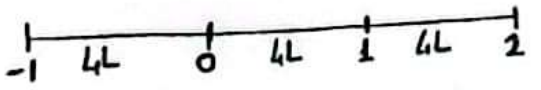


## SORULAR

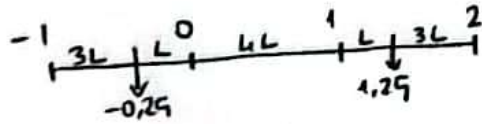
1.  $X$ ,  $-1$  ile  $2$  arasındaki sonsuz adet sayı arasından rastgele seçtiğimiz sayılardan biridir. Buna göre  $A = \{x < 0\}$ ,  $B = \{|x - 0.5| < 0.75\}$  ve  $C = \{x > 0.75\}$  olayları verilmektedir.

- $A$ 'nin olasılığını bulunuz.
- $B$ 'nin olasılığını bulunuz.
- $C$ 'nin olasılığını bulunuz.
- Seçilen sayı negatif ise  $B$ 'nin olasılığını bulunuz.
- Seçilen sayının pozitif olduğu biliniyorsa,  $C$ 'nin olasılığını bulunuz.
- $A$  ve  $B$  olaylarının ayrık, bağımsız ya da bağımlı olup olmadıklarını gösteriniz.
- $B$  ve  $C$  olaylarının ayrık, bağımsız ya da bağımlı olup olmadıklarını gösteriniz.

a)   $L = 0.25$

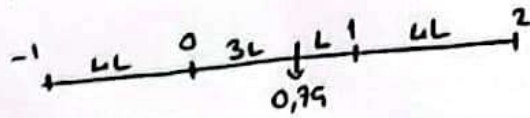
$$P(A) = \frac{4L}{12L} = \frac{1}{3} \approx 0.33 \quad (x < 0 \text{ şartı için } -1 < x < 0 \text{ aralığında değer alabilir})$$

b)  $B = \{|x - 0.5| < 0.75\}$  için  $-0.25 < x < 1.25$  aralığında değer alabilir.



$$P(B) = \frac{6L}{12L} = \frac{1}{2} = 0.50$$

c)  $C = \{x > 0.75\}$  için  $0.75 < x < 2$  aralığında değer alabilir.

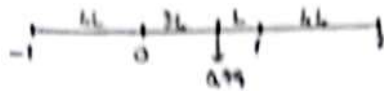


$$P(C) = \frac{5L}{12L} = \frac{5}{12} = 0.41$$

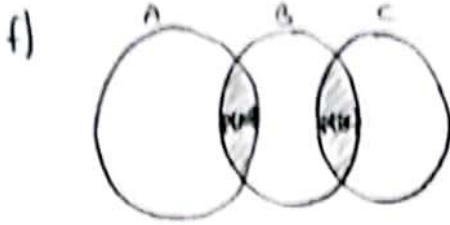
d) Seçilen sayının negatif olma olasılığı  $\frac{4L}{12L}$ 'den  $\frac{1}{3}$ 'tür. Yani  $-0.25 < x < 0$  aralığında

$$P(D) = \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{12L} = \frac{1}{36}$$

e) Seçilen sayının pozitif olduğu biliniyor yani olasılığı etkilemeye  $x > 0,75$  'tır



$$P(E) = \frac{5L}{8L} = \frac{5}{8} = 0,625$$



$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (\text{Eşitlik sağlanırsa A ve B olayları bağımsız olur})$$

~~~~~

$$-0,25 < x < 0$$

$$\frac{L}{12L} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{12} \neq \frac{1}{6} \quad (\text{Eşitlik sağlanmadığından A ve B olayları bağımlıdır})$$

g)  $P(BC) = P(B) \cdot P(C)$  (Eşitlik sağlanırsa B ve C olayları bağımsız olur)

~~~~~

$$0,75 < x < 1,25$$

$$\frac{2L}{12L} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{6} \neq \frac{5}{24} \quad (\text{Eşitlik sağlanmadığından B ve C olayları bağımlıdır.})$$

Eşitlik durumunda A ve B bağımsız olur.

Eşitlik olmaması için A ve B bağımlı olaylardır.

2. E-posta iletileri iki sunucu üzerinden iletilmektedir. 1. sunucu üzerinden iletinin hatalı gönderilme olasılığı 0,025 iken 2. sunucuda hatalı gönderim olasılığı 0,023 olarak verilmiştir. 1. sunucu üzerinden mesajların %30'u gönderildiğine göre,

- Bir iletinin hatasız varma olasılığı nedir?
- Bir ileti hatalı olarak varmıyorsa, 1. sunucu üzerinden gitmiş olma ihtimali nedir?

a) K: 1. sunucudan gönderilme olayı  
L: 2. sunucudan gönderilme olayı  
M: Hatasız varma olasılığı

$$\begin{aligned}P(K) &= 0,3 \\P(L) &= 1 - 0,3 = 0,7 \\P(M|K) &= 1 - 0,025 = 0,975 \\P(M|L) &= 1 - 0,023 = 0,977\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(M) &= P(K \cap M) + P(L \cap M) \\&\Rightarrow P(K) P(M|K) + P(L) P(M|L) \\&= 0,3 \cdot 0,975 + 0,7 \cdot 0,977 \\&= 0,2925 + 0,6839 \\&= 0,9764 = \%97,64\end{aligned}$$

