

Bilinmeyen fonksiyonu y , bağımsız değişkeni x olan bir dif. denkleminde x 'in sayısal değerlerinin dif. denkleminin çözümü olup olmadığının araştırılması;

Ör: C_1 ve C_2 sabit olmak üzere $y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$ değerine sahip x bağımsız değişkeni

$$y'' + 4y = 0$$

dif denklemin çözümüdür?

$$\text{Göz: } y(x) = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = 2C_1 \cos 2x - 2C_2 \sin 2x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = -4C_1 \sin 2x - 4C_2 \cos 2x$$

yerine koyulur.

$$-4C_1 \sin 2x - 4C_2 \cos 2x + 4(C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x) = 0$$

$$-4C_1 \sin 2x - 4C_2 \cos 2x + 4C_1 \sin 2x + 4C_2 \cos 2x = 0 \quad 0 = 0 \text{ i'se}$$

$$y = C_1 \sin 2x + C_2 \cos 2x \quad y'' + 4y = 0 \text{ d'it denkleminin çözümüdür.}$$

Ör: $y' - 5y = 0$ d'it denkleminin çözümünü 1. cin aşağıdaki sırları tek tek ediniz

a.) $y = 5$ çözümüdür?

$$y = 5 \Rightarrow y' = \frac{dy}{dx} = 0 \text{ değeri yerine yazılırsa}$$

$$0 - 5y = 0 \rightarrow -5y \neq 0 \Rightarrow \text{çözüm değildir.}$$

b.) $y = 5x$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 5 \Rightarrow 5 - 5(5x) = 0 \quad 5 \neq 25x \Rightarrow \text{çözüm değildir.}$$

c.) $y = e^{5x}$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 5 \cdot e^{5x} \Rightarrow 5 \cdot e^{5x} - 5 \cdot e^{5x} = 0 \quad 0 = 0 \Rightarrow \text{çözümüdür.}$$

d.) $y = 2 \cdot e^{5x}$

$$y' = 10 \cdot e^{5x} \Rightarrow 10 \cdot e^{5x} - 5(2 \cdot e^{5x}) = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow \text{çözümüdür}$$

e.) $y = x^5 \quad y' = \frac{dy}{dx} = 5x^4 \Rightarrow 5x^4 - 5(x^5) \neq 0 \Rightarrow \text{çözüm değildir.}$

$$f-) y = 5e^{2x} \quad y' = \frac{dy}{dx} = 10e^{2x} \Rightarrow 10e^{2x} - 5(5e^{2x}) \neq 0 \Rightarrow \text{çözüm değildir.}$$

Ör:

$y - 3y' = 6$ dif denkleminin çözümü için aşağıdaki sıkları tahmin ediniz. Yanı sıklar dif. denkleminin çözümü midir?

a-) $y = -2$ b-) $y = 0$ c-) $y = e^{3x} - 2$ d-) $y = e^{2x} - 3$ e-) $y = 4 \cdot e^{3x}$

Kontrolatma: e^{nx} in türevi $n \cdot e^{nx}$ dir.

Ör:

$y - 2ty = t$ dif. denkleminin aşağıdaki sıklar çözümü müdür?

Not: y 'nin türevinin nokta ile gösterilmesi daha önce söylenmişti gibi bağımsız değişken t (zaman) olarak alınca alınmalıdır.

a-) $y = 2$ b-) $y = e^{\frac{t^2}{2}} - \frac{1}{2}$ c-) $y = 2t \cdot e^{\frac{t^2}{2}}$ d-) $y - 2ty = t$ dif denkl. çözümü değildir.

