Katharinas algoritme

Forrige uke fant vi nullpunktet til en funksjon ved å bruke *halveringsmetoden*. Vi kan beskrive halveringsmetoden omtrent som følger.

Teorem 1 (Halveringsmetoden) *Vi har en funksjon $f(x)$ og to verdier, $x = a$ og $x = b$. Disse to verdiene må ha egenskapen at $f(a) \cdot f(b) < 0$, altså at de to funksjonsverdiene har ulikt fortegn. Dersom f er* kontinuerlig *i $x \in [a, b]$, veit veit vi da at det finnes minst én $x \in [a, b]$ slik at $f(x) = 0$.*

Du kan finne x ved å gjøre følgende:

1. *Test $g = \frac{1}{2}(a + b)$ (midtpunktet mellom a og b)*
2. *Dersom \$f(g) er tilstrekkelig nære null, lever g som svaret ditt.*
3. *Bytt ut enten a eller b med g, slik at $f(a) \cdot f(b) < 0$ fremdeles.*
4. *Gå til punkt 1.*

Argumentasjonsoppgave

Argumenter for at halveringsmetoden alltid vil gi deg et mulig nullpunkt.

En alternativ fremgangsmåte

Teorem 2 (Stegvis framover) *Vi har en funksjon $f(x)$ og to verdier, $x = a$ og $x = b$. Disse to verdiene må ha egenskapen at $f(a) \cdot f(b) < 0$, altså at de to funksjonsverdiene har ulikt fortegn. Dersom f er* kontinuerlig *i $x \in [a, b]$, veit veit vi da at det finnes minst én $x \in [a, b]$ slik at $f(x) = 0$.*

Start med $x = a$ og $n = 1$, du kan da finne nullpunktet ved å gjøre følgende:

1. *Er $f(x)$ tilstrekkelig nære null? Hvis den er det, returner x som svaret ditt.*

2. *Sjekk om du har gått for langt (byttet fortegn) dersom du bruker $x + n$. Hvis ja: gå til punkt 3. Hvis nei: gå til punkt 4. 3*

3. *Oppdater n til å være $n/10$.*

4. *Oppdater x til å være $x + n$.*

5. *Gå til punkt 1.*

Lag en fil `fremgangsmaaten.py` hvor du finner et nullpunkt for

$$f(x) = x^5 - x^2 - 7131,$$

hvor det garantert er minst ett nullpunkt mellom $x = 0$ ($f(0) = -7131$) og $x = 10$ ($f(10) = 92769).

Lever `fremgangsmaaten.py` som svaret ditt på oppgaven.