Gerak 2D

Gerak dalam Dua Dimensi

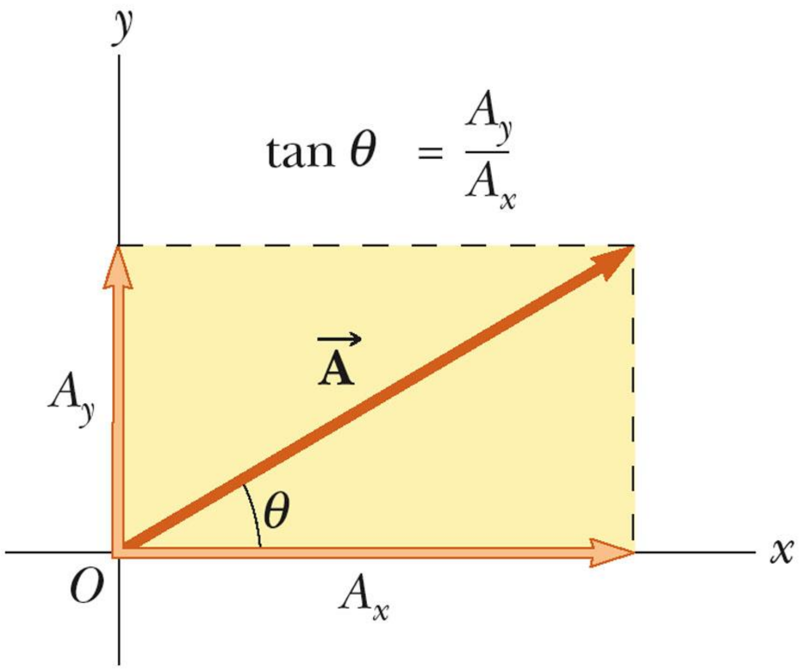
- Ingat vektor dan dan aljabar
- Perpindahan dan posisi dalam 2-D
- Kecepatan rata-rata dan sesaat dalam 2-D
- Percepatan rata-rata dan sesaat dalam 2-D
- Gerakan peluru
- Gerakan melingkar uniform
- Kecepatan relatif*

Vektor dan komponennya

- Komponennya adalah kaki segitiga siku-siku yang hipotenusa adalah A
- $$\begin{cases} A_x = A\cos(\theta) \\ A_y = A\sin(\theta) \end{cases}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

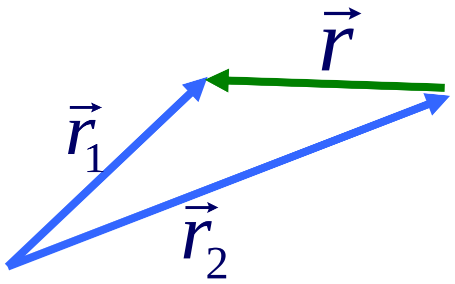
$$\begin{cases} \left|\vec{A}\right| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} \\ \tan(\theta) = \dfrac{A_y}{A_x} \quad \text{or} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{A_y}{A_x}\right) \end{cases}$$



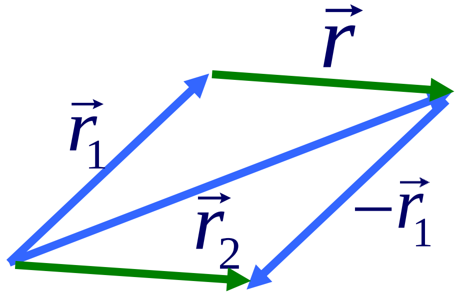
Aljabar Vektor

- Diagram mana yang merepresentasikan $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$?

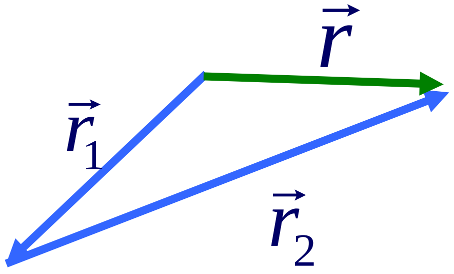
A)



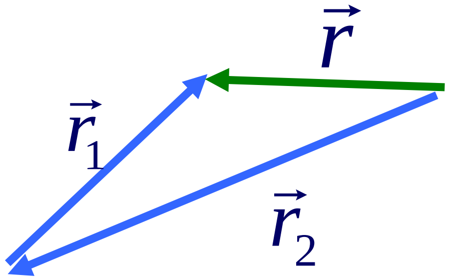
B)



