

Karışık Örnekler

Ör: $y' + 2 \operatorname{Cotg}(2x) y - 1 = 0$ dif. denklemini $y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$ için
özel çözümü bulunuz.

Öz: $y' + 2 \operatorname{Cotg}(2x) y = 1$ denklemi $y' + p(x)y = g(x)$ formunda olduğu için
1. mertebe lineer bir dif. denklemidir.

$$\text{Int. Coğraşan asansır } I(x) = e^{\int p(x) dx} = e^{\int 2 \operatorname{Cotg}(2x) dx} = e^{\int 2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} dx}$$

(Hاتırlatma: $(\sin 2x)' = 2 \cdot \cos 2x$) . Bu durumda $I(x) = e^{\ln \sin 2x} = \sin 2x$
ve $e^{\ln A} = A$ dir

$$\frac{d}{dy} (y \cdot \sin 2x) = 1 \cdot \sin 2x \Rightarrow \int \frac{d}{dx} (y \cdot \sin 2x) dx = \int \sin 2x dx$$

$$y \cdot \sin 2x = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$$

$$y = -\frac{\cos 2x}{\sin x} + \frac{C}{\sin 2x} \rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{\cos 2x}{2 \cdot \sin x} + \frac{C}{\sin x} \text{ bulunur.}$$

$$y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1 \Rightarrow -1 = -\frac{1}{2} \underbrace{\frac{\cos 2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\sin 2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}}_{{}^{\substack{\rightarrow \\ -1}}} + \underbrace{\frac{\sin 2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}{\sin 2\left(\frac{3\pi}{4}\right)}}_{-1} \Rightarrow -1 = 0 - C \Rightarrow C = 1 \text{ bulunur.}$$

Bu durumda öðl çözüm

$$y = -\frac{\cos 2x}{2 \cdot \sin x} + \frac{1}{\sin x} \text{ olur.}$$

Ör:

$$y' = \frac{-4xy}{2x^2+2y^2}$$

dit denklemi, çözüme.

Cöz: Denklem $f(tx, ty) = f(x, y)$ şartını sağlıyor. Dolayısıyla homojen.

$$y = ux \Rightarrow y' = u'x + u \text{ denklemi } \cancel{y'} = u.$$

$$u'x + u = \frac{-4x \cdot ux}{2x^2+2u^2x^2} \rightarrow u'x = \frac{-4ux^2}{2x^2+2u^2x^2} - u \cancel{u'} = \frac{-4ux^2}{2x^2(1+u^2)} - \frac{u}{1+u^2}$$

$$u'x = \frac{-2u - u - u^3}{1+u^2} \quad \frac{du}{dx} \cdot x = \frac{-3u - u^3}{1+u^2} \quad \frac{x}{dx} = \frac{-u^3 - 3u}{1+u^2} \cdot \frac{1}{du} \int \frac{dx}{x} = \int \frac{1+u^2}{-u^3 - 3u} du$$

$$\ln x = \int \frac{3}{3 - (u^3 + 3u)} du \quad (\ln x =) - \frac{1}{3} \int \frac{3u^2 + 3}{u^3 + 3u} du$$

$(u^3 + 3u)$ nun türkis = $3u^2 + 3$ per dy¹
verdipi lin $\int \frac{3u^2 + 3}{u^3 + 3u} du = \ln(u^3 + 3u)$
 du .

$$\ln x = -\frac{1}{3} \underbrace{\ln(u^3 + 3u) + C}_{C = (\ln x + \frac{1}{3} \ln(\frac{u^3}{x^3} + \frac{3u}{x}))} \quad y = ux \Rightarrow u = \frac{y}{x} \text{ yeine ynlr.}$$

Hatırlatma: a. $\ln b = \ln b^a$ ve $\ln a + \ln b = \ln(ab)$ dir.

$$C = \ln x + \ln \left(\frac{y^3}{x^3} + \frac{3y}{x} \right)^{\frac{1}{3}} \rightarrow C = \ln \left(x \sqrt[3]{\frac{y^3}{x^3} + \frac{3y}{x}} \right)$$

$C = \ln \left(x \sqrt[3]{\frac{y^3 + 3xy}{x^3}} \right)$ ve değişik formarda bulunabilir.

