

## Trigonometrik Fonksiyonların İntegrali

$$\int \cos u \, du = \sin u + C$$

$$\int \sin u \, du = -\cos u + C$$

$$\int \sec u \tan u \, du = \sec u + C$$

$$\int \sec u \, du = \ln |\sec u + \tan u| + C$$

$$\int \tan u \, du = \ln |\sec u| + C = -\ln |\cos u| + C$$

$$\int \sec^2 u \, du = \tan u + C$$

$\int \sin^m x \cos^n x \, dx$ 'in integrali

$\cos x$ 'in kuvveti tek sayı ise

- 1 tane  $\cos x$ 'i sakla
- geri kalan  $\cos x$ 'ler için  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$  kullan.
- $u = \sin x$  de.

$\sin x$ 'in kuvveti tek sayı ise

- 1 tane  $\sin x$ 'i sakla
- geri kalan  $\sin x$ 'ler için  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$  kullan.
- $u = \cos x$  de.

$\cos x$  ve  $\sin x$  in ikisinin de kuvveti çift sayı ise

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Örnekler

①  $\int \cos^3 x dx$

②  $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$

$$\textcircled{3} \quad \int \sin^2 x \, dx$$

$$\textcircled{4} \quad \int \sin^4 x \, dx$$

---

$\int \sin ax \cos bx \, dx$ ,  $\int \sin ax \sin bx \, dx$ ,  $\int \cos ax \cos bx \, dx$  Integrali:

Bu integraleri aşağıdaki ögeleri kullanarak hesaplayabiliyoruz.

$$\sin ax \cos bx = \frac{1}{2} [\sin(a+b)x + \sin(a-b)x]$$

$$\sin ax \sin bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x - \cos(a+b)x]$$

$$\cos ax \cos bx = \frac{1}{2} [\cos(a+b)x + \cos(a-b)x]$$

Örnekler

①  $\int \sin^7 x \cos 5x dx$

②  $\int \sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} dx$

③  $\int \cos 4x \cos 2x dx$

$$\textcircled{4} \quad \int \cos^4 \frac{x}{2} \sin^2 \frac{x}{2} dx$$

$\int \tan^m x \sec^n x dx$  Integrali

$$\int \sec u du = \ln |\sec u + \tan u| + C$$

$$\int \tan u du = \ln |\sec u| + C = -\ln |\cos u| + C$$

$$\int \sec u \tan u du = \sec u + C$$

$$\int \sec^2 u du = \tan u + C$$

a)  $\sec x$  in kuvveti pozitif ve çift ise bir tane  $\sec^2 x$ 'i sakla, geri kalanlar için  $\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$ 'i kullan.  
 $u = \tan x$  de.

Örnek  $\int \sec^3 3x \tan^3 3x dx$

b)  $\tan x$  in kuvveti tek ve pozitif ise bir adet  $\sec x \tan x$ 'i sakla, geri kalan  $\tan x$  ler için  $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$ 'i kullan  
 $u = \sec x$  de.

Örnek  $\int \frac{\tan^3 x}{\sqrt{\sec x}} dx$

c) Integrandta  $\sec x$  yoksa ve  $\tan x$  in kuvveti pozitif ve çift ise  $\tan^2 x$  terimini aç ve gerektiği kadar bunu tekrar et. ( $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$ )

Örnek  $\int \tan^4 x dx$

d)  $\int \sec^m x dx$  m: tek ve pozitif ise kısmi integrasyon

Örnek  $\int \sec^3 x dx$

e) Yukandakiler dışında bir durum var ise  $\sin x$  ve  $\cos x$  e gelir.

Örnek  $\int \frac{\sec x}{\tan^2 x} dx$

Örnek  $\int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$  olduğunu ispatlayınız.

$$* \quad \left. \begin{array}{l} \int \tan^n x dx \\ \int \cot^n x dx \end{array} \right\} n = \text{doğal sayı}$$

$\tan x = t, \cot x = t$  dönüşümü yaparak

ya da

$$\tan^n x = \tan^{n-2} x \underbrace{\tan^2 x}_{\sec^2 x - 1}$$

$$\cot^n x = \cot^{n-2} x \cdot \underbrace{\cot^2 x}_{\csc^2 x - 1}$$

Örnek 1)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}$