C)



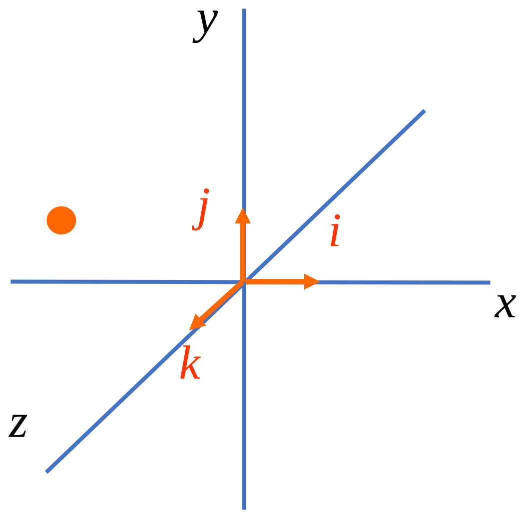
D)



Gerak dalam dua dimensi

- Variabel kinematik dalam satu dimensi
  - Posisi: x(t) m
  - Kecepatan: v(t) m/s
  - Akselerasi: a(t) m/s^2

- Variabel kinematik dalam tiga dimensi
  - Posisi: $\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ m
  - Kecepatan: $\vec{v}(t) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$ m/s
  - Percepatan: $\vec{a}(t) = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ m/s^2
- Semua adalah vektor: memiliki arah dan besar

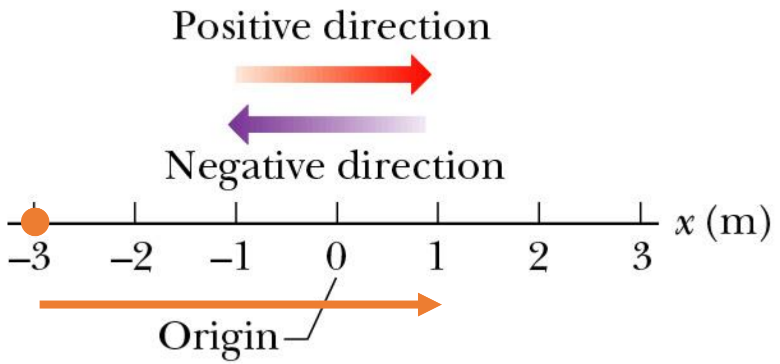


Posisi dan Perpindahan

- Dalam satu dimensi

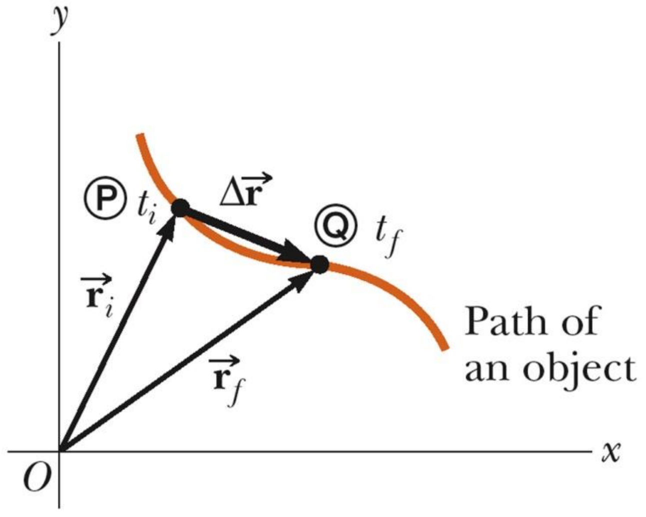
$$\boxed{\Delta x = x_2(t_2) - x_1(t_1)}$$

$x_1(t_1) = -3.0$ m, $x_2(t_2) = +1.0$ m
$\Delta x = +1.0$ m $+ 3.0$ m $= +4.0$ m



- Dalam dua dimensi
  - Posisi: posisi suatu objek dijelaskan oleh vektor posisinya $\vec{r}(t)$ -- selalu menunjuk ke partikel dari origin.
  - Perpindahan: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{i} + y_2\hat{j}) - (x_1\hat{i} + y_1\hat{j})$$
$$= (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$
$$= \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}$$