$2t \cdot e^{\frac{t^2}{2}} - 2t(e^{\frac{t^2}{2}} - \frac{1}{2}) = t \Rightarrow \cancel{2te^{\frac{t^2}{2}}} - \cancel{2te^{\frac{t^2}{2}}} + 2t \cdot \frac{1}{2} = t \quad t = t \Rightarrow \text{Çözüm.}$

e-) $y = e^{t^2}$ f-) $y = -\frac{1}{2}$

Ör:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{t}$$

diff denkleminin aşağıdaki sıklar çözümlerinden

- a.) $y=0$ b.) $y=2$ c.) $y=2t$ d.) $y=-3t$ e.) $y=t^2$

Ör:

$y'' - xy' + y = 0$ diff denkleminin aşağıdaki sıklar çözümlerinden

- a.) $y=x^2$ b.) $y=1-x^2$ c.) $y=2x^2-2$ d.) $y=0$ e.) $y=x$

Ör:

$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 4 \sin x$ denkleminde $y(0)=1$ ve $y'(0)=-1$

olacak şekilde C_1 ve C_2 değerlerini bulunuz.

$y(0) = C_1 e^0 + C_2 e^{-0} + 4 \sin 0 = 1 \Rightarrow C_1 + C_2 + 0 = 1$

$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 4 \sin x$ ise $y'(x) = C_1 e^x - C_2 e^{-x} + 4 \cos x$

$y'(0) = C_1 e^0 - C_2 e^{-0} + 4 \cos 0 = -1 \Rightarrow C_1 - C_2 = -5$

$C_1 = -2$
 $C_2 = 3$
bulunuz

Ör:

$$y(x) = C_1 x + C_2 + x^2 - 1 \text{ denkleminde } y(1) = 1 \text{ ve } y'(1) = 2 \text{ olacak şekilde}$$

C_1 ve C_2 değerini bulunuz. $C_1 = 0$ $C_2 = 1$

Ör:

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 3e^{3x} \text{ denkleminde } y(0) = 0, y'(0) = 0$$

olacak şekilde C_1 ve C_2 değerini bulunuz $C_1 = 3$ $C_2 = -6$

Ör:

$$y(x) = C_1 \sin x + C_2 \cos x + 1 \text{ denkleminde } y(\pi) = 0 \text{ ve } y'(\pi) = 0$$

olacak şekilde C_1 ve C_2 değerini bulunuz.

$$y'(x) = C_1 \cos x + -C_2 \sin x$$

$$y'(\pi) = C_1 \cdot \underbrace{\cos \pi}_{-1} - C_2 \cdot \underbrace{\sin \pi}_0 = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

Ör:

$$y(\pi) = C_1 \cdot \underbrace{\sin \pi}_0 + C_2 \cdot \underbrace{\cos \pi}_{-1} + 1 = 0 \rightarrow C_2 = 1 \text{ bulunur.}$$

$$y(x) = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x \text{ denkleminde } y(1) = 1 \text{ ve } y'(1) = -1 \text{ olacak}$$

şekilde C_1 ve C_2 yi bulunuz.

Çöz: Hatırlatma: $x^2 e^x$ gibi yeni bir cırpım türevi söz konusu,
Cırpımın türevi bilindiği gibi 1. türevi $x^2 + 2 \cdot \text{türev } x^1$ dir. B olanda
 $y'(1) = C_1 e^1 + C_2 (e^1 + e^1 \cdot 1) + 2 \cdot 1 \cdot e^1 + 1^2 \cdot e^1 = -1$

$$e C_1 + 2e C_2 + 3e = -1 \quad e(C_1 + 2C_2 + 3) = -1 \Rightarrow C_1 + 2C_2 + 3 = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$C_1 + C_2 = \frac{1}{e} \quad (2) \quad (1) \text{ ve } (2) \text{ den } C_1 = \frac{3}{e} + 3$$

$$C_2 = -\frac{2}{e} - 3 \text{ bulunur.}$$

Modelleme ve Kalitatif (Nitel) Mutof lar

Değer mivistik olarak çözümün zor olan problemleri çözmek için
maddelene teknikleri kullanılır. Matematiksel modeller bir denklemler
olarak düşünülebilir.

