Oslo kommune
Utdanningsetaten

Felles heldagsprøver 2018

REA3022

Fag:	Matematikk R1
Prøvedag:	17.04.2018
Forberedelse:	Ingen forberedelsesdel

Informasjon om heldagsprøven

Prøvetid:	5 timer Del 1 skal leveres etter 3 timer. Del 2 skal leveres etter 5 timer.
Hjelpemidler på del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt bortsett fra Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner, CAS og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert prøve.
Vedlegg:	Vedlegg A for konstruksjon til oppgave 8 til slutt i oppgaveheftet.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige

Del 1 (3 timer)
Tillatte hjelpemidler: vanlige skrivesaker, passer, linjal og vinkelmåler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene.

a) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 3x$

b) $g(x) = \dfrac{e^{2x}}{x^2}$

c) $h(x) = x\ln\left(x^3 + 4x\right)$

Oppgave 2 (6 poeng)

Vi har gitt polynomet $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$.
(x + 2) er en faktor i $P(x)$.
a) Faktoriser $P(x)$.
b) Løs likningen $4x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 12x = 0$

En polynomfunksjon er gitt ved

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 16$

c) Bestem a og b slik at funksjonen er delelig med $x^2 - 4$.

Oppgave 3 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^4 - 4x^2 + 2, \quad x \in \langle -2\,,\,2 \rangle$.
a) Finn eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.
b) Finn eventuelle vendepunkter på grafen til f.
c) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\ln(ab)^2 + 4\ln\left(a^{-4}\right) - \ln\left(\frac{b^2}{a}\right)$$

Oppgave 5 (6 poeng)

ABCD er et parallellogram, og vi setter $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ og $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$

a) Vis at $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$.

b) Finn et uttrykk for vektoren $\overrightarrow{BD}$ uttrykt ved $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

E er midtpunktet på linjen AB, og F er midtpunktet på linjen BC.

c) Finn et uttrykk for vektoren $\overrightarrow{EF}$ uttrykt ved $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

G er midtpunktet på linjen CD, og H er midtpunktet på linjen AD.

d) Bruk vektorregning til å undersøke hva slags figur $EFGH$ er.

Oppgave 6 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$\frac{(\lg x - 1)(\lg x + 1)(\lg x - 2)}{\lg x} \geq 0$$

Oppgave 7 (7 poeng)

En elev kaster en liten ball ut av vinduet, og en venn står på bakken og tar imot ballen. Posisjonen ballen har etter t sekunder, er gitt ved parameterframstillingen

$\vec{r}(t) = [10t, -5t^2 + 5t + 12]$, $t \in [0, 2]$.

a) Regn ut $\vec{r}(0)$ og $\vec{r}(2)$, og gi dette en praktisk tolkning.

b) Finn et uttrykk for fartsvektoren $\vec{v}(t)$. Vis at $\left|\vec{v}(1)\right| = 5\sqrt{5}$.

c) Finn t slik at fartsvektoren er parallell med x-aksen.

d) Hvor stor er akselerasjonen til ballen?

Oppgave 8 (3 poeng)

Denne oppgaven skal du løse på vedlegg A og levere inn sammen med resten av del 1.

I vedlegg A er det gitt en sirkel med sentrum S og et punkt P utenfor sirkelen.

Sirkelen har to tangenter som går gjennom punktet P.

Konstruer én av disse tangentene. Husk at det er lov å bruke blyant ved konstruksjon.

Skriv en konstruksjonsforklaring.

Del 2 (2 timer)
Alle hjelpemidler er tillatt.

Oppgave 9 (6 poeng)

Gitt tre punkter $A(-4\,,1)$, $B(8\,,-3)$ og $C(7\,,4)$.

a) Bestem en parameterframstilling for linjen l gjennom A og C.

b) Still opp en likning der vinkelen mellom $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$ er ukjent.

Finn vinkelen ved å løse likningen.

c) Bruk blant annet skalarprodukt til å finne koordinatene til et punkt P på l slik at $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BP}$.

Oppgave 10 (8 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved $f(x) = x^2 \cdot \mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-\frac{x}{4}}$, $x \in \langle -1\,,4 \rangle$.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til *f*.

b) Finn eventuelle ekstremalpunkter på grafen til *f*.

Funksjonen *g* er gitt ved $g(x) = x^2 \cdot \mathrm{e}^{-x} + k\mathrm{e}^{-x}$.

c) Bruk CAS til å bestemme *k* slik at tangenten til grafen til *g* i punktet $(2\,, g(2))$ har stigningstall 4.