Kecepatan Rata-rata &Sesaat

- Average velocity

$$\vec{v}_{avg} \equiv \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

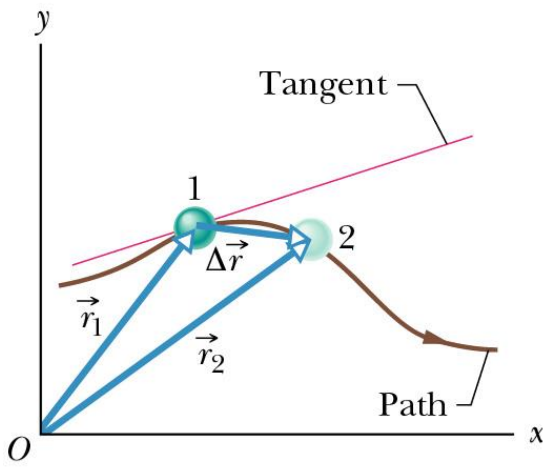
$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} = v_{avg,x}\hat{i} + v_{avg,y}\hat{j}$$

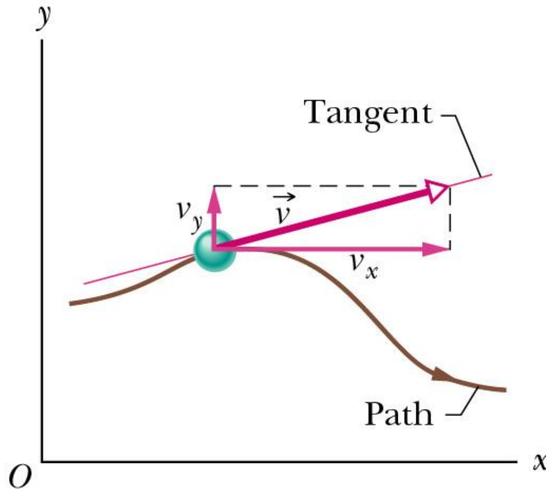
- Instantaneous velocity

$$\vec{v} \equiv \lim_{t\to 0}\vec{v}_{avg} = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

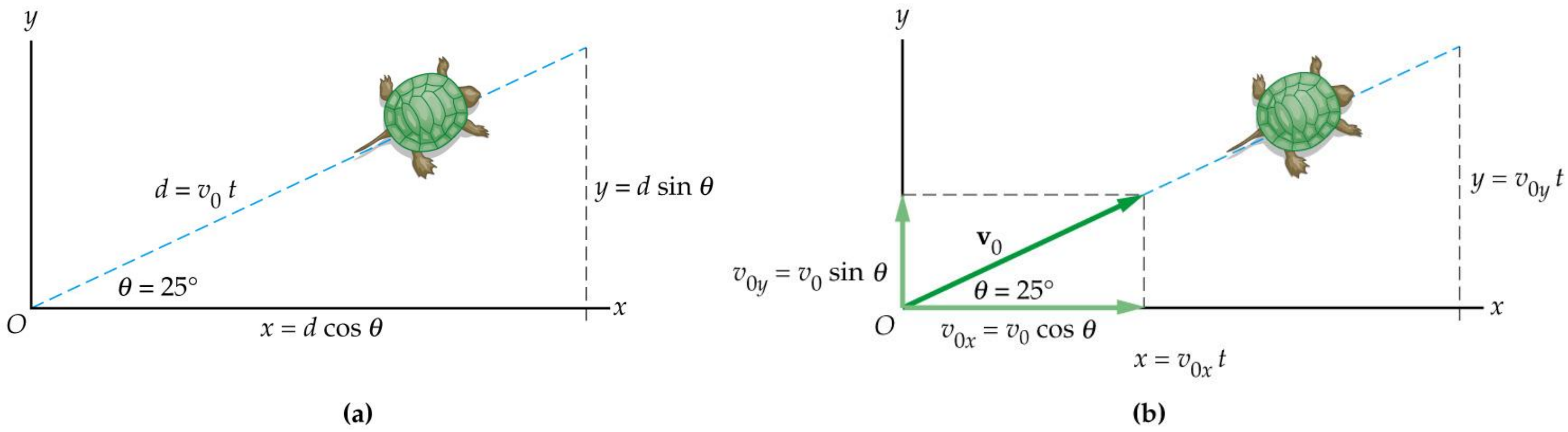
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

