont identiques d'un point de vue mathématique. Ainsi, par la suite, nous utilisons le terme valve réductrice de pression pour les valves de réduction de pression et de débit qui forment conjointement l'ensemble V_{RP} . Notons que pour ces deux derniers types de valves, il est possible de s'affranchir de la variable binaire x_{vt} en remplaçant les contraintes (3.22) et (3.23) par la contrainte non convexe [12]

$$(h_{it} - h_{jt})q_{ijt} \geq 0. \quad (3.24)$$

3.4 Objectif d'optimisation

L'objectif du problème de planification de pompage dans les RDEP est de fournir la demande d'eau anticipée à un niveau de pression conforme aux exigences tout en minimisant les coûts opérationnels [12]. Suivant [117], nous définissons E_j comme le coût unitaire (en $\text{€}/m^3$) pour l'extraction et le traitement de l'eau brute à la source $j \in J_S$. Plus d'attention est nécessaire pour modéliser les coûts énergétiques liés aux stations de pompage. La puissance électrique (en kW) consommée par une pompe $k \in K_V$ équipée d'un variateur de vitesse peut être approximée par la fonction suivante [12, 78]

$$\Gamma_k^V(q_{kt}, w_{kt}) = w_{kt}^3 \left(\lambda_k + \mu_k \left(\frac{q_{kt}}{w_{kt}} \right) \right), \quad (3.25)$$

avec λ_k et μ_k deux quantités calculées à partir de données expérimentales fournies par le fabricant. Dans le cas d'une pompe à vitesse fixe, l'équation (3.25) est réduite à la fonction linéaire

$$\Gamma_k^F(q_{kt}, x_{kt}) = \lambda_k x_{kt} + \mu_k q_{kt}, \quad (3.26)$$

en observant que soit $w_{kt} = x_{kt} = 1$ et $q_{kt} \geq \underline{Q}_v$, soit $w_{kt} = x_{kt} = q_{kt} = 0$.

Finalement, en définissant C_t comme le tarif électrique (en $\text{€}/kW$) à la

A	Arcs	J	Nœuds
$L \subset A$	Canalisations	$J_T \subset J$	Châteaux d'eau
$V \subset A$	Valves	$J_S \subset J$	Nœuds sources
$K \subset A$	Pompes	$J_J \subset J$	Jonctions internes
$K_F \subset K$	Pompes à vitesse fixe	$t \in [1, T]$	Périodes temporelles
$K_V \subset K$	Pompes à vitesse variable		
$x_{at} \in \{0, 1\}$	Statut de l'élément actif $a \in K \cup V$ à la période t		
$w_{kt} \in [0, 1]$	Vitesse (relative) de la pompe $k \in K_V$ à la période t		
$q_{at} \in \mathbb{R}$	Débit (en m^3/h) à travers l'arc $a \in A$ à la période t		
$h_{jt} \geq 0$	Charge hydraulique (en m) au nœud $j \in J$ à la période t		

TABLE 3.1 – Résumé des notations

période t , la fonction objectif peut être formulée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{t \in T} \sum_{j \in J_S} \sum_{j \in A} E_j q_{jat} \Delta_t + \sum_{t \in T} \sum_{k \in K_V} C_t \Gamma_k^V(q_{kt}, w_{kt}) \Delta_t \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{k \in K_F} \sum_{k \in K_F} C_t \Gamma_k^F(q_{kt}, x_{kt}) \Delta_t. \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.5 Résumé du modèle mathématique

A l'aide des notations proposées dans la Table 6.1, le problème de planification de pompage peut donc être formulé comme un PNLNE non convexe :

$$\begin{aligned} & \min (3.27) \text{ sujet à} \\ & \text{Conservation des débits} \begin{cases} \text{Equ. (3.1)} & \forall j \in J_J, \forall t \\ \text{Equ. (3.5)} & \forall j \in J_T, \forall t \end{cases} \\ & \text{Conservation de la charge} \begin{cases} \text{Equ. (3.8)} & \forall l \in L, \forall t \\ \text{Equ. (3.16)} & \forall k \in K, \forall t \\ \text{Equ. (3.23)} & \forall v \in V, \forall t \end{cases} \\ & \text{Bornes de débit} \begin{cases} \text{Equ. (3.14)} & \forall k \in K, \forall t \\ \text{Equ. (3.22)} & \forall v \in V, \forall t \end{cases} \\ & \text{Bornes de vitesse} \quad \text{Equ. (3.15)} \quad \forall k \in K_V, \forall t \\ & \text{Bornes de charge} \begin{cases} \text{Equ. (3.2)} & \forall j \in J_J, \forall t \\ \text{Equ. (3.3)} & \forall j \in J_S, \forall t \\ \text{Equ. (3.6)} & \forall j \in J_T, \forall t \\ \text{Equ. (3.7)} & \forall j \in J_T \end{cases} \\ & \text{Activation des pompes} \quad \text{Equ. (3.17)} - (3.21) \quad \forall k \in K \\ & \text{Prélèvement maximal} \quad \text{Equ. (3.4)} \quad \forall j \in J_S \end{aligned}$$

Chapitre 4

Relaxation convexe pour la planification du pompage dans une classe spécifique de réseaux ramifiés

Ce Chapitre est une traduction de l'article suivant : Gratien Bonvin, Sophie Demassey, Claude Le Pape, Nadia Maïzi, Vincent Mazauric et Alfredo Samperio. A convex mathematical program for pump scheduling in a class of branched water networks. *Applied Energy, Elsevier, 2017, Clean, Efficient and Affordable Energy for a Sustainable Future, 185 (2), pp.1702-1711.*

4.1 Introduction

Le réseau considéré dans ce Chapitre a les caractéristiques suivantes : (1) une configuration ramifiée (i.e. un graphe sans cycle et avec un débit toujours positif dans chaque canalisation), (2) une unique station de pompage située au nœud source et opérant en parallèle plusieurs pompes à vitesse fixe et (3) des châteaux d'eau équipés de valves réductrices de débit aux nœuds destinations (les feuilles de l'arbre). On nomme par la suite RR la classe des réseaux ramifiés ainsi définie. Si cette topologie peut notamment être observée dans des usages industriels ou dans les systèmes d'irrigation, elle est particulièrement fréquente dans les réseaux de distribution d'eau potable ruraux [107]. Au niveau du réseau principal de pompage, l'eau est traitée à proximité d'une source puis pompée en direction de différents châteaux d'eau installés à proximité des aires d'habitation qu'ils approvisionnent. Des valves permettent de réguler l'arrivée d'eau au niveau des châteaux d'eau en fonction des besoins. Les réseaux de distribution gravitaires – des châteaux d'eau vers les consommateurs finaux – sont indépendants de ce réseau car les pres-

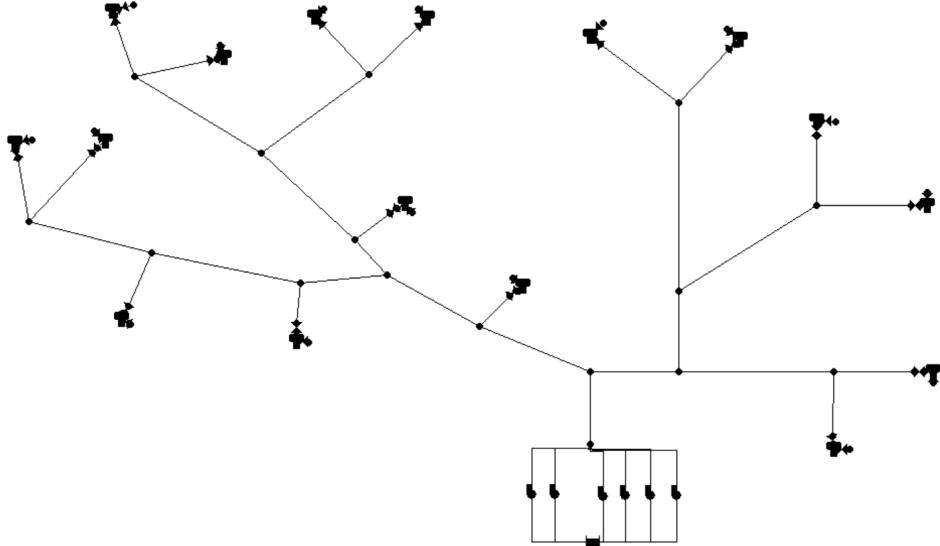


FIGURE 4.1 – *Le réseau FRD* : une station de pompage composée de 2 petites et 4 grandes pompes en parallèle fournissant 16 châteaux d'eau équipés de valves réductrices de débit.

sions sont décorrélées et seule la demande d'eau agrégée au niveau de chaque château d'eau doit être prise en compte pour la mise en place d'une solution de planification du pompage. A notre connaissance, la classe de réseaux RR n'a pas été investiguée spécifiquement dans les études antérieures. En particulier, les instances et les applications étudiées dans la littérature concernent principalement des réseaux urbains maillés.

Notre approche de résolution est basée sur la formulation classique (\mathcal{P}) du problème de planification de pompage présentée à la Section 3. Nous devisons une relaxation (\mathcal{P}_0) qui permet dans un premier temps de s'affranchir des aspects non convexes en relâchant la stricte égalité des contraintes couplant charge et débit. Pour les réseaux de classe RR, nous montrons comment convertir les solutions de cette relaxation en solutions réalisables de surcoût limité. Ce surcoût est même nul – et la solution reconstruite à partir d'une solution optimale de (\mathcal{P}_0) est donc optimale pour (\mathcal{P}) – lorsque les fonctions de puissance des pompes ont une pente identique, i.e. $\mu_k = \mu_{k'}$ pour tout $k, k' \in K$.

Cette étude a été motivée par une application industrielle sur le réseau *FRD*, un système de distribution d'eau potable de taille moyenne (6 pompes, 16 châteaux d'eau, 49 noeuds, 53 arcs) situé dans une zone rurale de France et fournissant environ 3 millions de m^3 d'eau par an. Nos expérimentations sur un an de données historiques montrent les bénéfices substantiels de l'approche proposée par rapport à la stratégie heuristique actuellement mise en

œuvre par le gestionnaire. Nous générerons en moins d'une minute des plans de pompage, dont la faisabilité est vérifiée à l'aide du simulateur hydraulique EPANET, pour les 24 prochaines heures. En moyenne, sur un an, le surcoût par rapport à l'optimum est au plus de 3% et nous estimons une baisse de 17% de la facture énergétique par rapport à la stratégie de pilotage actuelle. De plus, la pression de refoulement au niveau de la station de pompage est fortement réduite, de 22% en moyenne, avec comme conséquence une baisse du taux de fuite dans le réseau. Un aspect intéressant de cette étude est qu'on observe que les pompes opèrent avec une efficacité moyenne de 10% inférieure par rapport à la stratégie actuelle, ce qui indique que les coûts énergétiques pourraient être réduits plus fortement encore en optimisant le dimensionnement de la station de pompage. Finalement, contrairement à la stratégie actuelle, notre approche est compatible avec des tarifs dynamiques de l'électricité autres que la tarification HC/HP.

4.2 Spécificités du modèle étudié

Comparé à la formulation générale exposée au Chapitre 3, le PNLNE exposé ci-après comporte une importante simplification valide pour la classe RR : les débits dans les canalisations et les valves ont une direction fixe et les variables associées sont donc toujours positives $q_{ijt} \geq 0, \forall (i, j) \in A, \forall t$. Dans le cas présent, les pertes de charge Φ_l dans une canalisation $l \in L$ peuvent être exprimées par $\Phi_l(q_{lt}) = A_l q_{lt} + B_l q_{lt}^2$. Concernant la modélisation des valves réductrices de débit, les équations (3.22) et (3.23) se réduisent aux contraintes linéaires $h_{it} - h_{jt} \geq 0$ et $q_{ijt} \geq 0$ et n'introduisent pas de variables binaires. Notons également que les courbes de gain de charge des pompes Ψ_k (Equ. 3.13) sont interpolées en fixant $\gamma_k = 2$ pour tout $k \in K$, une valeur qui permet une bonne approximation des données expérimentales en pratique (voir Figure 4.2).

En intégrant les simplifications présentées ci-dessus, le modèle original (\mathcal{P}) se réduit au programme à contraintes quadratiques en nombres entiers (PCQNE) non convexe suivant :

$$z = \min \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} C_t \Gamma_k(x_{kt}, q_{kt}) \quad (4.1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{ij \in L \cup K} q_{ijt} = \sum_{ji \in L} q_{jitz}, \quad \forall t, j \in \{s\} \cup J_J \quad (4.2)$$

$$\sum_{ij \in L} q_{ijt} = S_j(h_{jt} - h_{j(t-1)}) + D_{jt}, \quad \forall t, j \in J_T \quad (4.3)$$

$$h_{j0} = H_j^0, \quad \forall j \in J_T \quad (4.4)$$

$$H_j^{\min} \leq h_{jt} \leq H_j^{\max}, \quad \forall t, j \in J_T \quad (4.5)$$

$$h_{it} - h_{jt} \geq 0, \quad \forall t, ij \in L_V \quad (4.6)$$

$$Q_k^{\min} x_{kt} \leq q_{kt} \leq Q_k^{\max} x_{kt}, \quad \forall t, k \in K \quad (4.7)$$

$$(h_{st} - h_{rt} - \Psi_k(q_{kt}))x_{kt} = 0, \quad \forall t, k \in K \quad (4.8)$$

$$h_{it} - h_{jt} = \Phi_{ij}(q_{ijt}), \quad \forall t, ij \in L_P \quad (4.9)$$

Il est de plus possible de réduire l'espace des solutions de ce modèle en éliminant les solutions distinctes mais équivalentes par symétrie. En effet, une station de pompage contient communément plusieurs pompes avec des caractéristiques identiques. L'ensemble K des pompes peut alors être partitionné en classes $\mathcal{C}(K)$. Comme toutes les pompes en fonctionnement dans une classe travaillent sur le même point de fonctionnement du fait de (4.8), ces pompes peuvent être agrégées dans le modèle. Une façon de procéder [104] est de modéliser le nombre de pompes en fonctionnement à l'aide d'une variable entière au lieu des variables binaires x_{kt} individuelles. Seule une contrainte couplante charge-débit (4.8) est alors nécessaire pour chaque classe de pompe. Une alternative [41] est d'ordonner les pompes appartenant à une même classe de manière arbitraire et d'intégrer la contrainte de symétrie

$$x_{(k+1)t} \leq x_{kt}, \quad \forall t, \mathcal{C} \in \mathcal{C}(K), k, k+1 \in \mathcal{C}. \quad (4.10)$$

Le bénéfice de la réduction du modèle est double. Premièrement, la taille de l'espace des solutions est réduit de $2^{|K|}$ à $\sum_{\mathcal{C} \in \mathcal{C}(K)} |\mathcal{C}| + 1$ ce qui engendre un gain en temps de résolution notable (similaire pour les deux techniques de réduction dans nos expérimentations). Deuxièmement, le problème est décomposé en deux étapes : le PCQNE détermine combien de pompes par classe doivent être activées, et les opérateurs peuvent décider dans un second temps quelles pompes choisir parmi celles disponibles. En se basant sur leur connaissance pratique des différents actifs du réseau, ils peuvent naturellement et efficacement respecter des contraintes opérationnelles spécifiques concernant notamment le vieillissement des pompes ou des aspects de maintenance.

4.3 Convexification des contraintes non convexes

Comme suggéré par Gleixner et al. [41], si une canalisation $ij \in L_P$ et une valve réductrice de pression $jk \in L_V$ sont directement reliées par une jonction $j \in J$ ayant une demande nulle, alors l'équation de perte de charge (4.9) peut être relâchée à sa borne inférieure :

$$h_{it} - h_{jt} \geq \Phi_{ij}(q_{ijt}), \quad \forall t, ij \in L_P \quad (4.9')$$

En effet, si nécessaire, la valve permet de dissiper le surplus de charge $h_{it} - \Phi_{ij}(q_{ijt}) - h_{jt} \geq 0$ à la jonction j .

Dans notre cas, une telle valve précède chaque château d'eau et aucune demande d'eau n'est appelée aux jonctions internes. Ceci nous permet de

relâcher les égalités dans toutes les contraintes (4.9) car, sur chaque chemin reliant la station de pompage à un château d'eau, le flot traverse finalement une valve et celle-ci permet alors de compenser une potentielle sur-évaluation des pertes de charge.

Pour une raison similaire, nous proposons de relâcher l'équation de couplage charge-débit (4.8) pour les pompes en une inégalité

$$(h_{st} - h_{rt} - \Psi_k(q_{kt}))x_{kt} \leq 0, \quad \forall t, k \in K$$

ce qui peut potentiellement engendrer une charge h_{st} sous-évaluée à la sortie de la station s . Ici également, nous observons que les valves sont à même de dissiper le surplus de pression qui apparaît lorsque le point de fonctionnement de chaque pompe k est relevé sur la courbe charge-débit Ψ_k . Finalement, cette dernière inégalité peut être reformulée comme une inégalité quadratique :

$$h_{st} - h_{rt} \leq \Psi_k(q_{kt}) + M(1 - x_{kt}), \quad \forall t, k \in K. \quad (4.8')$$

En choisissant une valeur suffisamment large pour M (nous utilisons $M = \max_{k \in K} \alpha_k - \min_{k \in K} \alpha_k$), cette contrainte stipule que $h_{st} - h_{rt} \leq \Psi_k(q_{kt})$ quand la pompe k est en fonctionnement ($x_{kt} = 1$) et que h_{st} et h_{rt} sont indépendants dans le cas contraire. Le modèle résultant (\mathcal{P}_0) : (4.1) s.t. (4.2–4.7, 4.8', 4.9', 4.10) appartient à la classe des PCQNE convexes, et est donc bien plus facile en pratique à résoudre que le modèle (\mathcal{P}) .

Les deux propositions suivantes montrent que la relaxation (\mathcal{P}_0) est équivalente au problème original (\mathcal{P}) si les pentes μ_k des fonctions de puissance Γ_k sont identiques pour toutes les pompes $k \in K$. Plus précisément, nous montrons comment construire une solution réalisable de (\mathcal{P}) à partir d'une solution (\mathcal{P}_0) en modifiant la répartition des débits entre les pompes (afin de relever le point de fonctionnement des pompes sur leur courbe charge-débit respective) et en accroissant progressivement la pression de la station aux château d'eau (afin de convertir la hausse de la charge à la sortie de la station s et les potentielles sur-évaluations des pertes de charges en une hausse équivalente de la perte de charge aux valves). Dans la Proposition 1, nous considérons le cas où toutes les pompes K sont identiques. Nous prouvons que les deux solutions ont un coût identique : la solution obtenue est alors optimale pour (\mathcal{P}) si la solution relâchée est optimale pour (\mathcal{P}_0) . La Proposition 2 aborde le cas général dans lequel des pompes de classes différentes peuvent être en fonctionnement simultanément. Le coût des deux solutions peut alors différer dans le pire des cas par un facteur de $\max_{k \in K} \mu_k - \min_{k \in K} \mu_k$, l'écart maximal des valeurs des pentes pour les pompes en activités.

Proposition 1 *Supposons que toutes les pompes dans K sont identiques et soit $\Psi_k = \Psi$ et $\Gamma_k = \Gamma$ pour toute pompe $k \in K$. Pour chaque solution*

(x, q', h') réalisable pour le programme relâché (\mathcal{P}_0) , il existe une solution (x, q, h) réalisable pour le programme original (\mathcal{P}) de même coût.

Preuve : Nous construisons une solution (x, q, h) qui coïncide avec (x, q', h') à l'exception possible de la charge hydraulique h_{jt} aux jonctions $j \in \{s\} \cup J_J$ et des valeurs de débit q_{kt} à travers les pompes en fonctionnement $k \in K$.

Premièrement, le débit est uniformément réparti entre les pompes en activité à chaque période $t \in T$ de la façon suivante : $q_{kt} = q'_t$ pour tout $k \in K$ tel que $x_{kt} = 1$ avec $q'_t = \frac{\sum_{k \in K} q'_{kt}}{\sum_{k \in K} x_{kt}}$. La pression à la sortie de la station est fixée à $h_{st} = \Psi(q'_t)$ (en utilisant le point r comme point de référence, nous supposons sans perte de généralité que $h_{rt} = 0$). Comme Ψ est concave, alors $h_{st} \geq \frac{\sum_{k \in K} \Psi(q'_{kt})}{\sum_{k \in K} x_{kt}} \geq \min_{k \in K | x_k=1} \Psi(q'_{kt}) \geq h'_{st}$.

Les charges aux jonctions $j \in J_J$ sont alors calculées pour chaque période $t \in [1, T]$ récursivement le long des chemins allant de la station s de la manière suivante : $h_{jt} = h_{it} - \Phi(q_{ijt})$ avec $q_{ijt} = q'_{ijt}$ pour chaque $ij \in L_P$. Par récurrence depuis s , nous prouvons que $h_{jt} \geq h'_{jt}$ pour chaque $j \in \{s\} \cup J_J$: pour chaque canalisation $ij \in L_p$, supposant $h_{it} \geq h'_{it}$ alors $h_{jt} \geq h'_{it} - \Phi(q_{ijt}) \geq h'_{jt}$. Par conséquent, (x, q, h) satisfait les contraintes (4.6) pour toutes les valves $ij \in L_V$ et toutes les périodes $t \in [1, T]$ car $h_{it} - h_{jt} = h_{it} - h'_{jt} \geq h'_{it} - h'_{jt} \geq 0$. Toutes les autres contraintes de (\mathcal{P}) sont également satisfaites par construction de (x, q, h) . Finalement, comme Γ est linéaire, les deux solutions ont le même coût : $z = \sum_{t=1}^T \sum_{k \in K} C_t \Gamma(q_{kt}) = \sum_{t=1}^T \sum_{k \in K} C_t \Gamma(q'_{kt}) = z'$. ■

Proposition 2 Pour chaque solution (x, q', h') réalisable pour le programme relâché (\mathcal{P}_0) , il existe une solution (x, q, h) réalisable pour le programme initial (\mathcal{P}) ayant un surcoût borné par un facteur de :

$$\max_{k \in K \mid x_k \neq 0} \mu_k - \min_{k \in K \mid x_k \neq 0} \mu_k.$$

Preuve : La solution (x, q, h) est construite de la même manière que dans la Proposition 1 excepté pour la distribution du débit total à travers les pompes à chaque période t .

Le débit acheminé par les pompes en fonctionnement d'une classe donnée $\mathcal{C} \in \mathcal{C}(K)$ peut être uniformément réparti comme précédemment. Soit $n_{\mathcal{C}t} = \sum_{k \in \mathcal{C}} x_{kt}$ le nombre de pompes en fonctionnement de la classe \mathcal{C} et soit $q'_{\mathcal{C}t} = \frac{\sum_{k \in \mathcal{C}} q'_{kt}}{n_{\mathcal{C}t}}$ le débit acheminé par chaque pompe en fonctionnement de la classe \mathcal{C} après répartition uniforme. Alors, le débit total au temps t est donné par $\sum_{\mathcal{C} \in \mathcal{C}(K)} n_{\mathcal{C}t} q'_{\mathcal{C}t}$.

Le débit total est alors réparti entre les différentes classes de pompes de sorte que, le gain de charge soit identique, $\Psi_{\mathcal{C}}(q_{\mathcal{C}t}) = \Psi_{\mathcal{C}'}(q_{\mathcal{C}'t})$ pour tous $\mathcal{C}, \mathcal{C}' \in \mathcal{C}(K)$, et le débit total conservé, $\sum_{\mathcal{C} \in \mathcal{C}(K)} n_{\mathcal{C}t} (q_{\mathcal{C}t} - q'_{\mathcal{C}t}) = 0$. Ce

système de $|\mathcal{C}(K)|$ équations et variables q_{ct} admet exactement une solution car la fonction $\Psi_{\mathcal{C}}$ est bijective sur le demi-plan $q \geq 0$.

Soit $h_{st} = \Psi_{\mathcal{C}}(q_{ct})$ pour tout $c \in \mathcal{C}(K)$. La preuve de la Proposition 1 permet d'établir la faisabilité de la solution (x, q, h) si nous prouvons que $h_{st} \geq h'_{st}$: comme $\sum_{c \in \mathcal{C}(K)} n_{ct}(q_{ct} - q'_{ct}) = 0$, il existe au moins une classe $C \in \mathcal{C}(K)$ telle que $q_{ct} \leq q'_{ct}$. En considérant (4.8') et en notant que $\Psi_{\mathcal{C}}$ est à la fois concave et décroissante : $h_{st} = \Psi_{\mathcal{C}}(q_{ct}) \geq \Psi_{\mathcal{C}}(q'_{ct}) \geq h'_{st}$.

Finalement, la différence de coût au temps t entre les deux solutions est $\Delta\Gamma_t = \sum_{c \in \mathcal{C}(K)} C_t n_{ct} \Gamma_c(q_{ct} - q'_{ct})$. Divisons les classes $C \in \mathcal{C}(K)$ en deux ensembles \mathcal{C}^+ et \mathcal{C}^- selon que le débit a augmenté ($q_{ct} \geq q'_{ct}$) ou diminué ($q_{ct} < q'_{ct}$), et soit μ^+ et μ^- respectivement la plus forte et la plus faible pente des fonctions de puissance parmi les classes $C \in \mathcal{C}(K)$. Alors, $\Delta\Gamma_t \leq C_t \mu^+ \sum_{c \in \mathcal{C}^+} n_{ct}(q_{ct} - q'_{ct}) + C_t \mu^- \sum_{c \in \mathcal{C}^-} n_{ct}(q_{ct} - q'_{ct}) = (\mu^+ - \mu^-) C_t \sum_{c \in \mathcal{C}^+} n_{ct}(q_{ct} - q'_{ct})$. ■

Pour terminer, mentionnons que pour obtenir une solution réalisable de (\mathcal{P}) avec garantie de performance, il n'est pas nécessaire de résoudre (\mathcal{P}_0) à l'optimalité, mais seulement d'obtenir au moins une solution réalisable et une borne inférieure. Dans les expérimentations numériques présentées ci-dessous, nous exécutons le solveur avec un temps maximal de résolution suffisant pour calculer ces informations.

4.4 Application au cas d'étude

4.4.1 Cas d'étude et dispositif expérimental

Dans ce paragraphe, nous présentons les résultats des expérimentations numériques conduites sur le réseau *FRD* présenté à la Figure 4.1 : 16 châteaux d'eau précédés de valves réductrices de débit sont connectés, au moyen d'un total de 31 canalisations, à une unique station de pompage équipée de 4 pompes de classe *KSB150* et 2 pompes de classe *KSB100* (les caractéristiques des pompes sont représentées à la Figure 4.2).

FRD est un système de distribution d'eau potable inspiré d'un réseau réel située dans une zone rurale de Bretagne en France. Il dessert une zone d'environ 350 km^2 avec une topographie peu accidentée : la source est à une altitude de +40 mètres alors que le réservoir le plus élevé est à +131 mètres. Ce système fournit annuellement quelques 3 millions de m^3 d'eau, avec une demande journalière deux fois plus importante en été qu'en hiver. Actuellement, la station de pompage est opérée avec une solution de contrôle heuristique (cette stratégie, qui est fréquemment employée [34], est décrite à la Section 4.4.3), avec une consommation annuelle estimée à 1.3 GWh . Nous avons accès à un an de données historiques recensant la demande agrégée des consommateurs finaux à chaque château d'eau. Les données consistent en des mesures de débit prises toutes les 10 à 15 minutes que nous moyennons

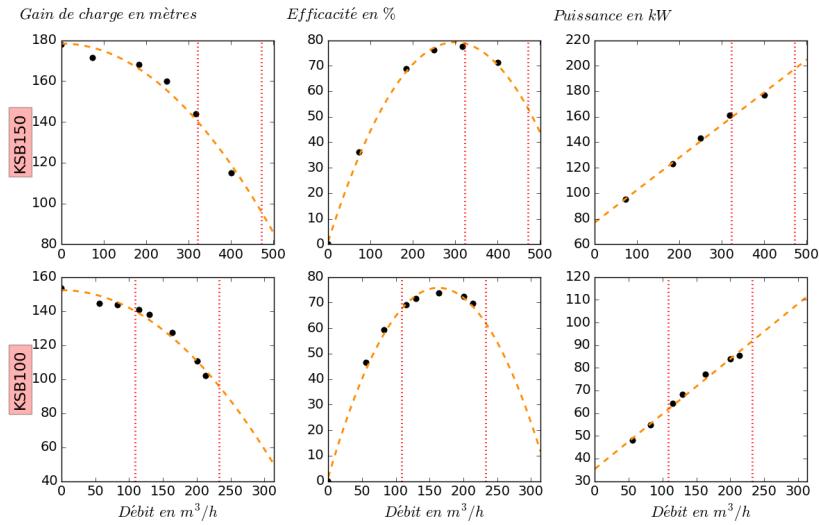


FIGURE 4.2 – Pression de refoulement (à gauche, en mètres), efficacité (au milieu, en %) et puissance consommée (à droite, en kW) des deux classes de pompe disponibles à la station de pompage du réseau *FRD* : données expérimentales (en noir) et interpolation (en orange).

sur des pas de temps de 1 heure. La structure des tarifs électriques que nous considérons est le *Tarif Vert A Option A5 Base* proposé par la compagnie française EDF [67]. Ce tarif HC/HP a deux tarifs distincts pour la période estivale (avril à octobre) et hivernale (novembre à mars). De plus, un tarif de pointe est appliqué durant 4 heures (2 le matin et 2 en soirée) de décembre à février et le tarif HC est appliquée tout au long de la journée du dimanche.

Nous évaluons empiriquement notre approche sur les 365 différentes instances correspondant chacune à un jour de données historiques. Les demandes d'eau – et ainsi les instances – sont particulièrement contrastées d'une saison à l'autre : en particulier, les demandes croissent significativement durant la saison touristique. Un « jour » commence et finit à 22h, au moment du passage de l'HP à l'HC, et le niveau d'eau initial dans les châteaux d'eau est fixé au minimum autorisé. En effet, pour minimiser les coûts énergétiques totaux, les châteaux d'eau sont vides au passage de l'HP à l'HC (22h) et pleins au passage de l'HC à l'HP (6h), afin de profiter des tarifs électriques plus avantageux pendant la nuit.

L'approche de résolution proposée est la suivante : comme expliqué dans le Chapitre 3, les courbes Γ_C et Ψ_C sont interpolées pour chaque classe C de pompes à partir d'une série de données expérimentales fournies par le fabricant et les fonctions de perte de charge Φ_l sont approximées à l'aide de fonctions quadratiques. Le modèle (\mathcal{P}_0) est alors résolu à l'aide du solveur de programmation non linéaire en nombres entiers avec contraintes

quadratiques convexes Gurobi 5.6.3 [45], avec les paramètres par défaut via l’interface Python, en utilisant 8 *threads* sur un processeur quadricœur 8GB RAM Intel Core i7 CPU 3720 @ 2.66 GHz sous Windows 7 (64 bits).

Nous allouons 60 secondes de temps de calcul après quoi le solveur retourne la meilleure borne inférieure et la meilleure solution obtenue. Cette dernière est alors convertie en une solution réalisable du problème original (\mathcal{P}) par l’algorithme, implémenté en python, de la Proposition 2. Notons qu’avec seulement deux classes différentes de pompes, la redistribution des débits q_{ct} entre les classes de pompes peut être facilement calculée analytiquement en résolvant un système de deux équations polynomiales (de degré maximum 2).

4.4.2 Validation de l’approche

Les expérimentations ont été conduites sur les 365 instances, mais pour investiguer les résultats plus en profondeur, nous nous focalisons dans un premier temps sur deux jours représentatifs : un *jour hivernal* et un *jour estival*. Pour valider notre approche sur notre cas d’étude, nous répondons aux questions suivantes :

L’approche est-elle capable de retourner des solutions de bonne qualité en un temps limité ? Pour chacune des 365 instances, Gurobi trouve une borne inférieure et au moins une solution réalisable pour la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) en moins d’une minute. Le processus pour convertir la meilleure solution relâchée en une solution réalisable de (\mathcal{P}) est pratiquement instantané. Nous estimons pour chaque jour $d = 1, \dots, 365$ l’écart G_d entre le coût de la solution obtenue et la borne inférieure de (\mathcal{P}_0) comme un ratio de cette borne inférieure. L’écart moyen $\frac{1}{365} \sum_d G_d$ et l’écart maximal $\max_d G_d$ sont respectivement de 3.0% et 8.2%. Cet écart inclut le surcoût engendré par la conversion de la solution de (\mathcal{P}_0) en une solution réalisable de (\mathcal{P}). Ce coût de conversion représente en moyenne seulement 0.17% de l’écart total ou moins de €0.01 par jour.

La relaxation convexe est-elle nécessaire ? Nous résolvons directement la formulation non convexe (\mathcal{P}) avec la contrainte de symétrie (4.10) à l’aide de huit solveurs modernes de PNLNE disponibles sur le serveur NEOS¹. Deux solveurs (Dicopt, Lindo Global) ont été incapables de charger le modèle à cause de sa taille. Quatre solveurs (Bonmin, Couenne, Scip, Knitro) n’ont pas été en mesure de trouver une solution réalisable en moins de 2 heures. Les deux solveurs AlphaECP et Baron ont obtenu des solutions en moins de 10 minutes pour certaines instances, mais pas toutes.

1. les expérimentations ont été réalisées en 2015

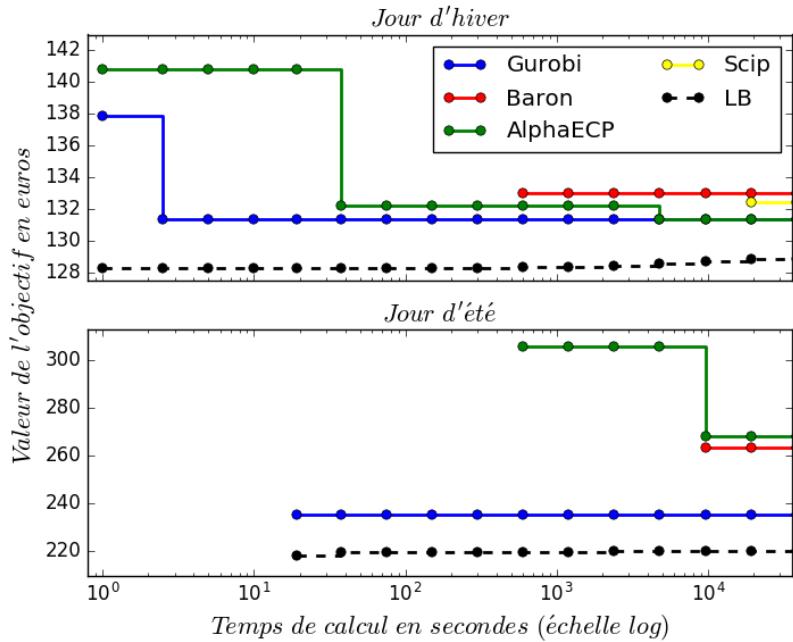


FIGURE 4.3 – Comparaison des solutions (qualité et temps de calcul) obtenues à l'aide des solveurs de PNLNE (Alpha-ECP, Baron, Scip) et par notre approche (Gurobi) sur les jours représentatifs hivernal (en haut) et estival (en bas). LB représente la valeur de la meilleure borne inférieure calculée avec notre approche.

La Figure 4.3 illustre le comportement de ces solveurs par rapport à notre approche sur le *jour hivernal* (en haut) et le *jour estival* (en bas). Sur l'instance la plus facile, en hiver, notre approche obtient la meilleure solution en 2 secondes, à 2% de la borne inférieure LB calculée par (\mathcal{P}_0) . Alpha-ECP est également capable de calculer instantanément une solution, mais de qualité inférieure, à 9% de LB. La solution n'est guère améliorée avant 30 secondes et rejoint notre meilleure solution après plus d'une heure. Notons que Baron et Scip calculent de bonnes premières solutions, mais respectivement en 10 minutes et 5 heures. Sur l'instance la plus difficile, en été, aucun des solveurs non convexes n'a été capable de calculer de solution réalisable en moins de 5 minutes. La meilleure solution trouvée après 2 heures par Alpha-ECP et Baron sont respectivement à 39% et 20% de LB. Notre approche trouve la meilleure solution à 7% de LB en moins de 20 secondes.

Ces expérimentations montrent qu'une résolution directe du problème (\mathcal{P}) n'est pas envisageable pour ce cas d'application.

L'approche est-elle robuste à une demande croissante ? Nous détaillons maintenant notre approche sur les deux jours représentatifs. Sur le *jour hivernal*, la demande totale en eau est faible ($6110 m^3$). Pour cette instance et 229 autres similaires, seul les deux plus petites pompes sont en fonctionnement dans le plan de pompage retourné. La solution trouvée pour cette journée est à au plus 2.4% de l'optimum et le plan de pompage associé est représenté par la Figure 4.4b. Comme indiqué dans la Proposition 1, le coût de conversion de (\mathcal{P}_0) à (\mathcal{P}) est nul dans ce cas.

Sur le *jour estival*, la demande d'eau est doublée ($13.505 m^3$). Pour cette instance et 134 autres, les plus grandes pompes sont également mises à contribution et fournissent environ 20% du débit total. Nous observons que l'écart d'optimalité est plus grand quand la demande journalière est plus élevée : pour ce jour estival, la solution est au plus à 7.0% de l'optimum. Le coût de conversion est négligeable (0.002€) pour deux raisons. D'une part, les pentes des fonctions de puissance des petites et grandes pompes sont très proches. D'autre part, les plus grandes pompes sont en fonctionnement seulement sur quelques pas de temps. Pour 51 des 135 instances estivales, le coût de conversion est même nul car, sur les pas de temps où un rééquilibrage des débits entre les pompes doit être réalisé, les pompes en fonctionnement sont toutes de la même classe.

Les solutions calculées sont-elles physiquement réalistes ? À défaut de pouvoir implémenter nos solutions *in situ*, nous avons évalué leur faisabilité dans le simulateur EPANET. Pour accorder nos hypothèses de modélisation à celles du simulateur, nous avons apporté deux changements mineurs sur notre modèle. Premièrement, nous forçons la fonction de perte de charge à surestimer les pertes de charge, i.e. nous calculons A_{ij} et B_{ij} avec la contrainte que $\Psi_{ij}(q)$ est plus grand que les pertes de charge théoriques sur l'intervalle des valeurs potentielles de débit. Deuxièmement, nous remplaçons les contraintes (4.6) sur les valves par

$$h_{it} - h_{jt} \geq Q_{ij}^{Max}/S_j, \quad \forall t, ij \in LV \quad (4.6')$$

avec Q_{ij}^{Max} une borne supérieure sur les débits entrants, forçant ainsi la charge aux châteaux d'eau de croître lorsque les débits entrants excèdent la demande. Avec ces deux modifications, nous observons que nos solutions pour le *jour hivernal* et le *jour estival*, sont réalisables au sens d'EPANET.

4.4.3 Evaluation des gains potentiels

Dans cette Section, nous estimons les bénéfices annuels pouvant être engendrés par l'optimisation du plan de pompage. A cette fin, nous simulons la stratégie actuellement implantée sur le réseau *FRD*. Des variantes de cette stratégie sont fréquemment utilisées par les gestionnaires de réseaux [34].

Stratégie actuelle

Dans la pratique, les opérateurs commandent le réseau en ouvrant et fermant des vannes d'arrêt à l'entrée des châteaux d'eau. En complément, les valves réductrices de débit fixent le débit d'eau entrant dans chaque château d'eau. La valeur de ce débit résulte d'un arbitrage entre la sécurité d'approvisionnement (si le débit est élevé, une rupture d'approvisionnement est peu probable) et la gestion des pertes de charge (si le débit est faible, les pertes de charge et donc la consommation d'énergie sont réduites) ; cette valeur est modifiée seulement deux fois par an pour s'adapter au changement saisonnier de la demande. Chaque fois que le statut des valves change, si la pression de refoulement induite est suffisamment altérée à la baisse ou à la hausse, les opérateurs sélectionnent les pompes à enclencher ou arrêter. Dans notre simulation de cette stratégie, le temps est discrétisé en périodes de 15 minutes et la combinaison de pompes à activer durant chaque période est sélectionnée de sorte à minimiser la puissance électrique requise pour acheminer le débit total.

