

$(x^2 - 1)y'' + xy' - y = 0$ denklemi için $x = 0$ noktası bir adi noktadır.

Buna göre

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots$$

$$y' = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + 5a_5 x^4 + \dots$$

$$y'' = 2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + 20a_5 x^3 + \dots$$

değerleri denklemde yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & (2a_2 x^2 + 6a_3 x^3 + 12a_4 x^4 + 20a_5 x^5 + \dots) - (2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + 20a_5 x^3 + \dots) \\ & + (a_1 x + 2a_2 x^2 + 3a_3 x^3 + 4a_4 x^4 + 5a_5 x^5 + \dots) - (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots) = 0 \end{aligned}$$

$$(-2a_2 - a_0) + (-6a_3 + a_1 - a_1)x + (2a_2 - 12a_4 + 2a_2 - a_2)x^2 + (6a_3 - 20a_5 + 3a_3 - a_3)x^3 + \dots = 0$$

$$-2a_2 - a_0 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{-1}{2}a_0$$

$$-6a_3 + a_1 - a_1 = 0 \Rightarrow a_3 = 0$$

$$2a_2 - 12a_4 + 2a_2 - a_2 = 0 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{4}a_2 = \frac{-1}{8}a_0$$

$$6a_3 - 20a_5 + 3a_3 - a_3 = 0 \Rightarrow a_5 = \frac{2}{5}a_3 = 0$$

Böylece

$$y = a_0 + a_1 x - \frac{1}{2}a_0 x^2 - \frac{1}{8}a_0 x^4 + \dots$$

$$y = a_0 \left(1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 + \dots \right) + a_1 x$$

$y'' + xy' + (x^2 - 3)y = 0$ denklemi için $x = 0$ noktası bir adi noktadır.

Buna göre

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + \dots$$

$$y' = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + 4a_4x^3 + 5a_5x^4 + \dots$$

$$y'' = 2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots$$

değerleri denklemde yerlerine yazılırsa

$$(2a_2 + 6a_3x + 12a_4x^2 + 20a_5x^3 + \dots) + (a_1x + 2a_2x^2 + 3a_3x^3 + 4a_4x^4 + 5a_5x^5 + \dots) \\ + (a_0x^2 + a_1x^3 + a_2x^4 + a_3x^5 + a_4x^6 + a_5x^7 + \dots) - (3a_0 + 3a_1x + 3a_2x^2 + 3a_3x^3 + 3a_4x^4 + 3a_5x^5 + \dots) = 0$$

$$(2a_2 - 3a_0) + (6a_3 - 2a_1)x + (12a_4 - a_2 + a_0)x^2 + (20a_5 + a_1)x^3 + \dots = 0$$

$$2a_2 - 3a_0 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}a_0$$

$$6a_3 - 2a_1 = 0 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{3}a_1$$

$$12a_4 - a_2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_4 = \frac{1}{12}a_2 - \frac{1}{12}a_0 = \frac{1}{24}a_0$$

$$20a_5 + a_1 = 0 \Rightarrow a_5 = \frac{-1}{20}a_1$$

Böylece

$$y = a_0 + a_1x + \frac{3}{2}a_0x^2 + \frac{1}{3}a_1x^3 + \frac{1}{24}a_0x^4 - \frac{1}{20}a_1x^5 + \dots$$

$$y = a_0 \left(1 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \dots \right) + a_1 \left(x + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{20}x^5 + \dots \right)$$