- ***v*** is tangent to the path in x-y graph;





Gerak Kura-kura



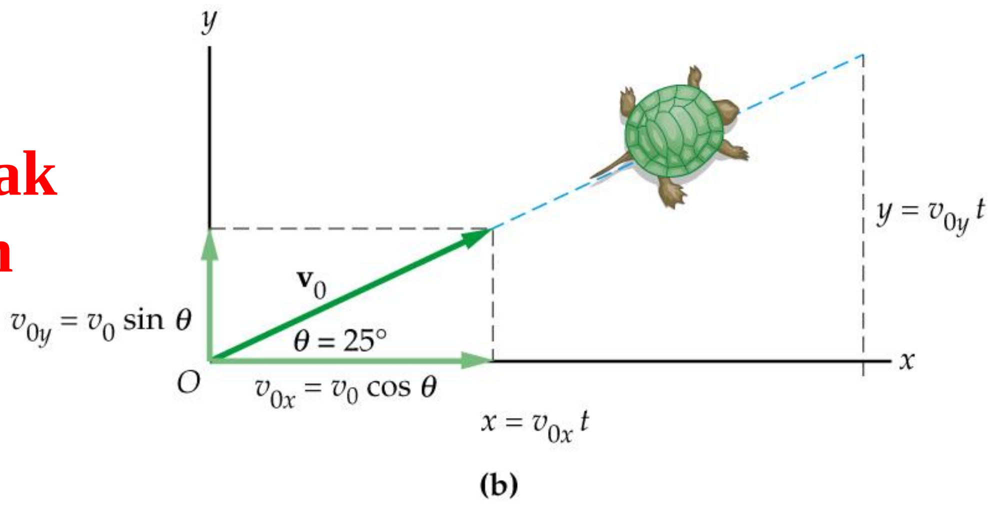
Kura-kura mulai dari origin dan bergerak dengan kecepatan v_0 = 10 cm / s ke arah 25 ° ke horizontal.

(a) Temukan koordinat kura-kura 10 detik kemudian.

(b) Seberapa jauh kura-kura berjalan dalam 10 detik?

Gerak Kura-kura

Perhatikan, Anda dapat menyelesaikan persamaan secara independen untuk komponen gerak horizontal (x) dan vertikal (y) dan kemudian menggabungkannya!



$$\vec{v}_0 = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

- Komponen X:

$$v_{0x} = v_0 \cos 25^\circ = 9.06 \text{ cm/s} \qquad \Delta x = v_{0x} t = 90.6 \text{ cm}$$

- Komponen Y:

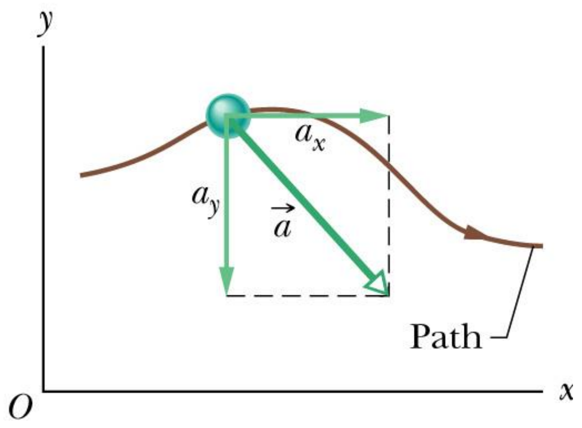
$$v_{0y} = v_0 \sin 25^\circ = 4.23 \text{ cm/s} \qquad \Delta y = v_{0y} t = 42.3 \text{ cm}$$

- Jarak dari asal:

$$d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 100.0 \text{ cm}$$

Percepatan Rata-rata & Sesaat

- Percepatan rata-rata $$\vec{a}_{avg} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$
- $$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} = a_{avg,x}\hat{i} + a_{avg,y}\hat{j}$$



- Percepatan sesaat
- $$\vec{a} \equiv \lim_{t\to 0}\vec{a}_{avg} = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$ $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

- Besarnya kecepatan (kelajuan) dapat berubah
- Arah kecepatan dapat berubah, meskipun besarnya konstan.
- Baik besarnya dan arah dapat berubah

Ringkasan dalam dua dimensi

- Posisi

$$\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j}$$

- Kecapatan rata-rata

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} = v_{avg,x}\hat{i} + v_{avg,y}\hat{j}$$

- Kecepatan sesaat

$$v_x \equiv \frac{dx}{dt} \qquad v_y \equiv \frac{dy}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

- Percepatan

$$a_x \equiv \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y \equiv \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

- $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, and $\vec{a}(t)$ tidak selalu memiliki arah yang sama.