Les opérateurs décident d'ouvrir ou de fermer une valve lorsque le niveau d'eau dans le château d'eau dépasse certains seuils : la valve est ouverte (resp. fermée) si le volume passe le seuil bas (resp. haut) et reste ouverte (resp. fermée) jusqu'à ce que le seuil haut (resp. bas) soit atteint. Pour fixer ces seuils, les opérateurs prennent en compte la structure du tarif électrique et, de manière très approximative, la demande future. L'écart entre les seuils est raffiné avec le temps afin d'éviter des changements de statut des valves trop fréquents. Le niveau des seuils dépend de la période tarifaire. Précisément, durant la nuit, le seuil haut est réglé à la capacité physique du réservoir et le seuil bas est légèrement en deçà de cette valeur dans le but d'encourager le pompage au tarif le plus bas et de stocker pour le jour à venir. Au contraire, durant la journée, le seuil bas est réglé au niveau du volume minimal requis en cas d'urgence et le seuil haut est fixé à un niveau de remplissage plutôt faible afin de limiter le pompage durant la période où le tarif est le plus élevé.

Bénéfices escomptés

Pour estimer et expliquer la baisse des coûts énergétiques escomptée, nous considérons la formule alternative du coût comme fonction du débit,

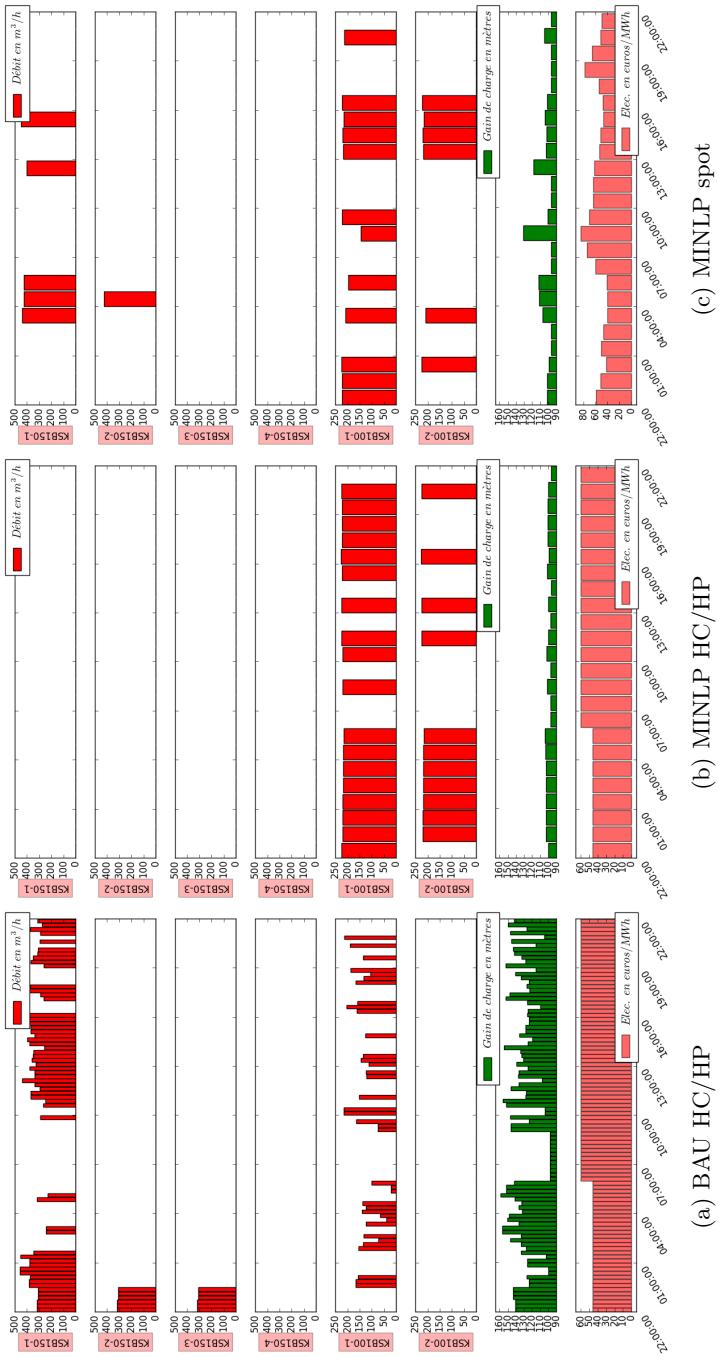


FIGURE 4.4 – Comparaison entre la stratégie simulée (BAU) et le plan de pompage optimisé (PNLNE) sur un jour hivernal pour deux tarifs électriques (tarif HC/HP et tarif spot). De haut en bas : en rouge, la planification des débits à travers les grandes (quatre premières) et petites (deux dernières) pompes, la pression de refoulement au nœud *s*, le tarif électrique.

	<i>BAU</i>	<i>MINLP</i>	$\Delta M/B$
coût énergétique $\sum_d z_d$ (k€)	58.7	48.8	-16.9%
énergie consommée $\sum_d \Psi_d Q_d \eta_d^{-1}$ (GWh)	1.335	1.157	-13.3%
pression de refoulement moyenne $\frac{1}{365} \sum_d \psi_d$ (m)	133.1	103.9	-21.9%
efficacité moyenne des pompes $\frac{1}{365} \sum_d \eta_d$	74.2%	67.2%	-9.6%
coût électrique moyen $\frac{1}{365} \sum_d C_d$ (€/MWh)	45.0	43.1	-4.2%
heure creuse/puissance consommée totale (%)	46.1%	54.1%	+17.4%
heure pleine/puissance consommée totale (%)	51.0%	45.8%	-10.2%
heure de pointe/puissance consommée totale (%)	2.9%	0.1%	-96.6%

TABLE 4.1 – Facture et consommation annuelle : comparaison entre la stratégie actuelle (*BAU*) et notre approche (*MINLP*) sur le tarif HC/HP. L'écart $\Delta M/B$ est calculé comme (*MINLP-BAU*)/*BAU*.

de la pression et de l'efficacité, appelée z_d pour le jour $d = 1, \dots, 365$:

$$\begin{aligned}
z_d &= \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \frac{q_{ktd} \rho g \Psi_k(q_{ktd})}{\eta_k(q_{ktd})} C_{td} \\
&= \underbrace{\frac{\sum_{t \in T} C_{td} \sum_{k \in K} \frac{q_{ktd} \Psi_k(q_{ktd})}{\eta_k(q_{ktd})}}{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \frac{q_{ktd} \Psi_k(q_{ktd})}{\eta_k(q_{ktd})}}}_{C_d} \underbrace{\frac{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \frac{q_{ktd} \Psi_k(q_{ktd})}{\eta_k(q_{ktd})}}{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} q_{ktd} \Psi_k(q_{ktd})}}_{\eta_d^{-1}} \\
&\quad \times \rho g \underbrace{\frac{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} q_{ktd} \Psi_k(q_{ktd})}{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} q_{ktd}}}_{\Psi_d} \underbrace{\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} q_{ktd}}_{Q_d}
\end{aligned}$$

Evaluée sur les 365 instances, l'erreur entre cette formulation et l'expression linéaire utilisée comme objectif (4.1) du PNLNE est d'environ 3%. Nous investiguons alors les trois facteurs de coût : la pression de refoulement moyenne Ψ_d requise pour fournir la demande d'eau sur toute la journée d , l'efficacité moyenne η_d de la station de pompage et le coût moyen C_d de l'électricité consommée. La Table 4.1 compare les valeurs obtenues pour la méthode d'optimisation proposée (dénotée *MINLP*) par rapport aux simulations de la stratégie actuelle (dénotée *BAU*) sur une base annuelle, alors que les Figures 4.4a et 4.4b illustrent les deux méthodes concurrentes sur un jour hivernal.

Ainsi, l'économie de 16.9% constatée sur la facture énergétique annuelle en appliquant l'approche *MINLP* en place de la stratégie *BAU* peut être expliquée par au moins l'un des facteurs suivants : un meilleur alignement du pompage sur les tarifs électriques, une baisse de l'énergie consommée induite par une baisse de la pression de refoulement, ou par une utilisation plus efficace des pompes. Nous évaluons ci-après ces trois facteurs potentiels.

Tarif électrique moyen. Le tarif électrique moyen est comparable pour les deux stratégies avec un avantage pour *MINLP* : la part de l'électricité consommée durant la nuit est 17.4% plus grande pour *MINLP* que pour *BAU* et la part consommée pendant la période de pointe est pratiquement annihilée (-96.6%). Le tarif électrique moyen décroît de 45.0 €/kWh pour *BAU* à 43.1 €/kWh pour *MINLP*. Ainsi, nous remarquons que le signal tarifaire est bien pris en compte dans les deux stratégies, notamment dans *BAU* où les seuils forcent efficacement les châteaux d'eau à rester à un niveau de remplissage élevé durant la nuit et à un niveau faible durant la journée.

Pression moyenne de refoulement. *MINLP* engendre une réduction substantielle (13.3%) de la consommation énergétique, guidée par une baisse de 21.9% de la pression de refoulement moyenne. Ce niveau de pression inférieur est clairement visible sur le jour hivernal représenté aux Figures 4.4a et 4.4b (diagramme en vert) : la pression de refoulement de *BAU* est fréquemment bien au-dessus de 110 mètres, ce qui correspond au maximum généré par *MINLP*. Comment expliquer cette différence ? Premièrement, *MINLP* remplit les châteaux d'eau de manière régulière sur l'horizon d'optimisation, alors que *BAU* force un remplissage rapide des châteaux d'eau sur quelques pas de temps, ce qui engendre des débits instantanés plus élevés et donc de plus grandes pertes de charge dans les canalisations. Dans l'exemple illustré (diagramme rouge), nous observons que le remplissage des châteaux d'eau est bien distribué sur la période tarifaire creuse pour *MINLP*, alors que pour *BAU*, trois grandes pompes acheminent une part significative des volumes d'eau requis durant la première heure. Deuxièmement, du fait du statut binaire des vannes d'arrêt et du niveau fixe du débit passant à travers elles, *BAU* doit sélectionner à chaque instant une configuration de débits à partir d'un nombre fini d'options potentielles. Ainsi, à moins que le choix des réglages des vannes soit spécifiquement réfléchi pour que les conditions hydrauliques engendrées s'accordent avec les caractéristiques des pompes, chaque configuration des vannes peut impliquer une augmentation substantielle de la pression de refoulement pour que celle-ci atteigne les courbes charge-débit des pompes. Ceci peut être observé sur la Figure 4.4a à 8h15 : même si le débit requis n'est pas à même d'impliquer une hausse significative de la pression de refoulement (le débit est de moins de 100 m^3/h et est destiné à un château d'eau situé dans une région de basse altitude), celle-ci doit être rehaussée à 140 mètres dans le but d'intersecter la courbe charge-débit de la pompe *KSB100-1*. En aparté, la baisse de pression induite par *MINLP* permet également de limiter les fuites d'eau dans le réseau. En effet, les fuites d'eau sont communément modélisées comme une demande additionnelle dépendant de la pression aux noeuds internes [26, 110] et la fréquence des ruptures de canalisation dépend également de la pression [31].

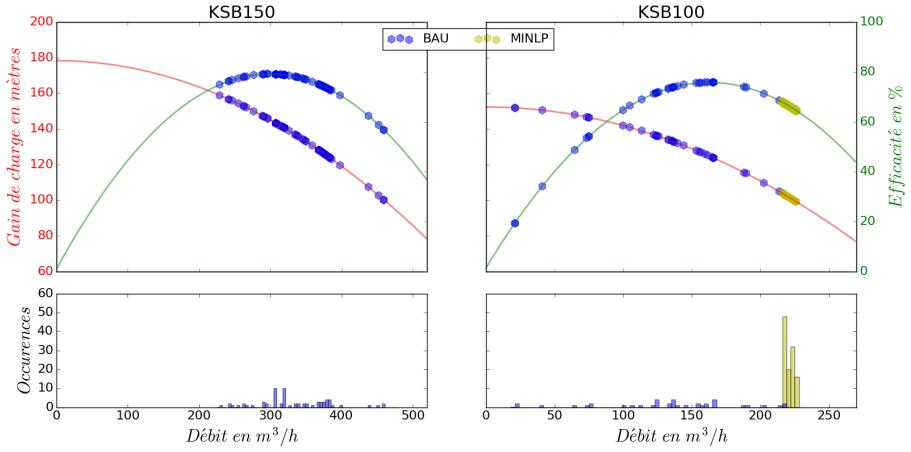


FIGURE 4.5 – Points de fonctionnement des pompes des deux classes *KSB150* et *KSB100* pour les plans de pompage représentés aux Figure 4.4a et 4.4b, calculés respectivement avec les stratégies *BAU* et *MINLP* : cumulé (graphique du bas), et projeté sur la courbe charge-débit (en rouge) et la courbe efficacité-débit (en vert).

Ainsi, minimiser les coûts énergétiques mène indirectement à des externalités positives concernant les fuites et les coûts de maintenance.

Efficacité moyenne du pompage. Le dernier facteur que nous étudions est l’efficacité des pompes. Nous observons que l’efficacité moyenne annuelle est réduite de 74.2% avec *BAU* à 67.2% avec *MINLP*. La Figure 4.5 illustre cet écart sur le jour hivernal en comparant la dispersion des points de fonctionnement des pompes avec *BAU* (en bleu) et *MINLP* (en jaune) : *MINLP* choisit de s’écartier des débits où l’efficacité est la plus élevée dans le but de réduire la pression de refoulement, alors que les points de fonctionnement de *BAU* sont moins concentrés du fait de la plus grande diversité des configurations de pompage engendrées (en terme de débit et de pression).

Ainsi, *MINLP* permet de réduire significativement les coûts énergétiques comparé à *BAU*, malgré des points de fonctionnement à un niveau d’efficacité plus bas. Il est alors important de noter que des économies plus importantes pourraient être espérées si la conception de la station de pompage était modifiée pour s’accorder avec l’approche *MINLP*, i.e. en installant des pompes dont les débits d’efficacité maximale correspondent à une pression de refoulement plus faible. Jusqu’alors, du fait de la limitation de la puissance des solveurs, de l’absence d’une formulation spécifique pour la conception optimale d’une station de pompage et peut-être également de la difficulté à construire un jeu de données réalistes permettant de vérifier la pertinence des approches de résolution potentielles, les éléments actifs

(comme les pompes, les valves et les châteaux d'eau) ont été quelque peu négligés dans la littérature propre à la conception des réseaux d'eau [23]. Cependant, nos résultats appellent à l'étude d'une approche systémique permettant de prendre en compte à la fois les coûts d'investissements et les coûts opérationnels.

4.4.4 Tarification dynamique

Les expérimentations précédentes ont validé l'approche *MINLP* et illustré son intérêt vis-à-vis de la stratégie actuelle. Nous évaluons également la robustesse de *MINLP* lorsqu'une tarification dynamique est utilisée à la place du tarif HC/HP. Alors que *BAU* est principalement guidée par les seuils de volume d'eau qui s'appuient sur cette tarification binaire, *MINLP* est théoriquement compatible avec tout profil de tarif. Prendre en compte les tarifs dynamiques permettrait d'implémenter des stratégies de réponse à la demande, i.e. de valoriser les capacités de stockage offertes par les châteaux d'eau en profitant des variations tarifaires induites par le nécessaire équilibre offre-demande sur les marchés électriques. Pour certifier cet usage, nous répliquons les expérimentations précédentes avec les tarifs électriques fournis par l'index électrique européen [28]. La Figure 4.4c représente la solution obtenue par *MINLP* pour un jour échantillon. Comme escompté, la tarification dynamique n'altère pas la capacité de l'approche à calculer des solutions proches de l'optimum en un temps très court : au moins une solution a été obtenue en 60 secondes pour chacune des 365 instances, et, par rapport à la tarification HC/HP, la valeur moyenne de l'écart d'optimalité est seulement légèrement plus élevée (3.6%) et l'écart maximal est du même ordre (9.6%).

4.5 Conclusion

Dans ce Chapitre, nous proposons une nouvelle approche mathématique pour la planification de pompage dans une classe commune, nommée ici RR, de réseaux ramifiés composés d'une station de pompage approvisionnant un ensemble de châteaux d'eau. Du fait de la présence d'une valve réductrice de débit à chaque château d'eau, les contraintes d'égalité charge-débit peuvent être relâchées, ce qui implique que le PNLNE devient convexe et peut ainsi être résolu plus efficacement à l'aide de solveurs généralistes dédiés. Nous montrons ensuite comment dériver facilement une solution réalisable du problème original et caractérisons l'écart à l'optimalité, éventuellement nul sous conditions de similitude des pompes.

Nous appliquons notre approche sur un RDEP réel composé de 16 châteaux d'eau, 31 canalisations et 6 pompes de 2 classes distinctes. Des expérimentations numériques sont réalisées sur 365 instances différentes, chacune correspondant à un historique journalier de demande d'eau. A l'aide de notre approche, nous sommes capables de calculer une solution réalisable pour

chaque instance en moins de 60 secondes avec un écart moyen d'optimalité de 3.0%. La facture énergétique est 16.9% plus basse que celle obtenue en simulant la stratégie opérationnelle actuelle. Finalement, notre approche est, contrairement à la stratégie actuelle, capable d'optimiser en présence de tarifs dynamiques, permettant ainsi d'envisager l'implémentation de solutions de réponse à la demande.

Notre approche a deux avantages principaux en comparaison des solutions heuristiques existantes : (1) elle est capable, dans un temps réduit et pour des réseaux de taille réaliste, de produire des solutions proches de l'optimum avec une garantie de performance, et (2) elle ne requiert que peu de développement logiciel et est facilement reproductible, la solution étant basée sur un modèle adaptatif qui peut être résolu par n'importe quel solveur dédié.

Finalement, cette première contribution soulève différentes questions auxquelles nous tenterons d'apporter des éléments de réponse dans les 3 Chapitres suivants.

Premièrement, si l'utilité de s'appuyer sur une relaxation convexe du problème original est démontrée pour les réseaux de classe RR dans ce Chapitre, qu'en est-il dans le cas de RDEP ayant des caractéristiques moins favorables ? En particulier, comment peut-on adapter la relaxation (\mathcal{P}_0) en présence des différents types d'éléments présentés au Chapitre 3 (canalisations autorisant des débits bidirectionnels, types de valves, pompes équipées de variateurs de vitesse), sans altérer trop fortement sa performance, i.e. en conservant à la fois sa convexité et sa proximité au modèle original (\mathcal{P}) ? De plus, lorsque la configuration du réseau ne permet plus de s'appuyer sur les Propositions 1 et 2, comment reconstruire des solutions réalisables et caractériser l'écart d'optimalité ? Le Chapitre suivant est consacré à ces questions.

Deuxièmement, si les solveurs commerciaux peuvent rapidement résoudre le programme convexe pour le réseau de taille moyenne que nous avons utilisé comme cas d'application, notre approche nécessite toujours de résoudre un problème NP-complet. La limite de l'approche au regard de la taille du réseau doit être investiguée pour pouvoir adresser des RDEP ramifiés de plus grande taille. Le Chapitre 6 étudie comment contourner la combinatoire du modèle.

Troisièmement, une autre direction de recherche consiste à prolonger l'approche dédiée au contrôle optimal et à considérer l'entièreté du processus de décision pilotant le management d'un RDEP à différentes échelles temporelles. Pour le court terme, notre approche peut aisément être appliquée à la planification en temps réel et embarquée dans une stratégie de contrôle en boucle fermée [115]. Dès que la demande d'eau ou les tarifs électriques divergent des valeurs prévues, le modèle peut être résolu rapidement et le plan de pompage ajusté en fonction de la nouvelle solution obtenue. Une question pratique est de quantifier comment les erreurs de prévision détériorent

la qualité des solutions. Pour le long terme, nos résultats suggèrent qu'un gain de performance substantiel peut être escompté en considérant conjointement les problèmes de la conception et de la planification d'une station de pompage de manière systémique, c'est-à-dire en considérant simultanément les coûts opérationnels avec les coûts d'investissement et de maintenance. Comme présenté au Chapitre 2, des approches basées sur de la PNLNE existent déjà pour la conception optimale de RDEP gravitaires mais il reste à comprendre comment intégrer les éléments dynamiques (pompes, vannes, châteaux d'eau) pour les RDEP équipés de capacités de pompage. Le Chapitre 7 est consacré à cette question.

Chapitre 5

Une méthode d'optimisation globale pour la planification de pompage dans les RDEP

5.1 Introduction

Suivant la façon traditionnelle d'appréhender les PNLNE non convexes, une part importante de la littérature dédiée au problème de planification de pompage propose d'approximer les contraintes non convexes par des fonctions linéaires par morceaux. Ceci implique ensuite de résoudre une approximation de PLNE. Toutefois, comme discuté au Chapitre 2, cette approche a deux désavantages majeurs. Premièrement, la solution approximée est irréalisable pour le problème original si l'approximation n'est pas assez fine. Deuxièmement, une approximation fine nécessite l'introduction d'un nombre élevé de points de linéarisation et les variables binaires associées rendent le modèle de PLNE difficile à résoudre lorsque la taille du RDEP croît.

Ici, nous proposons premièrement d'introduire une relaxation sur mesure des contraintes non convexes au lieu d'une relaxation ou d'une linéarisation par morceaux systématique : nous calculons des approximations extérieures (OA pour *Outer Approximation*) des égalités non convexes relâchées en inégalités. Cette relaxation en deux étapes mène à une relaxation de PLNE de taille raisonnable qui est cohérente avec l'objectif. En effet, comme observé au Chapitre 4, minimiser la puissance consommée tend à satisfaire les contraintes non convexes à l'égalité même si elles sont relâchées en inégalités.

Deuxièmement, pour résoudre le PNLNE non convexe original, nous adaptons l'algorithme LP/NLP branch-and-bound dédié aux PNLNE convexes [93] dans une variante statique, en nous appuyant sur notre relaxation de PLNE formulée à la racine et sans générer de coupes OA au cours de la recherche. La relaxation est résolue avec un branch-and-bound de program-

mation linéaire. Chaque fois qu'une solution entière est trouvée dans le processus, un solveur de PNL non convexe vérifie la satisfaction des contraintes non convexes et, si réalisable, retourne le coût réel de la solution. Il en résulte une méthode exacte : un branch-and-bound spatial – utilisant deux relaxations dans un seul arbre de recherche – qui peut être facilement implémenté en embarquant un solveur de PNL dans la fonction *callback* d'un solveur de PLNE.

La troisième originalité de notre approche, par rapport à la littérature dédiée à la planification de pompage, est de couvrir un large éventail de RDEP sans aucune restriction sur la topologie du réseau (ramifié ou avec boucles, orienté ou non), sur la distribution des éléments (source unique ou multiple, demande d'eau et châteaux d'eau aux nœuds intermédiaires ou aux nœuds feuilles) et sur la nature des éléments (pompes à vitesse fixe ou variable, valves de différents types, modélisation des lois physiques).

Les RDEP considérés dans la littérature tombent souvent dans la catégorie des *RDEP avec réglages binaires* (RB), i.e. des RDEP où le mode de fonctionnement des éléments actifs (valves et pompes) est binaire (allumé/éteint, ouvert/fermé ou actif/inactif), à l'opposé des *RDEP à réglages mixtes* (RM), i.e. des RDEP avec des pompes à vitesse variable ou des valves réductrices de pression. Notre approche générique peut être significativement améliorée en exploitant une caractéristique de la classe RB. Dans cette classe, le sous-problème de PNL restreint par fixation des variables binaires, se limite à un problème de réalisabilité et nous pouvons générer efficacement des coupes combinatoires aux nœuds irréalisables qui peuvent renforcer la relaxation de PLNE.

A partir des solutions proches de la réalisabilité trouvées à ces nœuds, nous proposons également de lancer une heuristique primale qui consiste en un ajustement de la durée des pas de temps pour éliminer les petites violations des limites de niveau d'eau dans les châteaux d'eau. Notons que cette nouvelle heuristique est applicable dans d'autres contextes de résolution, notamment en complément des approches de linéarisation par morceaux pour recouvrir la réalisabilité des solutions approximées.

Finalement, nous avons été capable d'expérimenter notre approche générique sur 5 cas d'étude différents (*Simple FSD/VSD* [76], *AT(M)* [95, 19], *Poormond* [38, 81, 102] et *DWG* [117]) et de fournir une comparaison empirique avec les résultats précédemment publiés [19, 38, 81, 102] et avec un solveur d'optimisation globale. Mis à part pour un cas spécifique, notre approche domine les algorithmes concurrents à la fois par la qualité des solutions obtenues et par le temps de calcul requis, même si la résolution du sous-problème de PNL non convexe reste un verrou pour les instances les plus larges de la classe RM.

5.2 Une méthode globale de type LP/NLP branch-and-bound

L'algorithme de branch-and-bound spatial [105] est la méthode exacte la plus connue pour résoudre des PNLNE non convexes [4]. Son implémentation dans des solveurs d'optimisation globale est basée sur une reformulation générique des contraintes non convexes et sur des techniques de linéarisation permettant l'obtention de relaxations valides pour évaluer les noeuds. La méthode est applicable à une large variété de problèmes incluant (\mathcal{P}) . Cependant, cette reformulation introduit une variable auxiliaire pour chaque terme non-linéaire élémentaire, soit $O(T(|L|+|K_V|))$ nouvelles variables dans notre cas, et projette donc le modèle dans un espace plus large. Chaque terme non-linéaire étant relâché indépendamment, la relaxation automatique induite peut être insuffisante pour couper l'arbre de recherche efficacement [4]. De plus, les solveurs d'optimisation globale ne comportent pas toutes les techniques avancées de stratégies de recherche et de génération de coupes qui sont intégrées dans les solveurs modernes de PLNE. Cette section présente notre implémentation d'un algorithme de type branch-and-cut pour (\mathcal{P}) , basée sur une relaxation spécifique (\mathcal{P}_ϵ) décrite à la Section 5.3, qui combine l'utilisation d'un solveur de PLNE avec un solveur de PNL non convexe.

5.2.1 Deux relaxations, un arbre de recherche

Théoriquement, nous résolvons (\mathcal{P}) à l'aide d'un algorithme de branch-and-bound spatial. Nous branchons premièrement sur les variables binaires x et utilisons la relaxation de PLNE (\mathcal{P}_ϵ) pour l'évaluation de la borne inférieure. Une fois toutes les variables entières fixées ($x = X$) à un certain noeud, la recherche continue à résoudre le problème restreint de PNL non convexe résultant $(\mathcal{P}(X))$, dans un sous-arbre de branchement, en évaluant les bornes inférieures à l'aide d'une relaxation systématique de $(\mathcal{P}(X))$ et en branchant sur les variables fractionnaires apparaissant dans les contraintes non convexes non-satisfaites.

En pratique, afin de guider efficacement la recherche et de profiter des fonctionnalités avancées des solveurs de PLNE, nous embarquons un solveur de PNL non convexe dans un solveur de PLNE moderne en utilisant une fonction dite *lazy callback*. La relaxation (\mathcal{P}_ϵ) est résolue par le solveur de PLNE mais nous gérons la mise à jour de la meilleure solution de la façon suivante : dans le callback, à chaque noeud où une nouvelle meilleure solution entière (X, W, Q, H) de (\mathcal{P}_ϵ) est trouvée (soit à un noeud feuille, soit par une heuristique), nous vérifions sa réalisabilité vis-à-vis de (\mathcal{P}) . Pour réaliser cette tâche, la fonction appelle le solveur de PNL non convexe sur le problème restreint $(\mathcal{P}(X, \bar{z}))$ obtenu en fixant les variables entières $x = X$ dans (\mathcal{P}) et en bornant l'optimum avec la valeur actuelle de la meilleure solution connue \bar{z} de (\mathcal{P}) . Si ce problème restreint est réalisable, il retourne une

solution réalisable de (\mathcal{P}) et permet d'actualiser \bar{z} qui diffère généralement du coût de la solution relâchée de PLNE. Par conséquent, que le problème restreint $(\mathcal{P}(X, \bar{z}))$ soit réalisable ou non, le nœud exploré est rejeté à l'aide d'une coupe de Benders combinatoire.

Ce schéma de résolution se rapproche de l'algorithme LP/NLP branch-and-bound initialement développé par Quesada et Grossmann [93] pour les problèmes d'optimisation de PNLNE convexes, avec la différence que la relaxation de PLNE n'est pas raffinée ici par des coupes OA pendant la recherche. En effet, les coupes OA ne sont pas nécessairement valides dans le contexte de l'optimisation non convexe et la méthode ne peut être directement transposée au cas non convexe. En contrepartie, nous générerons un ensemble de coupes certifiées et présumées actives une fois pour toute en amont de la résolution lorsque nous construisons la relaxation (\mathcal{P}_ϵ) . Ce schéma de résolution est également une implémentation concrète (en réalité, deux implémentations différentes pour les classes RB et RM) de la méthode *branch-and-check* [108], qui dans son application originale, emploie la programmation par contraintes pour la résolution des sous-problèmes restreints et des techniques de linéarisation des conditions logiques pour la génération des coupes, appelées alors *no-goods*.

Relatif à notre problème, le dimensionnement optimal statique d'un RDEP gravitaire a été abordé par [94] avec un schéma similaire avec deux différences majeures. Premièrement, dans cette application, l'objectif dépend seulement des variables binaires (choix du diamètre des canalisations) et, par conséquent, les solutions relâchées sont rejetées seulement si elles sont irréalisables ; dans le cas contraire, le coût relâché concorde avec le coût réel et la meilleure solution est actualisée de manière standard. Deuxièmement, une caractéristique intéressante dans ce contexte est que le sous-problème restreint $(\mathcal{P}(X))$ est réduit à un problème de réalisabilité puisque, dans les réseaux gravitaires, les débits et les pressions (les variables continues) sont complètement déterminées une fois que le dimensionnement des canalisations (les variables binaires) est décidé. Dans le problème de planification de pompage, une caractéristique similaire peut apparaître en fonction de la nature des éléments actifs (pompes et valves) dans le RDEP considéré.

Ci-après, nous proposons de caractériser les sous-classes de RDEP qui ont ou non cette caractéristique et donnons des détails d'implémentation pour améliorer la résolution dans les deux cas.

5.2.2 RDEP à réglages binaires

Cette classe définit l'ensemble des RDEP qui contiennent seulement des pompes à vitesse fixe, des clapets anti-retour et des valves d'arrêt comme éléments actifs. Les éléments de ce type ont comme caractéristique commune d'opérer dans un état allumé ou éteint à chaque période et peuvent donc être modélisés uniquement à l'aide des variables binaires x . Après avoir

fixé l'état des éléments actifs, les débits et les charges au sein du RDEP sont complètement déterminés. Ainsi, le sous-problème ($\mathcal{P}(X)$) est un problème de réalisabilité quand toutes les variables binaires x sont fixées à une valeur spécifique X . Plus précisément, au lieu d'appeler un solveur de PNL lorsqu'une nouvelle solution X est obtenue pour le modèle relâché \mathcal{P}_ϵ , la réalisabilité hydraulique de X est vérifiée à l'aide d'une analyse de période étendue. En commençant à la période temporelle $t = 1$, nous appliquons la méthode de Newton [109] pour calculer l'unique configuration charge-débit compatible avec la demande d'eau au temps t , les charges aux châteaux d'eau et aux sources et le statut des éléments actifs. Nous vérifions ensuite que la configuration satisfait les bornes sur la charge aux noeuds internes (3.2) ainsi que le débit des pompes (3.14) puis calculons, dans ce cas, les coûts opérationnels associés $z_t(X_t)$. Ensuite, la charge aux châteaux d'eau pour la période suivante $t = 2$ est actualisée suivant la conservation des débits (3.5) et vérifiée par rapport aux bornes. Aussi longtemps qu'aucune contrainte n'est violée, la simulation parcourt successivement toutes les périodes $t \in [1, T]$. La solution est réalisable si la charge finale en $t = T$ satisfait la borne (3.7). Dans ce cas, le sous-problème retourne le coût opérationnel total $z(X) = \sum_{t=1}^T z_t(X_t)$. Sinon, dès qu'une contrainte est violée, disons à la période $t = \bar{t}$, la simulation est interrompue et la solution relâchée X est enregistrée comme irréalisable. Comme suggéré dans [81], une coupe de Benders combinatoire peut alors être ajoutée au modèle de PLNE (\mathcal{P}_ϵ) :

$$\sum_{t=1}^{\bar{t}} \left(\sum_{\substack{a \in K \cup V \\ X_{at}=0}} x_{at} + \sum_{\substack{a \in K \cup V \\ X_{at}=1}} (1 - x_{at}) \right) \geq 1, \quad (5.1)$$

Elle force à commuter au moins une variable binaire X_{at} associée à un élément actif a et une période $t \in [1, \bar{t}]$ pour prévenir l'irréalisabilité à la période \bar{t} .

5.2.3 RDEP à réglages mixtes

Cette classe définit l'ensemble des RDEP qui contiennent au moins une pompe à vitesse variable ou une valve réductrice de pression. Le mode opératoire de ces éléments actifs n'est pas seulement discret et leur modélisation nécessite une variable continue (la vitesse w_{kt} pour les pompes à vitesse variable et la dissipation de charge $h_{it} - h_{jt}$ pour les valves réductrices de pression) dont la valeur n'est pas déterminée par le statut on/off. Ainsi, l'utilisation d'un solveur de PNL non convexe est nécessaire ici pour résoudre les sous-problèmes restreints.

Dans notre implémentation, nous utilisons Baron après avoir réalisé deux ajustements au modèle restreint ($\mathcal{P}(X)$) : nous supprimons la non-différentiabilité ayant trait à la dérivée seconde de la fonction Φ en $q = 0$

en remplaçant les contraintes (3.8) par (3.9 - 3.12), et nous modélisons les valves réductrices de pression à l'aide de la contrainte non convexe (3.24). Cette dernière condition signifie qu'à un certain nœud entier $x = X$, nous optimisons un sous-problème moins restrictif où la direction du débit à travers celles-ci n'est pas fixée ($x_{vt}, v \in V_{RP}, t \in [1, T]$). Après avoir vérifié si une solution réalisable existe ou non, la coupe combinatoire d'irréalisabilité suivante est ajoutée à la relaxation linéaire (\mathcal{P}_ϵ) :

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{\substack{a \in K \cup V \setminus V_{RP} \\ X_{at}=0}} x_{at} + \sum_{\substack{a \in K \cup V \setminus V_{RP} \\ X_{at}=1}} (1 - x_{at}) \right) \geq 1. \quad (5.2)$$

Résoudre un PNL non convexe continu reste une tâche ardue et le branch-and-bound ne parvient parfois pas à terminer en un temps raisonnable. Dans ce cas, nous proposons de nous contenter d'une méthode heuristique fournissant également une borne inférieure et ainsi un certificat de performance sur la solution retournée. Premièrement, le problème peut être résolu en autorisant un écart d'optimalité relatif $0 < G < 1$. Chaque sous-problème est alors résolu après avoir fixé $\bar{z}(1 - G)$ comme borne supérieure sur la valeur optimale (avec \bar{z} la meilleure valeur connue). Deuxièmement, pour empêcher que le branch-and-bound ne reste coincé à un noeud X difficile à fermer, nous fixons une limite de temps t_s pour la résolution de chaque sous-problème. Si disponible, la meilleure solution réalisable obtenue est alors utilisée pour mettre à jour \bar{z} et nous enregistrons la borne inférieure finale $L(X)$. A la fin du branch-and-bound, la borne inférieure globale L est alors corrigée par $L = \min(L, \min_{X \in S} L(X))$ avec S l'ensemble des nœuds non-résolus. Notons qu'après rectification, l'écart d'optimalité final $\frac{\bar{z}^* - L}{L}$ peut être supérieur à G . Finalement, un solveur local peut être utilisé à la place d'un solveur global pour traiter le sous-problème restreint. Dans nos expérimentations, nous testons Bonmin [6] qui s'est révélé capable de calculer des solutions de bonne qualité en pratique. Nous testons également l'utilisation de la solution locale trouvée par Bonmin comme solution initiale pour le solveur global Baron.

5.3 Une approximation extérieure de précision ϵ

Dans le cas de RDEP comportant seulement des pompes à vitesse fixe et des canalisations dont la direction du débit est connue à l'avance, nous avons vu au Chapitre 4 qu'une relaxation convexe du problème de planification de pompage (\mathcal{P}) est aisément construite en relâchant l'égalité des contraintes couplantes charge-débit (3.8) et (3.13) en une inégalité.

Cette relaxation n'est plus guère convexe dans le cas général lorsque nous considérons des pompes à vitesse variable ou des canalisations dont la direction du débit est inconnue a priori. Afin d'obtenir une relaxation de

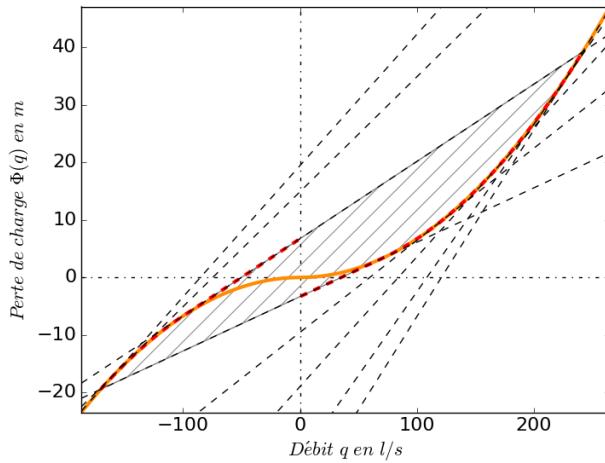


FIGURE 5.1 – Une relaxation convexe (aire hachurée) des pertes de charge dans les canalisations (en orange) sur l'intervalle $[\underline{Q}, \bar{Q}]$.

PLNE (\mathcal{P}_ϵ) de (\mathcal{P}) permettant une évaluation efficace, rapide et précise, dans le branch-and-bound décrit à la Section 5.2, nous explicitons maintenant des relaxations de chacune des fonctions non convexes (3.8), (3.13), et (3.25) par des contraintes linéaires OA.

Comme au Chapitre 4, la précision de cette relaxation au regard de la fonction objectif motive notre approche. Premièrement, minimiser la puissance consommée tend à prévenir un excès de perte de charge dans les canalisations. Comme illustré à la Figure 5.1, pour un certain débit s'écoulant à travers une canalisation $l = ij \in L$, la perte de charge minimale (courbe rouge en pointillé, en valeur absolue) admise par l'enveloppe convexe (délimitant l'aire hachurée) satisfait la contrainte couplante (3.8) (courbe orange Φ_l) à l'exception des débits proches de 0 quand la relaxation peut sous-estimer les pertes de charge. Ci-dessous, nous commençons par montrer comment resserrer les bornes de débits \underline{Q}_l et \bar{Q}_l afin de réduire l'intervalle critique $[\bar{Q}_l(1 - \sqrt{2}), \underline{Q}_l(1 - \sqrt{2})]$ autour de 0. Nous construisons ensuite l'approximation extérieure $\widetilde{\Phi}_l$ (les lignes noires en pointillé) en autorisant une distance maximale $\epsilon > 0$ sur le reste du domaine des débits, i.e telle que $|h_i - h_j| \geq |\Phi_l(q_l)| - \epsilon$ pour tout $(q_l, h_i - h_j) \in \widetilde{\Phi}_l$ et $q_l \in [\underline{Q}_l, \bar{Q}_l(1 - \sqrt{2})] \cup [\underline{Q}_l(1 - \sqrt{2}), \bar{Q}_l]$.

Deuxièmement, pour une vitesse donnée, une pompe $k = ij \in K$ est incitée à pomper autant d'eau que possible pendant les périodes où elle est allumée du fait du coût opérationnel fixe $\lambda_k > 0$ dans l'équation (3.25). Ainsi, minimiser la puissance consommée tend à maximiser les gains de charge $h_j - h_i$ à travers les pompes. Nous exhibons ainsi une famille de sur-estimateurs

linéaires de la courbe caractéristique $\Psi_k(q_k, w_k)$ de la contrainte (3.13) qui sont valides pour une large gamme de pompes. Comme pour les canalisations, étant donnée une précision $\epsilon > 0$, la relaxation $\bar{\Psi}_k$ est construite en générant un sous-ensemble de ces estimateurs tel que si $(q_k, w_k, h_j - h_i) \in \bar{\Psi}_k$ et $w_k = 1$ alors $h_j - h_i \leq \Psi_k(q_k, w_k) + \epsilon$.

