

Kısmî İntegrasyon

- Her bir türev kuralı ona karşılık gelen bir integral kuralına sahiptir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Türev için} \\ \text{Zincir Kuralı} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Değişken Dönüşümü} \\ \text{(İntegralde)} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Türev için} \\ \text{Çarpım Kuralı} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{İntegralde Kısmî} \\ \text{İntegrasyon} \end{array} \right\}$$

- $u, v \leftarrow$ diferansiyelini al.

- $d(u.v) = u dv + v du \leftarrow$ integre et.

- $u.v = \int u dv + \int v du$

$$\Rightarrow \boxed{u.v - \int v du = \int u dv}$$

LAPTÜ

$u =$ türevini aldığımızda
basitleşen terim

$dv =$ integralini alabileceğimiz
terim

Örnekler

$$\textcircled{1} \int x e^x dx$$

$$\textcircled{2} \int x^2 \ln x dx$$

$$\textcircled{3} \int x \sin x dx$$

$$4) \int \ln x dx$$

$$5) \int e^x \sin x dx$$

$$6) \int (\ln x)^2 dx$$

$$7) \int x \cosh^2 x dx$$

$$8) \int \arctan x \, dx$$

$$9) \int \sec^3 x \, dx$$

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi (BKA)

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} =$$

$$R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \quad \begin{cases} \nearrow \text{der}(P(x)) \geq \text{der}(Q(x)) \Rightarrow \text{polinomlarda} \\ \text{ölme} \\ \text{ve sonra BKA} \\ \searrow \text{der}(P(x)) < \text{der}(Q(x)) \Rightarrow \text{BKA} \end{cases}$$

• paydayı çarpanlarına ayır!

1. durum Eğer $Q(x)$ farklı lineer çarpanlar içeriyorsa;

$$\int \frac{x^2}{(x-2)(x+1)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+3} \right) dx$$

2. durum Eğer $Q(x)$ tekrarlayan lineer çarpanlar içeriyorsa;

$$\int \frac{x^2}{(x-1)^2(x+1)^3(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{(x-1)^1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x+1)^1} + \frac{D}{(x+1)^2} + \frac{E}{(x+1)^3} + \frac{F}{x+3} \right) dx$$

3. durum Eğer $Q(x)$ quadratik indirgenemez çarpanlar içeriyorsa

$$\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+x+1)} dx = \int \left(\frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+4)} + \frac{Ex+F}{(x^2+x+1)} \right) dx$$

4. durum Eğer $Q(x)$ tekrarlayan quadratik çarpanlar içeriyorsa;

$$\int \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+4)^3} dx = \int \left(\frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)^2} + \frac{Ex+F}{x^2+4} + \frac{Gx+H}{(x^2+4)^2} + \frac{Ix+J}{(x^2+4)^3} \right) dx$$

Örnekler

1) $\int \frac{x^4+6x^3+10x^2+x}{x^2+6x+5} dx$

$$2) \int \frac{x^2 - x + 6}{x^3 + 3x} dx$$

$$3) \int \frac{x^3}{x^3+1} dx$$