Örneğin 2. dereceden bir bilinmeyenli bir denklemler denklemlerini
çözümlerle bilindiği gibi

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ve } \Delta = b^2 - 4ac \text{ yordam ıla}$$

çözülebilir.

Anaek bir gideki buharlasma miktarını bulmak gibi çok degiskenli bir problemi deterministik olarak cozmek son derece zordur ve birtan maddan degildir. Bu durumda bazı kabuller yaparak matematiksel modeller kurulur. Örneğin

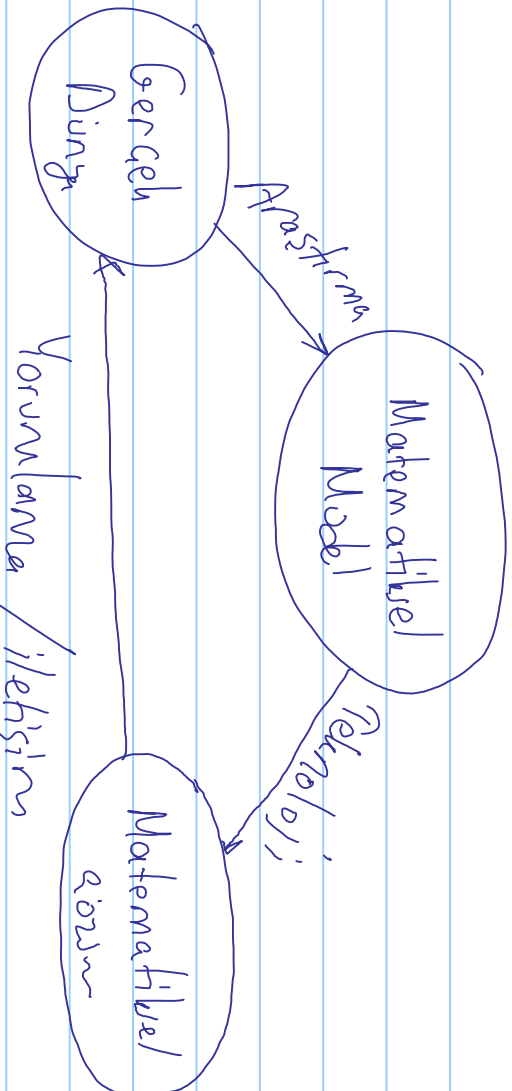
$$X - Y = \Delta S$$

↳ Hacindeki degisiklikler

↳ Gıkar alım (buharlasma vs)

↳ Gıkar alım (Yagis vs)

Bir modelleme yapılırken aşağıdaki sorulara olabir gıki gıki yanıtı verilir;



Modelin deterministik yani analitik çözümünü zor olması halinde öncelikle olay formülize edilir.

Bu işlen yapılırken izlenen yol.

- 1^o Modelde basitleştirmeler yapılır.
- 2^o Teknolojik araçlar (Algılayıcılar gibi) kullanılarak soruna gidilir.

Ör:

R: Popülasyondaki tavşan sayısı

F: " " " " " " " " " " " "

t: Zaman (Ay) ise tavşan ve tilki nüfusu arasında
şöyle bir ilişki olduğu kabul edilirse;

$$\frac{dR}{dt} = 2R - 3RF \quad (1) \quad \frac{dF}{dt} = -4F + 5RF \quad (2)$$

Bu denklemler av-avcı ilişkisini gösterir. 1. Denklemden R'nin katagori 2'de
Eğer bu denklemden RF terimi olmasaydı R sınırsız artardı. RF'nin katagori
olan -3 tavşan popülasyonunda (-) etkili sonuçtır.

2. Denklemden F'nin katagori -4 olması Tilki'nin tavşan
avlanmaması açısından ölenek tilki nüfusunun azalacağını ifade etmektedir.
RF'nin katagori -4 olması ise tilki popülasyonunda (+) etkili yapıldığını
belirtmektedir. Modeli kurarken 1. ve 2. denklemleri bulmak modelin
en doğrusunu oluşturur.