Finalement, comme la fonction objectif peut ne pas être linéaire lorsque le réseau comporte des pompes à vitesse variable, nous exhibons une famille de sous-estimateurs linéaires de la puissance consommée Γ_k (3.25).

5.3.1 Renforcement des bornes

La qualité d'une approximation dépend grandement de la qualité des bornes sur les variables à partir desquelles elle est construite. Pour resserrer les relaxations des contraintes non convexes, les domaines des variables et les valeurs *grand-M*, nous estimons, dans une étape préliminaire, des bornes statiques pour les variables dynamiques du problème : des bornes de débit Q_a et \bar{Q}_a pour chaque canalisation, pompe et valve $a \in A$, des bornes de vitesse W_k , \bar{W}_k pour chaque pompe $k \in K_V$ et des bornes sur le gain de charge M_a et \bar{M}_a (resp. P_a et \bar{P}_a) pour chaque pompe ou valve $a \in A$ inactive (resp. active).

Ces bornes statiques peuvent être obtenues par des méthodes de renforcement des bornes par optimisation [40] : les quantités q_a pour $a \in A$, w_k pour $k \in K_V$ et $(h_j - h_i)$ pour $ij \in K \cup V$ sont successivement minimisées et maximisées au regard de l'ensemble des contraintes suivantes (\mathcal{C}) :

$$\sum_{ij \in A} q_{ij} = \sum_{ji \in A} q_{ji} + d_j, \quad \forall j \in J_J \quad (5.3)$$

$$h_i - h_j = \Phi_{ij}(q_{ij}), \quad \forall ij \in L \quad (5.4)$$

$$\underline{M}_k(1 - x_k) \leq h_j - h_i - \Psi_k(q_k, w_k) \leq \bar{M}_k(1 - x_k), \quad \forall k \in K \quad (5.5)$$

$$\underline{M}_v(1 - x_v) \leq h_i - h_j \leq \bar{M}_v(1 - g(x_v)), \quad \forall v \in V \quad (5.6)$$

$$\underline{Q}_k x_k \leq q_k \leq \bar{Q}_k x_k, \quad \forall k \in K \quad (5.7)$$

$$\underline{W}_k x_k \leq w_k \leq \bar{W}_k x_k, \quad \forall k \in K \quad (5.8)$$

$$\underline{Q}_v g(x_v) \leq q_v \leq \bar{Q}_v x_v, \quad \forall v \in V \quad (5.9)$$

$$\min_{t \in T} (D_{jt}) \leq d_j \leq \max_{t \in T} (D_{jt}), \quad \forall j \in J_J \quad (5.10)$$

$$\underline{H}_j \leq h_j \leq \bar{H}_j, \quad \forall j \in J_T \quad (5.11)$$

$$\min_{t \in T} (H_{jt}) \leq h_j \leq \max_{t \in T} (H_{jt}), \quad \forall j \in J_S. \quad (5.12)$$

où les bornes Q_a , \bar{Q}_a pour $a \in K \cup V$ et W_a , \bar{W}_a pour $a \in K_V$ sont initialisées avec les informations techniques fournies par le constructeur de chaque élément considéré et les constantes M_a , \bar{M}_a pour $a \in K \cup V$ sont fixées à des

valeurs arbitrairement larges. Ces bornes sont valides car pour chaque solution (q, h, x) de \mathcal{P} , la configuration statique (q_t, h_t, x_t, d_t) à chaque instant t satisfait ces contraintes.

Pour des RDEP de taille limitée, nous résolvons ces PNLNE non convexes directement à l'aide de Baron après avoir incorporé les variables binaires modélisant la direction du débit dans les contraintes (5.4) (voir (3.9-3.12)). Pour des RDEP plus grands ou pour lesquels la direction du débit est inconnue dans une fraction importante des canalisations (par exemple, le réseau AT(M) dans nos expérimentations), nous utilisons une méthode alternative car le temps de calcul nécessaire à la résolution des PNLNE non convexes peut devenir prohibitif. Après avoir échantillonné des valeurs discrètes pour les variables continues (dissipation de charge pour les valves réductrices de pression, vitesse des pompes pour les pompes à vitesse variable, charge aux châteaux d'eau), nous appliquons la méthode de Newton [109] pour calculer l'équilibre charge-débit au sein du réseau pour chaque période t et chaque configuration de valeurs binaires et continues. Nous appliquons finalement une marge de sécurité aux valeurs extrêmes obtenues.

5.3.2 Une approximation extérieure des pertes de charge dans les canalisations

Nous construisons maintenant des fonctions linéaires pour sous- et sur-estimer la courbe quadratique Φ représentant les pertes de charge à travers une canalisation (3.8), en tenant compte des bornes \underline{Q} et \overline{Q} sur la valeur des débits, comme illustré à la Figure 5.1.

Proposition 3 *Considérons une fonction réelle ϕ définie sur \mathbb{R} par $\phi(q) = Aq + Bq|q|$ avec $A, B \in \mathbb{R}$, $B > 0$, soit $f_{q^*}(q) = \phi'(q^*)(q - q^*) + \phi(q^*)$ pour $q^* \neq 0$ la tangente de ϕ en q^* avec, par extension, $f_0 = 0$, et soit $g_{[q_1, q_2]}(q) = \frac{\phi(q_2) - \phi(q_1)}{q_2 - q_1}(q - q_2) + \phi(q_2)$ pour $q_1 \neq q_2$ la ligne droite intersectant ϕ en q_1 et q_2 . Alors, sur l'intervalle $[\underline{Q}, \overline{Q}]$, avec $\underline{Q} < \overline{Q}$:*

1. $\phi \leq f_{q^*} \quad \forall q^* \leq \min(\overline{Q}, \overline{Q}(1 - \sqrt{2}))$, si $\underline{Q} < \overline{Q}(1 - \sqrt{2})$,
2. $\phi \leq g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]}$, sinon ;
3. $\phi \geq f_{q^*} \quad \forall q^* \geq \max(\underline{Q}, \underline{Q}(1 - \sqrt{2}))$, si $\overline{Q} > \underline{Q}(1 - \sqrt{2})$,
4. and $\phi \geq g_{[\overline{Q}, \underline{Q}]}$, sinon.

Preuve : Nous prouvons la validité des bornes supérieures 1 et 2 ; la preuve pour les bornes inférieures 3 et 4 est similaire du fait de la symétrie $\phi(q) = -\phi(-q)$.

Sur \mathbb{R}_- , ϕ est concave (car $\phi'' = -2B \leq 0$), ce qui implique que son graphe repose en dessous de ces tangentes : $\phi(q) \leq f_{q^*}(q)$ pour tout $q, q^* \leq 0$. Sur \mathbb{R}_+ , ϕ est convexe (car $\phi'' = 2B \geq 0$), ce qui implique que son graphe repose en dessous du segment reliant n'importe quel couple de points du

graphe : $\phi(q) \leq g_{[q_1, q_2]}(q)$ pour tout $0 \leq q_1 \leq q \leq q_2$. Ainsi, la proposition est prouvée lorsque $\underline{Q} \leq 0$ (cas 1 : ϕ concave et $\underline{Q} < 0 \leq \overline{Q}(1 - \sqrt{2})$) ou lorsque $\underline{Q} \geq 0$ (cas 2 : ϕ convexe et $\overline{Q}(1 - \sqrt{2}) < 0 \leq \underline{Q}$).

Supposons maintenant que $\underline{Q} < 0 < \overline{Q}$ et notons, par calcul direct, que : ϕ est continue en 0, $Q^* = \overline{Q}(1 - \sqrt{2}) < 0$ et $f'_{Q^*} = \phi'(Q^*) = g'_{[Q^*, \overline{Q}]}$, ce qui implique que $f_{Q^*} = g_{[Q^*, \overline{Q}]}$, i.e. la tangente en Q^* intersecte ϕ en \overline{Q} .

Dans le cas 1, $\underline{Q} < Q^* < 0 < \overline{Q}$, considérons f_{q^*} la tangente en un point $q^* < Q^*$: par concavité, $f_{q^*} \geq f_{Q^*}$ sur $[Q^*, +\infty)$, $f_{q^*} \geq \phi$ et $f_{Q^*} \geq \phi$ sur \mathbb{R}_- . En particulier, $f_{Q^*}(0) \geq \phi(0)$ ce qui implique, du fait que $f_{Q^*}(\overline{Q}) = \phi(\overline{Q})$, que $f_{q^*} \geq f_{Q^*} \geq g_{[0, \overline{Q}]} \geq \phi$ sur $[0, \overline{Q}]$.

Dans le cas 2, $Q^* \leq \underline{Q} < 0 < \overline{Q}$: $g'_{[\underline{Q}, \overline{Q}]} \geq g'_{[Q^*, \overline{Q}]}$ (par calcul direct), $g'_{[Q^*, \overline{Q}]} = f'_{Q^*} \geq f'_{\underline{Q}}$ (par concavité), et $g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]}(\underline{Q}) = \phi(\underline{Q}) = f_{\underline{Q}}(\underline{Q})$ (par définition), alors $g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]} \geq f_{\underline{Q}} \geq \phi$ sur $[\underline{Q}, 0]$. En particulier, $g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]}(0) \geq \phi(0)$ ce qui implique, du fait que $g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]}(\overline{Q}) = \phi(\overline{Q})$, que $g_{[\underline{Q}, \overline{Q}]} \geq g_{[0, \overline{Q}]} \geq \phi$ sur $[0, \overline{Q}]$. ■

En nous appuyant sur la Proposition 3, nous relâchons la contrainte non convexe (3.8) pour chaque canalisation $l = ij \in L$ et pas de temps t de la façon suivante :

$$h_{it} - h_{jt} \leq \begin{cases} g_{[\underline{Q}_l, \overline{Q}_l]}^l(q_{lt}) & \text{si } \underline{Q}_l \geq \overline{Q}_l(1 - \sqrt{2}) \\ f_{q^*}^l(q_{lt}) \forall q^* \in \overline{N}_l^\epsilon & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.8_\epsilon)$$

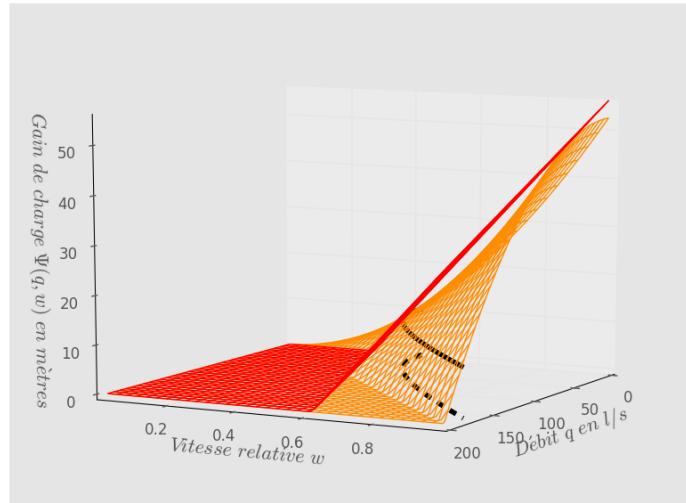
$$h_{it} - h_{jt} \geq \begin{cases} g_{[\overline{Q}_l, \underline{Q}_l]}^l(q_{lt}) & \text{si } \overline{Q}_l \leq \underline{Q}_l(1 - \sqrt{2}) \\ f_{q^*}^l(q_{lt}) \forall q^* \in \underline{N}_l^\epsilon & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.8_\epsilon)$$

Dans notre implémentation, les ensembles de points \underline{N}_l^ϵ et \overline{N}_l^ϵ , à partir desquels sont générées les contraintes OA f^l , sont calculés progressivement de telle sorte que la distance maximale entre $\Phi_l(q)$ et l'approximation la plus proche $f_{q^*}^l(q)$ n'excède jamais une précision donnée $\epsilon > 0$.

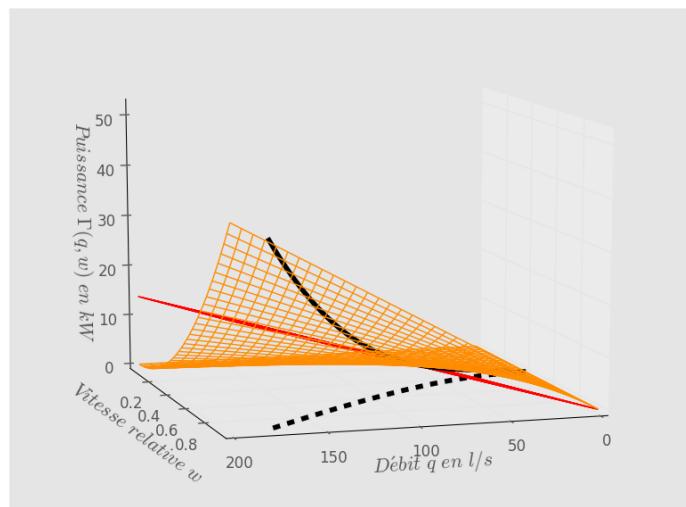
5.3.3 Sur-approximation des gains de charge d'une pompe

Pour approximer la fonction de gain de charge Ψ_k à travers une pompe active $k = ij \in K$, nous ne considérons que les points de fonctionnement (q, w) qui engendrent un gain de charge minimal, i.e. $\Psi_k(q, w) \geq \underline{P}_k$ avec $\underline{P}_k > 0$ le gain minimal calculé à partir des données constructeur ou, avec plus de précision, dans notre étape de prétraitement, en minimisant $h_j - h_i$ sous les contraintes (\mathcal{C}) et la contrainte additionnelle $x_k = 1$ pour une pompe k donnée.

Pour simplifier l'expression des preuves dans les deux propositions suivantes, nous assimilons une fonction bivariée avec son graphe dans l'espace 3-dimensionnel, par exemple $(q, w, p) \in \Psi \iff \Psi(q, w) = p$ et nous dénotons



(a) Gain de charge



(b) Puissance consommée (partie non convexe)

FIGURE 5.2 – Illustrations (a) d'un sur-estimateur linéaire Π^* (en rouge) des gains de charge Ψ (en orange) et (b) d'un sous-estimateur linéaire Π_* (en rouge) de la partie non convexe Γ (en orange) de la puissance consommée. La courbe noire dépeint la fonction $s(w)$, la valeur du débit maximal pour une vitesse donnée w , projetée sur Ψ et Γ . (a) Π^* est tangente à la courbe noire $\Psi(s(w), w)$ et également à Ψ à un point $(q^*, 1)$ dans le plan $w = 1$. (b) Π_* est tangente à la courbe noire $\Gamma(s(w), w)$ à une vitesse w_* et rencontre Γ en $(0, 1)$.

par un indice sa restriction univariée, par exemple $\Psi_w(q) = \Psi(q, w)$ ou $\Psi_{q=a}(w) = \Psi(a, w)$.

Proposition 4 *Considérons une fonction réelle bivariée Ψ définie sur $\mathbb{R}_+ \times]0, 1]$ par $\Psi(q, w) = w^2(\alpha - \beta \frac{q^\gamma}{w^\gamma})$ avec des paramètres positifs α, β, γ et $1 \leq \gamma \leq 3$, et une borne inférieure positive $P \leq \alpha$, alors :*

1. $\Psi(q, w) \geq P$ seulement sur le domaine $\mathcal{D} = \{(q, w) \mid \sqrt{\frac{P}{\alpha}} \leq w \leq 1, 0 \leq q \leq s(w)\}$ où $(s(w), w, P)$ définit l'intersection non-vide de Ψ avec le plan $p = P : s(w) = \Psi_w^{-1}(P) = w(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{P}{\beta w^2})^{\frac{1}{\gamma}}$, $\forall w \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$.
2. Pour tout $0 < q^* < s(1)$, si la tangente de Ψ en $(q^*, 1)$ dans le plan $w = 1$ intersecte la tangente de Ψ dans le plan $p = P$ en un point $(s(w^*), w^*)$ défini par $s(w^*) + s'(w^*)(1 - w^*) = q^* + \frac{P - \Psi_{w=1}(q^*)}{\Psi'_{w=1}(q^*)}$ avec $w^* \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$, alors Ψ repose en dessous du plan Π^* contenant ces deux droites, i.e. : $\Psi(q, w) \leq \Pi^*(q, w) = \Psi_{w=1}(q^*) + \Psi'_{w=1}(q^*)(q - q^*) - \Psi'_{w=1}(q^*)s'(w^*)(w - 1)$ pour tout $(q, w) \in \mathcal{D}$.

Preuve : Puisque $0 < \frac{P}{\alpha} \leq 1$ et Ψ_w est strictement décroissante, un calcul direct prouve la première assertion. En assumant que P dénote la borne inférieure de Ψ , nous restreignons maintenant notre étude au domaine de définition \mathcal{D} .

La restriction $\Psi_q(w) = \Psi(q, w)$ à tout plan q est convexe car, pour $(q, w) \in \mathcal{D}$: $\Psi''_q = 2\alpha - \beta \frac{q^\gamma}{w^\gamma}(2 - \gamma)(1 - \gamma)$, ce qui implique que $\Psi''_q \geq 0$ si $1 \leq \gamma \leq 2$ et $\Psi''_q \geq 2\alpha - \beta \frac{s(w)^\gamma}{w^\gamma}(2 - \gamma)(1 - \gamma) \geq 2\alpha - 2(\alpha - \frac{P}{w^2}) \geq 0$ si $2 < \gamma \leq 3$. Puisque la restriction $\Pi_q^*(w) = \Pi^*(q, w)$ au plan q est une droite, nous avons seulement à montrer que $\Psi_q(w) \leq \Pi^*(q, w)$ en $w = s^{-1}(q)$ et en $w = 1$, pour montrer que $\Psi \leq \Pi^*$ sur \mathcal{D} :

[$w = 1$] Dans le plan $w = 1$, $\Psi_{w=1}$ est clairement concave et repose donc en dessous de sa tangente $\Pi_{w=1}^*$ en $q = q^*$. Ainsi, $\Psi_q(1) = \Psi_{w=1}(q) \leq \Pi_{w=1}^*(q) = \Pi^*(q, 1)$.

[$w = s^{-1}(q)$] En notant que $\Pi_{w=1}^*$ est strictement décroissante et que $\Pi_{w=1}^*(q^*) = \Psi(q^*, 1) > P$, nous avons que la droite $\Pi_{w=1}^*$ intersecte le plan $p = P$ en un point $(q', 1, P)$ avec $q' > q^*$. En considérant maintenant sa restriction au plan $p = P$, Π^* est par définition une droite tangente en Ψ (et donc à la courbe définie par s) en $(s(w^*), w^*)$ passant par $(q', 1)$. Observons par calcul que s est non-décroissante et concave (car $s' \geq 0$ et $s'' \leq 0$ du fait que $\gamma \geq 1$), et que la restriction Π_q^* de Π^* à un plan fixe q est non-décroissante (car $\Pi_q^{*\prime} \geq 0$). Par conséquent, pour tout $(q, w) \in \mathcal{D}$ tel que $\Pi^*(q, w) = P$, nous avons : $q \geq s(w)$ (car s concave), $w \leq s^{-1}(q)$ (car s non-décroissante), et donc $\Psi_q(s^{-1}(q)) = P = \Pi_q^*(w) \leq \Pi_q^*(s^{-1}(q)) = \Pi^*(q, s^{-1}(q))$ (car Π_q^* non-décroissante). ■

Notons que la Proposition 4 s'applique seulement lorsque la fonction caractéristique Ψ_k est une fonction du débit intermédiaire entre linéaire et

cubique : $1 \leq \gamma \leq 3$. Cet intervalle ne restreint pas la praticabilité de la méthode car le gain de charge d'une pompe peut être raisonnablement représenté par une courbe quadratique du débit [15] et que les valeurs recensées ne s'écartent pas significativement de $\gamma = 2$ [12]. La Proposition 4 nous fournit également une relaxation linéaire pour les pompes à vitesse fixe, même si la relaxation plus resserrée $h_{jt} - h_{it} \leq \Psi_k(q_{kt}, 1)$ peut parfois être directement traitée par des solveurs comme les solveurs de programmation sur le cône du second ordre lorsque la fonction est quadratique ($\gamma = 2$).

Comme pour la relaxation des pertes de charge dans les canalisations, dans notre implémentation, nous générerons progressivement des approximations Π_k^* pour un sous-ensemble Q_k^ϵ de points $0 < q^* < s(1)$ telle que la distance entre $\Psi_k(q, 1)$ et l'approximation la plus proche $\Pi_k^*(q, 1)$ n'excède jamais une précision $\epsilon > 0$.

Pour chaque pompe $k = ij \in K$ et pour chaque pas de temps t , la contrainte (3.13) est alors relâchée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} h_{jt} - h_{it} &\leq \Psi_{w=1}(q^*)x_{kt} + \Psi'_{w=1}(q^*)(q_{kt} - q^*x_{kt}) \\ &\quad - \Psi'_{w=1}(q^*)s'(w^*)(w_{kt} - x_{kt}) + \overline{M_k}(1 - x_{kt}), \forall q^* \in Q_k^\epsilon, \end{aligned} \quad (3.13_\epsilon)$$

avec $\overline{M_k}$ une valeur calculée dans l'étape de prétraitement comme la différence de charge maximale $h_j - h_i$ sous les contraintes (\mathcal{C}) et la contrainte additionnelle $x_{kt} = 0$. Les contraintes (3.13 $_\epsilon$) sont alors réduites à $h_{jt} - h_{it} \leq \Pi^*(q_{kt}, w_{kt})$ lorsque $x_{kt} = 1$ et $h_{jt} - h_{it} \leq \overline{M_k}$ lorsque $x_{kt} = 0$.

5.3.4 Sous-approximation de la puissance consommée

La fonction de puissance d'une pompe à vitesse fixe est une fonction linéaire du débit traversant la pompe, mais celle-ci devient une fonction polynomiale de sa vitesse pour une pompe à vitesse variable. La proposition suivante décrit une famille de sous-estimateurs linéaires de la partie non convexe de la fonction de puissance dans ce dernier cas. Comme dans la Proposition 4, l'étude de la fonction est limitée au domaine \mathcal{D} sur lequel la pompe opère avec un gain de charge minimal P . De plus, nous restreignons la preuve au cas $\sqrt{\frac{P}{\alpha}} \geq \frac{1}{3}$, i.e. $\frac{\alpha}{9} \leq P \leq \alpha$, et $\mu > 0$. Cette hypothèse est satisfaite par les instances considérées même si μ peut parfois être négatif comme dans [117].

Proposition 5 *Considérons une fonction réelle bivariée Γ définie sur \mathcal{D} (voir Proposition 2) par $\Gamma(q, w) = \mu q w^2$ avec $\mu > 0$. Soit γ sa restriction à la surface $q = s(w)$ (i.e. $\Psi(q, w) = P$) : $\gamma(w) = \Gamma(s(w), w)$ pour $w \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$. Alors $\Gamma \geq \Pi_*$ sur \mathcal{D} , pour tout $w_* \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$, avec Π_* le plan passant par $M_0 = (0, 1, 0)$ et tangent de γ en $M_* = (s(w_*), w_*, \gamma(w_*))$, formellement*

défini par :

$$\Pi_*(q, w) = \frac{b_*}{c_*}(1 - w) - \frac{a_*}{c_*}q$$

avec $(a_*, b_*, c_*) = u_* \times v_*$ le produit vectoriel de $u_* = (s(w_*), w_* - 1, \gamma(w_*))$ le vecteur pointant de M_0 à M_* et $v_* = (s'(w_*), 1, \gamma'(w_*))$ le vecteur tangent de γ en M_* .

Preuve : Désignons π_* comme l'intersection de Π_* avec la surface $q = s(w)$, i.e. $\pi_*(w) = \Pi_*(s(w), w)$, nous montrons premièrement que $\gamma \geq \pi_*$ sur cette surface. Par construction, π_* est tangente à γ en M_* et, par calcul direct, nous montrons que γ est convexe ($\gamma'' \geq 0$) et que π_* est concave ($\pi''_* \leq 0$), ce qui implique que $\gamma(w) \geq \gamma(w_*) + \gamma'(w_*)(w - w_*) = \pi(w_*) + \pi'(w_*)(w - w_*) \geq \pi_*(w)$ pour tout $w \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$.

Maintenant, considérons, pour tout $w_+ \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$, le plan Π_+ contenant M_0 , $M_+ = (s(w_+), w_+, \gamma(w_+))$ et le vecteur $(0, 0, 1)$. Soit D_+ la ligne droite Π_+ passant par M_0 et M_+ et soit D_*^+ la droite qui intersecte Π_* et Π_+ . Par définition, D_*^+ passe par M_0 et $M = (s(w_+), w_+, \pi_*(w_+))$ et, étant donné que $\gamma(w_+) \geq \pi_*(w_+)$, D_*^+ repose en dessous de D_+ dans le plan Π_+ , i.e. si $(q, w, p_1) \in D$ et $(q, w, p_2) \in D_+$ alors $p_1 \leq p_2$.

Si nous définissons C comme l'intersection de Γ avec Π_+ , alors C intersecte D_+ en M_0 et M_+ . Si $w_+ = 1$, alors Π_+ est le plan $w = 1$ et C est la ligne droite définie par $w = 1$ et $p = \mu q$, qui coïncide avec D_+ . Sinon, avec $w_+ < 1$, une équation pour Π_+ est donnée par $q = \pi_+(w) = \frac{s(w_+)}{1-w_+}(1-w)$. Puisque Γ est restreinte au domaine D et $\pi_+(w) \leq s(w) \iff w \geq w_+$, C est définie par l'équation paramétrique $q = \pi_+(w)$ et $p = \Gamma(\pi_+(w), w)$ pour $w \in [w_+, 1]$. Considérons, par exemple, la condition du premier ordre :

$$\begin{aligned} & < \nabla \Gamma(\pi_+(w_2), w_2) - \nabla \Gamma(\pi_+(w_1), w_1), (\pi_+(w_2), w_2) - (\pi_+(w_1), w_1) > \\ &= \mu \frac{s(w_+)}{1-w_+} (w_2 - w_1)^2 (2 - 3(w_1 + w_2)) \leq 0 \text{ si } w_1 + w_2 \geq \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Elle montre que C est concave sur le segment $(w_+, 1)$ et qu'elle repose au dessus de D_+ et donc au dessus de D_*^+ . Ceci étant vrai pour tout $w_+ \in [\sqrt{\frac{P}{\alpha}}, 1]$, nous avons prouvé que Γ est un sous-estimateur de Π_* . ■

La puissance consommée d'une pompe à vitesse variable $k \in K_V$ est donnée par (3.25) comme la somme d'une fonction convexe λw^3 , qui peut être approximée par en dessous par sa droite tangente ($\lambda w_*^2(3w - 2w_*)$, pour tout $w^* > 0$), et de la fonction $\mu q w^2$ étudiée à la Proposition 5. Dans notre implémentation, pour chaque pompe à vitesse variable $k \in K_V$, nous générerons un nombre fixe n_k de sous-estimateurs linéaires en définissant W_k l'ensemble n_k de valeurs de w_* uniformément distribuées dans l'intervalle $[\sqrt{\frac{P_k}{\alpha_k}}, 1]$. Nous introduisons ensuite, pour tout pas de temps t , deux nouvelles

variables de décision $y_{kt}^1 \geq 0$ et $y_{kt}^2 \geq 0$ avec les contraintes :

$$y_{kt}^1 \geq \lambda w_*^2 (3w_{kt} - 2w_*), \forall w_* \in W_k \quad (5.13)$$

$$y_{kt}^2 \geq \frac{b_*}{c_*} (1 - w_{kt}) - \frac{a_*}{c_*} q_{kt}, \forall w_* \in W_k. \quad (5.14)$$

Finalement, nous relâchons la fonction objectif (3.27) de la façon suivante :

$$\sum_{t \in T} \Delta_t \left(\sum_{ji \in A | j \in J_S} C_j q_{ijt} + \sum_{k \in K_V} C_t (y_{kt}^1 + y_{kt}^2) + \sum_{k \in K_F} C_t \Gamma_k^F (q_{kt}, x_{kt}) \right). \quad (5.15)$$

5.4 Une heuristique basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps pour la classe RB

Comme expliqué à la Section 5.3, nous nous attendons à ce que les noeuds entiers X qui admettent une solution réalisable pour la relaxation (\mathcal{P}_ϵ) soient soit réalisables pour (\mathcal{P}) ou proches de l'être. Dans ce contexte, proche de la réalisabilité signifie que le sous-problème $(\mathcal{P}(X))$ n'a pas de solution mais qu'il existe un plan de pompage qui est physiquement réalisable – mais pas forcément une solution du modèle (\mathcal{P}) – à une courte distance de X . Ceci est particulièrement vrai pour les instances de la classe RB où les variables binaires x sont les uniques variables de décision et donc, contrairement à la classe RM, où de légers déséquilibres des débits ne peuvent pas être compensés par un réglage différent des variables continues. Ces légers déséquilibres résultent en de petites violations des limites de niveau d'eau (3.6) et (3.7) dans les châteaux d'eau et ces violations peuvent être prévenues en autorisant de commuter les éléments actifs en dehors des pas temporels. Cette constatation motive l'heuristique primale suivante basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps pour transformer des solutions de (\mathcal{P}_ϵ) en des plans de pompage viables. Nous la décrivons dans le contexte des instances de classe RB, i.e. ne comportant ni pompes à vitesse variable ni valves réductrices de pression.

5.4.1 Formulation de l'heuristique

Soit X une instantiation des variables binaires x réalisable pour (\mathcal{P}_ϵ) et dénotons $X_t = \{k \in K | X_{kt} = 1\}$ la combinaison des pompes et des valves qui sont actives au pas de temps t . Nous autorisons X_t à entrer en action plus tôt ou plus tard (jusqu'à 1 pas de temps) et pour une durée plus courte ou plus longue (de 0 à 3 pas de temps). Nous formulons alors le programme mathématique $(\mathcal{H}_\alpha(X))$ qui consiste à trouver un plan de pompage à moindre coût dans le voisinage de X ainsi créé. Pour ce faire, nous divisons chaque pas de temps t en trois parties de taille variable δ_t^1 ,

δ_t^2 et δ_t^3 en $[0, \Delta_t]$, pendant lesquels : (1) X_{t-1} est prolongée, (2) X_t est en marche, (3) X_{t+1} est avancée :

$$z' = \min \sum_{t=1}^T \sum_{p=1}^3 C_t \Gamma_k^F(q_{kt}^p, X_{kt}^p) \delta_t^p \quad (5.16)$$

$$\text{s.t. } \delta_t^1 + \delta_t^2 + \delta_t^3 = \Delta_t, \quad \forall t \in [1, T] \quad (5.17)$$

$$u_{t-1}^3 + u_t^1 \leq L_t \quad \forall t \in [2, T] \quad (5.18)$$

$$(t' - t)\Delta_t + \delta_{t-1}^3 - \delta_{t'-1}^3 - \delta_t^1 + \delta_{t'}^1 \geq \tau_s \Delta_t, \quad \forall s \in \{0, 1\}, (t, t') \in I^s \quad (5.19)$$

$$0 \leq \delta_t^2 \leq \Delta_t, \quad \forall t \in [1, T] \quad (5.20)$$

$$0 \leq \delta_t^p \leq u_t^p \Delta_t, u_t^p \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in \{1, 3\}, \forall t \in [1, T] \quad (5.21)$$

$$u_t^p \in \{0, 1\}, u_1^1 = 0, u_T^3 = 0, \quad \forall p \in \{1, 3\}, \forall t \in [1, T] \quad (5.22)$$

$$\sum_{ij \in A} q_{ijt}^p = \sum_{ji \in A} q_{j�}^p + d_{jt}, \quad \forall j \in J_j, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.1')$$

$$h_{jt}^p \geq Z_j + \underline{P}_j, \quad \forall j \in J_J, D_{jt} \neq 0, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.2')$$

$$h_{jt}^p = H_{jt}, \quad \forall j \in J_R, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.3')$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{p=1}^3 \sum_{ji \in A} q_{j�}^p \delta_t^p \leq V_j, \quad \forall j \in J_S \quad (3.4')$$

$$\sum_{ij \in A} q_{ijt}^1 \delta_t^1 = S_j(h_{jt}^1 - h_{j(t-1)}^3), \quad \forall j \in J_T, t \in [1, T] \quad (3.5')$$

$$\sum_{ij \in A} q_{ijt}^p \delta_t^p = S_j(h_{jt}^p - h_{jt}^{p-1}), \quad \forall j \in J_T, p \in \{2, 3\}, t \in [1, T] \quad (3.5'')$$

$$\underline{H}_j + \alpha \overline{H}_j \leq h_{jt}^p \leq (1 - \alpha) \overline{H}_j, \quad \forall j \in J_T, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.6'_{\alpha})$$

$$h_{j0}^3 = H_j^0 \leq h_{jT}^3 - \alpha \overline{H}_j, \quad \forall j \in J_T \quad (3.7'_{\alpha})$$

$$h_{it}^p - h_{jt}^p = \Phi_{ij}(q_{ijt}^p), \quad \forall ij \in L, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.8')$$

$$Q_k X_{kt}^p \leq q_{kt}^p \leq \overline{Q_k} X_{kt}^p, \quad \forall k \in K, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.14')$$

$$(h_{jt}^p - h_{it}^p - \Psi_{ij}(q_{kt}^p)) X_{kt}^p = 0, \quad \forall k \in K, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.13')$$

$$\underline{Q}_v X_{vt}^p \leq q_{vt}^p \leq \overline{Q}_v X_{vt}^p, \quad \forall v \in V, t \in [1, T], p \in [1, 3] \quad (3.22')$$

$$\underline{M}_v(1 - X_{vt}^p) \leq h_{it}^p - h_{jt}^p \leq \overline{M}_v(1 - X_{vt}^p), \quad \forall v \in V, t \in [1, T], p \in [1, 3]. \quad (3.23')$$

X_{at}^p dénote le statut de l'élément actif a durant la partie p du pas de temps t : $X_{at}^1 = X_{a(t-1)}$, $X_{at}^2 = X_{at}$, et $X_{at}^3 = X_{a(t+1)}$. Les contraintes (5.18 - 5.22) préviennent la séparation de X_t en deux parties et ainsi l'augmentation du nombre de commutations des pompes, avec $L_t = 0$ si $X_{t-1} = X_t$ et $L_t = 1$ dans le cas contraire. (5.19) assure que les contraintes de maintenance (3.18-3.21) sont toujours respectées après l'ajustement de la durée des pas de temps, avec $(t, t') \in I^1$ (resp. I^0) si au moins un élément actif $k \in K$

est allumé (resp. éteint) en t et éteint (resp. allumé) en t' . Les contraintes (3.1'-3.23') assurent que l'équilibre charge-débit est respecté pour chacune des parties $p \in [1, 3]$. Le paramètre α dans (3.6' $_{\alpha}$) et (3.7 $_{\alpha}$) a une valeur par défaut 0, mais nous la fixons à une valeur positive (p. ex. $\alpha = 1\%$) pour renforcer les bornes de charge aux châteaux d'eau et ainsi améliorer la convergence du schéma de résolution itératif que nous décrivons par la suite. En effet, nous ne résolvons pas le PNLNE non convexe ($\mathcal{H}_{\alpha}(X)$) directement mais nous proposons de résoudre une séquence de restrictions linéaires ($\mathcal{H}_{\alpha}(X, Q)$) obtenues en fixant les variables de débit à différentes valeurs $q = Q$.

5.4.2 Schéma de résolution pour les RDEP

Considérons la partie $p \in [1, 3]$ d'un pas de temps $t \in [1, T]$. Pour un RDEP de classe RB, une fois que le statut X_{at}^p de chaque élément actif $a \in K \cup V$ est fixé, les seules quantités qui peuvent affecter l'équilibre charge-débit sont les niveaux de charge h_{jt}^p à chaque château d'eau $j \in J_T$. De manière intéressante, si l'heuristique proposée peut recouvrir une solution réalisable de faible coût, il est peu probable que la trajectoire des charges à chaque château d'eau soit significativement modifiée car celle-ci fournit une borne inférieure de l'objectif pour le noeud X considéré. De plus, une légère altération des charges aux châteaux d'eau ne va causer qu'une modification limitée des configurations charge-débit. Ainsi, ces observations motivent l'Algorithme itératif 1 où la longueur des pas de temps et le débit dans les arcs sont successivement raffinés jusqu'à potentielle convergence en un point fixe.

Premièrement, les charges aux châteaux d'eau h_{jt}^p sont initialisées aux valeurs retournées par la relaxation (\mathcal{P}_{ϵ}) à la solution (X, Q, H) investiguée. Ensuite, une itération consiste en trois tâches. Dans la première étape, nous calculons à partir des charges aux châteaux d'eau l'unique configuration charge-débit, ce qui permet de fournir des valeurs temporaires \bar{q}_t^p pour les débits pour chaque $t \in [1, T], p \in [1, 3]$. Dans la deuxième étape, nous fixons les valeurs de débit q_t^p dans le PLNE ($\mathcal{H}_0(X)$) et résolvons la restriction ($\mathcal{H}_{\alpha}(X, \bar{q})$) pour obtenir de nouvelles valeurs pour δ_t^p . Dans la troisième étape, nous simulons à l'aide d'une analyse de période étendue (voir Section 5.2.2) le plan de pompage correspondant aux nouvelles longueurs de pas de temps. Si le plan de pompage est réalisable pour $(\mathcal{H}_0(X))$, nous calculons son coût et éventuellement mettons à jour la meilleure solution connue. Sinon, lorsque le plan viole au moins une contrainte, une nouvelle itération commence avec les charges aux châteaux d'eau initialisées aux dernières valeurs calculées.

Algorithme 1 Heuristique basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps pour les RDEP de classe RB

Entrée : H_{jt} pour chaque $j \in J_T, t \in [1, T]$, X_t pour chaque $t \in [1, T]$, $\alpha \in \mathbb{R}_+$

Initialisation : $(h_{jt}^1, h_{jt}^2, h_{jt}^3) = (H_{j(t-1)}, H_{jt}, H_{jt})$ pour chaque $j \in J_T, t \in [1, T]$

tant que temps limite T_l pas atteint faire

Etape 1 (Entrée : h / Sortie : \bar{q}) : Pour chaque $t \in T, p \in [1, 3]$, fixer $\bar{h}_{jt}^p = h_{jt}^p$ pour chaque $j \in J_T$ et calculer la configuration charge-débit $(\bar{q}_t^p, \bar{h}_t^p)$ avec la méthode de Newton [109].

Etape 2 (Entrée : \bar{q} / Sortie : δ) : Résoudre la restriction $(\mathcal{H}_\alpha(X, \bar{q}))$,
si irréalisable alors

interruption

sinon

Etape 3 (Entrée : δ / Sortie : (q, h)) : Calculer la configuration charge-débit (q_t^p, h_t^p) pour chaque $t \in [1, T], p \in [1, 3]$ à l'aide d'une analyse de période étendue (voir Section 5.2.2) en prenant en compte les durées de pas de temps δ_t^p .

si (q, h, δ) est réalisable pour $(\mathcal{H}_0(X))$ alors

(q, h, δ) est une solution réalisable. Calculer $z = (3.27")$

Sortie : (X, q, h, δ, z)

fin si

fin si

fin tant que

5.5 Résultats expérimentaux

5.5.1 Dispositif expérimental

Les données expérimentales consistent en 5 cas d'étude qui couvrent différents aspects qui peuvent être rencontrés dans les RDEP. Leurs caractéristiques sont résumées dans la Table 6.2. *Simple FSD* (resp. *Simple VSD*) est un réseau test construit à partir de [76] avec 1 source, 1 château d'eau, 2 canalisations et 3 pompes identiques à vitesse fixe (resp. variable) en parallèle. *AT(M)* est une version modifiée proposée par [95] et ensuite investiguée dans [19] du célèbre réseau hypothétique Anytown [118]¹. Il consiste en 1 source, 3 châteaux d'eau, 41 canalisations et 3 pompes à vitesse fixe identiques opérant en parallèle. *Poormond* est une adaptation proposée

1. Par rapport à [19], nous connectons les châteaux d'eau 165 et 265 avec une canalisation de longueur nulle pour prévenir des comportements non-physiques induits par la discrétisation, notamment quand Δ_t est large. Cette modification est justifiée par le fait que le niveau de charge est toujours très proche dans les deux châteaux d'eau, comme illustré à la Figure 8 de [19]. Une alternative utilisée par [19] est de procéder à l'analyse de période étendue avec un pas de temps plus petit que Δ_t .

