

# Mathématiques financières

Les emprunts indivis

## II Les emprunts indivis (il y a un seul prêteur - banque)

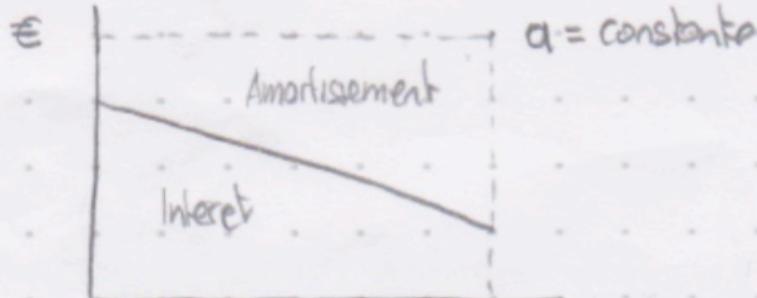
### Exemple

Le 1/3/N, nous empruntons 10 000 € auprès de notre banque au taux d'intérêt annuel de 5% remboursable 4 ans. Le premier remboursement dans un an.

Echéance	Montant (début période)	Intérêt	Amortissement	Annuité
1/3/N+1	10 000	500	2320,12	2820,12
1/3/N+2	7679,88 (10000 - 2320,12)	383,98	2436,13	2820,12
1/3/N+3	5243,75	262,19	2557,93	2820,12
1/3/N+4	2685,82	134,29	2685,29	2820,12

Montant de l'annuité

$$a = V_0 \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 10000 \cdot \frac{0,05}{1-1,05^{-4}} = 2820,12 \text{ €}$$



a = constante

chapitre précédent

• Trouver la formule qui détermine les amortissements pour chaque période

▫ Valeur acquise :  $A = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

▫ Valeur actualisée à  $t=0$  :  $V_0 = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^{-n}$

$$V_0 = a \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

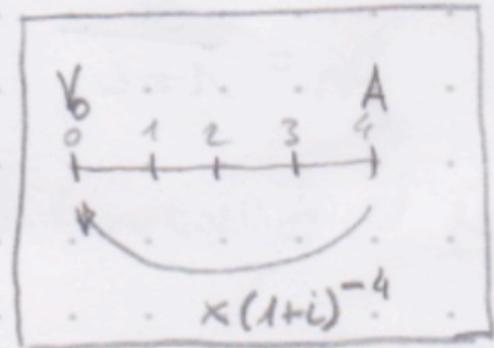
$$a_i = V_0 \frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = \cancel{V_0} \frac{V_0 i (1+i)^n - V_0 i + V_0 i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = \frac{V_0 i (1+i)^n - V_0 i}{(1+i)^n - 1} + \frac{V_0 i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = \frac{\cancel{V_0 i} [(1+i)^n - 1]}{\cancel{(1+i)^n - 1}} + \frac{V_0 i}{(1+i)^n - 1}$$

$$a = \underbrace{V_0 i}_{\text{intérêt}} + \underbrace{\frac{V_0 i}{(1+i)^n - 1}}_{\text{amortissement} = D_n} \quad (*)$$



Calculation du 1<sup>er</sup> amortissement :  $a = V_0 i + D_1$  (eq.1)

$$D_1 = a - V_0 i$$

Calculation du 2<sup>em</sup> amortissement :  $a = (V_0 - D_1) i + D_2$  (eq.2)

Comme les annuités sont constantes, nous pouvons utiliser (eq.1) et (eq.2) :

$$V_0 i + D_1 = (V_0 - D_1) i + D_2$$

$$V_0 i + D_1 = V_0 i - D_1 i + D_2$$

$$D_2 = D_1 (1+i)$$

ainsi de suite :

$$\begin{aligned} D_3 &= D_2 (1+i) \\ &= D_1 (1+i)(1+i) \end{aligned}$$

$$D_3 = D_1 (1+i)^2$$

$$D_4 = D_1 (1+i)^3$$

$$D_q = D_1 (1+i)^{q-1}$$

- Reste de la théorie ...

# Application

Une société industrielle contracte un emprunt indivis de 100.000€ au taux de 6% l'an remboursable en 6 annuités constantes. La première annuité vient à échéance 1 an après la conclusion du contrat.

Déterminer:

1. Le montant de l'annuité constante
2. Le 1er fonds d'amortissement
3. Le 4ieme fonds d'amortissement
4. Le dernier fonds d'amortissement
5. Construire le tableau d'amortissement