Heldagsprøve – Matematikk R1

Edvard Munch videregående skole – 21. april 2017 – 9.00 til 14.00

Prøvetid	5 klokketimer (Del 1, 3 timer; og Del 2, 2 timer)
Hjelpemidler	Del 1 – Tegne- og skrivesaker. Ingen hjelpemidler. Del 2- Alle ikke-kommunikative hjelpemidler (kalkulator, PC, læreboka, egne notater etc., ingen tilgang til internett) Del 1 leveres inn seinest etter 3 timer, først da kan eventuelle hjelpemidler tas fram.
Vurdering	Poengene på Del 1 og Del 2 er kun veiledende, karakteren fastsettes etter en *helhetlig* vurdering. Det betyr at faglærer vurderer i hvilken grad du - viser grunnleggende ferdigheter; - kan bruke hjelpemidler; - gjennomfører logiske resonnementer; - ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan anvende fagkunnskaper i nye situasjoner; - vurderer om svar er rimelige; - forklarer fremgangsmåter og begrunner svar; og - skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge fremgangsmåte. Før inn nødvendig mellomregning. Skriv en forklaring (utregning) som er så fullstendig at det ikke kan være tvil om hvordan du løste oppgaven. *Fasitsvar uten utregning gir ikke uttelling.* Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling. Ved åpne oppgaveformuleringer bør du forklare hvorfor du har valgt din tolkning av oppgaven og ditt valg av løsningsstrategi. Husk å skrive enheter på aksene når du tegner grafer i besvarelsen. Du trenger ikke føre inn tabell over utregnede funksjonsverdier dersom det ikke er spurt spesielt etter det i oppgave.

Del 1 – Uten hjelpemidler – 3 timer

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$

b) $g(x) = 10^x$

c) $h(x) = 3 \cdot e^{x^2-2x}$

d) $p(x) = \ln(2x+2) - x$

Oppgave 2 (6 poeng)

Polynomet

$$P(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 + ax + b$$

er delelig med både $(x-2)$ og $(x-3)$.

a) Vis at $a = -5$ og $b = 6$.

b) Faktoriser polynomet så mye som mulig.

c) Løs ulikheten $P(x) < 0$.

Oppgave 3 (6 poeng)

La funksjonen f være gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$$

a) Finn koordinatene til toppunktet T og til bunnpunktet B.

b) Finn koordinatene til vendepunktet V.

c) Bruk vektorregning til å finne midtpunktet M på linjestykket BT. Hva ser du?

Oppgave 4 (8 poeng)

En sirkel med radius $r = 5$ har likningen

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y + d = 0.$$

a) Vis at sirkelen har sentrum i $S(2,1)$. Finn tallet d.

b) Vis at punktet $A(6,4)$ ligger på sirkelen.

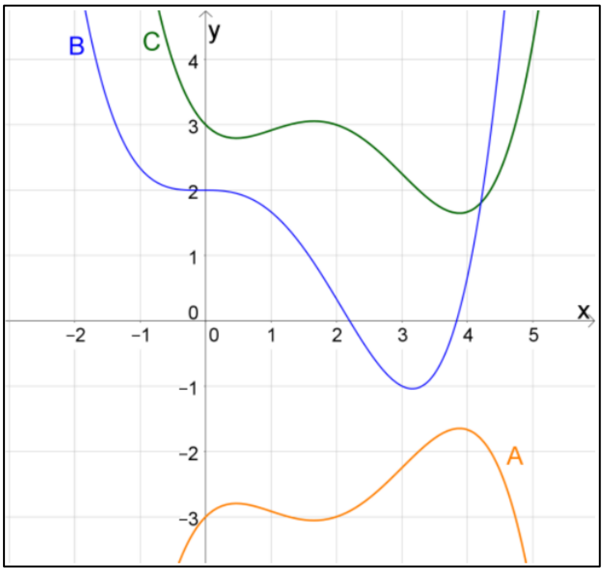
Punktene $B(-1,5)$ og $C(6,-2)$ ligger også på sirkelen.