Instance	Classe	$ L $	$ V $	$ K $	$ J_T $	$ J_S $	$ J_J $
<i>Simple FSD</i>	RB	2	0	3	1	1	2
<i>AT(M)</i>	RB	41	0	3	3	1	19
<i>Poormond</i>	RB	44	4	7	5	1	46
<i>Simple VSD</i>	RM	2	0	3	1	1	2
<i>DWG</i>	RM	22	6	5	6	3	24

TABLE 5.1 – Caractéristiques des instances de RDEP

par [38] de la représentation schématique du système de distribution d'eau de Richmond possédé par Yorkshire Water en Grande-Bretagne [39]. Il comprend 1 source, 5 châteaux d'eau, 44 canalisations, 7 pompes à vitesse fixe et 4 clapets anti-retour. Finalement, *DWG* est une version légèrement modifiée d'un réseau belge opéré par la compagnie d'eau De Watergroep [117]². Il consiste en 3 sources, 6 châteaux d'eau, 22 canalisations, 5 pompes à vitesse fixe et 6 valves réductrices de pression. *Simple VSD* et *DWG* sont les seuls RDEP de classe RM du fait de la présence de 3 pompes à vitesse variable pour le premier et 6 valve réductrices de pression pour le second.

Pour apprécier comment le schéma computationnel répond à une augmentation du nombre de périodes temporelles, nous considérons les cas $T=12, 24$ et 48 pas de temps en lissant les profils de tarifs électriques et les profils de demandes d'eau si besoin. Nous considérons cinq différents profils journaliers de tarifs électriques qui correspondent aux prix de gros sur le Marché Electrique Unique (MEU) sur la période de cinq jours commençant le 21 mai 2013 à 7 heures [103]. En résumé, nous construisons un benchmark de 75 instances que nous sommes heureux de partager à la demande.

Pour chaque instance, nous appliquons la procédure suivante. Premièrement, les bornes des variables sont estimées avec la procédure décrite à la Section 5.3.1. Ensuite, la relaxation de PLNE (\mathcal{P}_ϵ) est construite – avec les paramètres $\epsilon = 0.01 \text{ m}$ et $n_k = 10$ pour tout $k \in K_V$ – en utilisant l'interface de Gurobi, et résolue avec Gurobi v.5.6.3 [45] sur un thread d'un processeur $2 \times$ Xeon E5-2650V4 2.2.GHz, 254 GB RAM. Les restrictions de PNL ($\mathcal{P}(X)$) sont investiguées par implémentation de fonctions *lazy callback* dans Gurobi, qui diffèrent selon la classe RB ou RM du réseau. Pour RB, l'analyse de période étendue est implémentée en python, comme l'heuristique primaire qui est lancée au plus toutes les 30 secondes avec un temps limite de 10 secondes. Pour RM, le PNL non convexe est modélisé avec Pyomo [46]

2. Pour correspondre avec notre formulation décrite au Chapitre 3, nous avons procédé à trois modifications : 1) le niveau minimal de pression \bar{P} est seulement requis pour les noeuds internes avec une demande strictement positive, 2) nous modélisons le fonctionnement complexe des châteaux d'eau (voir équations (5-9) dans [117]) en faisant précéder chaque château d'eau avec une valve réductrice de pression, 3) nous supprimons les contraintes de fonctionnement associées aux pompes d'eau brute.

Jour	T=12				T=24				T=48				
	Best	Gap	%CB	1 st	Best	Gap	%CB	1 st	Best	Gap	%CB	1 st	
<i>Simple FSD</i>	21	†	<1s	51%	<1s	155.1	3s	33%	1s	150.9	1 285s	1%	2s
	22	†	<1s	34%	<1s	159.1	2s	29%	<1s	155.7	0.9%	3%	2s
	23	†	<1s	34%	<1s	172.4	3s	39%	<1s	168.5	0.9%	<1%	4s
	24	†	<1s	34%	<1s	181.7	6s	55%	1s	176.0	0.2%	<1%	<1s
	25	†	<1s	34%	<1s	147.8	2s	42%	<1s	145.5	0.6%	<1%	<1s
<i>AT (M)</i>	21	766.3	17s	6%	9s	733.2	1.2%	26%	48s	731.8	1.5%	18%	195s
	22	796.4	7s	14%	5s	732.1	1.1%	26%	32s	730.6	2.7%	15%	514s
	23	825.5	23s	5%	12s	761.5	0.8%	28%	51s	765.0	2.9%	16%	367s
	24	884.2	16s	6%	10s	822.9	2.0%	26%	69s	824.0	2.6%	22%	99s
	25	845.8	4s	27%	3s	690.6	0.1%	16%	7s	685.6	3.7%	18%	143s
<i>Poormond</i>	21	111.6	404s	11%	61s	109.0	2.2%	<1%	52s	110.1	4.9%	<1%	561s
	22	113.6	342s	8%	31s	113.0	3.8%	<1%	87s	112.4	4.8%	<1%	556s
	23	126.6	230s	6%	31s	125.2	3.8%	<1%	54s	124.5	4.9%	<1%	262s
	24	138.9	465s	3%	31s	136.3	2.6%	<1%	51s	136.0	4.1%	<1%	174s
	25	113.4	359s	19%	32s	94.2	1.4%	<1%	52s	92.4	3.9%	<1%	212s
<i>Simple VSD</i>	21	148.2	<1s	79%	<1s	146.8	7s	14%	<1s	146.9	1.3%	<1%	<1s
	22	154.0	<1s	82%	<1s	152.4	6s	12%	<1s	151.5	1.2%	<1%	<1s
	23	167.5	<1s	76%	<1s	165.1	6s	11%	<1s	164.0	817s	<1%	<1s
	24	173.5	<1s	78%	<1s	172.2	6s	12%	<1s	171.2	3 368s	<1%	<1s
	25	145.0	<1s	81%	<1s	139.8	3s	30%	<1s	140.9	742s	<1%	<1s
<i>DWG</i>	21	3 379.3	1.6%	>99%	322s	(3 266.5)	-	99%	-	(3 266.9)	-	92%	-
	22	3 469.1	4.2%	>99%	268s	(3 292.3)	-	99%	-	(3 284.8)	-	87%	-
	23	3 635.4	4.5%	>99%	36s	(3 428.9)	-	99%	-	(3 417.9)	-	88%	-
	24	3 689.4	1.5%	>99%	47s	(3 549.8)	-	99%	-	(3 549.1)	-	93%	-
	25	3 602.3	12.2%	>99%	25s	(3 128.1)	-	99%	-	(3 122.9)	-	93%	-

TABLE 5.2 – Résultats sur les différents réseaux de classe RB et RM. Le symbole † signifie que l’instance est irréalisable.

et résolu successivement avec Bonmin (v.1.8.4) et Baron (v.18.5.8) avec un temps limite de 300 secondes. Le schéma de résolution complet est interrompu une fois que l’écart d’optimalité G ou le temps limite global, fixés respectivement à 0% et 1 heure pour RB et à 1% et 2 heures pour RM, est atteint.

5.5.2 Résultats numériques

La Table 5.2 présente les résultats pour les RDEP de classe RB (*Simple FSD*, *AT(M)*, *Poormond*) et RM (*Simple VSD*, *DWG*). Pour chaque instance, définie par un jour et un nombre de pas de temps T , *Best* donne le coût de la meilleure solution trouvée en tenant compte de l’écart d’optimalité et du temps limite considéré, si disponible, sinon, la borne inférieure finale³ (entre parenthèses) ; *Gap* est soit le temps (en secondes) pour trouver la solution optimale soit l’écart d’optimalité final (en %) ; *%CB* est la part du temps de calcul passée dans le *callback* ; *1st* est le temps pour calculer la première solution réalisable.

3. après correction, voir 5.2.3

Day	T=12				T=24				T=48				
	Best	Gap	%CB	1 st	Best	Gap	%CB	1 st	Best	Gap	%CB	1 st	
<i>Poormond</i>	21	118.1	7.5%	21%	2 531s	118.5	10.5%	12%	1 458s	111.3	6.3%	4%	1 229s
	22	(112.2)	-	27%	-	(108.5)	-	14%	-	115.9	7.7%	2%	1 714s
	23	(124.4)	-	29%	-	132.6	9.6%	13%	2 706s	134.1	11.8%	8%	308s
	24	(136.7)	-	24%	-	141.8	6.8%	13%	307s	140.0	6.8%	1%	501s
	25	(110.8)	-	34%	-	(91.4)	-	33%	-	98.6	10.1%	1%	312s

TABLE 5.3 – Résultats sur *Poormond* (classe RB) sans l’heuristique primale.

Résultats pour la classe RB

Pour chacune des 45 instances de la classe RB, nous calculons des solutions avec un écart d’optimalité de 5% et obtenons la première solution en moins de 10 minutes. Si nous exceptons les instances les plus simples, une faible part du temps de calcul total est passé dans le *callback* pour évaluer la réalisabilité et possiblement réparer les solutions entières relâchées X . En effet, pour la classe RB, le sous-problème ($\mathcal{P}(X)$) est un problème de réalisabilité rapidement vérifié avec la procédure décrite à la Section 5.2.2 et l’heuristique primale est lancée sur seulement 4% des noeuds.

Nous évaluons ensuite l’impact des coupes de Benders combinatoires (5.1) en les désactivant (i.e. en posant $\bar{t} = T$). Pour *Simple FSD* avec $T = 24$ et *Poormond* avec $T = 12$, le temps de calcul est multiplié par un facteur compris entre 1.1 et 3.0. Pour *AT(M)* avec $T = 12$, aucune solution réalisable n’est obtenue en 10 minutes pour 2 instances et un écart d’optimalité supérieur à 7% est toujours présent pour les 3 autres. Les coupes (5.1) sont donc effectives et même nécessaires dans certains cas.

L’impact de l’heuristique est contrasté sur les trois RDEP. Pour *Simple FSD*, toutes les instances sont résolues en moins de 30 secondes pour $T = 12$ et $T = 24$ et nous n’appelons donc jamais l’heuristique dans ce cas ; pour $T = 48$, la plupart des solutions relâchées entières (87%) sont réalisables. Pour *AT(M)* avec $T = 24$ et $T = 48$, 12% des solutions réalisables mais également 9 des 10 meilleures solutions réalisables sont calculées à l’aide de l’heuristique. Pour *Poormond*, toutes les solutions réalisables sont fournies par l’heuristique. La force de l’heuristique peut être illustrée en considérant les tarifs électriques du 25 mai où nous remarquons une plage horaire de 2 heures où le tarif est 4 fois plus élevé que pendant le reste de la journée et où des économies significatives peuvent être réalisées en allumant les pompes aussi peu que possible pendant cette fenêtre temporelle. Sur l’instance *Poormond*, du pompage est requis pendant cette fenêtre horaire. Mais alors que la discréétisation impose de garder allumées les pompes pendant une durée multiple de Δ_t , l’heuristique permet d’ajuster cette durée à son minimum.

Nous poussons l’investigation, sur le réseau *Poormond*, de l’impact de l’heuristique primale et, par ricochet, de la force de la relaxation de PLNE, en désactivant l’heuristique (voir résultats dans la Table 5.3). Pour 6 des 15 instances, aucune solution n’est obtenue dans le temps limite d’une heure.

Pour les 9 instances restantes, le coût de la meilleure solution obtenue est 5% plus élevée en moyenne, et le temps requis pour calculer une première solution réalisable est 15 fois supérieur. Ces résultats montrent premièrement que beaucoup de solutions entières de (\mathcal{P}_ϵ) sont irréalisables pour (\mathcal{P}) . En effet, avec l'heuristique désactivée, seul 26 parmi les 105 159 candidats potentiels sur les 15 instances sont en fait réalisables. Cependant, beaucoup des solutions relâchées sont proche de la réalisabilité et l'heuristique est capable de les réparer rapidement et de recouvrir des solutions réalisables de bonne qualité, ce qui réduit grandement l'arbre de branchement à explorer. En effet, avec l'heuristique activée, seul 36 solutions relâchées sont investiguées, l'heuristique est capable d'en réparer 33 et dans 30 cas, le coût de la solution obtenue par l'heuristique est même inférieur au coût de la solution relâchée. Notons finalement que comme attendu, l'impact de la désactivation de l'heuristique est plus important sur les instances avec $T=12$ et $T=24$. En effet, l'heuristique aide à ajuster la durée des pas de temps et permet donc de planifier avec un nombre de pas de temps plus faible sans dégrader l'optimum.

Ces expériences montrent que la relaxation de PLNE est souvent serrée pour les instances de classe RB, qu'elle fournit des solutions proches de la réalisabilité et économiques et qu'elle est bien complétée par l'heuristique qui semble être un facteur clé de la résolution dans certains cas.

Résultats pour la classe RM

Des solutions de bonne qualité sont calculées rapidement pour les 15 instances de *Simple VSD* : la première solution réalisable est trouvée en moins de 1 seconde et les meilleures solutions sont obtenues en moins de 20 secondes. De plus, pour chacun des 85 nœuds entiers investigués, Baron n'est jamais appelé. En effet, si $L_\epsilon(X)$ dénote l'optimum de (\mathcal{P}_ϵ) au nœud X , Bonmin est toujours capable de retourner une solution réalisable de $(\mathcal{P}(X))$ avec un coût plus petit que $(1 + G)L_\epsilon(X)$.

Résoudre les instances de *DWG* a été plus difficile : pour $T = 12$, des solutions réalisables sont obtenues en moins de 10 minutes et les meilleures solutions trouvées en 2 heures ont un écart d'optimalité moyen de 4.8%. En revanche, aucune solution réalisable n'est trouvée pour les instances plus larges avec $T = 24$ et $T = 48$. Mis à part la taille du problème, trois caractéristiques du réseau *DWG* rendent ces instances difficiles : (1) la direction du débit est inconnue pour 12 des 22 canalisations et chacune nécessite l'introduction des variables binaires et des contraintes (3.9-3.12) dans le sous-problème de PNL $(\mathcal{P}(X))$; (2) les contraintes de pression aux nœuds internes (3.2) et les limites maximales de prélèvement journalier (3.4) sont fortes ce qui rend difficile de recouvrir la réalisabilité à partir des solutions relâchées entières; (3) *DWG* a des valves réductrices de pression mais aucune pompe à vitesse variable, ce qui offre moins de flexibilité pour réajuster les débits une

Day	T=12				T=24				T=48				
	Best	Gap	% CB	1 st	Best	Gap	% CB	1 st	Best	Gap	% CB	1 st	
DWG	21	3382.8	1.6% 6482s	94%	982s	(3 266.7)	-	98%	-	(3 267.0)	-	88%	-
	22	3398.2	1.8% 6596s	>99%	1814s	3 420.6	3.7%	98%	7 057s	(3 284.9)	-	82%	-
	23	3 555.6	1.8% 6596s	98%	668s	(3 429.2)	-	98%	-	(3 418.0)	-	82%	-
	24	3 692.3	1.4% 6596s	88%	510s	3 737.5	5.0%	98%	4 568s	(3 549.4)	-	86%	-
	25	3 477.2	8.4% 6596s	>99%	509s	3 312.7	5.3%	98%	1 971s	3 360.4	7.0%	91%	6 958s

TABLE 5.4 – Résultats sur DWG (classe RM) en résolvant les PNLs uniquement avec Bonmin.

fois que le statut des pompes et des valves est fixé car les valves réductrices de pression peuvent seulement dissiper un excès de pression alors que les pompes à vitesse variable peuvent équilibrer la pression à la hausse et à la baisse. Par conséquent, même pour les instances les plus petites ($T = 12$), Bonmin et Baron ont été capables de fermer (i.e. soit de trouver une solution réalisable à G de l'optimum soit de prouver l'irréalisabilité) seulement 72 des 181 noeuds investigués au sein de la limite de temps de 5 minutes, et de trouver une solution réalisable améliorante à 14 noeuds seulement. Une seule solution a été calculée directement par Bonmin, mais le temps de calcul moyen par noeud requis par Baron a été de 192 secondes contre seulement 6 secondes pour Bonmin.

La Table 5.4 présente les mêmes résultats lorsque nous désactivons Baron et résolvons le sous-problème de PNL de manière heuristique avec Bonmin seulement. Premièrement, nous observons dans la Table 5.4 (comparée à la Table 5.2) que, pour les 5 instances avec $T = 12$, les meilleures solutions sont plutôt améliorées, le coût moyen étant 1.5% plus bas et l'écart d'optimalité moyen étant réduit de 4.8% à 3.0%. Cette amélioration résulte de l'accroissement du nombre de noeuds explorés, de 36 à 741 en moyenne. Pour $T = 24$ et $T = 48$, l'approche heuristique permet de calculer partiellement des solutions réalisables dans le temps limite : pour le jour 25, les solutions ont même un coût plus bas que la meilleure solution obtenue avec $T = 12$.

5.5.3 Comparaison avec les résultats publiés

Cette section fournit une comparaison empirique de nos résultats avec des résultats précédemment publiés obtenus par des méthodes alternatives sur l'un des RDEP considérés. Nous évaluons notre méthode sur une machine différente, mais sur des données identiques.

Enumération et simulation [19] sur AT(M)

Dans [19], Costa et al. appliquent un schéma énumératif sur le réseau $AT(M)$ (classe RB) qui exhibe 3 pompes identiques et une topologie de canalisations plutôt complexe. L'horizon de planification journalier est divisé en 24 pas de temps horaire et le cas d'étude est analysé avec différentes

	Day	RL [38]	DB [81]	LP/NLP	Δ
<i>Poormond</i>	21	130.7	129.74	116.05	10.6%
	22	139.4	131.39	119.35	9.2%
	23	140.2	140.59	124.12	13.0%
	24	151.8	147.73	137.68	6.8%
	25	130.3	125.57	93.32	25.7%

TABLE 5.5 – Meilleurs coûts obtenus avec la Relaxation lagrangienne (RL), la Décomposition de Benders (DB) et notre méthode (LP/NLP) avec un temps limite de 1 heure sur différentes machines (RL et DB ont été exécutés sur un serveur lame RedHat Linux 3.5 GHz). Δ représente l'amélioration de coût de LP/NLP par rapport à la meilleure solution de RL et DB.

valeurs de N , le nombre maximal d'allumages journaliers par pompe. L’arbre de recherche est construit progressivement en décidant pour chaque heure du nombre de pompes à activer. Les plans partiels aux noeuds peuvent être rejettés si la simulation hydraulique avec EPANET prouve l’irréalisabilité. Réalisé avec un processeur i7-4771 CPU, 3.5 GHz, 32 GB, la méthode calcule des solutions optimales en 425 secondes ($N = 1$), 10 heures ($N = 2$) et 81 heures ($N = 3$). Notre approche n’a pas atteint ces résultats : le temps de calcul a été plus long pour $N = 1$ (440 seconds) et un écart d’optimalité positif de 1.6% pour $N = 2$ et 1.9% pour $N = 3$ est toujours présent avec le même temps de calcul pour les deux autres cas.

Cependant, des solutions proches de l’optimalité sont rapidement obtenues avec notre algorithme, avec un écart d’optimalité inférieur à 6% après 5 minutes, alors qu’aucune information sur la qualité des solutions intermédiaires n’est fournie avec le schéma énumératif s’il est interrompu prématurément.

Relaxation lagrangienne [38] et décomposition de Benders [81] sur Poormond

Ghaddar et al. [38] et Naoum-Saway et al. [81] reportent des résultats sur le réseau *Poormond* (classe RB) avec $T = 48$ et 96 respectivement. Dans les deux papiers, les hypothèses de modélisation sont identiques et diffèrent seulement des nôtres par la forme de la fonction de puissance des pompes. Nous résolvons alors notre modèle avec $T = 48$ après avoir calculé nos coefficients linéaires dans (3.26) pour approximer la formulation cubique de la fonction de puissance. Nous recalculons ensuite les coûts suivant cette formulation à partir de la meilleure solution obtenue. En gardant en mémoire que notre méthode est résolue dans un environnement différent, nous reportons dans la Table 5.5 des solutions substantiellement meilleures pour les cinq instances investiguées.

Notre approche comporte des similarités avec la décomposition combinatoire de Benders de [81] mais elle semble fortement bénéficier de notre relaxation de PLNE plus resserrée. En effet, dans [81], les contraintes non convexes et la fonction objectif sont totalement relâchées dans le problème maître de PLNE. De plus, nous avons montré à la Section 5.5.2 l’importance de l’heuristique primale pour ces instances. Finalement, notons que les meilleures solutions calculées à l’aide de la décomposition de Benders de [81] ont été obtenues à la manière d’une recherche locale, ce qui pourrait induire une faible diversité des solutions explorées.

Algorithme d’approximation extérieure [102] sur des versions simplifiées de Poormond

L’algorithme d’approximation extérieure proposé par Shi et You [102] est appliqué à deux versions simplifiées de l’instance *Poormond* avec un horizon de planification divisé en 8 pas de temps d’une heure. Malgré quelques différences avec notre modèle (formule de Hazen-William pour ϕ , fonction cubique du débit pour Γ_k^F), les solutions optimales sont similaires (l’état d’une pompe diffère durant une période temporelle pour le cas d’étude *small-scale* alors que les solutions sont strictement identiques pour le cas d’étude *large-scale*). Nous proposons donc de comparer les temps de calcul pour les obtenir. Les résultats reportés ont été obtenus sur un Intel Core i5-2400 CPU @ 3.10 GHz avec 8GB RAM, en utilisant CPLEX 12 et CONOPT 3 pour résoudre respectivement les relaxations de PLNE et les restrictions de PNL. Les temps de calcul reportés sont 60.74 et 321.69 secondes, alors que nous obtenons respectivement 1.44 et 9.15 secondes. Cette différence peut être analysée en observant la Figure 9 dans [102] qui décompose le temps requis pour résoudre *large-scale* en différentes étapes. Nous constatons que l’algorithme d’OA nécessite seulement deux itérations, mais la majeure partie du temps est dépensée dans la résolution de deux relaxations de PLNE : à la première itération (190.35 CPUs) pour obtenir une solution relâchée entière et à la seconde itération (129.51 CPUs) pour prouver qu’aucune solution plus économique n’existe. Avec notre branch-and-bound, la solution optimale est obtenue en moins de 1 seconde et moins de 9 secondes sont nécessaires ensuite pour explorer l’arbre de recherche et rejeter les 512 autres nœuds entiers dont le coût relâché est inférieur au coût optimal.

La comparaison met en lumière deux caractéristiques clé de la méthode proposée. Premièrement, nous explorons un seul arbre de recherche et évaluons toutes les solutions entières à la manière d’un LP/NLP branch-and-bound, alors que l’algorithme d’approximation extérieure attend d’évaluer la solution optimale de la relaxation de PLNE. Ceci est justifié car l’évaluation est peu coûteuse pour les instances de classe RB. Deuxièmement, notre relaxation convexe n’est peut-être pas aussi resserrée que la relaxation non convexe de [102], mais elle résulte en un PLNE bien plus réduit car nous

Instance	21	22	23	24	25
<i>Simple VSD</i>	148.2 (22s)	154.0 (25s)	167.5 (21s)	173.7 (26s)	145.0 (24s)
<i>DWG</i>	-	-	-	-	-

TABLE 5.6 – Valeurs de l’optimum (avec $G = 1\%$) et temps de calcul pour résoudre (\mathcal{P}) avec Baron sur les deux cas d’étude de classe RM dans un temps limite de 2 heures.

n’introduisons pas de variables binaires additionnelles pour modéliser les segments linéaires par morceaux.

Résolution directe de Simple VSD et DWG à l’aide d’un solveur de PNLNE

Finalement, nous résolvons directement les formulations de PNLNE non convexes des deux RDEP de classe MS avec Baron en utilisant les paramètres par défaut. Les résultats sont donnés dans la Table 5.6 pour $T = 12$ et peuvent être comparées aux résultats de l’approche proposée résumés dans la Table 5.2. Pour *Simple VSD*, la résolution directe requiert plus de 20 secondes pour trouver et prouver l’optimum, alors que notre méthode requiert moins d’une seconde. Pour *DWG*, la résolution directe ne trouve aucune solution réalisable en 2 heures, alors que notre méthode trouve au moins une solution réalisable à moins de 15% de l’optimum pour chaque instance en moins d’une heure.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous présentons un algorithme de type LP/NLP branch-and-bound spécialement adapté aux problèmes non convexes pour résoudre à l’optimalité le problème de planification de pompage dans les RDEP. Il peut être aisément implémenté en embarquant un solveur de PNL non convexe dans la fonction *callback* d’un solveur de PLNE. A notre connaissance, ce cadre de résolution n’a jamais été appliqué dans le contexte des réseaux d’eau ou de gaz. Le schéma de résolution complet inclut également plusieurs nouveautés comme une relaxation de PLNE générique qui permet de considérer des réseaux de classe RM, i.e. comprenant des éléments actifs à *régLAGES mixtes* comme les pompes à vitesse variable. Pour les autres réseaux (de classe RB : *régLAGES binaires*), nous ajoutons plusieurs techniques d’amélioration incluant une évaluation rapide, des coupes et une nouvelle heuristique primale. Des expérimentations numériques sur plusieurs cas d’étude, incluant une comparaison avec des méthodes concurrentes, met en lumière les forces et faiblesses de l’approche proposée. Pour les réseaux de

classe RB, des solutions proches de l’optimalité sont calculées rapidement mais la borne inférieure évolue lentement après cela. Si une relaxation basée sur une linéarisation par morceaux systématique ne semble pas être rentable, la relaxation de PLNE pourrait être raffinée en branchant de manière limitée sur les contraintes non convexes qui sont constamment violées (voir la discussion de la Section 8.1). Pour les RDEP de classe RM, la méthode proposée domine une résolution directe avec un solveur d’optimisation globale mais résoudre la restriction de PNL non convexe aux noeuds entiers reste un verrou lorsque la taille du problème augmente. Une option pourrait être de dériver des conditions suffisantes pour rejeter les noeuds entiers irréalisables, dans l’esprit des contributions proposées dans [48, 49] dans le contexte de la conception optimale des réseaux gaziers. Finalement, ce travail suggère que ce LP/NLP branch-and-bound pourrait être considéré dans un contexte plus large pour résoudre des PNLNE non convexes lorsqu’il est possible de s’appuyer sur des techniques de renforcement des bornes efficaces et sur une relaxation de PLNE resserrée.

Remerciements

Nous aimeraisons remercier Bradley Eck, Joe Naoum-Sawaya, Bruno de Athayde Prata, Hanyu Shi et Derek Verleye d’avoir partagé avec nous des éléments complémentaires concernant leurs données respectives et de nous avoir fourni des détails techniques concernant leur modèle. Ce travail a été partiellement financé par une bourse Doc.Mobility (P1SKP2_174858) délivrée par le Fond National Suisse de la Recherche Scientifique. Il est le fruit d’une collaboration avec Andrea Lodi, qui m’a ouvert son laboratoire, la Chaire d’excellence en recherche du Canada sur la science des données pour la prise de décision en temps réel, de juillet 2017 à février 2018. Je le remercie doublement, pour son accueil et sa collaboration.

Chapitre 6

Planification de pompage dans les RDEP de grande taille par transformation temporelle et approximation de charge

6.1 Introduction

Dans nos deux précédentes approches de programmation mathématique pour la planification de pompage, nous nous sommes attelés à lever le verrou de la non-convexité des contraintes hydrauliques : ce que nous avons obtenu pour la classe RR et pour la classe RB et obtenu partiellement, par décomposition du problème, pour la classe RM. Il reste toutefois le verrou relatif à la combinatoire des modèles qui prévient l'application pratique de ces approches sur des réseaux de grande taille. En effet, sur les réseaux de taille moyenne *Poormond* et *DWG*, pour $T = 48$, nous observons déjà des temps de près de 10 minutes pour obtenir une première solution relâchée. L'objectif de la troisième approche présentée dans ce chapitre est de s'affranchir de la combinatoire du problème pour produire rapidement des solutions de bonne qualité pour des instances de grande taille.

Nous commençons par présenter une nouvelle relaxation non-compacte en variables fractionnaires : nous définissons l'ensemble des configurations d'éléments actifs réalisables pour chaque période d'ordonnancement et, en autorisant des changements de configuration pendant ces périodes, nous introduisons une variable continue régissant la durée pendant laquelle chaque configuration opère dans la période. Dans une deuxième étape, nous suggérons que la variation du niveau de charge aux châteaux d'eau n'a qu'un impact li-

mité sur l'équilibre hydraulique du réseau, et exploitons cette hypothèse pour décomposer le modèle continu relâché : l'équilibre hydraulique correspondant au niveau de charge médian (entre les valeurs minimales et maximales autorisées) des châteaux d'eau est calculé pour chaque configuration possible ; la planification optimale des configurations sous cette hypothèse d'approximation de la charge se modélise alors comme un programme linéaire. Nous discutons de techniques pour limiter le temps de prétraitement de l'ensemble des configurations, par exemple, par décomposition du réseau ou, considérant des données historiques, en restreignant l'optimisation aux configurations opérées dans les plans de pompage passés. Dans un troisième temps, nous appliquons une recherche locale à voisinage large autour de la solution approchée ainsi obtenue. Pour l'exploration du voisinage, nous revisitons l'approche de [81] hybridant décomposition de Benders combinatoire et simulation. La méthode de résolution est ainsi théoriquement exacte mais nous la déclinons en heuristique en l'arrêtant à la première solution réalisable calculée. Nous validons expérimentalement la pertinence des hypothèses et l'efficacité de cette « matheuristique » sur nos différents cas d'étude.

6.2 Relaxation continue par transformation temporelle

Dans la formulation originale (\mathcal{P}), les aspects combinatoires du problème de planification de pompage se traduisent par les variables binaires x_{at} d'état (on/off) des éléments actifs $a \in K \cup V$ pour chaque période t . La discrétisation de l'horizon de planification en T périodes de longueurs fixes et la constance du statut des éléments actifs sur la longueur de chaque période sont pourtant des artifices de modélisation et non une contrainte physique du problème : en pratique, le statut des pompes et valves peut être commuté en des temps très courts. De plus, ces hypothèses peuvent engendrer un surcoût (voir par exemple, les résultats expérimentaux de la table 5.2 et les gains liés à l'augmentation du nombre de pas de temps de $T = 12$ à $T = 48$) et compliquer la recherche de solutions réalisables lorsque le problème est sévèrement contraint. Dans la lignée de l'heuristique d'ajustement des durées des pas de temps présentée au chapitre précédent (Section 5.4), nous proposons ainsi de relâcher ces hypothèses et d'autoriser de modifier le statut des éléments actifs à tout instant y compris durant un pas de temps. Nous aboutissons à un modèle en variables fractionnaires sur la durée d'activité des différentes configurations possibles des pompes et valves. Cette conversion d'un problème de contrôle optimal en nombres entiers à un problème en variables continues est appelée méthode de transformation temporelle et est présentée en détail dans [96]. Elle a été appliquée avec succès pour résoudre des problèmes de contrôle optimal ayant trait à la dynamique d'un train [62] ou au changement de voies d'une voiture [37].

$\delta_{ts} \geq 0$	durée d'activité de la configuration $s \in [1, S_t]$ au temps $t \in [1, T]$
$w_{kts} \geq 0$	vitesse de la pompe $k \in K_V$ quand s est active
$q_{ats} \geq 0$	débit dans l'arc $a \in A$ quand s est active
$h_{jts} \geq 0$	charge au noeud $j \in J$ à la fin de l'activité de s

TABLE 6.1 – Variables du modèle continu (\mathcal{P}')

6.2.1 Transformation temporelle du modèle (\mathcal{P})

On nomme ici *configuration* toute partie, éventuellement vide, de l'ensemble $K \cup V$ des éléments actifs du réseau. À chaque pas de temps t , on associe un sous-ensemble de configurations de cardinalité S_t que l'on ordonne arbitrairement. Par extension, on associe à $t = 0$ la configuration vide uniquement. Une configuration associée à t est désignée par son rang $s \in [1, S_t]$ ¹ et définie par sa fonction caractéristique X^{ts} sur $K \cup V$ (i.e. $X_a^{ts} = 1$ ssi $a \in s$.) La Table 6.1 décrit les quatre ensembles de variables de décision continues du programme non linéaire (\mathcal{P}') suivant :

$$z(\mathcal{P}') = \min \sum_{t=1}^T C_t \sum_{s=1}^{S_t} \left(\sum_{k \in K_V} \Gamma_k^V(q_{kts}, w_{kts}) + \sum_{k \in K_F} \Gamma_k^F(q_{kts}, X_k^{ts}) \right) \delta_{ts} \quad (3.27')$$

$$\text{s.t. } \sum_{ij \in A} q_{ijts} = \sum_{ji \in A} q_{jits} + D_{jt}, \quad \forall j \in J_J, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.1')$$

$$h_{jts} \geq Z_j + P, \quad \text{if } D_{jt} \neq 0, \quad \forall j \in J_J, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.2')$$

$$h_{jts} = H_{jt}, \quad \forall j \in J_S, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.3')$$

$$h_{jts} - h_{jt(s-1)} = \left(\sum_{ij \in A} q_{ijts} - \sum_{ji \in A} q_{jits} \right) \frac{\delta_{ts}}{S_j}, \quad \forall j \in J_T, s \in [2, S_t], t \in [1, T] \quad (3.5^{a'})$$

$$h_{jt1} - h_{j(t-1)S_{(t-1)}} = \left(\sum_{ij \in A} q_{ijt1} - \sum_{ji \in A} q_{jitt} \right) \frac{\delta_{t1}}{S_j}, \quad \forall j \in J_T, t \in [1, T] \quad (3.5^{b'})$$

$$H_j^{\min} \leq h_{jts} \leq H_j^{\max}, \quad \forall j \in J_T, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.6')$$

$$h_{j0S_0} = H_j^0 \leq h_{jTS_T}, \quad \forall j \in J_T \quad (3.7')$$

$$h_{its} - h_{jts} = \Phi_{ij}(q_{ijts}), \quad \forall ij \in L, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.8')$$

$$\underline{M}_k(1 - X_k^{ts}) \leq h_{jts} - h_{its} - \Psi_k(q_{kts}, w_{kts}) \leq \overline{M}_k(1 - X_k^{ts}), \\ \forall k \in K, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.13')$$

$$Q_k^{\min} X_k^{ts} \leq q_{kts} \leq Q_k^{\max} X_k^{ts}, \quad \forall k \in K, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.14')$$

$$W_k^{\min} X_k^{ts} \leq w_{kts} \leq W_k^{\max} X_k^{ts}, \quad \forall k \in K_V, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.15')$$

$$Q_v g(X_v^{ts}) \leq q_{vts} \leq \overline{Q}_v X_v^{ts}, \quad \forall v \in V, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.22')$$

$$\underline{M}_v(1 - X_v^{ts}) \leq h_{its} - h_{jts} \leq \overline{M}_v(1 - g(X_v^{ts})), \quad \forall v \in V, s \in [1, S_t], t \in [1, T] \quad (3.23')$$

1. Dans la terminologie de [37], dans chaque intervalle t de la grille primaire est insérée la grille secondaire des configurations S_t .

$$\sum_{s=1}^{S_t} \delta_{st} = \Delta_t, \quad \forall t \in [1, T] \quad (\text{A}')$$

Dans ce modèle, plusieurs configurations peuvent être activées durant une période t mais uniquement dans l'ordre préalablement fixé. Le régime est supposé stationnaire durant l'activité d'une configuration et la vitesse des pompes ne peut être modifiée sur cette période. La contrainte (A') assure que la durée totale d'activité des configurations $s \in [1, S_t]$ couvre la durée de la période temporelle t . L'objectif (3.27') et les contraintes (3.1'-3.23') possèdent la même définition que l'objectif (3.27) et les contraintes (3.1-3.23) du modèle (\mathcal{P}). Les contraintes couplantes (3.5^b) et (3.5^a) lient les états de charge aux châteaux d'eau avant et après l'activation, respectivement, de la première configuration associée à chaque période t et des configurations successives.

La Section suivante formule une condition suffisante pour laquelle le modèle (\mathcal{P}) est une restriction de (\mathcal{P}') n'autorisant l'activation que d'une seule configuration par pas de temps.

6.2.2 Configurations réalisables, partiellement réalisables et irréalisables

Dans le modèle (\mathcal{P}'), on peut rendre inactive une configuration en annulant sa durée $\delta_{st} = 0$. Pour autant, les contraintes du modèle imposent que des valeurs non nulles, correspondant à un état d'équilibre hydraulique, soient attribuées aux variables de flot q_{ats} , de charge h_{its} et de vitesse des pompes w_{kts} . Ainsi, le modèle (\mathcal{P}') est réalisable seulement si toutes les configurations apparaissant dans le modèle – même si elles sont de durée nulle dans toute solution – autorisent l'existence d'un tel équilibre. La définition 1 formalise ce concept.

Définition 1 Soient une période $t \in [1, T]$, un ensemble d'éléments actifs défini par sa fonction caractéristique $X \in \{0, 1\}^{K \cup V}$, une valeur de charge $H_j^* \in [H_j^{\min}, H_j^{\max}]$ à chaque château d'eau $j \in J_T$, et soit $\mathcal{F}_{tX}(H^*)$ l'ensemble des vecteurs $(q, h, w) \in \mathbb{R}^A \times \mathbb{R}_+^J \times \mathbb{R}_+^{K_V}$ satisfaisant l'ensemble de contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_{ij \in A} q_{ij} &= \sum_{ji \in A} q_{ji} + D_{jt}, & \forall j \in J_J, \\ h_j &\geq Z_j + \underline{P}, \quad \text{if } D_{jt} \neq 0, & \forall j \in J_J, \\ h_j &= H_{jt}, & \forall j \in J_S, \\ h_j &= H_j^*, & \forall j \in J_T, \\ h_i - h_j &= \Phi_{ij}(q_{ijt}), & \forall ij \in L, \\ \underline{M}_k(1 - X_k) &\leq h_j - h_i - \Psi_k(q_k, w_k) \leq \overline{M}_k(1 - X_k), & \forall k \in K, \\ Q_k^{\min} X_t &\leq q_k \leq Q_k^{\max} X_k, & \forall k \in K, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_k^{min} X_t \leq w_k \leq W_k^{max} X_k, & \quad \forall k \in K_V, \\
\underline{Q}_v g(X_v) \leq q_v \leq \overline{Q}_v X_v, & \quad \forall v \in V, \\
\underline{M}_v (1 - X_v) \leq h_i - h_j \leq \overline{M}_v (1 - g(X_v)), & \quad \forall v \in V.
\end{aligned}$$

La configuration X est dite réalisable et on note $X \in F_t$ si $\mathcal{F}_{tX}(H^*) \neq \emptyset$ $\forall H^* \in [H^{min}, H^{max}]$; la configuration X est dite irréalisable et on note $X \in I_t$ si $\mathcal{F}_{tX}(H^*) = \emptyset \forall H^* \in [H^{min}, H^{max}]$; la configuration X est partiellement réalisable et on note $X \in P_t$ sinon.

Proposition 6 Si $P^t = \emptyset$ pour tout t et si les configurations associées à chaque temps t dans le modèle (\mathcal{P}') correspondent aux seules configurations réalisables (i.e. $s \in [1, S_t] \iff X^{ts} \in F_t, \forall t$) alors (\mathcal{P}') est une relaxation de (\mathcal{P}) .

