

Binom İntegrali

m, n ve p rasyonel sayılar olmak üzere

$$\int x^m (a+bx^n)^p dx$$

şeklindeki integralin (Binom İntegrali) hesabı.

I. p pozitif tam sayı ise $(a+bx)^p$ ifadesi

Binom formülüne göre açılır.

II. p negatif tam sayı ise $x=t^k$ dönüşümü yapılır

Burada k, m ve n 'nin paydalarının ekok unu göstermektedir.

III. $p = \frac{r}{s}$ olsun. $s > 0$

$\frac{m+1}{n} = \text{tam sayı}$ ise $a+bx^n = t^s$

$\frac{m+1}{n} + p = \text{tam sayı}$ ise $a+bx^n = t^s x^n$

dönüşümü yapılır.

Örnek 1) $\int x^2 (2x^3+5)^8 dx$

$$2) \int \frac{dx}{x\sqrt{1+32x^5}}$$

$$3) \int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}} \, dx$$

$$4) \int \frac{dx}{x^2(1+x^3)^{2/3}}$$

$$5) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$$

$$6) \int \frac{dx}{x^{5/4}(2-3x^{-1/6})^{3/2}}$$

İndirgeme Formülleri

Kısmi integrasyon yardımıyla $\int (\sin x)^n dx$, $\int (\ln x)^n dx$ gibi bazı integraller için genel formüller elde etmek mümkündür. İndirgeme formülü adı verilen bu formüller yardımıyla n değıştikçe integrali yeniden hesaplamaya gerek kalmadan sonuç kolaylıkla yazılabilecektir.

Örnekler (1) $I_n = \int \cos^n x dx$ integrali için bir indirgeme formülü elde edelim.

② $\int \cos^3 x dx = ?$

③ Benzer şekilde

$$\int \sin^n x dx = - \frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{(n-1)}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

olduğunu gösteriniz.

(Alıştırma)

④ $I_n = \int (\ln x)^n dx$ integrali için indirgeme formülü elde edelim.

⑤ $\int \ln^4 x \, dx$