$$\text{Ofl: } -3e^{-2z} \cdot (\cot 3y + 2z') = 0 \quad \text{dit dekklemmin } z \left(\frac{\pi}{6} \right) = (n/2) \text{ ije C.2nd2.}$$

$$(1.02: 2 \frac{dy}{dy} = 3 \cdot e^{-2z} (\cot 3y) \rightarrow 2 \cdot dz = (3e^{-2z} \cot 3y) \cdot dy \text{ her iki tarafı}$$

$$e^{-2t} ye \text{ bölinirse } \frac{2}{e^{-2t}} dt = \cancel{\frac{2e^{-2t} \cos y}{e^{-2t}}} dy$$

$$2 \cdot e^{2t} = 3 \cdot \cos y \text{ Gereklidir}$$

gibi elmalara (2) bir tane
armutlar (y ler) bir tane olur
ayrılabilir dit. dir. Çözdür her iki

taşınır int. olmazken kalanı.

$$\int 2 \cdot e^{2t} dt = \int 3 \cdot \frac{\cos y}{\sin y} dy \quad 2 \cdot \frac{e^{2t}}{2} = \ln \sin y + C$$

Bu durumda

$$e^{2t} = \ln \sin y + C \text{ denklemi } \Rightarrow \left(\frac{t}{2} \right) = \ln 2$$

$$\left(\text{Hاتırlatma } \left(\sin^3 y \right)' = 3 \cdot \cos y \text{ dir.} \quad \text{ve } \int \frac{1}{x} dx = (\ln x \text{ gibi}) \text{ dönüşümlü.} \right) \text{ ise } e^{2 \ln 2} = \ln \underbrace{\left[\sin^3 \frac{\pi}{6} \right]}_{=1} + C$$

$$e^{2 \ln 2} = \ln 1 + C$$



$$\rightarrow e^{\ln 2} = 0 + C \quad e^{\ln 1} = C \quad (\text{Hاتırlatma } e^{\ln a} = a \text{ dir})$$

$C = 4$ bulunur. Bu değer $e^{2t} = \ln \sin y + C$ de
şenir. $e^{2t} = (\ln \sin y + 4)$ özel çözüm bulunmuştur. olur.

Hatırlama:
Kısmi Integrasyon

$$\int P(x) Q(x) dx = U \cdot V - \int V \cdot dU$$

^{c)} Ör: $\int x^2 x dx$ kımı integrasyonu için U ve dV ler belirlenir.

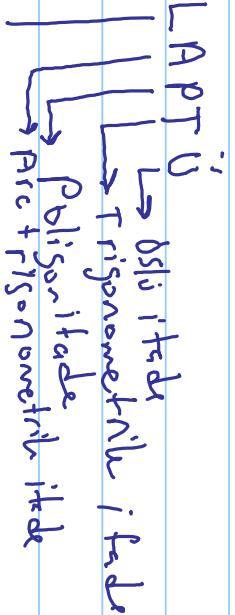
$$\int \underbrace{x^2 x}_{U} dx \text{ denilirse } U = x^2 \quad \frac{dU}{dx} = 2x \quad dU = 2x dx \quad \left\{ \text{yeni yazar}\right.$$

$$dV = x \cdot dx \Rightarrow \int dV = \int x dx \rightarrow V = \frac{x^2}{2}$$

$$\int x^2 x \cdot dx = UV - \int V \cdot dU = x^2 \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} 2x dx = \frac{x^5}{2} - \frac{x^4}{4} = \frac{x^4}{4} + C \text{ bulunur.}$$

$$\text{Geçerlendire } \int x^2 x dx = \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C \text{ dir.}$$

Burada U fonsiyonu yapılmış $U \cdot LAPTÜ$



logaritmik itde sirali
islem hali bitmeli aklinde olsun!

$$\text{Or}: \underbrace{(2xy + 3y)}_{M} dx + \underbrace{(x^2 + 9xy^2)}_{N} dy = 0 \quad ?$$
$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad 2x + 9y^2 = 2x + 9y^2 \text{ ise}$$
$$\tan \text{ dir.}$$

$$g(x,y) = \int M(x,y) dx = \int (2xy + 3y) dx = 2 \frac{x^2}{2} y + 3xy + C(y)$$

$$\left[x^2 y + 3xy^2 + C(y) \right]' = x^2 + 9xy^2 + C(y)' \quad \text{ve bu ifade } N \text{ ye}$$

esitlenicek $x^2 + 9xy^2 + C(y)' = x^2 + 9xy^2 - C(y)' = 0$ Diger yoldan
oldugunu alameti
gok sendekilime olsun.

$$(C(y))' = 0 \quad C(y) = 0 + C_1 \quad \text{bulunur -}$$