Preuve : Soit $(\bar{x}, \bar{w}, \bar{q}, \bar{h})$ une solution réalisable de (\mathcal{P}) . La configuration active \bar{x}_t sur chaque période t est réalisable puisque, par définition, $(\bar{q}_t, \bar{h}_t, \bar{w}_t) \in \mathcal{F}_{t\bar{x}_t}(\bar{h}_t)$ et qu'aucune configuration n'est partiellement réalisable. On note $\bar{s}_t \in [1, S_t]$ son rang dans l'ordre fixé. On définit alors une solution de (\mathcal{P}') comme suit, pour tout $t \in [1, T]$ et $s \in [1, S_t]$:

$$\begin{aligned}
\delta_{ts} = \begin{cases} 1 & \text{si } s = \bar{s}_t \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}, \quad h_{jts} = \begin{cases} \bar{h}_{j(t-1)} & \text{si } j \in J_T \text{ et } s < \bar{s}_t \\ \bar{h}_{jt} & \text{si } j \in J_T \text{ et } s \geq \bar{s}_t, \end{cases} \\
(q_{ts}, h_{ts}, w_{ts}) = \begin{cases} (\bar{q}_t, \bar{h}_t, \bar{w}_t) & \text{si } s = \bar{s}_t \\ \in \mathcal{F}_{tX^{ts}}(\bar{h}_t) & \text{sinon.} \end{cases}
\end{aligned}$$

Cette solution est bien définie car toute configuration $s \in [1, S_t]$ est réalisable pour tout temps t et $\mathcal{F}_{tX^{ts}}(\bar{h}_t)$ est donc non vide. Par définition de la charge aux châteaux d'eau, les contraintes couplantes (3.5^a) et (3.5^b) sont satisfaites et par définition des configurations réalisables, les autres contraintes de (\mathcal{P}') sont également satisfaites pour toute configuration active \bar{s}_t ou inactive $\delta_{ts} = 0$. On conclue que la solution est réalisable dans (\mathcal{P}') et son coût identique au coût de $(\bar{x}, \bar{w}, \bar{q}, \bar{h})$ dans (\mathcal{P}) . ■

Dans la Section 6.5.1, nous montrons que l'hypothèse $P_t = \emptyset, \forall t$ de la proposition est vérifiée dans les cas d'étude considérés, excepté dans le seul cas d'étude artificiel *Van Zyl* avec $|P| = 2$. Dans le cas où l'hypothèse n'est pas vérifiée, nous pourrions, en théorie, investiguer un ensemble C de $2^{\sum_{t \in T} |P_t|}$ problèmes (\mathcal{P}') associés à toutes les combinaisons possibles de configurations $F_t \cup P'_t, \forall t$ avec $P'_t \subseteq P_t$: une borne inférieure de (\mathcal{P}) est alors donnée par $\min_{c \in C} z_c(\mathcal{P}')$. À noter que cette borne est nécessairement finie si (\mathcal{P}) est réalisable puisqu'il existe alors au moins un problème $c \in C$ réalisable pour la combinaison de configurations associée, comme dans la preuve de la proposition, à une solution réalisable de (\mathcal{P}) . Toutefois, nous n'employons cette

formulation par la suite que pour générer une solution approchée. Dans ce contexte, nous ne considérons que les configurations, réalisables ou partiellement réalisables, qui permettent l'équilibre hydraulique à la charge médiane des châteaux d'eau : $\mathcal{F}_{tX^{ts}}\left(\frac{H_j^{\min}+H_j^{\max}}{2}\right) \neq \emptyset$.

6.3 Modèle linéaire par approximation de charge

La relaxation (\mathcal{P}') (sous l'hypothèse de la Proposition 6) se dispense de variables discrètes mais sa résolution reste difficile car elle contient toujours deux sources de non-convexité : les modèles non-linéaires du fonctionnement des pompes et de l'écoulement hydraulique dans l'objectif (3.27') et les contraintes (3.8') et (3.13') ainsi que les termes quadratiques $q \cdot \delta$ apparaissant notamment dans les contraintes (3.5^a-3.5^b).

Dans cette Section, nous prenons une seconde hypothèse en supposant la charge aux châteaux d'eau constante durant l'activation d'une configuration. Sous cette hypothèse, le modèle (\mathcal{P}') peut être décomposé de sorte à assurer les contraintes hydrauliques et calculer les coûts dans la génération des configurations, en amont de leur planification qui se modélise alors par un programme linéaire.

6.3.1 Génération des configurations

Classe RB. Dans le cas d'un réseau de classe RB, en l'absence de pompes à vitesse variable et de valves de réduction de pression, nous considérons le problème statique, appelé *problème feuille convexe* dans [23], consistant à calculer l'équilibre hydraulique (ou configuration charge-débit) au sein du réseau à un temps t . Les quantités qui peuvent affecter les débits sont la demande d'eau D_{jt} aux nœuds internes $j \in J_T$, le statut x_{at} des éléments actifs $a \in K \cup V$ et la charge h_{jt} aux châteaux d'eau et réservoirs $j \in J_R \cup J_T$. Si l'on considère une configuration $s \in [1, S_t]$ donnée, alors ces deux premières quantités ainsi que la charge aux réservoirs sont fixées. Seules les charges aux châteaux d'eau $h_{jt}, j \in J_T$ sont autorisées à varier dans l'intervalle $[H_j^{\min}, H_j^{\max}]$. Prenant l'hypothèse que cette variation a un impact limité sur le taux de remplissage net des châteaux d'eau et sur la puissance consommée, nous proposons de calculer ces valeurs en amont pour des charges arbitrairement fixées à leur valeur moyenne, et de les associer aux configurations comme valeurs représentatives de leur activité.

Classe RM. Un traitement supplémentaire pour les réseaux de classe RM est nécessaire. Dans ces réseaux, l'équilibre hydraulique est aussi affecté par le réglage de la vitesse pour l'ensemble K_V de pompes et le niveau de dissipation de charge pour l'ensemble V_{RP} de valves de réduction de pression. Comme suggéré par D'Ambrosio et al. [23], ces paramètres continus peuvent

être discrétisés dans le but de bénéficier de la résolution rapide du *problème feuille convexe* une fois ces paramètres fixés. Nous discrétisons l'intervalle des vitesses d'une pompe $k \in K_V$ en $N_k + 1$ valeurs régulièrement distribuées $w_k^n = W_k^{\min} + \frac{n}{N_k}(W_k^{\max} - W_k^{\min})$, $0 \leq n \leq N_k$, avec $[W_k^{\min}, W_k^{\max}]$ l'intervalle des vitesses tolérées fournies par le constructeur des pompes ou calculées à l'aide de la méthode de renforcement des bornes présentée à la Section 5.3.1. De même, pour chaque valve $v = ij \in V_{RP}$, nous discrétisons uniformément, en $N_{ij} + 1$ valeurs, l'intervalle des baisses de charge potentielles, i.e. $[\underline{M}_v, 0]$ ou $[0, \overline{M}_v]$ selon la direction du flot : $h_i - h_j = \frac{n}{N_{ij}} \overline{M}_v$ ou $h_i - h_j = \frac{n}{N_{ij}} \underline{M}_v$, $0 \leq n \leq N_{ij}$. À noter que le choix de l'intervalle discrétisé (positif ou négatif) est donc déterminé pour chaque configuration s en fonction de la valeur X_v^{ts} (la direction du flot dans la valve). Pour chaque temps t et chaque configuration $s \in [1, S_t]$, nous générerons ainsi autant de combinaisons possibles de modes de fonctionnement des éléments actifs, soit au plus $\prod_{k \in K_V} (N_k + 1) \times \prod_{v \in V_{RP}} (N_v + 1)$ combinaisons. Par extension, nous reprenons le terme *configuration* pour désigner chacune de ses combinaisons.

Calcul des équilibres hydrauliques. À chaque temps t et pour chaque configuration (au sens initial ou étendu au cas de réseaux RM), l'équilibre hydraulique peut être calculé par l'algorithme de Newton [109] : il s'agit de trouver l'unique solution du système de contraintes définissant $\mathcal{F}_{tX}(H^*)$ avec $H_j^* = \frac{H_j^{\min} + H_j^{\max}}{2}$ pour tout $j \in J_T$ (définition 1), après avoir fixé, pour la classe RM, les valeurs de vitesse des pompes et de réduction de la charge aux valves réductrices de pression. Seules sont retenues les configurations s pour lesquelles une telle solution (q^s, h^s) existe. Nous notons \mathcal{S}_t cet ensemble. Nous obtenons alors, pour chaque configuration $s \in \mathcal{S}_t$, P^s et R_j^s les valeurs estimées de la puissance instantanée consommée et du taux de remplissage net des châteaux d'eau $j \in J_T$, respectivement :

$$P^s = \sum_{k \in K} \Gamma_k(q_k^s, W_k^s), \quad R_j^s = \sum_{ij \in A} q_{ij}^s - \sum_{ji \in A} q_{ji}^s.$$

Si le temps de calcul de l'équilibre hydraulique pour une configuration est négligeable, le nombre de configurations à considérer peut toutefois faire exploser le temps requis à leur complète évaluation. Deux observations simples permettent de diminuer ce temps de calcul.

Premièrement, un RDEP étant décrit par un graphe $\mathcal{G}=(J,A)$, nous définissons $\mathcal{G}_{\setminus J_T}$ l'ensemble des composantes connexes du sous-graphe induit par la duplication des noeuds J_T (les châteaux d'eau) pour chaque arc entrant. Une fois les charges aux châteaux d'eau fixées, à leurs valeurs médianes H^* , alors les valeurs de charges aux autres noeuds et des débits dans les arcs sont dissociées entre composantes. Nous pouvons ainsi calculer, indépendamment dans chaque composante $r \in \mathcal{G}_{\setminus J_T}$, les configurations charge-débit et les quantités associées P^s et R_j^s pour toute configuration

$s \in \mathcal{S}_t^r$ d'éléments actifs présents dans r et pour tout château d'eau $j \in J_T^r$ dans r . Ces quantités peuvent alors être recombinées par simple sommation, $P^s = \sum_{r \in \mathcal{G}_{\setminus J_T}} P^{s|_r}$ et $R_j^s = \sum_{r \in \mathcal{G}_{\setminus J_T} | j \in r} R_j^{s|_r}$, avec $s|_r = s \cap (K_r \cup V_r)$ la restriction de la configuration s aux seuls éléments actifs présents dans r .

Le gain de cette décomposition est double car le nombre d'équilibres hydrauliques à calculer ainsi que la complexité de résolution de chacun d'entre eux diminuent.

Deuxièmement, on peut identifier les configurations identiques, notamment lorsque la demande en eau à tous les nœuds internes d'un sous-réseau sont identiques sur différents pas de temps t et t' puisqu'alors $\mathcal{S}_t = \mathcal{S}_{t'}$. De même, deux configurations symétriques, par exemple opérant chacune l'une des pompes en parallèle de caractéristiques identiques, possèdent des quantités associées identiques à chaque pas de temps. Dans ce dernier cas, une seule des configurations symétriques nécessite d'être considérée dans le modèle d'optimisation. On suppose donc ci-après les ensembles de configurations \mathcal{S}_t exempts de symétries.

Pré-sélection des configurations historiques. En composant avec des réseaux de grande taille, l'explosion combinatoire du nombre de configurations envisageables n'en permet pas une évaluation exhaustive, même en appliquant les techniques de réduction ci-dessus. En effet, le nombre brut, sans réduction, de configurations à évaluer est égal à :

$$T \times 2^{|K^F|} \times 2^{|V| - |V_{RP}|} \times \prod_{k \in K^V} (N_k + 2) \times \prod_{v \in V_{RP}} (2N_v + 2).$$

Dans un cas pratique, nous proposons d'exploiter les données historiques d'opération du système de pompage et de limiter l'évaluation au sous-ensemble des configurations qui ont été appliquées au moins une fois lors d'opérations passées. Notre hypothèse est que, si les tarifs électriques et la demande en eau peuvent être très contrastés en fonction de la saison, du jour de la semaine et du moment de la journée, ils sont en revanche similaires d'année en année, notamment quand ils concernent des usages résidentiels. Nous proposons ainsi d'enregistrer, pour chaque plan de pompage de l'historique et pour chaque configuration activée : la puissance consommée P^s , le taux de remplissage des châteaux d'eau $R_j^s, j \in J_T$ et les débits de demande $D_j, j \in J_J$ constatés pendant l'activité de la configuration. À noter qu'une même configuration peut apparaître plusieurs fois avec des valeurs associées différentes. Pour une planification future, il s'agit alors d'identifier pour chaque période t les entrées dans l'historique correspondant à des scénarios de demande similaires à $D_{jt}, j \in J_J$ et de former ainsi l'ensemble \mathcal{S}_t des configurations associées.

Le processus peut encore être simplifié quand la demande d'eau aux nœuds internes est nulle (ou a minima constante) car la conservation du débit à ces nœuds est alors satisfaite par toute configuration. C'est le cas

notamment du réseau FRD sur lequel nous avons expérimenté cette méthode simplifiée que nous détaillons dans la Section 6.5.5.

6.3.2 Ordonnancement des configurations

Ainsi, en approximant la puissance instantanée consommée P^s et le taux de remplissage net des châteaux d'eau $R_j^s, j \in J_T$ pour toute configuration $s \in \mathcal{S}_t$ associée à un pas de temps t et en sommant les contraintes couplantes (3.5^a-3.5^b) sur le même temps t , le modèle (\mathcal{P}') se réécrit comme un programme linéaire en variables continues (\mathcal{P}'') :

$$\begin{aligned} z'' &= \min \sum_{t=1}^T C_t \sum_{s \in \mathcal{S}_t} P^s \delta_s && (3.27'') \\ \text{s.t. } h_{jt} - h_{j(t-1)} &= \sum_{s \in \mathcal{S}_t} \frac{R_j^s}{S_j} \delta_s, \quad \forall t \in [1, T], j \in J_T && (3.5'') \\ H_j^{\min} \leq h_{jt} \leq H_j^{\max}, & \quad \forall t \in [1, T], j \in J_T && (3.6'') \\ h_{j0} = H_j^0 \leq h_{jT}, & \quad \forall j \in J_T && (3.7'') \\ \sum_{s \in \mathcal{S}_t} \delta_s &= \Delta_t, \quad \forall t \in [1, T] && (\text{A}'') \\ \delta_s \geq 0, h_{jt} \geq 0 & \quad \forall s \in \mathcal{S}_t, \forall j \in J, \forall t \in [1, T] \end{aligned}$$

L'agrégation, pour chaque période t , des S_t contraintes (3.5^a-3.5^b) en une unique contrainte (3.5'') liant les charges aux châteaux d'eau au début et en fin de période permet de réduire considérablement le nombre de contraintes et de variables du modèle. Par ailleurs, l'ensemble des configurations associées à un temps t n'a plus raison d'être ordonné. Surtout, en déportant les contraintes hydrauliques non convexes dans le pré-calcul des configurations, le modèle (\mathcal{P}'') devient de classe de complexité P et se résout facilement, même pour un nombre de configurations élevé, par n'importe quel solveur de programmation linéaire. Par ailleurs, en fonction de la pertinence de notre hypothèse d'approximation de la charge, on peut espérer obtenir de (\mathcal{P}'') une solution approchée, quasi-réalisable, de (\mathcal{P}') .

6.4 D'une solution approchée de (\mathcal{P}'') à une solution réalisable de (\mathcal{P})

Nous devisons dans cette section, une méthode de planification du pompage basée sur l'approche hybride décomposition de Benders combinatoire et simulation de [81] et pour laquelle nous proposons plusieurs améliorations dont l'exploitation de la solution approchée du programme linéaire (\mathcal{P}'') pour initier la recherche.

Le modèle (\mathcal{P}') est obtenu du problème original (\mathcal{P}) en relâchant la contrainte artificielle de discrétisation du temps mais aussi les contraintes (3.17-3.21) relatives au vieillissement des pompes. De fait, sous la condition de la Proposition 6, une solution de (\mathcal{P}') est applicable en pratique et de coût potentiellement inférieur à l'optimum de (\mathcal{P}) , mais ce gain financier peut être contrebalancé par une détérioration plus rapide des performances des pompes. Dans le contexte des réseaux de classe RB, Naoum-Sawaya et al. [81] proposent une méthode de résolution partant de la satisfaction de ces contraintes. À chaque itération, un plan $X_{at}, a \in K \cup V, t \in [1, T]$ de l'état des éléments actifs est déterminé par résolution d'un PLNE maître (M) intégrant les contraintes (3.17-3.21) de vieillissement des pompes, puis évalué par le simulateur Epanet [98] qui tente de calculer les équilibres hydrauliques progressivement pour chaque pas de temps t . Si, à un pas de temps $\bar{t} \in [1, T]$, une contrainte hydraulique est violée ou si le coût partiel excède le coût de la meilleure solution trouvée à une précédente itération, alors le plan partiel $X_{at}, a \in K \cup V, t \in [1, \bar{t}]$ est invalidé par ajout d'une coupe combinatoire au problème maître (M) :

$$\sum_{t=1}^{\bar{t}} \left(\sum_{\substack{a \in K \cup V \\ X_{at}=0}} x_{at} + \sum_{\substack{a \in K \cup V \\ X_{at}=1}} (1 - x_{at}) \right) \geq 1. \quad (6.1)$$

La même contrainte est posée avec $\bar{t} = T$ s'il s'agit d'une solution réalisable. L'algorithme s'arrête quand (M) devient irréalisable et retourne alors un plan optimal. En pratique, un temps de résolution maximal est imposé et souvent atteint de sorte que la garantie d'optimalité est perdue dans ce cas. Nous revisitons cette méthode de résolution en y apportant différentes adaptations.

Premièrement, notre objectif est d'obtenir rapidement des plans de pompage réalisables et de bonne qualité, notamment pour les réseaux complexes de grande taille que les autres méthodes peinent à traiter. Ainsi, nous exploitons la méthode de manière heuristique en la stoppant dès la première solution trouvée. Dans cette optique, et contrairement à la méthode originale, nous concentrons nos efforts sur les premières itérations de la méthode en la guidant par les coûts de pompage. En effet, dans la méthode originale, la fonction objectif du problème maître (M) est nulle jusqu'à la première solution trouvée, puis elle recentre la recherche dans un voisinage de la meilleure solution trouvée, visitant ainsi des solutions de proche en proche partant d'un plan initial potentiellement coûteux.

Ici, nous proposons d'initialiser la recherche dans le voisinage de la solution $\delta_s^*, s \in S_t, t \in [1, T]$ retournée par (\mathcal{P}'') puis d'ajuster progressivement ce voisinage au moyen d'un paramètre de diversification. Pour toute période t et toute pompe $k \in K$, on note $\delta_{kt}^* = \sum_{s \in S_t} X_k^s \delta_s^*$ la durée d'activité de la pompe. Nous anticipons que les pompes doivent être allumées ($x_{kt} = 1$)

préférablement quand δ_{kt}^* est proche de Δ_t et éteintes ($x_{kt} = 0$) quand δ_{kt}^* est proche de 0. De plus, nous estimons que la durée journalière optimale d'activation $\sum_{t=1}^T x_{kt}\Delta_t$ de chaque pompe est proche de $\sum_{t=1}^T \delta_{kt}^*$. Ainsi, nous introduisons dans le problème maître (M), dès la première itération, la fonction objectif quadratique suivante :

$$z = \min \sum_{t=1}^T (\Delta_{kt} - x_{kt}\Delta_t)^2 + \left(\sum_{t=1}^T \Delta_{kt} - \sum_{t=1}^T x_{kt}\Delta_t \right)^2, \quad (6.2)$$

avec

$$\Delta_{kt} = \begin{cases} \delta_{kt}^* & \text{si } \delta_{kt}^* \in \{0, \Delta_t\} \\ \delta_{kt}^* + \sigma_{kt} & \text{sinon.} \end{cases}$$

La quantité $\sigma_{kt} \in [-\Delta_t, \Delta_t]$ est introduite dans le but d'accroître la diversité des plans de pompage considérés et ainsi d'accélérer la recherche de meilleures solutions. Elle est nulle à la première itération de l'algorithme, de façon à initier la recherche autour de la solution exacte de (\mathcal{P}'') , puis elle est recalculée à chacune des itérations suivantes : partant d'une valeur $J_k \in \{-\Delta_t, 0, \Delta_t\}$ tirée aléatoirement, nous posons, pour chaque pas de temps $t \in [1, T]$ tel que $\delta_{kt}^* \notin \{0, \Delta_t\}$ pris dans un ordre aléatoire :

$$\sigma_{kt} = \begin{cases} \min(J_k, \Delta_t - \delta_{kt}^*) & \text{si } J_k > 0, \\ \max(J_k, -\delta_{kt}^*) & \text{si } J_k < 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La valeur de J_k est alors actualisée à $J_k - \sigma_{kt}$ jusqu'à ce que $J_k = 0$.

Par ailleurs, nous proposons d'enrichir la méthode originale pour la classe RB et de la généraliser à la classe RM en appliquant les ingrédients de notre précédente approche de résolution par branch-and-bound (Chapitre 5). Pour la classe RB, pour accélérer la recherche d'une solution réalisable, nous appliquons à partir de chaque solution du programme maître (M) l'heuristique primale basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps, développée à la Section 5.4. Pour la généralisation à la classe RM, nous appliquons à chaque solution X du programme maître (M) le même processus que nous appliquons à la solution du LP/NLP branch-and-bound, décrit la Section 5.2.3 et qui s'appuie sur la résolution du PNL restreint $(\mathcal{P}(X))$.

6.5 Résultats expérimentaux

Nous avons implémenté notre méthode de résolution afin de l'évaluer empiriquement sur 3 cas d'étude aux caractéristiques complémentaires. Sur les deux premiers, *Poormond* [38] (classe RB) et *Van Zyl* [116] (classe RM) nous pouvons énumérer l'ensemble des configurations des éléments actifs, en exploitant nos techniques de réduction, et calculer pour chacune les

Instance	$ K $	$ V $	$2^{ K + V }$	$ F $	$ I $	$ P $
<i>Poormond</i>	7	4	2048	112	1936	0
<i>Van Zyl</i>	3	1	16	8	6	2
<i>FRD</i>	6	0	64	64	0	0

TABLE 6.2 – Classification des configurations d’éléments actifs pour 3 réseaux. Dans l’ordre : nombres de pompes et valves, puis nombres de configurations, réalisables, irréalisables et partiellement réalisables.

équilibres hydrauliques « médians » avec notre implémentation de l’algorithme de Newton. Dans le dernier cas, *FRD* (classe RR), nous exploitons les données historiques pour la génération des configurations. Le programme linéaire (\mathcal{P}'') est alors formulé et résolu sur l’ensemble des configurations générées. La décomposition de Benders combinatoire est ensuite appliquée, à partir de la solution de (\mathcal{P}'') et jusqu’à l’obtention d’une première solution réalisable de (\mathcal{P}). Le problème maître (M) est résolu avec un temps limite de 3 secondes. Les programmes linéaire (\mathcal{P}'') et quadratique en nombres entiers (M) sont résolus avec Gurobi v7.0.2 [45] mono-thread. Pour les réseaux de classe RB, les plans sont simulés par l’analyse de période étendue décrite à la Section 5.2.2. Pour le réseau de classe RM, le sous-problème non-convexe est modélisé avec Pyomo [46] et résolu de manière heuristique avec Bonmin [6]. L’implémentation en python est exécutée sur un processeur Xeon E5-2650V4 2.2GHz, 254 GB RAM.

6.5.1 Pertinence de l’hypothèse de la réalisabilité des configurations

Nous avons étudiés pour les trois RDEP *Poormond* (Figure 3.1), *Van Zyl* (Figure 6.3) et *FRD* (Figure 4.1) investigués dans ce Chapitre, la segmentation des configurations d’éléments actifs selon qu’elles soient réalisables (F), irréalisables (I), ou partiellement réalisables (P). Pour ce faire, nous évaluons pour chaque temps t et chaque combinaison $X \in 2^{K \cup V}$ des statuts (on/off) des éléments actifs, la réalisabilité du problème $\mathcal{F}_{tX}(H)$ en faisant varier H entre H^{\min} et H^{\max} de manière discrète (nous avons pris 50 valeurs uniformément distribuées par intervalle). Nous remarquons tout d’abord que, pour ces trois instances, la partition ne dépend pas de la période temporelle : elle est identique quelque soit le temps t . La Table 6.2 donne la taille de la partition pour chaque instance. La condition de la Proposition 6 est ainsi vérifiée pour les instances *Poormond* et *FRD* puisqu’aucune configuration n’est partiellement réalisable. Il existe en revanche 2 configurations sur 16 qui sont partiellement réalisables dans le cas *Van Zyl*. Dans l’objectif d’évaluer la relaxation (\mathcal{P}') directement, une réflexion sur le traitement de ces configurations devrait être engagée. Ce n’est pas nécessaire dans notre approche,

puisque nous n'évaluons la réalisabilité des configurations que pour la valeur médiane de la charge ; situation dans laquelle l'une des deux configurations est réalisable et l'autre non. Notons que contrairement aux réseaux *Poormond* et *FRD*, *Van Zyl* est un réseau fictif. La question se pose de savoir si des configurations partiellement réalisables apparaissent régulièrement dans les RDEP réels.

6.5.2 Pertinence de l'approximation de charge

La formulation (\mathcal{P}'') repose sur l'hypothèse que le fonctionnement d'une configuration des éléments actifs $s \in \mathcal{S}_t$ dépend peu des niveaux de charge aux châteaux d'eau. Cette hypothèse permet alors d'approximer la puissance instantanée P^s et les taux R_j^s de remplissage des châteaux d'eau en fixant arbitrairement les charges aux châteaux d'eau à leur valeur médiane. Nous étudions la validité de cette hypothèse sur l'instance *Van Zyl* [116] qui ne contient pas de valves de réduction de pression et pour laquelle nous fixons la vitesse des pompes à leur vitesse nominale. Pour ce faire, nous faisons varier, comme précédemment, les niveaux H_n de charge aux châteaux d'eau entre leurs valeurs minimales H^{\min} et maximale H^{\max} de manière discrète $n \in \{1, \dots, N\}$ et calculons les valeurs de puissance P^{sn} et de débit R_j^{sn} associées à chaque configuration $s \in \mathcal{S}^t$. Nous évaluons alors l'erreur relative aux valeurs d'approximation :

$$\sigma(P^{sn}) = \frac{|P^{sn} - P^s|}{P^s} \quad \text{et} \quad \sigma(R_j^{sn}) = \frac{|R_j^{sn} - R_j^s|}{Q_j^s}.$$

Au dénominateur de la seconde expression, nous préférons opter pour $Q_j^s = \sum_{ji \in A} q_{ji}^+ + \sum_{kj \in A} q_{kj}^-$ le débit sortant du château d'eau $j \in J_T$ plutôt que le débit net R_j^s car ce dernier est parfois très proche de 0 et engendre des erreurs relatives élevées alors que l'erreur absolue $|R_j^{sn} - R_j^s|$ reste faible.

Nous obtenons des erreurs relatives moyennes, sur toutes les configurations et tous les pas de temps, de $\sigma(P) = 1.1\%$, $\sigma(R_{\text{Tank } A}) = 14.2\%$ et $\sigma(R_{\text{Tank } B}) = 14.9\%$. Les déviations maximales sont respectivement de 6.5%, 76.8% et 80.0%. Nous observons ainsi que la déviation en puissance est modérée mais que la déviation en débit peut être significative dans certains cas. Pour autant, nous présumons que ces fortes déviations en débit correspondent à des conformations peu probables. En effet, les Figures 6.1a et 6.1b représentent les erreurs relatives pour une configuration particulière² (seule la pompe 2B est allumée) à un temps donné (commençant à 7 heures). Nous observons sur cet exemple que l'erreur de débit au *Tank A* est importante quand l'un des châteaux d'eau est plein et l'autre vide, alors qu'elle est faible lorsque les taux de remplissage sont du même ordre. Cependant, comme les

2. plus précisément les deux configurations partiellement réalisables du fait du changement de statut du clapet anti-retour.

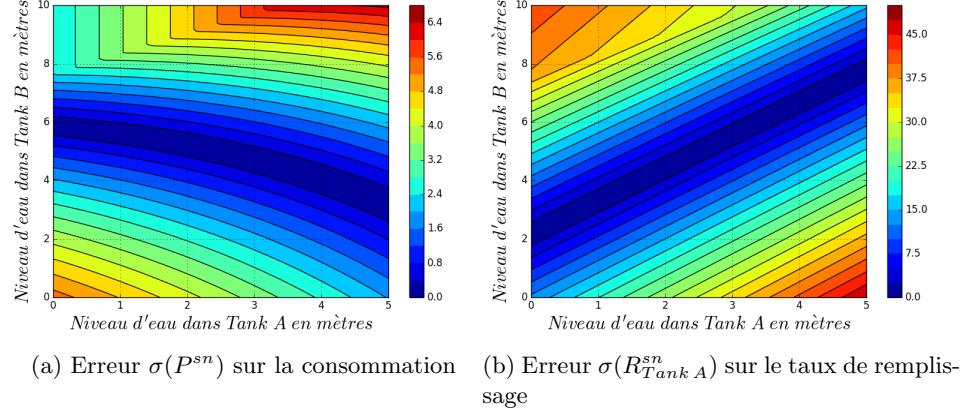


FIGURE 6.1 – Impact de l’approximation de la charge aux châteaux d’eau sur la puissance consommée et sur le taux de remplissage du Tank A pour le cas *Van Zyl*, le pas de temps de 7h et la configuration s avec la seule pompe 2B allumée. La déviation à la valeur approchée est donnée en % et représentée en couleur pour les différentes valeurs n des couples de charges ($H_{\text{Tank } A}, H_{\text{Tank } B}$). La discontinuité correspond au passage du clapet anti-retour de la position fermée (en haut à gauche) à la position ouverte.

remplissages des châteaux d’eau répondent tous de la même manière au tarif électrique, nous supposons que cette seconde condition est plus fréquemment rencontrée dans un plan optimal. Nous pouvons donc espérer que nos approximations présentent une erreur faible dans les conformations usuelles des réseaux.

6.5.3 Résolution des instances de classe RB *Poormond*

Nous évaluons maintenant notre méthode de résolution complète sur le RDEP *Poormond* proposé par [38]. Ce réseau, représenté à la Figure 3.1, est de classe RB et consiste en 1 réservoir, 5 châteaux d’eau, 44 canalisations, 4 clapets anti-retour et 7 pompes à vitesse fixe. Comme au Chapitre 5, cinq instances journalières sont considérées, chacune correspondant à un unique profil de demande au regard de cinq tarifs électriques journaliers fournis par le MEU [103]. Les tarifs électriques pouvant changer chaque 30 minutes et les données de demande étant lissées sur des pas de temps horaire, nous considérons une décomposition temporelle de $T = 48$ pas de temps de $\Delta_t = 30$ minutes.

Pertinence de l’approximation. La Figure 6.2 illustre, sur l’une des 5 instances, le plan de pompage calculé par (\mathcal{P}'') (avec recalcul des charges h et débits q réels) superposé au plan de pompage réalisable pour (\mathcal{P}) obtenu

ensuite par notre approche. Sur la Figure 6.2b, nous observons que les ni-

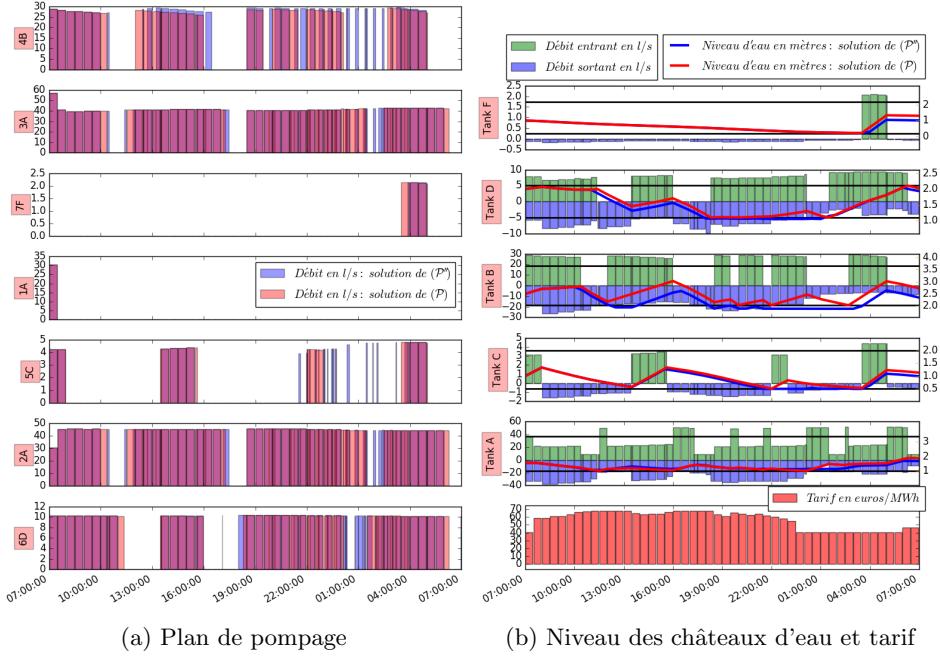


FIGURE 6.2 – Plans de pompage et niveaux d'eau dans les châteaux d'eau pour le jour 21 du RDEP *Poormond* pour la solution approchée et la solution réalisable.

veaux des 5 châteaux d'eau dans la solution approchée (en bleu) ne sortent que très légèrement de l'intervalle autorisé (délimité en noir). L'explication se trouve dans le fait que les débits aux pompes recalculés ne s'écartent pas significativement des débits estimés en approximation de la charge des châteaux d'eau à leur valeur médiane : l'erreur relative moyenne est de moins de 1%. En effet, comme nous l'avons supposé à la Section 6.5.2, les taux de remplissage des châteaux d'eau dessinent des trajectoires dans le temps assez similaires : par exemple, les niveaux d'eau sont proches de leurs valeurs minimales à 13h30 et à 23h30 où débutent des périodes tarifaires (diagramme rose en dessous) relativement avantageuse.

Qualité de la solution approchée. Nous observons sur cette même instance que le nombre de configurations apparaissant dans la solution approchée est faible : 104 configurations sur l'ensemble des périodes temporelles ont une durée non nulle, soit seulement 3% de configurations sélectionnées. De plus, une configuration unique est sélectionnée pour 15 des 48 périodes temporelles. Ces éléments et la Figure 6.2a indiquent que le nombre de commutations par pompe est relativement faible (de 1 pour la pompe 1A à 21

Jour	Config.	Temps de calcul (s)			Coûts (ϵ)			
		(\mathcal{P}'')	$(\mathcal{P}'') \rightarrow (\mathcal{P})$	Total	DBG	B&B	gap DBG	gap B&B
<i>Poormond</i>	21	1.6	<0.1	16.3(1)	17.9	117.50	112.48	8.2%
	22	1.6	<0.1	11.2(1)	12.8	118.55	116.49	5.6%
	23	1.6	<0.1	8.0(1)	9.6	120.93	120.85	4.1%
	24	1.6	<0.1	10.9(1)	12.5	137.05	134.99	4.6%
	25	1.6	<0.1	21.2(2)	22.8	98.74	92.53	9.8%

TABLE 6.3 – Résultats pour *Poormond*, dans l’ordre : à gauche, les temps de calcul (en secondes) de l’ensemble des configurations, de l’optimum de (\mathcal{P}'') , d’une première solution réalisable de (\mathcal{P}) (et le nombre d’itérations de la décomposition de Benders entre parenthèses) et le temps total ; à droite, les coûts des solutions obtenues par nos approches de décomposition de Benders guidée (DBG) (ce Chapitre) et de branch-and-bound (Chapitre 5) limité à 1h, et les écarts respectifs à la borne inférieure du branch-and-bound.

pour la pompe 4B). Par ailleurs, les périodes de pompage entre la solution approchée (en bleu dans la Figure 6.2a) et la solution réalisable (en rose) se superposent largement (de 100% pour la pompe 1A à 77% pour la pompe 5C), signe que le schéma de recouvrement d’une solution réalisable à partir de la solution approchée ne génère pas un surcoût important. En effet, l’optimum de (\mathcal{P}'') est à 111.03€ quand le coût de la solution réalisable est à 117.50€, soit 6% de plus.

Qualité de la solution et performance de la méthode. Dans la Table 6.3, nous évaluons les temps de calcul et coûts des solutions pour les 5 instances de *Poormond* et les comparons aux meilleures solutions connues, obtenues par notre branch-and-bound (voir la Section 5.5.3 pour une comparaison avec [38, 81]). Nous observons premièrement que notre nouvelle approche est capable de calculer, en des temps très limités, des solutions proches de la meilleure solution connue. En moyenne, 2 secondes sont nécessaires pour calculer une solution approchée, principalement pour traiter l’ensemble des configurations et générer le programme linéaire (\mathcal{P}'') . En moyenne, moins de 14 secondes et une seule itération de la méthode (ou 2 pour le jour 25) sont nécessaires ensuite pour obtenir une solution réalisable de (\mathcal{P}) à 2.9% des meilleures solutions trouvées par le branch-and-bound (jusqu’à 7% pour le jour 25). En comparaison, le branch-and-bound nécessite en moyenne 306 secondes pour calculer une première solution réalisable de qualité équivalente (à 2.6% des solutions finales). Enfin, nos solutions améliorent de plus de 8% en moyenne les solutions obtenues en 2 h par [38, 81] (après recalcul des coûts selon leur formule cubique).

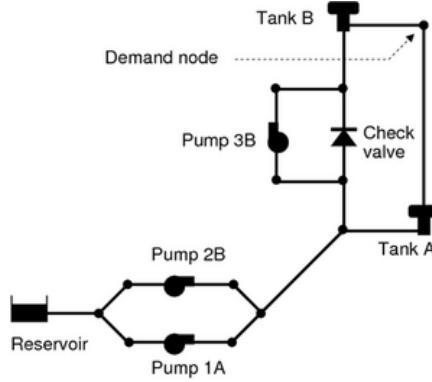


FIGURE 6.3 – Le RDEP Van Zyl [116].

$N_k + 1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Config/t	21	52	105	186	301	456	657	910	1221
Coût (\mathcal{P}'')	244.44	242.15	215.62	215.34	217.50	213.95	211.70	212.97	212.20
Coût (\mathcal{P})	251.17	251.36	221.37	221.64	221.74	220.60	220.60	221.17	220.60

TABLE 6.4 – Impact du pas de discréétisation pour Van Zyl au jour 21 : nombre de configurations charge-débit par pas de temps et coûts des solutions de (\mathcal{P}'') et (\mathcal{P}) en fonction du nombre de valeurs de vitesse par pompe.

6.5.4 Résolution des instances de classe RM *Van Zyl*

Nous avons évalué notre méthode pour la classe RM sur le réseau Van Zyl, un réseau fictif proposé par Van Zyl et al. [116], complexe mais de taille réduite. Représenté dans la Figure 6.3, il consiste en une station de pompage principale équipée de deux pompes identiques ainsi que d'une pompe booster qui permettent conjointement d'acheminer l'eau potable d'un réservoir source à deux châteaux d'eau connectés à un noeud de demande unique, soit au total : 1 réservoir, 2 châteaux d'eau, 15 canalisations, 1 clapet anti-retour et 3 pompes. Ces 3 pompes ont été initialement considérées comme des pompes à vitesse fixe dans [116], mais le cas avec vitesse variable a été récemment investigué dans [76]. En l'absence des données complètes d'instances utilisées, nous ne pouvons cependant pas comparer nos résultats directement à ces précédentes publications. Dans nos expérimentations, nous appliquons le même tarif électrique que précédemment. Les profils de demande d'eau de [116] étant également lissés sur des périodes horaires, nous considérons $T = 48$ pas de temps de $\Delta_t = 30$ minutes.

Impact de la discréétisation des vitesses des pompes. Nous investiguons tout d'abord l'impact de la discréétisation de la plage des vitesses des pompes $k \in K^V$ en $N_k + 1$ valeurs représentatives. La Table 6.4 montre les

Jour	Config.	Temps de calcul (s)			Coûts (€)			
		(\mathcal{P}'')	$(\mathcal{P}'') \rightarrow (\mathcal{P})$	Total	DBG	B&B	gapDBG	gapB&B
<i>Van Zyl</i>	21	2.1	<0.1	0.7(1)	2.8	220.60	222.66	14.9%
	22	2.1	<0.1	1.7(1)	3.8	230.07	230.69	14.1%
	23	2.1	<0.1	1.4(1)	3.5	240.67	240.93	13.7%
	24	2.1	<0.1	0.6(1)	2.6	267.77	268.91	14.4%
	25	2.1	<0.1	0.7(1)	2.8	188.52	190.29	14.5%

TABLE 6.5 – Résultats pour *Van Zyl*, dans l’ordre : à gauche, les temps de calcul de l’ensemble des configurations, de l’optimum du programme linéaire (\mathcal{P}'') , d’une première solution réalisable de (\mathcal{P}) (et le nombre d’itérations de la décomposition de Benders entre parenthèses) et le temps total ; à droite, les coûts des solutions par la décomposition de Benders guidée (DBG) et par le branch-and-bound du chapitre 5, et les écarts respectifs à la borne inférieure du branch-and-bound.

coûts de pompage associés aux solutions approchées et réalisables pour la première instance, pour N_k variant de 1 à 9 uniformément pour toute les pompes. Elle recense également le nombre de configurations à calculer pour chaque période temporelle. Nous observons d’abord que le coût des solutions approchées évolue peu à partir de 4 valeurs de vitesse représentatives, ce qui suggère qu’il est suffisant en pratique de considérer un nombre restreint de valeurs de vitesse. De fait, les plans de pompage considérés dans la résolution de (\mathcal{P}) sont pratiquement tous identiques pour $N_k > 4$ et résultent en des solutions réalisables de coûts similaires quelque soit la discréétisation choisie dans la formulation de (\mathcal{P}'') . Dans la suite de la Section, nous posons ainsi $N_k = 6$ pour tout $k \in K^V$.