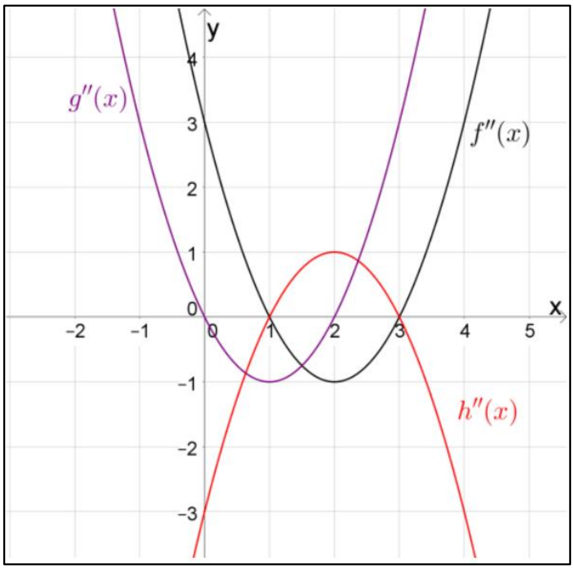
c) Bruk vektorregning til å vise at $\overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SB}$.

d) Sett opp et uttrykk for $\angle ACB$.

Oppgave 5 (3 poeng)

Til venstre nedenfor har vi tegnet grafene til funksjonene f, g og h. Til høyre er grafene til de dobbeltderiverte f'', g'' og h''.





a) Gjør rede for hvorvidt det er A, B eller C som er grafen til f.

b) Lag ei fortegnslinje for $f'(x)$ med tilnærmet riktige nullpunkter.

Oppgave 6 (3 poeng)

Finn asymptotene til

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{2x - 6}.$$

Oppgave 7 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt som

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2, & x < 2 \\ x^2 - 8x - d, & x \geq 2 \end{cases}$$

a) Finn d slik at f er kontinuerlig for alle verdier av x.

b) Finn topp- og bunnpunktene til f.

c) Er f deriverbar i alle punkter?

Del 2 – Med hjelpemidler – 2 timer

Oppgave 8 (4 poeng)

I ei eske ligger det 28 kuler. De er røde, blå og gule. Vi trekker tilfeldig to kuler uten tilbakelegging.

a) Hvor mange røde kuler er det i eska når sannsynligheten for å trekke to røde kuler er $\frac{1}{18}$?

b) Du veit nå hvor mange røde kuler det er. Hvor mange blå og hvor mange gule kuler er det når sannsynligheten for å trekke én blå og én gul kule er $\frac{2}{7}$?

Oppgave 9 (6 poeng)

I ei eske med 50 kuler er det 20 røde kuler. Vi trekker tilfeldig 10 kuler og lar x være antallet røde kuler blant de 10.

a) Finn $P(X = 4)$ og$P(X > 4)$ hvis vi trekker *uten* tilbakelegging.

b) Finn $P(X = 4)$ og$P(X > 4)$ hvis vi trekker *med* tilbakelegging.

c) Finn $P(X = 4 | X \geq 3)$ hvis vi trekker *uten* tilbakelegging.

Oppgave 10 (2 poeng)

En funksjon er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Grafen til f har et bunnpunkt i $(3, 3)$ og et vendepunkt $(2, 5)$.

Bruk CAS til å finne tallene a, b, c og d.

Oppgave 11 (6 poeng)

Om to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ veit vi at $|\vec{a}| = 6$, $\left|\vec{b}\right| = 5$ og $\angle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 120°$. Videre er $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

a) Finn $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

b) Finn $|\vec{u}|$ og $|\vec{v}|$.

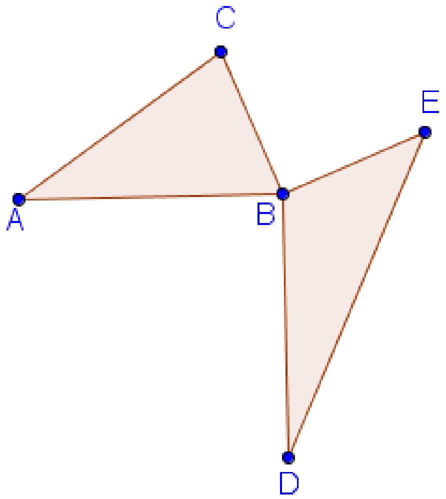
c) Finn $\angle(\vec{u}, \vec{v})$.

d) La $\vec{w} = t \cdot \vec{a} - \vec{b}$. Bestem tallet t slik at $\angle(\vec{u}, \vec{w}) = 60°$.

Oppgave 12 (6 poeng)

a) Tegn en trekant ABC ved hjelp av et digitalt verktøy. Finn vinklene i trekanten.

b) På figuren nedenfor har vi tegnet ΔBDE sammen med ΔABC.



Her er $\angle ABD = 90°$, $\angle EBC = 90°$, $BD = AB$ og $BE = BC$. Konstruer ΔBDE digitalt ut fra den trekanten du lagde i oppgave a.

c) Finn arealet av ΔABC og av ΔBDE. Hva ser du?

d) Bevis den sammenhengen du fant i oppgave c.