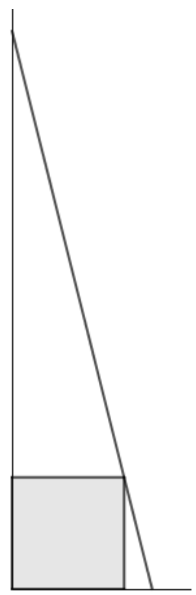
d) Bestem hvor mange ekstremalpunkter *g* har for ulike verdier av *k*.

Oppgave 11 (4 poeng)

En stige er 10,0 meter lang og står lent inntil en vegg, slik at den også berører kanten på en kubisk eske med sidekanter på 3,0 meter (se figuren).

a) Sett opp et likningssett som lar deg finne ut hvor høyt opp på veggen stigen når.

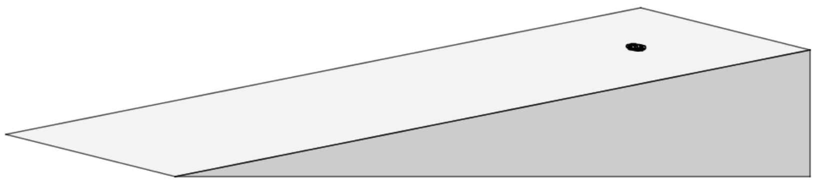
b) Bruk CAS til å finne ut hvor høyt opp på veggen stigen når.



Oppgave 12 (6 poeng)

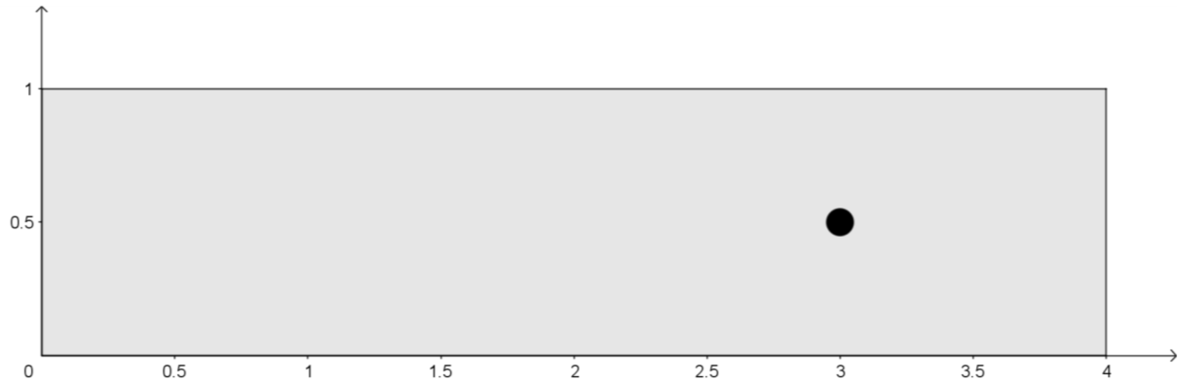
På en minigolfbane ligger hullet i en plan oppoverbakke, som vist på figuren.

Bakken er 4,0 meter lang og 1,0 meter bred.



Vi ser på bakkeplanet ovenfra og tegner inn et koordinatsystem slik figuren nedenfor viser.

Hullet har posisjonen (3 , 0,5). Alle avstandene er oppgitt i meter.



Solfrid og Roar spiller minigolf på denne banen.

Posisjonen til Solfrids golfball når den er i bakken, kan beskrives med følgende parameterframstilling:

$$\vec{S}(t) = \left[3,7t - 0,9t^2\ ,\ \ 0,1t + 0,2\right]$$

der t er tiden i sekunder.

a) Vis at ballen til Solfrid treffer hullet. Når skjer dette?

b) Dersom farten til ballen er over 1,5 m/s når den treffer hullet, vil den sprette ut igjen. Undersøk om ballen til Solfrid spretter ut av hullet eller ikke.

Roar er litt for ivrig og slår sin ball mens Solfrids ball fortsatt er i bakken.

Posisjonen til Roars golfball når den er i bakken, kan beskrives med følgende parameterframstilling:

$$\vec{R}(t) = \left[3,8(t-1) - 0,9(t-1)^2\ \ ,\ \ -0,15(t-1) + 0.8\right]$$

c) Når er golfballene til Solfrid og Roar nærmest hverandre? Hva er avstanden mellom dem da?

Vedlegg A til konstruksjon i oppgave 8. Husk å levere dette arket sammen med del 1.

Navn:____