Qualité de la solution approchée. Nous observons également que le surcoût de la solution de (\mathcal{P}) par rapport à la solution de (\mathcal{P}'') est faible : 4.2%. De fait, seules 50 configurations apparaissent dans la solution de (\mathcal{P}'') pour l’ensemble des 48 pas de temps, et toutes les contraintes opérationnelles (3.17-3.21) sur le vieillissement des pompes sont satisfaites. Restaurer une solution réalisable de (\mathcal{P}) nécessite simplement alors un léger ajustement de la vitesse des pompes.

Qualité de la solution et performance de la méthode. La Table 6.5 présente les temps de calcul et coûts de pompage pour les 5 instances. De nouveau, l’évaluation des configurations et la résolution du programme linéaire (\mathcal{P}'') requiert seulement 2.1 secondes. Nous exploitons ici la décomposition du réseau, décrite à la Section 6.3.1 : dédoubler les châteaux d’eau (A et B) aboutit à 2 composantes faciles à résoudre de manière indépendante (voir Figure 6.3). La première contient les éléments actifs mais pas de demande : les configurations sont donc constantes, sur tous les pas

de temps, même sur tous les jours et donc pour toutes les instances. La seconde ne contient qu'un seul noeud de demande et pas d'éléments actifs, seuls donc 48 équilibres sur un réseau de deux arcs doivent être calculés pour chaque instance. Ainsi, au lieu de résoudre 456×48 configurations, soient un peu moins de 22 000, nous en résolvons $456 + 48 = 504$. Combinés, ils génèrent un modèle linéaire (\mathcal{P}'') avec 4 130 variables qui retourne en un temps négligeable des solutions approchées. Ces solutions étant pratiquement réalisables, il suffit alors de 2 secondes supplémentaires en une itération de la méthode pour aboutir à une solution réalisable de (\mathcal{P}). En comparaison, l'approche de branch-and-bound trouve des solutions de coût légèrement supérieur en 1h de temps. Au vu de ces résultats, l'approche proposée serait capable de calculer des solutions économiques en temps réel pour ce type de RDEP de classe RM, une classe dont l'étude est relativement négligée dans la littérature. Menke et al. [76] ont expérimenté sur ce réseau, mais avec d'autres données d'instance, la résolution directe d'un modèle de PLNE obtenu par linéarisation par morceaux des contraintes couplantes charge-débit. Ils constatent un écart d'optimalité de 30% après un temps de calcul de 5 minutes, ce qui suggère qu'une résolution du problème à l'aide de cette procédure est difficile même pour ce cas d'étude de petite taille.

6.5.5 Résolution des instances *FRD* basée sur un historique

Nous évaluons dans cette Section les performances de la méthode quand le modèle linéaire et les configurations considérées sont générés depuis un historique comme décrit Section 6.3.1. Cette adaptation permet de traiter des instances de taille telle que l'évaluation de l'ensemble des configurations des éléments actifs n'est pas envisageable ; mais elle nécessite de disposer d'une base des plans de pompage passés.

Nous considérons le réseau réel *FRD* illustré par la Figure 4.1. Avec 6 pompes à vitesse fixe et une valve réductrice de débit en amont de chacun des 16 châteaux d'eau, ce réseau appartient à la classe RM et il s'agirait de calculer de l'ordre de $2 \cdot 10^{12}$ équilibres hydrauliques (après réduction des symétries) avec un pas de discrétisation $N_v = 4$ de l'intervalle des baisses de charge potentielles aux valves. Nous disposons pour ce réseau de deux années de données historiques (années 2012 et 2013). Comme *FRD* appartient à la classe RR, nous pouvons appliquer notre algorithme \mathcal{A}_0 (voir Chapitre 4) basé sur la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) pour calculer des plans de pompage de bonne qualité en un temps limité. Ainsi, nous calculons dans un premier temps les 366 plans de pompage journaliers correspondant à chaque jour de l'année 2012. Pour chaque plan de pompage, nous identifions les 24 configurations en fonctionnement et les valeurs de puissance consommée et de débit aux château d'eau associées, constantes sur chaque pas de temps horaire ; ensemble, elles forment un ensemble $\mathcal{S}_{\mathcal{H}}$ de $366 \times 24 = 8\,784$ configurations.

Dans un second temps, nous nous appuyons sur cet ensemble pour générer le modèle linéaire approché et calculer des plans de pompages réalisables pour 360 des 365 jours de 2013³. Pour estimer la qualité des solutions obtenues sur ces 360 instances, nous les comparons avec les solutions obtenues par \mathcal{A}_0 et évaluons l'écart à la borne inférieure également retournée par \mathcal{A}_0 .

Des ajustements de la méthode, sur la conduite de la recherche et sur la définition du modèle linéaire approché, sont appliqués sur ce cas d'étude. Concernant les paramètres de la recherche, la méthode retourne la meilleure solution trouvée en un nombre d'itérations limité à $it^{max} = 30$ et le paramètre de diversification J_k est ajusté à chaque itération it par :

$$J_k = \sum_{t \mid \delta_{kt}^* \notin \{0, \Delta_t\}} (\Delta_t - \delta_{kt}^*) \frac{it}{it^{max}}, \quad \forall k \in K.$$

L'objectif de cette formule est de chercher dans les premières itérations, des plans de pompage moins chers en limitant les durées d'allumage des pompes, puis, à mesure que les valeurs J_k augmentent avec le nombre d'itérations, d'augmenter la probabilité de réalisabilité des plans de pompage considérés en autorisant des coûts plus élevés.

D'autre part, comme évoqué dans la Section 6.3.1, le modèle (\mathcal{P}'') peut être raffiné dans le cas du réseau *FRD* en exploitant le fait que la demande ici est uniquement livrée aux châteaux d'eau. Ainsi, la demande aux jonctions internes est constante (nulle) et donc satisfaite par toutes les configurations passées. D'autre part, la satisfaction de la demande aux châteaux d'eau peut être descendue dans le modèle linéaire, depuis la définition des configurations (dans le taux de remplissage R_j^s) vers la définition des contraintes d'équilibre de la charge aux châteaux d'eau (3.5’’). Ces dernières sont ainsi remplacées par :

$$h_{jt} - h_{j(t-1)} = \sum_{s \in \mathcal{S}_H} \frac{Q_j^s - D_{jt}}{S_j} \delta_{ts}, \quad \forall t, j \in J_T. \quad (3.5'')$$

D_{jt} désigne ici la demande d'eau agrégée de tous les consommateurs finaux connectés au château d'eau $j \in J_T$ au pas de temps t et Q_j^s le débit entrant dans j (plutôt que le taux net de remplissage R_j^s) constaté dans l'exécution passée de la configuration $s \in \mathcal{S}_H$.

Les Figures 6.4a et 6.4b évaluent la qualité des solutions trouvées pour les 360 instances comparées aux solutions de \mathcal{A}_0 , obtenues dans un délai d'une minute, et aux bornes inférieures calculées par ce même algorithme. Les solutions sont en moyenne 4.1% moins bonnes que les solutions de \mathcal{A}_0 et jusqu'à 23.1% pour une instance, mais elles sont également meilleures dans 50 cas, avec un coût jusqu'à 7.6% moindre. Nous n'obtenons la preuve d'optimalité pour aucune des instances mais vérifions la bonne qualité de nos solutions : l'écart du coût à la borne inférieure est de 8.3% en moyenne,

3. ne sont pas considérées les 5 instances qui comportent des tarifs électriques négatifs.

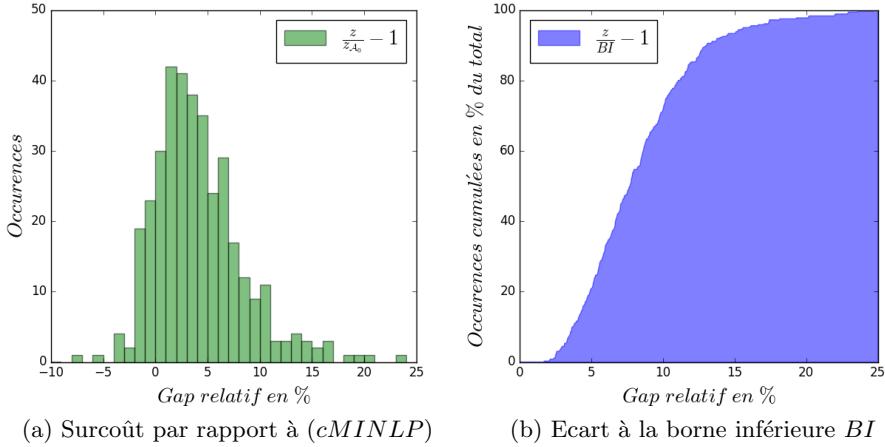


FIGURE 6.4 – Répartition des 360 instances *FDR* suivant les valeurs du surcoût relatif ($\frac{z}{z_{A_0}} - 1$) de la solution obtenue par rapport à la solution de A_0 (en vert) et de l'écart relatif ($\frac{z}{BI} - 1$) à la borne inférieure (en bleu). Exemple : pour 30 instances, la solution trouvée a un coût compris entre 0 et 1% du coût de la solution de A_0 ; pour 21% des instances, la solution trouvée est au plus à 5% de l'optimum.

variant entre 1.7% et 24.7%. Par ailleurs, les temps de calcul sont en moyenne de 66 secondes (et 123 secondes au maximum), soient du même ordre que le temps alloué à A_0 .

Ces résultats nous permettent d'esquisser les trois observations suivantes. Premièrement, les solutions obtenues sont relativement proches de l'optimum ; les performances atteintes sont pleinement satisfaisantes en pratique et elles surpassent la stratégie actuelle (appelée BAU dans le chapitre 4). Deuxièmement, si les solutions sont de qualité légèrement dégradée par rapport à A_0 , la méthode ne requiert en revanche aucune hypothèse sur la topologie du réseau. Troisièmement, les résultats présentés dans cette Section suggèrent qu'il est possible de garder le temps de calcul compatible avec une implémentation en temps réel même pour des RDEP de grande taille en capitalisant sur un sous-ensemble de configurations des éléments actifs qui composent les plans de pompage historiques.

6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous formulons un modèle non-compact (\mathcal{P}') obtenu par transformation temporelle de la formulation standard du problème de planification de pompage (\mathcal{P}) : plutôt que de considérer comme variable

binaire le statut des pompes et des valves à chaque période temporelle, nous considérons l'ensemble des combinaisons possibles de ces statuts et associons, comme variable continue, la durée d'activation d'une telle configuration pendant chaque période temporelle. Ensuite, en approximant les charges aux châteaux d'eau à la valeur moyenne tolérée et en discrétilisant les variables continues restantes, comme la vitesse des pompes à vitesse variable ou la dissipation de charge des valves réductrices de pression, nous montrons comment obtenir des solutions proches de la réalisabilité en décomposant le modèle (\mathcal{P}') en plusieurs calculs de configurations charge-débit indépendants et en un PL principal. Finalement, des solutions réalisables de (\mathcal{P}) sont dérivées de ces solutions approchées, à l'aide d'une version revisitée de l'approche de simulation-optimisation proposée dans [81]. Le schéma de résolution est expérimenté sur trois types de réseaux. Pour les deux premiers (classe RB et RM), des solutions de faible coût sont obtenues en un temps fortement réduit par rapport aux méthodes concurrentes. Pour le troisième, nous montrons comment réduire le nombre de configurations charge-débit à calculer en sélectionnant celles appliquées précédemment dans les plans de pompage historiques. Ce mécanisme permet de considérer l'implémentation de ce schéma de résolution également pour des RDEP de grande taille.

Plusieurs lignes de recherche pourraient être investiguées pour améliorer la praticabilité de la méthode proposée. Premièrement, une part significative du temps de calcul est allouée au recouvrement d'une solution réalisable. Cependant, si appliquée à la gestion opérationnelle du pompage, seules les variables de décision associées au premier pas de temps sont physiquement réalisées alors qu'il y a une large probabilité que les décisions futures vont être modifiées du fait de nouvelles évaluations de la demande d'eau et des tarifs électriques futurs. Ainsi, le recouvrement d'une solution réalisable est intéressant d'un point de vue théorique pour comparer des solutions calculées avec des méthodes différentes sur une base équivalente mais il n'est pas nécessaire en pratique d'obtenir des plans de pompage strictement réalisables et nous pourrions investiguer comment la solution approchée de (\mathcal{P}'') pourrait être utilisée plus efficacement dans un modèle de contrôle prédictif (voir Section 8.2). Deuxièmement, un travail supplémentaire est nécessaire pour généraliser la technique d'exploitation d'un historique pour limiter le nombre de configurations charge-débit à considérer, notamment lorsque la demande d'eau aux noeuds internes est positive, contrairement aux instances *FRD* que nous avons testées, ou bien lorsque les plans de pompage historiques ont été générés de manière sous-optimale. Troisièmement, nous pourrions nous demander comment incorporer des externalités connexes dans le processus de décision. Par exemple, l'approche proposée peut, sans augmenter la complexité mathématique, intégrer la problématique des fuites d'eau et appréhender le problème multiobjectif décrit dans [104], en fixant un coût pour le prélèvement d'eau aux sources et en prenant en compte les fuites lors du calcul des configurations charge-débit comme dans [81].

Chapitre 7

Dimensionnement d'une station de pompage par décomposition de Benders dans une classe spécifique de réseaux ramifiés

7.1 Introduction

Les solutions de planification journalière présentées dans les chapitres précédents peuvent être employées à la gestion opérationnelle – l'optimisation sur le court terme – des stations de pompage, mais également à leur conception stratégique – l'optimisation sur le long terme. Les coûts financiers sur la durée de vie d'une station de pompage se répartissant entre coûts d'installation et coûts d'opération, les solutions de planification journalière permettent, en effet, pour un niveau d'équipement fixé, d'évaluer les seconds. En pratique, la conception des stations de pompage est probablement réalisée de la sorte : sélectionnant, par expertise, un échantillon de configurations possibles, puis choisissant la meilleure après approximation de leurs coûts respectifs.

En réalité, les deux niveaux de décisions – quelles pompes installer ? comment les opérer ? – sont imbriqués, et nous avons vu au Chapitre 4 comment la mise en place d'une solution de gestion opérationnelle plus performante pouvait mener à une sous-exploitation des équipements. L'objet de ce Chapitre est de mettre en lumière l'intérêt pour les RDEP de la combinaison d'une optimisation opérationnelle et stratégique. Nous proposons ainsi de chiffrer ce gain énergétique et financier dans le contexte réaliste du réseau *FRD*, en supposant que la station de pompage doit y être intégralement

repensée. Pour ce faire, nous présentons une méthode originale de dimensionnement des pompes dans un RDEP. Elle se distingue dans la littérature sur la conception optimale des RDEP (voir Section 2.3) où une grande majorité des travaux passés (1) portent sur le dimensionnement des canalisations, (2) considèrent un réseau gravitaire et donc un système statique répondant à une demande moyenne ou de pire cas. Si le schéma de résolution employé ici reste générique, nous le développons en exploitant la spécificité de la classe de réseaux RR (voir Chapitre 4) à laquelle *FRD* appartient.

Du fait de leur grande taille (horizon temporel et nombre de configurations possibles) et des incertitudes sur les données de long terme, les problèmes de dimensionnement de systèmes dynamiques sont généralement résolus après de fortes simplifications : approximation ou relaxation des processus dynamiques et des contraintes opérationnelles les régissant, évaluation incomplète de l'espace des configurations, réduction de l'horizon temporel à un nombre limité de périodes représentatives. Notre approche de résolution applique principalement cette troisième simplification : la faisabilité et le coût opérationnel des configurations sont évalués, de manière indépendante, sur un ensemble de jours-types représentatifs, permettant de modéliser les variations saisonnières et pluri-annuelles de la demande en eau, ainsi que sur des jours-pics, permettant d'assurer une certaine robustesse des solutions à des événements incertains tels que la panne ou la maintenance d'une pompe ou une surconsommation en eau.

Par ailleurs, notre approche repose sur le schéma de décomposition de Benders généralisée, stabilisée par une méthode de faisceaux [114], qui résout de manière itérative un programme maître pour le choix d'une configuration et le sous-problème de planification opérationnelle pour la configuration choisie. Ce schéma permet en théorie l'évaluation implicite complète de l'ensemble des configurations, à condition que l'optimisation du sous-problème fournisse a minima une borne inférieure, et non une valeur approchée, de l'optimum. Pour accélérer ce schéma, en renforçant les coupes de faisabilité générées, nous introduisons la notion de *dominance* entre configurations.

Enfin, nous proposons d'exploiter la force de la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) du Chapitre 4 pour résoudre rapidement les sous-problèmes de planification journalière tout en maintenant un modèle fin des contraintes opérationnelles dynamiques. Nous considérons d'ailleurs deux relaxations différentes de (\mathcal{P}_0) selon la typologie du jour à planifier pour diminuer encore les temps de calcul en dégradant peu la formulation. Ainsi, pour les jours-pics, qui servent à assurer la réalisabilité des configurations, nous ignorons la fonction objectif et montrons comment, alors, la taille du modèle peut être réduite en agrégant les pompes de même classe. Pour les jours-types normaux, qui servent à estimer les coûts opérationnels des configurations, nous maintenons l'objectif de minimisation mais relâchons continûment le statut binaire des pompes.

L'expérimentation de cette méthode sur le réseau *FRD*, actuellement en opération, montre que l'optimisation du dimensionnement de la station

de pompage couplée à une stratégie de contrôle adéquate permettrait une baisse des coûts actualisés de l'ordre de 40%, portée à la fois par les coûts d'achat des pompes (-50%) et les coûts électriques (-37%).

La Section 7.2 présente le modèle de dimensionnement et le découpage temporel de l'horizon d'étude. La Section 7.3 décrit les relaxations des sous-problèmes de planification associés aux jours types et pics, et la Section 7.4 la notion de configuration dominante. La Section 7.5 décrit le schéma de décomposition de Benders stabilisé appliquée. La dernière Section présente nos résultats expérimentaux sur le réseau *FRD*.

7.2 Modèle de dimensionnement

Soit un ensemble O de classes de pompes candidates. Si on néglige le vieillissement individuel des pompes, alors la *configuration* des pompes (montées en parallèle) dans une station de pompage est uniquement déterminée par son *dimensionnement* : le nombre $y_o \in \mathbb{Z}_+$ de pompes de chaque classe $o \in O$ à installer dans la limite d'un nombre maximal global de pompes \bar{N} . La configuration est réalisable si elle est à même de satisfaire la demande en eau en tout temps sur la durée de l'exploitation (typiquement $|A| = 20$ ans). Le problème de dimensionnement consiste à trouver une configuration réalisable minimisant la somme des coûts actualisés d'investissement, pour l'achat et la mise en service des pompes au début de l'exploitation, et des coûts actualisés d'opération sur toute la durée de l'exploitation. Les coûts d'opération n'intègrent que les coûts énergétiques d'opération des pompes, seuls supposés dépendre du dimensionnement. La somme des coûts d'investissements et des coûts électriques représentent ensemble de l'ordre de 80% de la valeur net actualisée d'une station de pompage [88]. Les coûts de maintenance peuvent être partiellement modélisés dans les coûts d'investissement et maîtrisés par les contraintes de vieillissement sur les pompes. La détérioration des performances hydrauliques des pompes dans le temps est un processus complexe qui met en jeu de multiples facteurs dont la qualité de la maintenance, des réparations et des rénovations effectuées [50]. Nous appliquons un modèle simplifié, s'appuyant sur des observations empiriques [11], et considérons pour chaque pompe une détérioration de 1% par an de l'efficacité maximale et du gain de charge à débit constant. Ainsi, chaque classe $o \in O$ est associée à un coût fixe $C_o^f \geq 0$ d'investissement par pompe et à des paramètres d'opération variables en fonction de son âge $a \geq 0$ en années. Pour une pompe à vitesse fixe, il s'agit du gain de charge fourni par la pompe en fonction du débit q :

$$\Psi_o(q, a) = \alpha_o(a) - \beta_o(a)q^{\gamma_o(a)}, \quad (7.1)$$

O	classes de pompes	$n \in [1, \bar{N}]$	rang
$y_{on} \in \{0, 1\}$	$y_{on} = 1$ ssi au moins n pompes de classe $o \in O$ sélectionnées		
\mathcal{U}_A	jours-types	\mathcal{U}_B	jours-pics
$D^u \in \mathbb{R}_+$	demande d'eau du jour u	$C^u \in \mathbb{R}^T$	tarif du jour u
$n_u \in \mathbb{R}_+$	occurrence du jour-type u	$a_u \in \mathbb{Z}_+$	année du jour u
$o_u \in O$	classe de la pompe inopérable du jour-pic u		
Pour chaque jour $u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B$ et pour chaque pas de temps t :			
$x_{ont}^u \in \{0, 1\}$	état de la $n^{\text{ème}}$ pompe de classe $o \in O$		
$q_{ont}^u \geq 0$	débit dans la $n^{\text{ème}}$ pompe de classe $o \in O$		
$q_{lt}^u \geq 0$	débit à travers $l \in L$		
$h_{jt}^u \geq 0$	charge au noeud $j \in J$		

TABLE 7.1 – Notations liées au dimensionnement d'une station de pompage.

avec $\alpha_o(a) > 0$ et $\beta_o(a) > 0$, et de la puissance électrique consommée en fonction du débit q et de l'état x de la pompe :

$$\Gamma_o(q, a) = \lambda_o(a)x + \mu_o(a)q. \quad (7.2)$$

Notre hypothèse de détérioration se traduit alors, pour toute année $a \geq 1$, par : $\alpha_o(a) = (1 - a/100)\alpha_o(0)$, $\beta_o(a) = (1 - a/100)\beta_o(0)$, $\gamma_o(a) = \gamma_o(0)$, $\lambda_o(a) = \lambda_o(0)$ et $\mu_o(a) = \mu_o(0)$. Rappelons que la puissance consommée peut être formulée comme le produit du débit et du gain de charge divisé par l'efficacité de la pompe (voir Equation 4.4.3) et qu'elle est donc invariable suivant a sous notre hypothèse.

L'opération de la station de pompage sur sa durée de vie est évaluée sur un échantillon de journées caractéristiques, représentatif des variations saisonnières et pluri-annuelles de la demande. En omettant l'ordre sur l'ensemble de ces journées, nous relâchons de fait les contraintes (3.5) d'équilibre du remplissage des châteaux d'eau entre deux journées consécutives. Dans notre cas d'étude, nous estimons que cette relaxation a un impact faible sur le coût total d'opération, car à l'heure de transition (22h), l'on constate une demande faible en eau et un niveau de remplissage constant d'une journée à l'autre, ceci étant accentué par le tarif électrique HC/HP. En contrepartie, cela permet de décomposer l'horizon de planification en autant de journées, sur chacune desquelles l'opération de pompage peut être évaluée de manière indépendante en fixant a priori les niveaux des châteaux d'eau en début de journée.

Afin d'estimer précisément les coûts d'opération tout en assurant la robustesse de la conception à des évènements inopinés, nous considérons en fait deux ensembles de journées : l'ensemble \mathcal{U}_A des *jours-types*, caractéristiques du fonctionnement normal du RDEP, et l'ensemble \mathcal{U}_B des *jours-pics*, représentatifs de perturbations. Nous définissons un *jour-pic* à l'instar de [118], comme un jour où : a) le niveau d'eau dans les châteaux

d'eau est au minimum en début de journée, b) une pompe de classe indéterminée ne peut être utilisée pour cause de maintenance ou de panne, c) la demande d'eau à acheminer est élevée. Pour générer l'ensemble \mathcal{U}_B , nous dupliquons des journées de demande élevée pour chaque classe de pompe. À chaque jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$ est alors associée la classe $o_u \in O$ de la pompe qui est supposée inopérable ce jour (si elle apparaît dans la configuration considérée). À chaque jour-type $u \in \mathcal{U}_A$ est associé le nombre $n_u \in \mathbb{R}_+$ de jours actualisés dans l'horizon qu'il représente. Enfin, chaque jour $u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B$ est associé à son année d'exploitation $a_u \in A$ qui définit les paramètres de fonctionnement des pompes. Le coût opérationnel des configurations est évalué sur les jours-types uniquement, mais leur réalisabilité est également évaluée sur les jours-pics.

Le problème de dimensionnement peut se formuler ainsi :

$$z = \min \sum_{o \in O} \sum_{n=1}^{\bar{N}} C_o^I y_{on} + \sum_{u \in \mathcal{U}_A} \sum_{o \in O} \sum_{n=1}^{\bar{N}} \sum_{t=1}^T n^u C_t^u \Gamma_o(x_{ont}^u, q_{ont}^u) \Delta_t \quad (7.3)$$

$$\text{s.t. } \sum_{o \in O} \sum_{n=1}^{\bar{N}} y_{on} \leq \bar{N}, \quad (7.4)$$

$$y_{o(n+1)} \leq y_{on}, \quad \forall o \in O, n \in [1, \bar{N} - 1] \quad (7.5)$$

$$(x^u, q^u, h^u) \in \mathcal{P}^u, \quad \forall u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B \quad (7.6)$$

$$x_{on}^u \leq y_{on}, \quad \forall u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B, o \in O, n \in [1, \bar{N}] \quad (7.7)$$

$$x_{o_u n}^u \leq y_{o_u(n+1)}, \quad \forall u \in \mathcal{U}_B, n \in [1, \bar{N} - 1] \quad (7.8)$$

$$y_{on} \in \{0, 1\}, \quad \forall o \in O, n \in [1, \bar{N}]. \quad (7.9)$$

Chaque configuration de pompe est alors représentée par un vecteur $y \in \{0, 1\}^{O \times [1, \bar{N}]}$ défini, avec la contrainte (7.5), par $y_{on} = 1$ si et seulement si au moins $n \in [1, \bar{N}]$ pompes de classe $o \in O$ sont installées. Une alternative, portant moins de symétries, consiste à modéliser le nombre de pompes sélectionnées dans chaque classe par des variables entières, mais elle est de ce fait moins appropriée à la génération des coupes de Benders. Ici, \mathcal{P}^u définit l'ensemble des solutions de planification de pompage satisfaisant la demande en eau du jour u , étant donnée la dégradation des pompes a_u : $(x^u, q^u, h^u) \in \{0, 1\}^{|O| \times \bar{N} \times T} \times \mathbb{R}_+^{|A| \times T} \times \mathbb{R}_+^{|J| \times T}$ est une solution particulière (état, débit, charge) étant donné un ordre arbitraire sur les pompes par classe et $\Gamma_o(x^u, q^u)$ la puissance consommée associée. Les contraintes (7.7) et (7.8) assurent que les pompes opérées le jour u sont installées et opérables suivant la configuration y et le jour u . En particulier, les contraintes (7.8) préviennent de fait l'opération d'exactement une pompe de classe o_u le jour pic $u \in \mathcal{U}_B$. Le nombre total de pompes installées est limité par la contrainte (7.4). Enfin, la fonction objective (7.3) minimise la somme des coût d'investissements et des coûts électriques actualisés. Par la suite, on note pour

chaque configuration $y : N_o(y) = \sum_{n=1}^N y_{on}$ le nombre de pompes de classe $o \in O$ dans la configuration y , $N(y) = \sum_{o \in O} N_o(Y)$ le nombre total de pompes, et $O(y) = \{o \in O \mid N_o(y) > 0\}$ l'ensemble des classes de pompes.

Les méthodes privilégiées pour résoudre ce type de modèle de dimensionnement exploitent sa structure naturellement décomposable : une fois les variables y fixées (i.e. une configuration sélectionnée), il s'agit de résoudre un sous-problème de planification, qui se décompose ici en des problèmes indépendants de planification journalière pour chaque journée $u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B$. Nous proposons d'appliquer la méthode de décomposition de Benders généralisée [36] qui, en reproduisant ce processus de manière itérative, offre de converger théoriquement vers un optimum, ou, en pratique, de fournir une borne inférieure pour estimer la qualité des solutions réalisables trouvées. L'approche implique de résoudre de multiples instances de planification journalière. Or, chaque instance individuelle est difficile, comme on l'a vu dans les Chapitres précédents. De plus, nous ne pouvons leur appliquer les solutions d'approximation rapides que nous avons développées au risque de perdre la preuve de convergence de la méthode. Une alternative est alors d'appliquer une relaxation du problème de planification journalière suivant un compromis entre le temps de résolution et la qualité de la relaxation.

7.3 Relaxation des sous-problèmes de planification pour la classe RR

Dans cette Section, nous proposons une relaxation de la planification journalière permettant une résolution multiple rapide des sous-problèmes dans la méthode de décomposition de Benders généralisée. Nous restreignons l'étude ici à la classe des réseaux ramifiés RR, définie au Chapitre 4 et à laquelle appartient notre cas d'étude *FRD*. Nous proposons ainsi d'exploiter la relaxation convexe (\mathcal{P}_0), définie également au Chapitre 4, en la relâchant encore pour obtenir des temps de résolution plus raisonnables. Comme les jours-types et jours-pics ont des fonctions différentes dans la méthode, nous proposons des relaxations différentes adaptées à chacune.

Pour un jour $u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B$, et étant donnée une configuration Y , nous notons $(\mathcal{R}^u(Y))$ la relaxation considérée de $(\mathcal{P}^u(Y))$, le problème de planification journalière associé au jour u et augmentée des contraintes de dimensionnement (7.7)-(7.8) associées à la configuration $y = Y$.

7.3.1 Jours-types

Les jours-types ont pour fonction d'estimer le coût opérationnel d'une configuration dans un mode de fonctionnement habituel. En relâchant uniquement les égalités des contraintes couplantes charge-débit en inégalités, la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) du Chapitre 4 offre d'excellentes estimations sur le

réseau *FRD* mais elle reste de complexité trop élevée pour une résolution répétée dans le contexte du dimensionnement. Pour diminuer cette complexité, nous proposons de lever la combinatoire du modèle en relâchant continûment les variables d'état x . La relaxation considérée ($\mathcal{R}^u(Y)$) pour la classe RR est alors définie comme la relaxation continue du PNLNE convexe (\mathcal{P}_0) défini au Chapitre 4 augmentée des contraintes de dimensionnement (7.7) et l'optimum fournit une estimation par défaut du coût journalier de la configuration Y . On notera que dans le cas général, y compris en présence de pompes à vitesse variable, il serait envisageable d'employer la relaxation continue de la relaxation PLNE (\mathcal{P}_ϵ) définie au Chapitre 5 par approximation extérieure des contraintes couplantes et de l'objectif. Nous évaluons dans la Section expérimentale 7.6.1 la qualité de cette relaxation sur nos différents jeux d'instances.

7.3.2 Jours-pics

Les jours-pics ont pour fonction d'assurer la réalisabilité d'une configuration dans un mode de fonctionnement dégradé. Leur faible fréquence impactant peu les coûts totaux, le sous-problème de planification journalière devient alors un problème de réalisabilité. Si l'objectif d'optimisation peut alors être levé dans le modèle, il est préférable en revanche, contrairement aux jours-types, de conserver les contraintes d'intégrité sur les variables d'état des pompes afin d'évaluer correctement la réalisabilité des plans de pompage. Dans le cadre des réseaux de classe RR, les Propositions 1 et 2 montrent que la réalisabilité de la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) offre une condition nécessaire mais aussi suffisante de la réalisabilité du problème original (\mathcal{P}). Nous montrons que, lorsque les tarifs électriques ne sont pas pris en compte, la formulation de la relaxation convexe peut alors encore être réduite en agrégeant les pompes de même classe.

On note $\overline{\Delta_H} \geq 0$ une limite fixée pour la pression différentielle entre le réservoir source (nœud r) et la sortie de la station de pompage (nœud s), i.e.

$$h_{st} - h_{rt} \leq \overline{\Delta_H}, \quad \forall t \in [1, T].$$

Une valeur par défaut est donnée par $\overline{\Delta_H} = \max_{o \in O(Y)} \alpha_o$ l'élévation maximale de la charge permise par l'une des pompes de la configuration, mais la pression différentielle peut aussi être davantage contrainte par exemple pour protéger l'intégrité du réseau, limiter les fuites et prévenir les ruptures de canalisations. Enfin, nous négligeons la contrainte de flot minimale à travers une pompe active, i.e. nous supposons $Q_o^{\min} = 0$, qui n'est pas structurante sur l'échelle du long-terme.

Proposition 7 Soit $\mathcal{R}^u(Y)$ l'ensemble des solutions (x, q, h) du système de

contraintes suivant :

$$\sum_{ij \in L \cup K} q_{ijt} = \sum_{ji \in L} q_{jxit}, \quad \forall t \in [1, T], j \in \{s\} \cup J_T \quad (4.2)$$

$$\sum_{ij \in L} q_{ijt} = S_j(h_{jt} - h_{j(t-1)}) + D_{jt}^u, \quad \forall t \in [1, T], j \in J_T \quad (4.3)$$

$$h_{j0} = H_{j0}^u, \quad \forall j \in J_T \quad (4.4)$$

$$H_j^{\min} \leq h_{jt} \leq H_j^{\max}, \quad \forall t \in [1, T], j \in J_T \quad (4.5)$$

$$h_{it} - h_{jt} \geq 0, \quad \forall t \in [1, T], ij \in L_V \quad (4.6)$$

$$q_{ot} \leq N_o(Y)Q_o^{\max}(a_u)x_{ot}, \quad \forall t \in [1, T], o \in O(Y) \quad (4.7_R)$$

$$h_{st} - h_{rt} \leq \Psi_o\left(\frac{q_{ot}}{N_o(Y)}, a_u\right) + M_o(1 - x_{ot}), \quad \forall t \in [1, T], o \in O(Y) \quad (4.8_R)$$

$$h_{it} - h_{jt} \geq \Phi_{ij}(q_{ijt}), \quad \forall t \in [1, T], ij \in L_V \quad (4.9)$$

$$x_{ot} \in [0, 1], q_{lt} \geq 0, h_{jt} \geq 0, \quad \forall t \in [1, T], o \in O(Y), l \in L, j \in J,$$

$$x_{ot} \in \{0, 1\} \geq 0, \quad \forall t \in [1, T], o \in O(Y) \mid \alpha_o(a^u) < \overline{\Delta_H},$$

avec $M_o = \overline{\Delta_H} - \alpha_o(a^u)$. Le problème de planification journalière ($\mathcal{P}^u(Y)$) associé à la configuration Y au jour $u \in \mathcal{U}_B$ est réalisable si et seulement si $\mathcal{R}^u(Y^{o_u-}) \neq \emptyset$, où Y^{o-} désigne la configuration Y diminuée d'une pompe de classe $o \in O$ (quand elle existe).

Preuve : Sans perte de généralité, on néglige ici l'inopérabilité d'une pompe de classe o_u associée au jour u , ce qui consiste à supposer $N_{o_u}(Y) = 0$ ou encore $Y^{o_u-} = Y$. D'après les Propositions 1 et 2, il suffit alors de montrer que $\mathcal{R}^u(Y) \neq \emptyset$ est une condition nécessaire et suffisante à la réalisabilité de $(\mathcal{P}_0^u(Y))$, i.e. le modèle de relaxation convexe (\mathcal{P}_0) appliqué au jour u et augmenté des contraintes de dimensionnement pour la configuration Y . Soit $(X, Q, H) \in \mathcal{R}^u(Y)$, alors $(\lceil X \rceil, Q, H) \in \mathcal{R}^u(Y)$. En effet, les variables x apparaissent seulement dans les contraintes (4.7_R) avec $N_o(Y)Q_o^{\max}(a_u) \geq 0$, et dans les contraintes (4.8_R) avec $M_o = \overline{\Delta_H} - \alpha_o(a^u) \leq 0$ si $X_{ot} \neq \lceil X_{ot} \rceil$. Nous définissons alors une solution (x, q, h) de $(\mathcal{P}_0^u(Y))$, i.e. la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) associée à la configuration Y au jour u , en répartissant le flot q_o équitablement à travers toutes les pompes de classe $o \in O(Y)$, i.e. : $x_{ont} = \lceil X_{ot} \rceil$, $q_{ont} = Q_{ot}/N_o(Y) \forall t, o \in O(Y)$ si $n \in [1, N_o(Y)]$ et $x_{ont} = q_{ont} = 0$ si $n > N_o(Y)$, $q_{lt} = Q_{lt}$ et $h_{jt} = H_{jt} \forall t, l \in L, j \in J$. La solution satisfait alors l'équilibre des débits en sortie de station (4.2), le flot maximal à travers chaque pompe (4.7) et les contraintes de gain de charge (4.8'). La solution (x, q, h) est donc réalisable pour $(\mathcal{P}_0^u(Y))$. Inversement, toute solution réalisable (x, q, h) de $(\mathcal{P}_0^u(Y))$ peut être convertie en une solution $(X, Q, H) \in \mathcal{R}^u$ en sommant le flot à travers les pompes de même classe : $X_{ot} = x_{o1t}$, $Q_{ot} = \sum_{n=1}^{N_o(Y)} q_{ont} \forall t, o \in O(Y)$, $Q_{lt} = q_{lt}$ et $H_{jt} = h_{jt} \forall t, l \in L, j \in J$. Notamment, les contraintes de gain de charge (4.8_R) sont satisfaites

car $\frac{Q_{ot}}{N_o(Y)} \leq q_{ont}$ et $\Psi_o(\frac{Q_{ot}}{N_o(Y)}, a_u) \geq \Psi_o(q_{ont}, a_u)$ pour $n \in \arg \max_{n=1}^{N_o(Y)} q_{ont}$. ■

La Proposition 7 montre que la réalisabilité d'une configuration sur un jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$ s'établit en résolvant un système de contraintes convexes $\mathcal{R}^u(Y)$ sur un nombre réduit de variables binaires, au plus $|T|$ par classe de pompes opérables, voire un nombre nul quand la pression différentielle est suffisamment contrainte de sorte que $\alpha_o \geq \overline{\Delta_H} \forall o \in O(Y)$.

7.4 Configurations dominantes pour la classe RR

Pour un réseau de classe RR, une configuration Y est irréalisable si elle ne permet pas d'amener en aval de la station de pompage s un débit suffisant pour satisfaire la demande d'eau moins un jour $u \in \mathcal{U}_A \cup \mathcal{U}_B$ dans l'intervalle de gain de charge autorisé $h_{st} - h_{rt} \in [\underline{\Delta_H}, \overline{\Delta_H}]$. Toute configuration $Y' \subseteq Y$ possédant moins de pompes est donc elle-même irréalisable ce même jour. En analysant les débits maximaux théoriques pouvant être pompés, on peut en fait identifier un ensemble plus large encore de configurations dites *dominées* par Y , qui sont alors nécessairement irréalisables à l'instar de Y . Cette observation va nous permettre d'accélérer la méthode de décomposition de Benders en coupant dans le programme maître, à chaque itération où la configuration à l'étude est prouvée irréalisable, la configuration même ainsi que toute configuration identifiée comme dominée. Elle nous permet également d'initialiser le programme maître en recherchant, en prétraitement, un ensemble de configurations irréalisables.

7.4.1 Configurations dominantes

Définition 2 Une configuration Y domine une autre configuration Y' , et on note $Y' \preceq Y$, si pour tout gain de charge dans l'intervalle autorisé $\Delta_h \in [\underline{\Delta_H}, \overline{\Delta_H}]$, le débit maximal $Q_Y(\Delta_h)$ pouvant être pompé par Y est supérieur au débit maximal $Q_{Y'}(\Delta_h)$ pouvant être pompé par Y' .

La Figure 7.1 illustre le débit maximal pour deux configurations particulières en fonction du gain de charge, l'une en vert dominant l'autre en bleu.