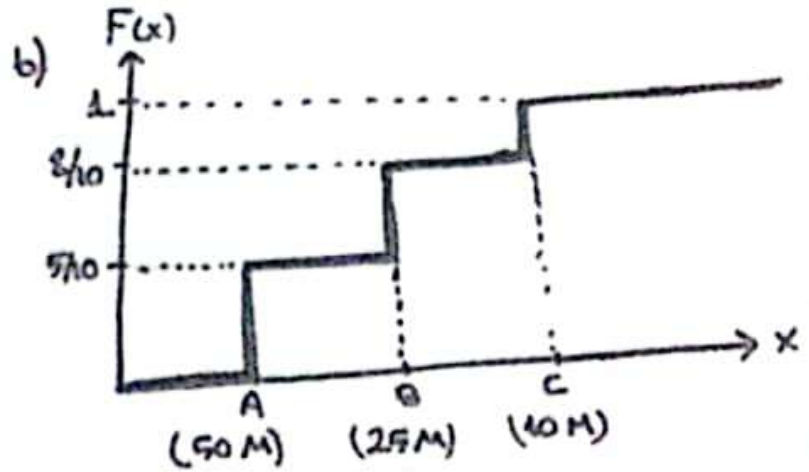
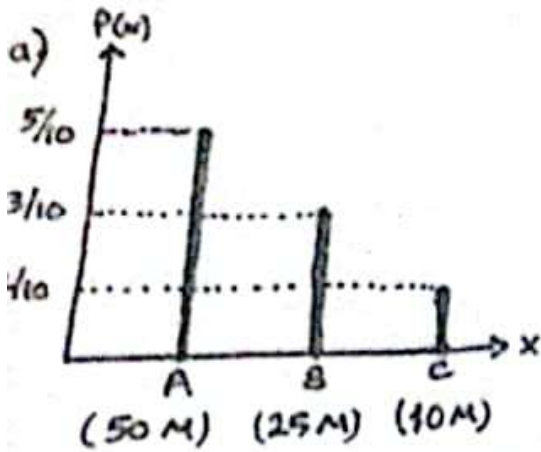
b) K: 1. sunucudan gitme olayı  
L: 2. sunucudan gitme olayı  
M: Hatalı varma olasılığı

$$\begin{aligned}P(K \cap M) &= \frac{0,3 \cdot 0,025}{0,3 \cdot 0,025 + 0,7 \cdot 0,023} \quad \begin{array}{l} \text{(1. sunucudan hatalı gönderim)} \\ \text{(Tüm durum (iki sunucudan))} \end{array} \\&= \frac{0,0075}{0,0075 + 0,0161} = \frac{0,0075}{0,0236} \approx 0,317 = \%31,7\end{aligned}$$

3. Bir sabit disk üreticisi, 1 TB kapasiteli, 500 GB ve 100 GB olmak üzere üç farklı sabit disk satışı yapıyor. Satışta disklerin  $\frac{1}{10}$ 'si 1 TB,  $\frac{3}{10}$ 'si 500 GB kapasitelidir. 4. yıl sonundaki satış geliri 1 TB sabit diskler için 50 milyon, 500 GB için 25 milyon ve 100 GB diskler için 10 milyon TL olarak verilmiştir.  $X$ , yıllık satış gelirini gösteren bir rastgele değişken olduğuna göre,

- $X$ 'in olasılık kitle fonksiyonunu çiziniz.
- $X$ 'in birikimli dağılım fonksiyonunu çiziniz.
- $X$ 'in beklentisini hesaplayın.
- $2x+3$ 'ün beklentisini bulunuz.
- $X$ 'in varyansını hesaplayın.
- $2x+3$ 'ün varyansını bulunuz.

A = 1 TB disk  $\rightarrow 0,5x$  50 M  
 B = 500 GB disk  $\rightarrow 0,3x$  25 M  
 C = 100 GB disk  $\rightarrow 0,2x$  10 M



$$E[X] = 50M \cdot \frac{5}{10} + 25M \cdot \frac{3}{10} + 10M \cdot \frac{2}{10} = 25M + 7,5M + 2M = 34,5M \Rightarrow 34.500.000 \text{ TL}$$

$$[2x+3] = 2E[X] + 3 = 2 \cdot (34,5M) + 3 = 69M + 3 = 69.000.000 + 3 = 69.000.003 \text{ TL}$$



$$e) \text{Var}(x) = E[x^2] - E[x]^2$$

$$\begin{aligned} E[x^2] &= (5 \cdot 10^3)^2 \cdot \frac{5}{10} + (25 \cdot 10^6)^2 \cdot \frac{3}{10} + (40 \cdot 10^6)^2 \cdot \frac{2}{10} \\ &= 25 \cdot 10^{14} \cdot \frac{5}{10} + 625 \cdot 10^{12} \cdot \frac{3}{10} + 100 \cdot 10^{12} \cdot \frac{2}{10} \\ &= 125 \cdot 10^{13} + 1875 \cdot 10^{11} + 200 \cdot 10^{11} \\ &= 12500 \cdot 10^{11} + 1875 \cdot 10^{11} + 200 \cdot 10^{11} \\ &= 14575 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

$$E[x]^2 = (34,5 \cdot 10^9)^2 = 1.190.25 \cdot 10^{10} = 11902,5 \cdot 10^{11}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(x) &= E[x^2] - E[x]^2 \\ &= 14575 \cdot 10^{11} - 11902,5 \cdot 10^{11} \\ &= 2672,5 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

$$f) \text{Var}(ax+b) = a^2 \text{Var}(x) \quad (a \text{ ve } b \text{ sabitler})$$

$$\text{Var}(2x+3) = 2^2 \cdot \text{Var}(x)$$

$$\text{Var}(2x+3) = 4 \text{Var}(x)$$

$$\begin{aligned} 4 \text{Var}(x) &= 4 \cdot (2672,5 \cdot 10^{11}) \\ &= 10690 \cdot 10^{11} \\ &\Rightarrow 1069 \cdot 10^{12} \end{aligned}$$