Par définition, le débit maximal pour une configuration Y et un gain de charge Δ_h est donné par :

$$Q_Y(\Delta_h) = \sum_{o \in O(Y)} N_o(Y) \max(0, \frac{\alpha_o - \Delta_h}{\beta_o})^{\frac{1}{\gamma_o}}.$$

Pour vérifier la dominance d'une configuration Y sur une configuration Y' , il suffit de vérifier les inégalités $Q_Y(\underline{\Delta_H}) \geq Q_{Y'}(\underline{\Delta_H})$, $Q_Y(\overline{\Delta_H}) \geq Q_{Y'}(\overline{\Delta_H})$,

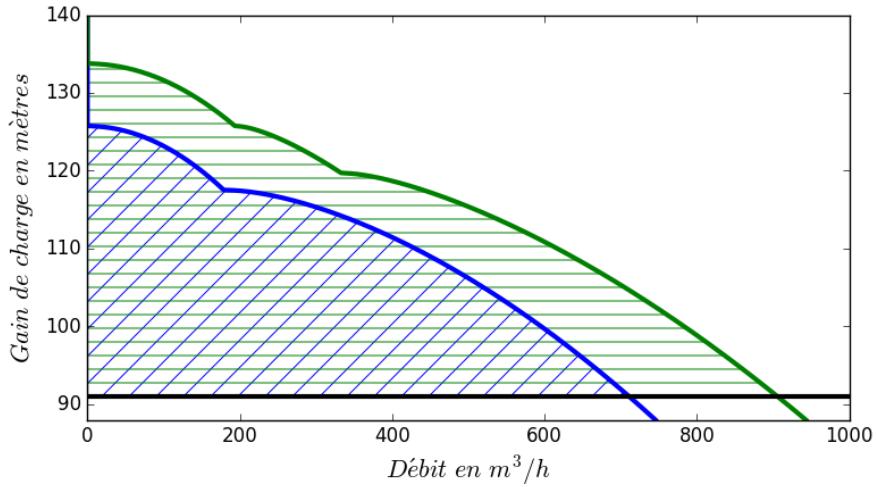


FIGURE 7.1 – Débit maximal en fonction du gain de charge pour deux configurations particulières, la verte dominant la bleue. Les aires A d’opérabilité des configurations sont représentées par les zones hachurées et le gain de charge minimal $\underline{\Delta}_H$ par la ligne noire.

et $Q_Y(\alpha_o) \geq Q_{Y'}(\alpha_o)$ pour tout $o \in O(Y) \cup O(Y')$, c’est à dire aux seuls points de non-différentiabilité des courbes.

La dominance définit clairement une relation d’ordre partiel \preceq sur l’ensemble des configurations. Pour identifier l’ensemble des couples de configurations dominante-dominée, il n’est pas raisonnable d’évaluer cet ensemble de manière exhaustive (soit tous les couples de combinaisons de $|O|$ valeurs entières positives dont la somme est inférieure à \bar{N}) hormis pour de très petites valeurs de $|O|$ ou de \bar{N} , mais nous faisons les deux observations suivantes. D’une part, toutes les sous-configurations $Y'' \subseteq Y'$ d’une configuration Y' dominée par une configuration Y sont naturellement aussi dominées par Y . D’autre part, les configurations dominées par Y ont, plus probablement, une consommation moindre. Soit $P(Y) = \sum_{o \in O} N_o(Y)p_o$ la puissance de référence d’une configuration Y avec p_o la puissance d’une pompe de classe $o \in O$ à son point d’efficacité maximale, alors la puissance de référence induit un ordre total sur l’ensemble des configurations qui se superpose approximativement à l’ordre de dominance. Ainsi, de manière heuristique, nous proposons de rechercher les configurations dominées en priorité parmi les configurations de puissance inférieure, et les configurations dominantes parmi celles de puissance supérieure.

7.4.2 Dominance et irréalisabilité

Pour un réseau de classe RR, on a la relation suivante entre dominance et réalisabilité :

Proposition 8 Si une configuration Y' est dominée par une configuration irréalisable Y pour un jour u quelconque (sans tenir compte d'éventuelles pompes inopérables) alors Y' est irréalisable de la même façon.

Preuve : Pour une configuration Y , le débit maximal Q_Y est une fonction strictement décroissante du gain de charge, donc $A_Y = \{(q, \Delta_h) \mid \underline{\Delta}_H \leq \Delta_h \leq Q_Y^{-1}(q), 0 \leq q \leq Q_Y(\underline{\Delta}_H)\}$ désigne l'ensemble des couples de gain de charge et de débit total qui peuvent être opérés par Y . Par définition de la dominance, $A_{Y'} \subseteq A_Y$ et donc toute solution réalisable de $(\mathcal{P}(Y'))$, qui est bâtie sur une séquence de T éléments de $A_{Y'}$, est réalisable pour $(\mathcal{P}(Y))$. ■

Dans le cas où le problème de planification journalière $(\mathcal{P}^u(Y))$ est démontré irréalisable sur un jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$, il est supposé qu'une pompe de classe o_u dans la configuration Y est inopérable, i.e. $\mathcal{R}^u(Y^{o_u-}) = \emptyset$. D'après la proposition précédente, on a alors $\mathcal{R}^u(y) = \emptyset$ pour toute configuration y dominée par Y^{o_u-} . Soit y une telle configuration dominée telle que $N(y) < \bar{N}$. D'après la Proposition 7, la configuration y augmentée d'une pompe de classe o_u est donc irréalisable le jour u . Comme les journées pics sont dupliquées pour chaque classe de pompe à mettre hors-service alors, pour chaque classe de pompe $o \in O$, il existe un jour-pic $v \in \mathcal{U}_B$ tel que $o_v = o$ et la configuration y augmentée d'une pompe de classe o est irréalisable le jour v . On en déduit l'ensemble des configurations irréalisables suivant :

$$I(Y) \subseteq \{y^{o+} \mid y \preceq Y^{o_u-}, o \in O\}, \quad (7.10)$$

où Y^{o+} désigne la configuration Y éventuellement augmentée d'une pompe de classe $o \in O$ si $N(Y) < \bar{N}$.

Afin de limiter le temps de calcul des configurations dominées, nous n'en déterminons qu'un sous-ensemble $I(Y)$ à partir des deux observations précédentes. Tout d'abord, nous ne considérons que les configurations dominées $y \preceq Y^{o_u-}$ de puissance moindre $P(y) \leq P(Y^{o_u-})$. Par ailleurs, de la proposition précédente, on retrouve que toutes les sous-configurations d'une configuration irréalisable sont irréalisables, cependant elles n'ont pas d'intérêt dans l'utilisation que nous en faisons : comme on le verra dans la Section suivante, pour chaque configuration irréalisable identifiée, une coupe d'infaisabilité (7.13) peut être générée dans le programme maître de la méthode de décomposition de Benders, hors la contrainte associée à une configuration irréalisable Y coupe à la fois Y et toutes ses sous-configurations. Ainsi, seules les configurations irréalisables maximales au sens de l'inclusion sont considérées : $y \in I(Y) \implies y' \notin I(Y), \forall y' \subseteq y$.

7.4.3 Prétraitement de l'ensemble des configurations

Si nous exploitons la notion de dominance pour renforcer les coupes d'infaisabilité générées à chaque itération de la décomposition de Benders, nous initialisons également le programme maître avec un ensemble de coupes

Algorithme 2 Calcul d'un ensemble de configurations irréalisables \mathcal{F}^0 en prétraitement

```

Entrée :  $\mathcal{C} = \{y \in \mathcal{Y} \mid N(y) < \bar{N}\}$ ,  $\mathcal{F} = \emptyset$ 
tant que  $\mathcal{C} \neq \emptyset$  faire
    Choisir  $y \in \mathcal{C}$  tel que  $|\{y' \in \mathcal{C} \mid P(y') \leq P(y)\}| \approx |\{y' \in \mathcal{C} \mid P(y') \geq P(y)\}|$ 
    si  $\mathcal{R}^u(y) \neq \emptyset$  pour tout  $u \in \mathcal{U}_B$  alors
         $D(y) \leftarrow \{y' \in \mathcal{C} \mid P(y') \geq P(y) \wedge y' \succeq y\}$ 
    sinon
         $D(y) \leftarrow \{y' \in \mathcal{C} \mid P(y') \leq P(y) \wedge y' \preceq y\}$ ,  $\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F} \cup D(y)$ 
    fin si
     $C \leftarrow C \setminus D(y)$ 
fin tant que
Sortie :  $\mathcal{F}^0 = \{y^{o+} \mid y \in \mathcal{F}, o \in O\}$ 

```

d'infaisabilité associées à un ensemble \mathcal{F}^0 de configurations irréalisables que nous proposons d'identifier par l'Algorithme 2.

Soient \mathcal{Y} l'ensemble des configurations et \mathcal{C} le sous-ensemble de celles contenant au plus $\bar{N} - 1$ pompes (i.e. les configurations potentiellement opérables sur les jours-pics). À chaque itération, on choisit une configuration $y \in \mathcal{C}$ de puissance médiane et on teste sa réalisabilité sur l'ensemble des jours-pics (en conservant toutes les pompes de y opérables). Si l'un est irréalisable, on ajoute à l'ensemble des configurations irréalisables toutes les configurations dominées par y parmi celles de puissance inférieure auxquelles on ajoute une pompe. Toutes les configurations identifiées par dominance comme réalisables ou irréalisables en même temps que y sont retirées de l'ensemble C des configurations à évaluer.

7.5 Dimensionnement par décomposition de Benders stabilisée

La méthode de décomposition de Benders généralisée [36] (DBG) exploite la structure décomposable du problème et alterne itérativement entre la résolution d'un PLNE relâché, le programme maître de choix discret de configurations, et la résolution du sous-problème restreint à une configuration pour en vérifier la réalisabilité, évaluer son coût et dériver des coupes pour le programme maître pour supprimer de la recherche des configurations équivalentes, irréalisables ou suboptimales. La méthode converge alors vers un optimum en assurant un parcours complet mais implicite de l'ensemble des configurations. Une faiblesse de la DBG originale est que le nombre d'itérations nécessaire à la convergence peut souvent être élevé (voir l'Exemple 9.7 dans [7]). Des techniques de stabilisation proposent d'

Algorithme 3 DBG avec stabilisation par MFE appliquée au dimensionnement optimal

```

Entrée :  $\mathcal{F} = \mathcal{F}^0$ ,  $\mathcal{O} = \emptyset$ ,  $\alpha$ ,  $tol$ ,  $\bar{z} = +\infty$ ,  $\underline{z} = 0$ 
tant que  $(\bar{z} - \underline{z})/\bar{z} \leq tol$  faire
   $z \leftarrow \alpha\underline{z} + (1 - \alpha)\bar{z}$ 
  Résoudre ( $\mathcal{M}$ )
  si ( $\mathcal{M}$ ) possède une solution  $y$  alors
    Résoudre  $\mathcal{R}^u(y^{ou-})$  pour tout  $u \in \mathcal{U}_B$ 
    si  $y$  irréalisable pour un jour pic  $u \in \mathcal{U}_B$  alors
       $\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F} \cup I(y)$ 
    sinon
      Résoudre ( $\mathcal{R}^u(y)$ ) pour tout  $u \in \mathcal{U}_A$ 
      Calculer  $C^E(y)$  et  $S^E(y)$ 
       $\mathcal{O} \leftarrow \mathcal{O} \cup \{y\}$ 
      si  $C^I(y) + C^E(y) \leq \bar{z}$  alors
         $Y^* \leftarrow y$ ,  $\bar{z} \leftarrow C^I(y) + C^E(y)$ 
      fin si
    fin si
  sinon
     $\underline{z} \leftarrow z$ 
  fin si
fin tant que
  
```

remédier, telles la méthode de faisceaux à état (MFE) introduite par Le-maréchal et al. [63] dans le cas continu et étendue au cas discret par de Oliveira [25]. La principale différence entre DBG et sa version stabilisée réside dans la stratégie de choix des configurations à chaque itération : quand DBG recherche un optimum du PLNE selon l'objectif original du problème, MFE explore le voisinage d'un centre de stabilité [114].

L'Algorithme 3 résume la procédure que nous mettons en œuvre pour le dimensionnement d'une station de pompage pour un réseau de classe RR, employant une relaxation du problème de planification opérationnelle sous-jacent. L'ensemble des configurations irréalisables \mathcal{F}^0 est initialisé au moyen de l'Algorithme 2 de prétraitement et nous fixons la valeur du critère d'arrêt tol , l'erreur tolérée entre la borne inférieure \underline{z} et le coût \bar{z} de la meilleure solution trouvée Y_* , et le paramètre $\alpha \in]0, 1[$ régissant le choix de la valeur de niveau z entre ces deux bornes. À chaque itération, une nouvelle configuration y est évaluée. Celle-ci est obtenue en résolvant le programme maître (\mathcal{M}) suivant :

$$\min \left\langle \frac{1}{2} \mathbf{1} - Y_*, y \right\rangle \quad (7.11)$$

$$s.t. C^I(y) + C^E(Y) + \langle S^E(Y), y - Y \rangle \leq z, \quad Y \in \mathcal{O} \quad (7.12)$$

$$\sum_{o \in O} y_{o(N_o(Y)+1)} \geq 1, \quad Y \in \mathcal{F} \quad (7.13)$$

$$y \in \{0, 1\}^{O \times \bar{N}}.$$

Les coupes d'infaisabilité (7.13) forcent la configuration à installer une pompe supplémentaire par rapport à chaque configuration irréalisable $Y \in \mathcal{F}$ identifiée dans les itérations précédentes. Les coupes d'optimalité (7.12) bornent supérieurement le coût de la configuration par rapport à z et à chaque configuration réalisable $Y \in \mathcal{O}^{k-1}$ évaluée dans les itérations précédentes : $C^E(Y)$ correspond à l'estimation du coût électrique total calculée en résolvant la relaxation continue convexe ($\mathcal{R}^u(Y)$) pour tous les jours-types $u \in \mathcal{U}_A$ et $S^E(Y)$ est un sous-gradient de C^E en Y calculé à partir des solutions duals.

La configuration y est ensuite vérifiée vis-à-vis des jours-pics $u \in \mathcal{U}_B$. Si elle est irréalisable, l'ensemble $I(y)$ de configurations dominées défini par (7.10) est généré et ajouté à \mathcal{F} . Sinon, si la configuration est réalisable et son coût total inférieur à celui de la meilleure solution connue, cette dernière est actualisée et devient le nouveau centre de stabilité Y^* . Finalement, le programme maître est irréalisable si aucune solution de coût inférieur à z n'existe et la borne inférieure peut alors être actualisée.

7.6 Résultats expérimentaux

7.6.1 Qualité de la relaxation continue convexe pour la planification journalière

Dans la Section 7.3.1, nous proposons d'estimer le coût opérationnel d'une configuration en résolvant la relaxation continue de la relaxation convexe (\mathcal{P}_0). Ce choix est motivé à la fois par la nécessité de réduire les temps de calcul et par l'expectative d'une estimation de qualité. La Table 7.2 renseigne sur la qualité de la relaxation continue de la relaxation convexe sur différents réseaux ramifiés (\mathcal{P}_0) ou non (\mathcal{P}_ϵ). Elle offre à comparer, pour les 75 instances étudiées à la Section 5.5 et 12 instances (bimensuelles) associées à FRD : une borne supérieure (BS, la meilleure solution obtenue par les méthodes des Chapitres 4 et 5) et la borne inférieure (BI) donnée par la relaxation continue à la racine du branch-and-bound. À noter que cette borne inférieure est parfois significativement meilleure que l'optimum de la relaxation continue du fait de l'étape de prétraitement réalisée par le solveur de PLNE tenant compte de la binarité des variables d'état des pompes et des valves. Cela montre qu'il pourrait être intéressant d'intégrer cette composante ici, cependant l'impact constaté est moindre dans le cas du réseau FRD.

Sur les 64 instances de la Section 5.5 pour lesquelles une solution réalisable a pu être obtenue, nous trouvons un écart relatif moyen de 9.5%. Trois observations permettent de relativiser cet écart déjà raisonnable et de justifier

	Jour	T=12			T=24			T=48		
		BS	BI	Gap	BS	BI	Gap	BS	BI	Gap
<i>Simple FSD</i>	21	inf	163.4	-	155.1	146.8	5.4%	150.9	145.9	3.3%
	22	inf	166.9	-	159.1	151.8	4.6%	155.7	150.2	3.5%
	23	inf	180.7	-	172.4	164.6	4.5%	168.5	162.8	3.4%
	24	inf	189.5	-	181.7	171.3	5.7%	176.0	170.3	3.2%
	25	inf	160.4	-	147.8	139.6	5.5%	145.5	139.7	4.0%
<i>AT (M)</i>	21	766.3	718.1	6.3%	733.2	719.0	1.9%	731.8	719.1	1.7%
	22	796.4	708.4	11.0%	732.1	708.5	3.2%	730.6	708.6	3.0%
	23	825.5	739.9	10.4%	761.5	740.6	2.7%	765.0	740.8	3.2%
	24	884.2	800.0	9.5%	822.9	800.8	2.7%	824.0	801.2	2.8%
	25	845.8	654.8	22.6%	690.6	656.3	5.0%	685.6	656.4	4.3%
<i>Poormond</i>	21	111.6	100.8	9.7%	109.0	99.6	8.6%	110.1	99.6	9.5%
	22	113.6	102.1	10.1%	113.0	101.1	10.5%	112.4	101.0	10.1%
	23	126.6	114.2	9.8%	125.2	112.9	9.8%	124.5	112.8	9.4%
	24	138.9	124.7	10.2%	136.3	123.2	9.6%	136.0	123.1	9.5%
	25	113.4	94.2	16.9%	94.2	85.2	9.6%	92.4	85.1	7.9%
<i>Simple VSD</i>	21	148.2	135.0	8.9%	146.8	117.8	19.8%	146.9	108.7	26.0%
	22	154.0	140.0	9.1%	152.4	122.8	19.4%	151.5	113.5	25.1%
	23	167.5	153.0	8.7%	165.1	134.9	18.3%	164.0	124.1	24.3%
	24	173.5	157.8	9.0%	172.2	138.1	19.8%	171.2	127.6	25.5%
	25	145.0	129.9	10.4%	139.8	111.2	20.5%	140.9	103.2	26.8%
<i>DWG</i>	21	3379.3	3263.0	3.4%	-	3228.1	-	-	3230.2	-
	22	3398.2	3274.1	3.7%	3420.6	3229.8	5.6%	-	3229.6	-
	23	3555.6	3419.6	3.8%	-	3376.4	-	-	3376.2	-
	24	3689.4	3458.7	3.8%	3737.5	3516.4	5.9%	-	3516.1	-
	25	3477.2	3122.2	10.2%	3312.7	3097.4	6.5%	3360.4	3097.4	7.8%
<i>FRD</i>	29.01				126.2	122.7	2.8%	127.5	122.7	3.8%
	27.03				138.4	132.5	4.3%	137.5	132.5	3.6%
	30.05				103.4	100.6	2.7%	103.9	100.6	3.2%
	26.07				216.4	200.6	7.3%	-	200.5	-
	28.09				105.9	100.5	5.1%	103.9	100.5	3.3%
	24.11				104.4	101.1	3.2%	103.6	101.1	2.4%

TABLE 7.2 – Qualité de la relaxation continue convexe pour la planification journalière évaluée sur les 75 instances de la Section 5.5 et 12 instances de *FRD* : borne supérieure (BS) issue de la Table 5.2 et borne inférieure (BI) au noeud racine du branch-and-bound.

l’emploi de la relaxation convexe continue dans le contexte du dimensionnement. Premièrement, la borne supérieure est au plus à 1.5% de l’optimum en moyenne (voir Table 5.2) ce qui réduit potentiellement d’autant l’écart de la borne de relaxation continue à l’optimum. Deuxièmement, les écarts d’optimalité sont les plus élevés pour les RDEP dont les caractéristiques sont les plus éloignées de notre cas d’étude : à savoir les RDEP avec pompes à vitesses variables (18.1% en moyenne pour *Simple VSD*) ou avec clapets anti-retour (10.1% en moyenne pour *Poormond*) ou encore avec des contraintes opérationnelles fortes (11.8% en moyenne pour *AT(M)* avec $T = 12$). Troisièmement, les coûts électriques ne représentent qu’une fraction

du coût de dimensionnement et les coûts d'investissement auront tendance à comprimer l'écart relatif sur le coût total.

Pour la sélection d'instances du réseau FRD, nous relevons donc comme escompté une déviation nettement plus faible. En effet, en négligeant l'instance du jour 26.07 avec T=48 où aucune solution n'est obtenue en 60 secondes, la déviation moyenne de la relaxation convexe continue à la meilleure solution connue est inférieure à 4%. Ainsi, l'estimation des coûts opérationnels à l'aide de la relaxation continue de la relaxation convexe (\mathcal{P}_0) semble pleinement justifiée dans ce contexte.

7.6.2 Validation de l'approche

Dispositif expérimental. Nous disposons pour le réseau FRD (Figure 4.1), caractéristique de la classe RR, d'un historique annuel des demandes d'eau à partir duquel nous proposons de construire une instance du problème de dimensionnement. Nous supposons une réhabilitation intégrale de la station de pompage : toutes les pompes existantes sont démantelées et remplacées par des pompes neuves à vitesse fixe. Le nombre maximal de pompes pouvant être installées est donné par $\bar{N} = 6$ (la valeur actuelle). L'ensemble O des classes de pompes candidates est sélectionné à partir du catalogue du constructeur KSB [55] : nous pré-sélectionnons un ensemble de 19 classes dont le débit $q(p_o)$ associé à la puissance de référence correspond à un gain de charge $\Psi_o(q(p_o))$ compris entre la pression de refoulement minimale (91 mètres) et une pression étalon haute (140 mètres). Pour chaque classe, nous interpolons les courbes $\Psi_o(q)$ et $\Gamma_o(q)$ à partir des données recensées dans le catalogue et nous estimons le coût d'investissement C_o^I à l'aide de la formule extraite de ([90], Table 9-50) avec un taux de change 1€=1\$:

$$C_o^I = 4\,400 \left(\frac{p_o}{74.6} \right)^{0.67} + 19\,300 \left(\frac{p_o}{52} \right)^{0.77} \text{€}. \quad (7.14)$$

Nous nous appuyons sur les données historiques de demande d'eau de l'année 2013 pour construire l'ensemble de jours-types \mathcal{U}_A et jours-pics \mathcal{U}_B . Nous considérons 12 jours-types correspondant à six périodes bimensuelles (janvier-février, mars-avril, etc.) et à deux plages hebdomadaires (semaine, week-end). A chaque jour-type $u \in \mathcal{U}_A$ est associée la valeur $n^u = j^u \sum_{k=0}^{h-1} (1+d)^{-k}$, avec j^u le nombre de jours en 2013 représentés par u , $h = 20$ ans l'horizon d'optimisation et $d = 5\%$ [88] le taux d'actualisation. Le tarif électrique C^u et le profil de demande d'eau D_j^u pour chaque château d'eau sont approximés en calculant, pour tout t , la moyenne des valeurs pour l'ensemble des j^u jours associés au jour-type u . De plus, nous considérons à nouveau le tarif *Vert A Option A5 Base* [67] d'EDF.

Pour l'ensemble des jours-pics, nous considérons une unique journée extrême : nous identifions le pas horaire de l'année 2013 où la somme des demandes d'eau aux 16 châteaux d'eau est la plus élevée et les profils de

Prétraitement (Algorithme 2)				DBG (Algorithme 3)			
tc total	275s	# itération	529	tc total	732s	tc (\mathcal{M})	58.1%
tc comparaison	228s	# config	42,504	# itération	37	tc \mathcal{R}^u (\mathcal{U}_A)	28.4%
tc relaxation	47s	# irréalisable	1,902	tc/itération	19.8s	tc \mathcal{R}^u (\mathcal{U}_B)	13.5%

TABLE 7.3 – Elements statistiques de résolution. Pour l'algorithme de prétraitement, temps total requis (tc total), temps alloué à la recherche des pompes dominantes et dominées (tc comparaison), temps alloué au calcul des \mathcal{R}^u (tc relaxation), nombre d'itérations nécessaires (# itération), nombre de configurations totales (# config) dont irréalisables (# irréalisable). Pour la DBG, temps total requis (tc total), nombre d'itérations (# itérations), temps de calcul moyen par itération (tc/itération) et part du temps total alloué à la résolution des problèmes (\mathcal{M}) et \mathcal{R}^u pour les ensembles \mathcal{U}_A et \mathcal{U}_B .

demande que nous considérons correspondent aux 24 heures suivantes. Nous faisons l'hypothèse que le niveau d'eau initial dans chaque château d'eau $j \in J_T$ est égal à la charge H_j^{\min} correspondant au volume d'eau stocké en temps normal pour des cas de force majeure. Nous permettons d'outrepasser cette limite en fixant $H_j^{\min} = H_j^0$, avec H_j^0 la charge associée à un volume d'eau stocké nul, pour tout $1 < t < T$ dans l'équation (3.6). Toutefois, le rétablissement final de la charge (Equation (3.7)) est requis. Finalement, si, pour tout jour $u \in \mathcal{U}_A$, nous considérons $\Delta_t = 2$ heures, nous limitons l'effort de calcul nécessaire pour apprécier la réalisabilité de \mathcal{R}^u sur le jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$ en fixant $\Delta_t = 4$ heures dans ce cas.

Nous procédons alors au prétraitement (Algorithme 2) puis calculons la borne inférieure \underline{z} sur les coûts actualisés de la station de pompage à l'aide de l'Algorithme 3, avec $tol = 1\%$ et $\alpha = 0.5$. Les deux algorithmes sont implémentés en python et les problèmes (\mathcal{M}) et \mathcal{R}^u sont construits à l'aide de l'interface python de Gurobi et résolus à l'aide du solveur de programmation à contraintes quadratiques par défaut de la version 7.0.2 de Gurobi [45]. Ensuite, à partir de la configuration optimale Y^* , nous allouons 60 secondes par jour-type $u \in \mathcal{U}_A$ pour résoudre $(\mathcal{P}^u(Y^*))$ et obtenir une borne supérieure \bar{z} . Finalement, nous calculons le coût opérationnel annuel de la configuration Y^* en résolvant $(\mathcal{P}(Y^*))$ sur les 365 instances journalières de l'année 2013 pour évaluer la représentativité des jours-types \mathcal{U}_A considérés.

Résultats. La Table 7.3 recense les principaux éléments statistiques résument le déroulé de la résolution. Parmi les 42 504 configurations d'au plus 5 pompes, le prétraitement identifie 1 902 configurations irréalisables sur le jour-pic. 529 itérations et 275 secondes de résolution sont nécessaires : en moyenne, la résolution de \mathcal{R}^u prend moins de 0.1 secondes et 83% du temps requis est consacré à la comparaison avec les autres configurations pour identifier les configurations dominantes et dominées. Les 1 902 configurations

de 5 pompes irréalisables sont ensuite converties en 20 757 configurations irréalisables de 6 pompes qui constituent \mathcal{F}^0 .

La borne inférieure $\underline{z} = 570\,898\text{€}$ et le dimensionnement Y^* sont ensuite calculés par DBG (Algorithme 3). Y^* est constitué de 5 pompes : 4 de classe *MTC 125 10.2 1450 6* et 1 de classe *MTC 125 10.2 1450 5* (abrégées par la suite par *MTC 6* et *MTC 5* respectivement). La résolution requiert 37 itérations et 732 secondes, soit 19.8 secondes par itération en moyenne, réparties comme suit : 58.1%, 28.4% et 13.5% pour, respectivement, la résolution du problème maître (\mathcal{M}), des relaxations R^u pour les jours-types \mathcal{U}_A , et des relaxations R^u pour les jours-pics \mathcal{U}_B . Notons que dans le cas où la résolution des sous-problèmes est entièrement parallélisée, le temps de calcul total requis pour la résolution des relaxations R^u est réduite de 306 à 36 secondes. Dans ce cas, en moyenne de l'ordre de 1 seconde (et au plus 3.4 secondes) sont nécessaires pour évaluer la réalisabilité et les coûts opérationnels associés à une configuration. La méthode proposée est donc capable de traiter un grand nombre de configurations potentielles en un temps limité. De plus, pour les 23 itérations où la configuration de pompes sélectionnées est irréalisable, l'ensemble I est constitué en moyenne de 38 nouvelles configurations irréalisables. L'ensemble \mathcal{F} final comporte 21 641 configurations dont 96% sont coupées dès l'étape de prétraitement, ce qui suggère que l'algorithme de prétraitement est capable de séparer les configurations réalisables des configurations irréalisables avec une précision intéressante.

La résolution de la planification journalière pour la configuration optimale Y^* sur les 12 jours-types fournit une borne supérieure $\bar{z} = 596\,748\text{€}$ et donc à un écart d'optimalité $(\bar{z} - \underline{z})/\bar{z}$ de 4.3%. Comme pressenti à la Section 7.6.1, la relaxation continue de (\mathcal{P}_0) offre une bonne approximation des coûts électriques dans le contexte la classe RR et permet d'obtenir des solutions de dimensionnement avec un faible écart d'optimalité. Finalement, notons que l'écart entre les coûts électriques calculés à partir des 12 jours-types (€460 388) ne s'écarte pas significativement de ceux calculés sur les 365 jours (€460 247), ce qui suggère que le nombre de jours-types considérés est amplement suffisant.

7.6.3 Comparaison avec la station de pompage actuelle

Dans la Section précédente, nous avons démontré que l'approche proposée est capable de retourner un dimensionnement proche de l'optimalité pour le réseau FRD. Nous souhaitons maintenant comparer les coûts actualisés du dimensionnement proposé vis-à-vis de la station de pompage actuellement en opération. Dans cette optique, nous considérons trois cas qui diffèrent selon le dimensionnement et la stratégie de contrôle utilisée. Dans les deux premiers cas, nous dimensionnons la station avec les pompes actuellement en opération sur le réseau FRD. Nous appliquons alors la stratégie de

	<i>BAUx2</i>	<i>BAU/MINLP</i>	<i>MINLPx2</i>	$\Delta M/B$
coût énergétique $\sum_d z_d$ (k€)	731.2	608.2	460.3	-37.0%
coût d'investissement $\sum_o N_o(Y)C_o^I$ (k€)	274.0	274.0	136.3	-50.3%
coût total (7.3) (k€)	1 005.2	882.2	596.6	-40.6%
énergie consommée $\sum_d \Psi_d Q_d \eta_d^{-1}$ (GWh/an)	1.335	1.157	0.944	-29.3%
pression de refoulement moyenne $\frac{1}{365} \sum_d \psi_d$ (m)	133.1	103.9	100.4	-24.6%
efficacité moyenne des pompes $\frac{1}{365} \sum_d \eta_d$	74.2%	67.2%	79.9%	+7.7%
coût électrique moyen $\frac{1}{365} \sum_d C_d$ (€/MWh)	45.0	43.1	40.1	-10.9%

TABLE 7.4 – Coûts actualisés et consommation annuelle : comparaison entre la station de pompage actuelle pilotée à l'aide des stratégies de contrôle actuelle (*BAUx2*) et optimale (*BAU/MINLP*) et la station de pompage redimensionnée pilotée à l'aide de la stratégie de contrôle optimale (*MINLPx2*) sur le tarif HC/HP. L'écart $\Delta M/B$ est calculé comme (*MINLPx2-BAUx2*)/*BAUx2*.

contrôle actuelle décrite à la Section 4.4.3 dans le premier cas (*BAUx2*) et la stratégie de contrôle optimal introduite au Chapitre 4 dans le deuxième cas (*BAU/MINLP*). Dans le troisième cas, nous dimensionnons la station avec la configuration retournée à la Section précédente et appliquons également la stratégie de contrôle optimal (*MINLPx2*).

La Table 7.4 compare alors les coûts actualisés et la consommation électrique annuelle pour (*BAUx2*), (*BAU/MINLP*) et (*MINLPx2*). En comparaison de (*BAUx2*), nous observons pour (*MINLPx2*) une baisse des coûts actualisés de l'ordre de 40%, portée à la fois par les coûts d'achat des pompes (-50%) et les coûts énergétiques (-37%). Concernant l'achat des pompes, le nombre de pompes est réduit de 6 à 5 et leur puissance moyenne (calculée au point d'efficacité maximale) décroît de 127 à 66 kW. Concernant les coûts énergétiques, la différence s'explique tout d'abord par une baisse du coût électrique moyen (-10.9%) et de la pression de refoulement moyenne (-24.6%), deux facteurs-clé également de la baisse de 16.9% des coûts énergétiques observée pour (*BAU/MINLP*), comme expliqué à la Section 4.4.3. Toutefois, alors que la baisse de la pression de refoulement moyenne se fait au détriment de l'efficacité moyenne des pompes pour (*BAU/MINLP*) (-9.6%), celle-ci croît de 7.7% pour (*MINLPx2*). Comme l'illustre la Figure 7.2, ce gain combiné est possible du fait du bon alignement des courbes d'efficacité et de gain de charge pour les deux classes de pompes sélectionnées : dans les deux cas, le débit associé à l'efficacité maximale (resp. 167 et 164 m³/h) correspond à un gain de charge (resp. 106.2 et 122.7 m) proche de la pression de refoulement moyenne enregistrée (100.4 mètres). L'efficacité moyenne des pompes (79.9%) est alors proche de leur efficacité maximale (resp. 83% et 84%). Au contraire, pour les classes de pompes installées utilisées dans le cas (*BAU/MINLP*), les gains de charges associés (resp. 145.4 et 124.7 m) sont largement supérieurs, ce qui implique une efficacité de pompage dégradée, comme l'illustre la Figure 4.5.

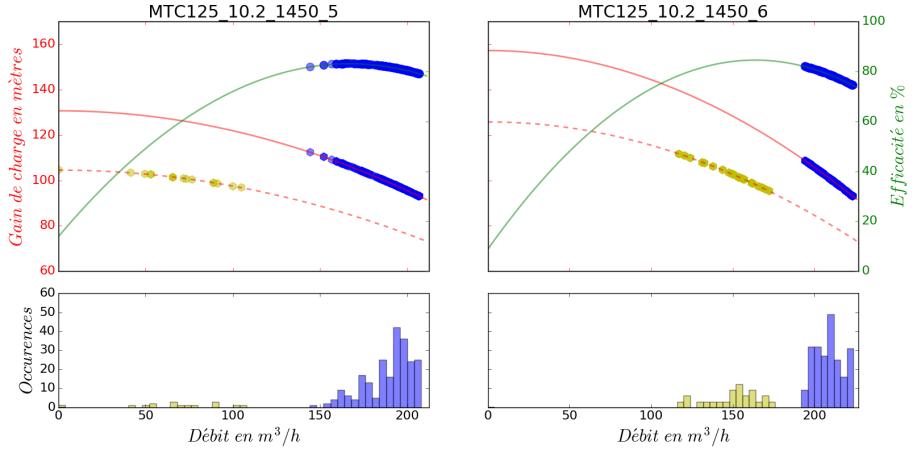


FIGURE 7.2 – Solution de ($MINLP_{x2}$) : points de fonctionnement des pompes dans les plans de pompage associés aux 12 jours-types $u \in \mathcal{U}_A$ (en bleu) et au jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$ (en jaune, avec $o_u=MTC\;6$) : cumulés (graphique du bas) et projetés sur les courbes charge-débit (en rouge pour $a_u = 0$ et en traitillé pour $a_u = 20$) et efficacité-débit (en vert pour $a_u = 0$) des deux classes de pompes $MTC\;5$ et $MTC\;6$ sélectionnées.

La Figure 7.2 nous permet également d’apprécier la complémentarité entre les deux classes de pompes. En effet, pendant les 12 jours-types $u \in \mathcal{U}_A$, l’unique pompe $MTC\;5$ est fortement sollicitée et achemine 48% de la quantité d’eau totale à elle seule car son efficacité est supérieure à celles des quatre pompes $MTC\;6$ pour tout gain de charge inférieur à 110 m. En revanche, pour le jour-pic $u \in \mathcal{U}_B$, les trois pompes $MTC\;6$ opérationnelles sont constamment activées et transportent 91% de la quantité d’eau totale, alors que la dégradation des caractéristiques hydrauliques de la pompe $MTC\;5$ la rend quasiment inopérable pour $a_u = 20$.

Finalement, mentionnons que seul des pompes à vitesse fixe ont été considérées pour réaliser le dimensionnement de la station de pompage. Comme identifié dans [8], les points de fonctionnement recensés à la Figure 7.2 nous suggèrent toutefois que l’installation de pompes à vitesse variable n’offre qu’une rentabilité limitée dans le contexte des réseaux de classe RR. En effet, l’utilisation de variateurs de vitesse ne permettrait d’avoir un impact significatif ni sur l’efficacité moyenne du pompage (79.9%) ni sur la pression de refoulement moyenne (100.4 mètres), ces deux quantités étant déjà proches respectivement de l’efficacité maximale des pompes (entre 83% et 84%) et de la pression de refoulement minimale qui peut être envisagée du fait de la pression hydrostatique (91 mètres) et des pertes de charge à surmonter.

7.7 Conclusion

A la suite du travail pionnier de Alperovits et Shamir [1], le problème de la conception optimale d'un RDEP a été étudié dans deux pans de littérature très différenciés selon que les contraintes hydrauliques sont vérifiées implicitement à l'aide d'un simulateur hydraulique ou modélisées par des contraintes analytiques explicites. Dans ce Chapitre, nous proposons de réunifier les forces des deux approches (prise en compte de périodes étendues, robustesse en cas d'avarie pour le cas implicite, généricté, capacité à évaluer la qualité des solutions pour le cas explicite) sur le sous-problème du dimensionnement optimal d'une station de pompage dans la classe de réseaux RR que nous formulons comme un problème à deux niveaux. Nous proposons différentes relaxations du problème de planification de pompage (\mathcal{P}) afin d'accélérer l'évaluation des coûts énergétiques associés aux configurations de pompes sélectionnées par le problème-maître et de vérifier leur réalisabilité. Le PNLNE convexe résultant est alors résolu à l'aide d'un schéma de décomposition de Benders, stabilisée par une méthode de faisceaux, qui nous fournit une borne inférieure sur les coûts actualisés ainsi qu'une configuration réalisable.

Nous appliquons ensuite l'approche proposée sur le RDEP FRD : 19 classes de pompes sont pré-sélectionnées, les coûts électriques sont évalués sur 12 jours-types représentatifs des conditions normales de pompage et la robustesse du dimensionnement est vérifiée à l'aide d'un jour-type modélisant de potentiels imprévus. Nous obtenons une solution réalisable à 4.3% de la borne inférieure en moins de 20 minutes. De plus, les coûts actualisés associés au dimensionnement proposé sont de l'ordre de 40% inférieurs à ceux de la station de pompage actuellement en service, une réduction qui s'explique à la fois par une baisse du coût d'achat des pompes (-50%) et des coûts énergétiques (-37%).

Finalement, si le domaine d'applicabilité de la méthode proposée est pour l'instant restreint (a) au problème du dimensionnement d'une station de pompage, (b) à la classe de réseaux RR, nous pensons que la méthodologie sous-jacente pourrait permettre de s'attaquer à une classe de problèmes plus large en relâchant ces restrictions. Concernant la restriction (a), le schéma de résolution proposé peut être appliqué au dimensionnement complet du réseau. En particulier, le concept de domination peut être étendu aux canalisations. Concernant la restriction (b), il est théoriquement possible d'adapter la méthode à l'ensemble des RDEP en estimant les coûts énergétiques à l'aide de la relaxation continue de (\mathcal{P}_ϵ) et en appliquant le LP/NLP branch-and-bound développé au Chapitre 5 sur l'ensemble des jours-pics \mathcal{U}_B . L'accroissement à la fois de la complexité de résolution et de l'écart d'optimalité doivent toutefois être étudiés en pratique.

Chapitre 8

Perspectives

8.1 Amélioration du LP/NLP branch-and-bound par apprentissage automatique

Dans le contexte du problème de planification de pompage, l'un des apports de cette thèse est de promouvoir une approche basée sur l'enveloppe convexe des contraintes non convexes (Chapitres 4 et 5) plutôt que sur l'utilisation systématique, souvent privilégiée, des approximations linéaires par morceaux. Notre hypothèse et notre constat étaient que le sens d'optimisation tend naturellement à la satisfaction de ces contraintes. L'approche de branch-and-bound bâtie sur cette observation nous a permis d'obtenir des solutions avec un écart d'optimalité modéré en un temps limité pour un grand nombre d'instances. Nous devons toutefois mentionner deux limites propres à la méthode proposée. D'une part, il manque un mécanisme efficace pour permettre de fermer l'écart d'optimalité subsistant dans un temps raisonnable. D'autre part, nous avons vu que l'approche proposée pouvait parfois échouer à fournir des solutions réalisables, notamment pour des instances difficiles comme celles associées à l'instance *DWG*.

Nous pensons que ces deux limitations pourraient être partiellement levées en remettant le problème de planification de pompage dans son contexte applicatif : au niveau opérationnel, il est résolu successivement, tous les jours, sur des instances ne différant que par la demande d'eau et les tarifs électriques. Dans ce contexte, il pourrait être possible d'apprendre des instances passées pour configurer l'approche au cas par cas et permettre d'accroître son efficacité. Pour illustrer les possibilités envisagées, nous présentons par la suite deux suggestions pour intégrer des outils d'apprentissage dans notre approche de résolution basée sur la relaxation convexe.

Quelle heuristique appliquer, quel nœud choisir ? En toute généralité, l'approche LP/NLP branch-and-bound est à même de résoudre des problèmes d'optimisation divers dans le contexte des réseaux en charge. En effet, outre

le problème de la planification de pompage investigué au Chapitre 5, la conception de réseaux gravitaires a été traitée avec succès par Ragunathan [94] à l'aide d'un algorithme partageant le même esprit. Cependant, des éléments spécifiques au problème considéré subsistent, notamment en ce qui concerne les heuristiques primales qui diffèrent souvent d'un problème à l'autre. Une première question consiste alors à nous demander s'il pourrait être possible d'apprendre des heuristiques spécialement adaptées non seulement au problème à résoudre mais peut-être également à la topologie du réseau considéré en nous appuyant sur les tentatives réalisées pendant la résolution des plans de pompage antérieurs. Par exemple, dans le contexte des problèmes de *couverture minimum par sommets*, de *coupe maximum* et du *voyageur de commerce*, Dai et al. [21] proposent d'apprendre des algorithmes gloutons et montrent que les heuristiques obtenues à l'aide de techniques d'apprentissage par renforcement sont plus performantes que les heuristiques concurrentes sélectionnées. Une seconde question concerne le choix des nœuds sur lesquels l'heuristique doit être utilisée, un choix qui est pour l'instant totalement arbitraire dans notre implémentation. Dans le contexte de la PLNE, Khalil et al. [51] proposent d'opérer ce choix plus intelligemment en caractérisant chaque nœud à l'aide de 51 facteurs potentiels discriminants et en décidant de l'application ou non de l'heuristique en fonction de la probabilité d'amélioration de la borne supérieure, évaluée à l'aide d'un algorithme d'apprentissage. Des expérimentations sur un ensemble d'instances ont montré un impact positif et il serait intéressant d'étudier l'influence que pourrait avoir une telle stratégie dans notre contexte.

Identification de la relaxation linéaire par morceaux (\mathcal{P}_ϵ) optimale
 Les résultats obtenus à l'aide du LP/NLP branch-and-bound, notamment la comparaison avec l'algorithme OA proposé par Shi et You [102], suggèrent qu'il n'est guère pertinent de nous appuyer sur une relaxation (\mathcal{P}_ϵ) bâtie sur l'utilisation systématique de fonctions linéaires par morceaux pour chaque contrainte non convexe. Toutefois, dans certains cas, la relaxation convexe originale (\mathcal{P}_ϵ) peut être trop faible, ce qui peut engendrer des solutions $x = X$ dont le sous-problème ($\mathcal{P}(X)$) est systématiquement soit irréalisable soit significativement plus coûteux que la solution optimale. Dans ce cas, il peut être intéressant d'intégrer un nombre limité de contraintes linéaires par morceaux pour resserrer le champ des solutions réalisables de (\mathcal{P}_ϵ) et ainsi couper les solutions entières $x = X$ problématiques.

Pour illustrer le propos, considérons le RDEP Van Zyl (Figure 6.3). La Table 8.1 présente les résultats obtenus pour les cinq instances associées au cas suivant : les pompes sont à vitesse variable, $T = 12$, $N = 2$, le temps de calcul limite est fixé à 30 minutes et seul Bonmin est appelé pour résoudre les problèmes ($\mathcal{P}(X)$). Nous remarquons alors que l'écart d'optimalité moyen (14.1%) reste élevé malgré la taille modérée du réseau considéré.

		(\mathcal{P}_ϵ) original			(\mathcal{P}_ϵ) resserré		
Jour		BS	BI	Gap	BS	BI	Gap
<i>Van Zyl</i>	21	229.8	196.3	14.6%	218.2	213.3	2.2% 610s
	22	236.2	202.7	14.2%	225.9	217.3	3.8%
	23	279.8	227.3	18.8%	254.2	245.6	3.4% 1116s
	24	288.6	251.3	12.9%	277.2	272.4	1.7% 282s
	25	198.2	178.2	10.1%	195.5	188.9	3.4% 530s

TABLE 8.1 – Impact du resserrement de la relaxation (P_ϵ) sur le RDEP Van Zyl.

Cela s’explique par le fait que la topologie spécifique de ce réseau encourage la surestimation des pertes de charge sur certains tronçons, notamment sur la canalisation allant de Tank B au point de demande. En effet, en surestimant les pertes de charge sur cet arc, il est possible d’acheminer une plus grande partie de la demande d’eau requise à partir de Tank A en contournant Pump 3B, ce qui permet de diminuer la consommation électrique. Pour atténuer cet effet, nous proposons alors de renforcer la relaxation (\mathcal{P}_ϵ) en resserrant la surestimation (en plus de la sous-estimation) des pertes de charge tolérées sur deux canalisations - la canalisation entrante de Tank A et la canalisation sortante de Tank B - à l’aide d’une contrainte linéaire par morceaux à deux segments.

Cet exemple illustre l’importance de trouver le bon équilibre dans la précision de la relaxation (\mathcal{P}_ϵ) : une relaxation trop lâche peut augmenter la taille de l’arbre de recherche alors qu’une relaxation trop serrée peut retarder l’obtention de solutions réalisables. Un axe de recherche pourrait alors être, en nous appuyant sur la résolution des plans de pompage antérieurs, d’identifier par apprentissage automatique la relaxation optimale permettant d’aboutir à l’écart d’optimalité minimal dans un temps de calcul imparti.

8.2 Une approche de commande prédictive par couplage des modèles

Nous avons considéré deux formulations distinctes pour le problème de planification de pompage : un modèle compact (Chapitre 3) sur les variables binaires des éléments actifs et un modèle étendu (Chapitre 6) sur les ensembles de configurations d’éléments actifs. Notons que jusqu’à présent, nous avons proposé deux schémas de résolution totalement indépendants s’appuyant sur l’une ou l’autre de ces formulations. Toutefois, au vu de leurs forces et faiblesses respectives, des complémentarités peuvent être trouvées.

Le problème principal de la résolution par branch-and-bound du modèle compact est que le nombre de variables binaires à considérer ($T(|K| + |V|)$)

est élevé et que la méthode est donc restreinte à des réseaux de taille limitée. Or, s'il est important que la résolution retourne le statut exact des éléments actifs pour les premiers pas de temps de l'horizon de planification et notamment pour le pas de temps $t = 1$ qui doit être physiquement implémenté, ces informations deviennent moins utiles quand t augmente. En effet, une forte probabilité existe que les prévisions des tarifs électriques et des demandes d'eau vont être réactualisées par la suite et que le plan de pompage va être modifié en fonction. Au contraire, le PL associé à la formulation étendue peut être résolu sur des RDEP de plus grande taille mais la solution obtenue peut ne pas être acceptable du fait de l'absence de prise en compte des contraintes propres au vieillissement des pompes qui peut engendrer des commutations de pompes nombreuses et rapprochées.

Ces observations nous motivent alors à expérimenter une résolution du problème de planification basée sur une méthode hybride combinant ces deux formulations. Divisons l'horizon journalier de planification en deux parties de durée $\bar{T}\Delta_t$ et $(T-\bar{T})\Delta_t$. Pour les pas de temps $t \in [1, \bar{T}]$ (resp. $t \in [\bar{T}+1, T]$), nous considérons les contraintes de la formulation (\mathcal{P}) (resp. (\mathcal{P}'')) proposée au Chapitre 3 (resp. à la Section 6.3). Si nous négligeons les coûts d'extraction et de traitement aux sources ($E_j = 0$ pour tout $j \in J_R$), la fonction objectif à minimiser est alors donnée par

$$\begin{aligned} z = & \sum_{t=1}^{\bar{T}} \sum_{k \in K_V} C_t \Gamma_k^V(q_{kt}, w_{kt}) \Delta_t + \sum_{t=1}^{\bar{T}} \sum_{k \in K_F} C_t \Gamma_k^F(q_{kt}, x_{kt}) \Delta_t \\ & + \sum_{t=\bar{T}+1}^T C_t \sum_{s \in \mathcal{S}_t} P^s \delta_s. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Nous pouvons alors résoudre le problème avec l'approche de branch-and-bound présentée au Chapitre 5, avec une complexité de résolution réduite, le nombre de variables binaires introduites passant de $T(|K|+|V|)$ à $\bar{T}(|K|+|V|)$. Celui-ci peut ensuite être embarqué dans une approche de commande prédictive : à des intervalles de temps réguliers, les prévisions des tarifs électriques et des demandes d'eau pour les 24 heures suivantes sont réactualisées, le modèle hybride est résolu en tenant compte des niveaux d'eau réels dans les châteaux d'eau et les éléments actifs sont ajustés en fonction.

Nous avons expérimenté une variante déterministe de l'approche de commande prédictive proposée, i.e. les prévisions réalisées sont toujours parfaitement exactes. Pour cela, nous prenons en compte le RDEP *Poormond* avec $T = 48$ et la période de 5 jours commençant le 21 mai 2013 à 7h00 considérée à la Section 5.5.1. De plus, nous fixons $\bar{T} = 8$ et $N = 1$, i.e. chaque pompe ne peut être enclenchée qu'une seule fois pendant les 4 premières heures pour limiter le nombre de commutations pendant la journée. Au début de chaque pas de temps, le LP/NLP branch-and-bound recalcule alors le plan de pompage pour les 4 heures suivantes sur la même machine et à l'aide de

Jour	LP/NLP		Hybride FTF			Hybride FTG			
	Coût	Temps	Coût	Temps	Δ	Coût	Temps	Δ	
<i>Poormond</i>	21	110.1	299s	112.7	7s	2.4%	141.7	11s	28.7%
	22	112.4	562s	114.0	10s	1.4%	102.8	10s	-8.5%
	23	124.5	319s	125.5	19s	0.8%	119.1	16s	-4.3%
	24	136.0	995s	137.7	5s	1.3%	99.3	6s	-37.0%
	25	92.4	414s	97.9	8s	6.0%	84.3	5s	-8.8%

TABLE 8.2 – Résultats de l’approche LP/NLP branch-and-bound (reportés de la table 5.2) et des deux approches hybrides avec fenêtre temporelle fixe (FTF) et glissante (FTG).

la même procédure que pour la Section 5.5.1, la seule différence étant que l’heuristique est cette fois désactivée. Finalement, deux stratégies de recalcul des plans, nommées fenêtre temporelle fixe (FTF) et fenêtre temporelle glissante (FTG), sont testées. Dans le premier cas, nous cherchons une solution réalisable de (\mathcal{P}) . Pour chaque instance journalière et, progressivement, pour chaque pas de temps $t^* \in [1, T]$, nous fixons les réglages des éléments actifs à t^* obtenus par le calcul du plan de pompage optimal sur l’horizon $[t^*, T]$ avec une charge minimale finale fixe $h_{jT} = H_j^0$ pour tout $j \in J_T$. Dans le second cas, seule la charge minimale à la fin de l’horizon de 5 jours est fixée ($h_{j(5T)} = H_j^0$ pour tout $j \in J_T$). Pour tout $t^* \in [1, 4T]$, un horizon d’optimisation de 24 heures est alors considéré $[t^*, t^* + T - 1]$ et celui-ci se réduit à moins de 24 heures progressivement dans le dernier jour, i.e. $[t^*, 5T]$ pour $t^* \in [4T + 1, 5T]$.

La Table 8.2 compare les résultats obtenus à l’aide du branch-and-bound original (LP/NLP) sur le modèle compact et des deux approches hybrides FTF et FTG. Tout d’abord, l’écart relatif moyen entre le coût des solutions calculées à l’aide de LP/NLP et de l’approche hybride FTF est limité à 2.4% ce qui suggère que la formulation approchée de programmation linéaire utilisée sur les derniers pas de temps $t \in [\bar{T}, T]$ est suffisante pour guider efficacement le réglage des pompes sur les premiers pas de temps $t \in [1, \bar{T}]$. Cette légère hausse des coûts est compensée par un temps moyen de calcul très réduit. En effet, s’il faut 518 secondes en moyenne pour aboutir aux meilleures solutions obtenues par LP/NLP en 1 heure, le temps moyen nécessaire pour aboutir à un écart d’optimalité $G = 1\%$ est de moins de 10 secondes avec l’approche hybride FTF. Finalement, nous remarquons que l’approche hybride FTG permet de diminuer les coûts sur l’horizon de 5 jours de 4.9% par rapport à LP/NLP en rebalayant le pompage des jours où le tarif est élevé aux jours où le tarif est plus bas. Ce dernier résultat montre les bénéfices qui peuvent être attendus en nous appuyant sur une approche de commande prédictive en lieu et place d’une optimisation statique pour chacun des jours considérés.

Plusieurs axes doivent encore être investigués pour nous assurer du bon fonctionnement de la méthode et estimer son intérêt pratique. D'une part, la taille des réseaux pouvant être appréhendées en temps réel à l'aide de cette méthode doit être évaluée. L'approche est-elle par exemple capable de s'appliquer aux RDEP de classe RM $n25p22a18$ et $n88p64a64$ présentés dans [41] qui ont été résolus à l'optimalité pour des cas statiques mais qui se sont révélés trop complexes pour être résolus dans le cas dynamique ? D'autre part, il s'agirait d'évaluer l'impact des incertitudes sur les tarifs électriques et la demande d'eau future et de réfléchir au moyen de nous assurer de la robustesse de l'approche hybride dans ce cas.

Bibliographie

- [1] E. Alperovits et U. Shamir. Design of optimal water distribution systems. *Water Resources Research*, 13(6) :885–900.
- [2] A. Bagirov, A. Barton, H. Mala-Jetmarova, A. A. Nuaimat, S. Ahmed, N. Sultanova, et J. Yearwood. An algorithm for minimization of pumping costs in water distribution systems using a novel approach to pump scheduling. *Mathematical and Computer Modelling*, 57(3–4) :873 – 886, 2013.
- [3] B. Baràn, C. von Lücke, et A. Sotelo. Multi-objective pump scheduling optimisation using evolutionary strategies. *Advances in Engineering Software*, 36(1) :39 – 47, 2005. Evolutionary Optimization of Engineering Problems.
- [4] P. Belotti, C. Kirches, S. Leyffer, J. Linderoth, J. Luedtke, et A. Mahajan. Mixed-integer nonlinear optimization. *Acta Numerica*, 22 :1–131, 2013.
- [5] M. Bisztray, A. Kis, B. Muraközy, et G. Ungvári. Energy efficiency analysis of water and wastewater utilities based on the IBNET database. 2010.
- [6] P. Bonami, L. T. Biegler, A. R. Conn, G. Cornuéjols, I. E. Grossmann, C. D. Laird, J. Lee, A. Lodi, F. Margot, N. Sawaya, et al. An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs. *Discrete Optimization*, 5(2) :186–204, 2008.
- [7] J.-F. Bonnans, J. C. Gilbert, C. Lemaréchal, et C. A. Sagastizábal. *Numerical optimization : theoretical and practical aspects*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [8] G. Bonvin, A. Samperio, C. Le Pape, V. Mazauric, S. Demassey, et N. Maïzi. A heuristic approach to the water networks pumping scheduling issue. *Energy Procedia*, 75 :2846–2851, 2015.
- [9] C. Borraz-Sánchez, R. Bent, S. Backhaus, H. Hijazi, et P. V. Hentenryck. Convex relaxations for gas expansion planning. *INFORMS Journal on Computing*, 28(4) :645–656, 2016.

- [10] C. Bragalli, C. D'Ambrosio, J. Lee, A. Lodi, et P. Toth. On the optimal design of water distribution networks : a practical MINLP approach. *Optimization and Engineering*, 13(2) :219–246, 2012.
- [11] S. Bunn. Ageing pump efficiency : The hidden cost thief? Dans *Distribution Systems Symposium & Exposition*, 2009.
- [12] J. Burgschweiger, B. Gnädig, et M. Steinbach. Optimization models for operative planning in drinking water networks. *Optimization and Engineering*, 10(1) :43–73, 2009.
- [13] J. Burgschweiger, B. Gnädig, et M. C. Steinbach. Nonlinear programming techniques for operative planning in large drinking water networks. *The Open Applied Mathematics Journal*, 3(1) :14–28, 2009.
- [14] L. P. Cain et D. G. Paterson. The children of eve : Population and well-being in history. *Population and Development Review*, 39(3) :544–544, 2013.
- [15] R. Carlson. The correct method of calculating energy savings to justify adjustable-frequency drives on pumps. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36(6) :1725–1733, 2000.
- [16] A. Cominola, M. Giuliani, D. Piga, A. Castelletti, et A. Rizzoli. Benefits and challenges of using smart meters for advancing residential water demand modeling and management : A review. *Environmental Modelling & Software*, 72 :198 – 214, 2015.
- [17] C. Copeland. Clean water act : a summary of the law. 2016.
- [18] C. Copeland et N. Carter. Energy - water nexus : The water sector's energy use. 2017.
- [19] L. H. M. Costa, B. de Athayde Prata, H. M. Ramos, et M. A. H. de Castro. A branch-and-bound algorithm for optimal pump scheduling in water distribution networks. *Water resources management*, 30(3) :1037–1052, 2016.
- [20] D. Cutler et G. Miller. The role of public health improvements in health advances : The twentieth-century United States. *Demography*, 42(1) :1–22, Feb 2005.
- [21] H. Dai, E. B. Khalil, Y. Zhang, B. Dilkina, et L. Song. Learning combinatorial optimization algorithms over graphs. *arXiv preprint arXiv :1704.01665*, 2017.
- [22] C. D'Ambrosio et A. Lodi. Mixed integer nonlinear programming tools : an updated practical overview. *Annals of Operations Research*, 204(1) :301–320, 2013.
- [23] C. D'Ambrosio, A. Lodi, S. Wiese, et C. Bragalli. Mathematical programming techniques in water network optimization. *European Journal of Operational Research*, 243(3) :774 – 788, 2015.

- [24] M. M. Davis, C. Kolb, L. Reynolds, E. Rothstein, et K. Sikkema. Flint water advisory task force : Final report. Technical report, 2016.
- [25] W. de Oliveira. Regularized optimization methods for convex MINLP problems. *TOP*, 24(3) :665–692, 2016.
- [26] B. J. Eck et M. Mevissen. Valve placement in water networks : Mixed-integer non-linear optimization with quadratic pipe friction. Technical report, IBM Research Report, September 2012.
- [27] M. Edwards et A. Dudi. Role of chlorine and chloramine in corrosion of lead-bearing plumbing materials. *Journal-American Water Works Association*, 96(10) :69–81, 2004.
- [28] Epexspot. <https://www.epexspot.com/en/market-data/elix>.
- [29] European Commission. 2030 energy strategy, 2014. [accessed : 18-Apr-2017].
- [30] Eurostat. Electricity generated from renewable sources, 2016. [accessed : 18-Apr-2017].
- [31] M. Fantozzi et A. Lambert. Including the effects of pressure management in calculations of short run economic leakage levels. Dans *IWA International Specialised Conference Water Loss*, 2007.
- [32] R. Farmani, D. Savic, et G. Walters. Evolutionary multi-objective optimization in water distribution network design. *Engineering Optimization*, 37(2) :167–183, 2005.
- [33] Federal Ministry for Economic Affairs and Energy (BMWi). *An Electricity Market for Germany’s Energy Transition (Green Paper)*, October 2014.
- [34] M. Feldman. Aspects of energy efficiency in water supply systems. Dans *The 5th IWA water loss reduction Specialist Conference*, pages 85–89, Capetown, South Africa, 2009.
- [35] A. Fügenschuh et J. Humpola. A new class of valid inequalities for nonlinear network design problems. Technical report, Zuse-Institut, Berlin, 2013.
- [36] A. M. Geoffrion. Generalized benders decomposition. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 10(4) :237–260, Oct 1972.
- [37] M. Gerdts. A variable time transformation method for mixed-integer optimal control problems. *Optimal Control Applications and Methods*, 27(3) :169–182, 2006.
- [38] B. Ghaddar, J. Naoum-Sawaya, A. Kishimoto, N. Taheri, et B. Eck. A Lagrangian decomposition approach for the pump scheduling problem in water networks. *European Journal of Operational Research*, 241(2) :490 – 501, 2015.

- [39] C. Giacomello, Z. Kapelan, et M. Nicolini. Fast hybrid optimization method for effective pump scheduling. *J. Water Resour. Plann. Manage.*, page 175, 2013.
- [40] A. Gleixner, T. Berthold, B. Müller, et S. Weltge. Three enhancements for optimization-based bound tightening. *Journal of Global Optimization*, 67(4) :731–757, 2017.
- [41] A. M. Gleixner, H. Held, W. Huang, et S. Vigerske. Towards globally optimal operation of water supply networks. *Numerical Algebra, Control and Optimization*, 2(4) :695–711, 2012.
- [42] R. Goldstein et W. Smith. Water and Sustainability : U.S. Electricity Consumption for Water Supply & Treatment – The Next Half Century. Technical report, Electric Power Research Institut, 2002.
- [43] R. J. Gordon. *The rise and fall of American growth : The US standard of living since the civil war*, volume 70. Princeton University Press, 2017.
- [44] J.-P. Goubert. La France s'équipe. Les réseaux d'eau et d'assainissement. 1850-1950. Dans *Les annales de la recherche urbaine*, volume 23, pages 47–53. Centre de Recherche d'Urbanisme, 1984.
- [45] L. Gurobi Optimization. Gurobi optimizer reference manual, 2018.
- [46] W. E. Hart, C. D. Laird, J.-P. Watson, D. L. Woodruff, G. A. Hackebeil, B. L. Nicholson, et J. D. Siirola. *Pyomo—optimization modeling in python*, volume 67. Springer Science & Business Media, second edition, 2017.
- [47] J. Humpola. *Gas network optimization by MINLP*. Logos Verlag Berlin GmbH, 2017.
- [48] J. Humpola et A. Fügenschuh. A new class of valid inequalities for nonlinear network design problems. Technical report, Zuse-Institut, Berlin, 2013.
- [49] J. Humpola et F. Serrano. Sufficient pruning conditions for minlp in gas network design. *EURO Journal on Computational Optimization*, 5(1-2) :239–261, 2017.
- [50] HydraTek. Toward municipal sector conservation : A pump efficiency assessment and awareness pilot study. Technical report, 2013.
- [51] E. B. Khalil, B. Dilkina, G. L. Nemhauser, S. Ahmed, et Y. Shao. Learning to run heuristics in tree search. Dans *26th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, 2017.
- [52] J. H. Kim et L. W. Mays. Optimal rehabilitation model for water-distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(5) :674–692, 1994.

- [53] B. Kingdom, R. Liemberger, et P. Marin. The challenge of reducing non-revenue water in developing countries–how the private sector can help : A look at performance-based service contracting. Technical report, World Bank, Washington, DC, 2006.
- [54] B. Knopf, P. Nahmmacher, et E. Schmid. The European renewable energy target for 2030 – An impact assessment of the electricity sector. *Energy Policy*, 85 :50 – 60, 2015.
- [55] KSB. Multitec : High-pressure pumps in ring-section design - booklet with performance curves. https://shop.ksb.com/ims_docs/00/005056B602221ED59BBED4C372AFD36.pdf.
- [56] C. D. Laird, L. T. Biegler, et B. G. van Bloemen Waanders. Mixed-integer approach for obtaining unique solutions in source inversion of water networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 132(4) :242–251, 2006.
- [57] A. Lambert. What do we know about pressure-leakage relationships in distribution systems. 2001.
- [58] M. Laneuville. Pressure management in water distribution networks for water and infrastructure sustainable use. Technical report, Quebec Ministry of Municipal Affairs, 2015.
- [59] K. Lansey, F. Pasha, S. Pool, W. Elshorbagy, et J. Uber. Locating satellite booster disinfectant stations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 133(4) :372–376, 2007.
- [60] K. E. Lansey et K. Awumah. Optimal pump operations considering pump switches. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(1) :17–35, 1994.
- [61] S. Lebergott. *The American Economy : Income, Wealth and Want*. Princeton University Press, 1976.
- [62] H. Lee, K. Teo, V. Rehbock, et L. Jennings. Control parametrization enhancing technique for optimal discrete-valued control problems. *Automatica*, 35(8) :1401 – 1407, 1999.
- [63] C. Lemaréchal, A. Nemirovskii, et Y. Nesterov. New variants of bundle methods. *Mathematical Programming*, 69(1) :111–147, Jul 1995.
- [64] M. López-Ibáñez, T. D. Prasad, et B. Paechter. Ant colony optimization for the optimal control of pumps in water distribution networks. *J. Water Resour. Plann. Manage.*, page 337, 2008.
- [65] W. R. Mac Kenzie, N. J. Hoxie, M. E. Proctor, M. S. Gradus, K. A. Blair, D. E. Peterson, J. J. Kazmierczak, D. G. Addiss, K. R. Fox, J. B. Rose, et al. A massive outbreak in milwaukee of cryptosporidium infection transmitted through the public water supply. *New England journal of medicine*, 331(3) :161–167, 1994.

- [66] G. Mackle, G. A. Savic, et G. A. Walters. Application of genetic algorithms to pump scheduling for water supply. Dans *First International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems : Innovations and Applications*, pages 400–405, 1995.
- [67] E. Macron et S. Royal. Arrêté du 30 octobre 2014 relatif aux tarifs de vente de l'électricité. *Journal Officiel de la République Française*, (253), 2014.
- [68] H. Mala-Jetmarova, N. Sultanova, et D. Savic. Lost in optimisation of water distribution systems ? A literature review of system operation. *Environmental Modelling & Software*, 93 :209 – 254, 2017.
- [69] H. Mala-Jetmarova, N. Sultanova, et D. Savic. Lost in optimisation of water distribution systems ? A literature review of system design. *Water*, 10(3) :307, 2018.
- [70] H. March, L. Domènech, et D. Saurí. Water conservation campaigns and citizen perceptions : the drought of 2007–2008 in the Metropolitan Area of Barcelona. *Natural Hazards*, 65(3) :1951–1966, Feb 2013.
- [71] J. Marques, M. Cunha, et D. A. Savić. Multi-objective optimization of water distribution systems based on a real options approach. *Environmental Modelling & Software*, 63 :1 – 13, 2015.
- [72] R. I. McDonald, I. Douglas, C. Revenga, R. Hale, N. Grimm, J. Grönwall, et B. Fekete. Global urban growth and the geography of water availability, quality, and delivery. *AMBIO*, 40(5) :437–446, Jul 2011.
- [73] M. V. Melosi. *The sanitary city : Environmental services in urban America from colonial times to the present*. University of Pittsburgh Press, 2008.
- [74] R. Menke, E. Abraham, P. Parpas, et I. Stoianov. Demonstrating demand response from water distribution system through pump scheduling. *Applied Energy*, 170 :377 – 387, 2016.
- [75] R. Menke, E. Abraham, P. Parpas, et I. Stoianov. Exploring optimal pump scheduling in water distribution networks with branch and bound methods. *Water Resources Management*, pages 1–17, 2016.
- [76] R. Menke, E. Abraham, et I. Stoianov. Modeling variable speed pumps for optimal pumpscheduling. Dans *World Environmental and Water Resources Congress*, pages 199–209, 2016.
- [77] C. Mini, T. Hogue, et S. Pincetl. The effectiveness of water conservation measures on summer residential water use in Los Angeles, California. *Resources, Conservation and Recycling*, 94 :136 – 145, 2015.
- [78] A. Morsi, B. Geißler, et A. Martin. Mixed integer optimization of water supply networks. Dans *Mathematical Optimization of Water Networks*, pages 35–54. Springer, 2012.

- [79] K. M. Murphy et R. H. Topel. The value of health and longevity. *Journal of Political Economy*, 114(5) :871–904, 2006.
- [80] L. Murphy, G. Dandy, et A. Simpson. Optimum design and operation of pumped water distribution systems. Dans *Conf. on Hydraulics in Civil Engineering*. Institution of Engineers, Australia, 1994.
- [81] J. Naoum-Sawaya, B. Ghaddar, E. Arandia, et B. Eck. Simulation-optimization approaches for water pump scheduling and pipe replacement problems. *European Journal of Operational Research*, 246(1) :293–306, 2015.
- [82] J. Nicklow, P. Reed, D. Savic, T. Dessalegne, L. Harrell, A. Chan-Hilton, M. Karamouz, B. Minsker, A. Ostfeld, A. Singh, et E. Zechman. State of the art for genetic algorithms and beyond in water resources planning and management. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136(4) :412–432, 2010.
- [83] Z. Ohar et A. Ostfeld. Optimal design and operation of booster chlorination stations layout in water distribution systems. *Water research*, 58 :209–220, 2014.
- [84] W. H. Organization. *Guidelines for drinking-water quality*. Fourth edition, 2011.
- [85] L. Ormsbee, T. Walski, D. Chase, et W. Sharp. Methodology for improving pump operation efficiency. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 115(2) :148–164, 1989.
- [86] L. E. Ormsbee et K. E. Lansey. Optimal control of water supply pumping systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 120(2) :237–252, 1994.
- [87] A. Ostfeld et A. Tubaltzev. Ant colony optimization for least-cost design and operation of pumping water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134(2) :107–118, 2008.
- [88] J. N. F. Papa. Lifecycle assessment of a water distribution system pump. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 141(12), 2015.
- [89] F. Pecci, E. Abraham, et I. Stoianov. Quadratic head loss approximations for optimisation problems in water supply networks. *Journal of Hydroinformatics*, 19(4) :493–506, 2017.
- [90] R. Perry, D. Green, et J. Maloney. *Perry's chemical engineers' handbook*. 7th ed. McGraw-Hill, 1997.
- [91] T. D. Prasad. Design of pumped water distribution networks with storage. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136(1) :129–132, 2009.
- [92] I. Pulido-Calvo et J. C. Gutiérrez-Estrada. Selection and operation of pumping stations of water distribution systems. *Environ. Res. J.*, 5(3) :1–20, 2011.

- [93] I. Quesada et I. E. Grossmann. An LP/NLP based branch and bound algorithm for convex MINLP optimization problems. *Computers & chemical engineering*, 16(10-11) :937–947, 1992.
- [94] A. U. Raghunathan. Global optimization of nonlinear network design. *SIAM Journal on Optimization*, 23(1) :268–295, 2013.
- [95] Z. Rao et F. Alvarruiz. Use of an artificial neural network to capture the domain knowledge of a conventional hydraulic simulation model. *Journal of Hydroinformatics*, 9(1) :15–24, 2007.
- [96] M. Ringkamp, S. Ober-Blöbaum, et S. Leyendecker. On the time transformation of mixed integer optimal control problems using a consistent fixed integer control function. *Mathematical Programming*, pages 1–31, 2016.
- [97] S. L. Robert, T. George, B. E. Bosserman, E. Bayard, et G. M. Jones. Pumping station design, 1998.
- [98] L. Rossman. *EPANET*, 2000.
- [99] H. M. V. Samani et A. Mottaghi. Optimization of water distribution networks using integer linear programming. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(5) :501–509, 2006.
- [100] D. Savić, G. Walters, et M. Schwab. Multiobjective genetic algorithms for pump scheduling in water supply. Dans D. Corne et J. Shapiro, editors, *Evolutionary Computing*, volume 1305 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 227–235. Springer Berlin Heidelberg, 1997.
- [101] E. P. Sherali, Hanif D et Smith. A global optimization approach to a water distribution network design problem. *Journal of Global Optimization*, 11(2) :107–132, 1997.
- [102] H. Shi et F. You. Energy optimization of water supply system scheduling : Novel MINLP model and efficient global optimization algorithm. *AICHE Journal*, 62(12) :4277–4296, 2016.
- [103] Single Electricity Market Operator. <http://www.sem-o.com>. [accessed : 10-Nov-2016].
- [104] P. Skworcow, D. Paluszczyszyn, et B. Ulanicki. Pump schedules optimisation with pressure aspects in complex large-scale water distribution systems. *Drinking Water Engineering and Science*, 7(1) :53–62, 2014.
- [105] E. Smith et C. Pantelides. Global optimisation of nonconvex MINLPs. *Computers & Chemical Engineering*, 21 :S791–S796, 1997.
- [106] A. Sønderlund, J. Smith, C. Hutton, et Z. Kapelan. Using smart meters for household water consumption feedback : Knowns and unknowns. *Procedia Engineering*, 89 :990 – 997, 2014. 16th Water Distribution System Analysis Conference, WDSA2014.

- [107] P. K. Swamee et A. K. Sharma. *Design of water supply pipe networks*. John Wiley & Sons, 2008.
- [108] E. S. Thorsteinsson. Branch-and-check : A hybrid framework integrating mixed integer programming and constraint logic programming. Dans *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming (CP'01)*, volume 2239 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 16–30, 2001.
- [109] E. Todini et S. Pilati. A gradient algorithm for the analysis of pipe networks. Dans B. Coulbeck et C.-H. Orr, editors, *Computer Applications in Water Supply : Vol. 1—systems Analysis and Simulation*, pages 1–20. Research Studies Press Ltd., Taunton, UK, UK, 1988.
- [110] B. Ulanicki, P. Bounds, J. Rance, et L. Reynolds. Open and closed loop pressure control for leakage reduction. *Urban Water*, 2(2) :105 – 114, 2000. Developments in water distribution systems.
- [111] B. Ulanicki, J. Rance, D. Davis, et S. Chen. Computer-aided optimal pump selection for water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(5) :542–562, 1993.
- [112] United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. World urbanization prospects : The 2014 revision, highlights. Technical report, 2014.
- [113] L. Vamvakaridou-Lyroudia, G. Walters, et D. Savic. Fuzzy multiobjective optimization of water distribution networks. *Journal of water resources planning and management*, 131(6) :467–476, 2005.
- [114] W. van Ackooij, A. Frangioni, et W. de Oliveira. Inexact stabilized benders’ decomposition approaches with application to chance-constrained problems with finite support. *Computational Optimization and Applications*, 65(3) :637–669, Dec 2016.
- [115] A. van Staden, J. Zhang, et X. Xia. A model predictive control strategy for load shifting in a water pumping scheme with maximum demand charges. *Applied Energy*, 88(12) :4785 – 4794, 2011.
- [116] J. E. van Zyl, D. A. Savic, et G. A. Walters. Operational optimization of water distribution systems using a hybrid genetic algorithm. *J. Water Resour. Plann. Manage.*, page 160, 2004.
- [117] D. Verleye et E.-H. Aghezzaf. Optimising production and distribution operations in large water supply networks : A piecewise linear optimisation approach. *International Journal of Production Research*, 51(23-24) :7170–7189, 2013.
- [118] T. M. Walski, E. D. Brill Jr, J. Gessler, I. C. Goulter, R. M. Jeppson, K. Lansey, H.-L. Lee, J. C. Lieberman, L. Mays, D. R. Morgan, et al. Battle of the network models : Epilogue. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 113(2) :191–203, 1987.

- [119] G. A. Walters, D. Halhal, D. Savic, et D. Ouazar. Improved design of "Anytown" distribution network using structured messy genetic algorithms. *Urban Water*, 1(1) :23 – 38, 1999.
- [120] J.-Y. Wang, T.-P. Chang, et J.-S. Chen. An enhanced genetic algorithm for bi-objective pump scheduling in water supply. *Expert Systems with Applications*, 36(7) :10249 – 10258, 2009.
- [121] C. Wegley, M. Eusuff, et K. Lansey. *Determining Pump Operations using Particle Swarm Optimization*.
- [122] A. Williams, H. Fuchs, et C. D. Whitehead. Estimates of savings achievable from irrigation controller. 2014.
- [123] H. Zhao, D. Hou, P. Huang, et G. Zhang. Water quality event detection in drinking water network. *Water, Air, & Soil Pollution*, 225(11) :2183, Oct 2014.

RÉSUMÉ

L'objet de cette thèse s'articule autour de l'application de techniques composites de programmation non-linéaire non convexe en nombres entiers à la résolution de problèmes d'optimisation des stations de pompage dans les réseaux de distribution d'eau potable (RDEP). Au niveau stratégique, nous examinons le problème de conception optimale des stations de pompage: lors du renouvellement d'une station de pompage, quelles pompes doit-on installer pour minimiser les coûts au cours de leur cycle de vie ? Cette question nous a conduit à investiguer, au niveau opérationnel, le problème de la planification du pompage : comment opérer le fonctionnement des éléments actifs (pompes et valves) pour minimiser les coûts électriques associés au pompage au jour le jour ? L'un des apports de ce travail porte sur la mise en exergue de la qualité de la relaxation convexe des contraintes non convexes du problème du problème de planification de pompage qui fournit des solutions à la limite de la réalisabilité et de l'optimalité pour le modèle original non convexe en présence de l'objectif de minimisation des coûts énergétiques. Elle est à la base de deux approches de résolution du problème de planification. La première est un algorithme d'approximation basé sur la conversion des solutions relâchées en solutions réalisables, et qui s'avère exact dans une classe particulière de réseaux ramifiés, typique des RDEP ruraux. La seconde est un algorithme d'optimisation globale de type LP/NLP branch-and-bound adapté à ce problème non convexe. Cette relaxation est également à la base de notre contribution au problème de dimensionnement d'une station de pompage dans la classe des réseaux ramifiés. L'approche de résolution à deux niveaux, une méthode de décomposition de Benders stabilisée exploitant un concept de dominance, coordonne la génération de dimensionnements avec l'évaluation des coûts énergétiques pour chaque dimensionnement considéré. Enfin, dans une quatrième contribution, nous adressons l'aspect combinatoire du problème de planification du pompage en exploitant un modèle de programmation linéaire non-compact conçu par approximation de la charge au niveau des châteaux d'eau qui s'avère remarquablement compétitive en terme de temps de calcul et de qualité des solutions obtenues.

MOTS CLÉS

Réseaux de distribution d'eau potable, stations de pompage, programmation non-linéaire en nombres entiers

ABSTRACT

This thesis deal with the application of composite non-linear nonconvex mixed-integer programming techniques to solve optimization problems related to pumping stations in drinking water distribution networks (DWDNs). At the strategic level, we are examining the problem of the optimal design of pumping stations: when renewing a pumping station, which pumps should be installed to minimize costs during their life cycle? This question has led us to investigate, at the operational level, the control problem called pumping scheduling: how to operate the active elements (pumps and valves) to minimize the electrical costs associated with day-to-day pumping? One of the contributions of this work is the highlighting of the quality of the convex relaxation of nonconvex constraints arising from the pump scheduling problem that provides solutions at the limit of the achievability and optimality for the original non-convex model in the presence of the goal of minimizing energy costs. It is at the basis of two approaches to solving the scheduling problem. The first is an approximation algorithm based on the conversion of relaxed solutions into feasible solutions, which is accurate in a particular class of branched networks, typical of rural DWDNs. The second is a LP/NLP branch-and-bound global optimization algorithm adapted to this non-convex problem. This relaxation is also the basis of our contribution to the problem of the design of a pumping station in the class of branched networks. The two-level resolution approach, a stabilized Benders decomposition method exploiting a dominance concept, coordinates the generation of sizing with the evaluation of energy costs for each sizing considered. Finally, in a fourth contribution, we address the combinatorial aspect of the pumping scheduling problem by exploiting a non-compact linear programming model designed by approximation of the head at water towers level which proves remarkably competitive both in term of computational time and quality of the solutions obtained.

KEYWORDS

Drinking water distribution networks, pumping stations, mixed integer nonlinear programming