Gerak dalam Dua Dimensi

- Gerakan di setiap dimensi adalah komponen independen.
- Persamaan akselerasi konstan

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad \vec{r} - \vec{r} = \vec{v}_0 t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2$$

- Persamaan percepatan konstan berlaku di setiap dimensi
-

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$x - x_0 = v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \qquad y - y_0 = v_{0y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_x{}^2 = v_{0x}{}^2 + 2a_x (x - x_0) \qquad v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 + 2a_y (y - y_0)$$

  - $t = 0$ awal proses;
  - $\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$ dimana a_x dan a_y adalah konstanta;
  - Kecepatan awal $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$ perpindahan awal $\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j}$;

Petunjuk untuk menyelesaikan masalah

- Tentukan sistem koordinat. Bukat gambar yang menunjukkan aksis dan origin.
- Tulis kuantitas yang diketahui. Cari v_{0x}, v_{0y}, a_x, a_y, dll. Tunjukkan kondisi awal pada gambar.
- Tentukan persamaan gerak mana yang akan digunakan.
- Waktu t sama untuk arah x dan y.

  $x_0 = x(t = 0), y_0 = y(t = 0), v_{0x} = v_x(t = 0), v_{0y} = v_y(t = 0).$
- Memiliki titik sumbu di sepanjang arah $\boldsymbol{a}$ jika konstan.

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$$x - x_0 = v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x{}^2 = v_{0x}{}^2 + 2a_x (x - x_0)$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

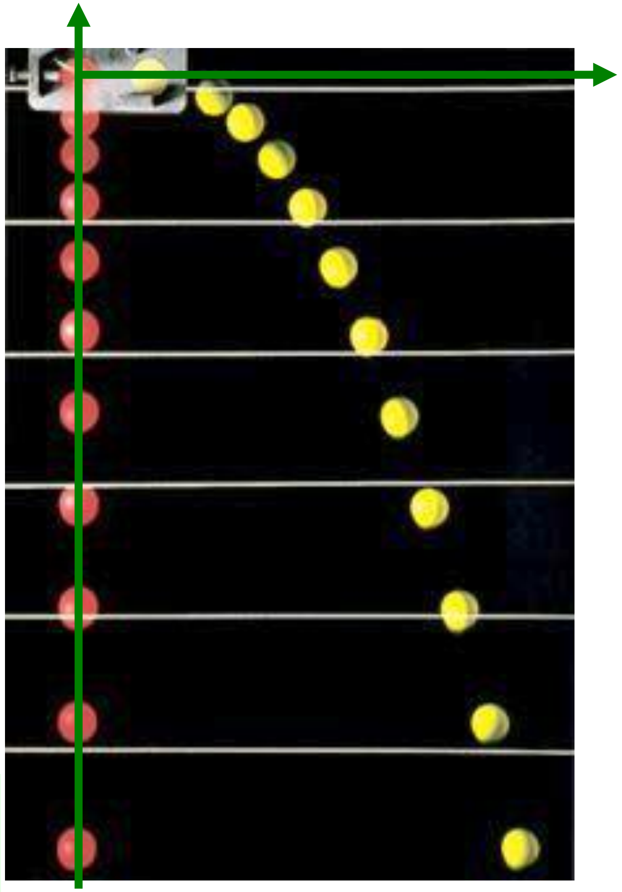
$$y - y_0 = v_{0y} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 + 2a_y (y - y_0)$$

Gerak Peluru

- Masalah 2-D dan tentukan sistem koordinat: x- horizontal, y- vertikal (atas +)
- Coba untuk menentukan $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ saat $t = 0$
- Gerak horizontal gerak vertikal
- Horizontal: $a_x = 0$, gerak kecepatan konstan
- Vertikal: $a_y = -g = -9.8\ \mathrm{m/s^2}$, $v_{0y} = 0$
- Persamaan:

Horizontal	Vertikal
$v_x = v_{0x} + a_x t$	$v_y = v_{0y} + a_y t$
$x - x_0 = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	$y - y_0 = v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2$
$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$	$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$



Gerak Peluru

- Gerakan X dan Y terjadi secara independen, sehingga kita dapat memperlakukannya secara terpisah.
-

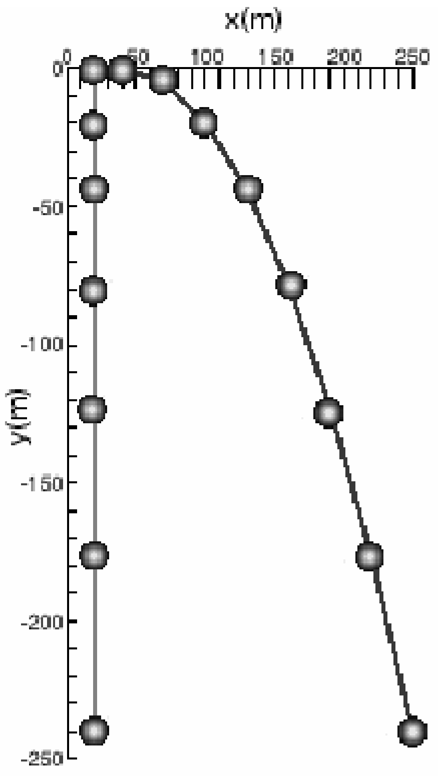
$$v_x = v_{0x}$$
$$x = x_0 + v_{0x} t$$

Horizontal

$$v_y = v_{0y} - gt$$
$$y = y_0 + v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

Vertikal

- Usahakan menentukan $x_0 = 0, y_0 = 0$ pada $t = 0$
- Gerak horizontal + gerak vertikal
- Horizontal: $a_x = 0$, gerak kecepatan konstan
- Vertikal: $a_y = -g = -9.8\ \mathrm{m/s^2}$
- x dan y dihubungkan oleh waktu t
- y(x) adalah parabola

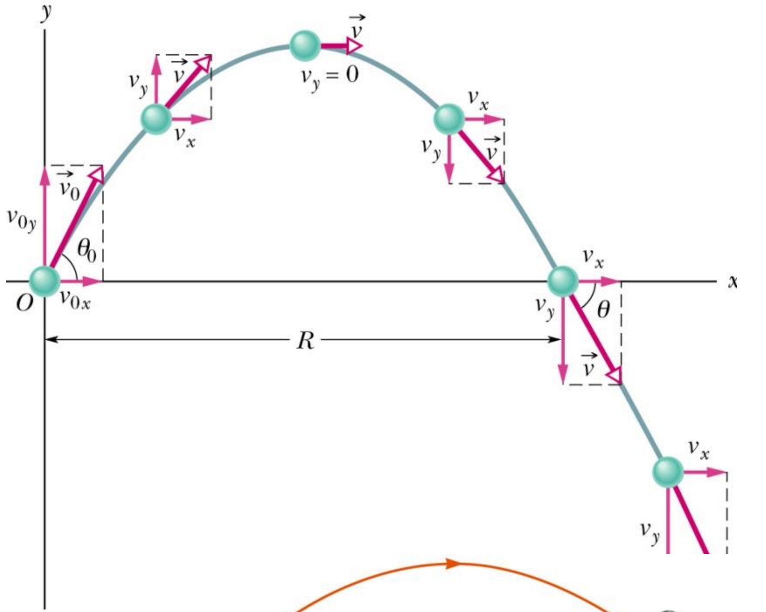


Gerak Peluru

- Masalah 2-D dan menentukan sistem koordinat.
- Horizontal: $a_x = 0$ dan vertikal: $a_y = -g$.
- Usahakan $x_0 = 0, y_0 = 0$ pada $t = 0$.
- Kondisi kecepatan awal:
  - v_0 dapat memiliki, y components.
  - v_{0x} biasanya konstan.
  - v_{0y} berubah secara kontinyu.
- Persamaan:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$$

$$v_{0x} = v_0 \sin\theta_0$$



Horizontal

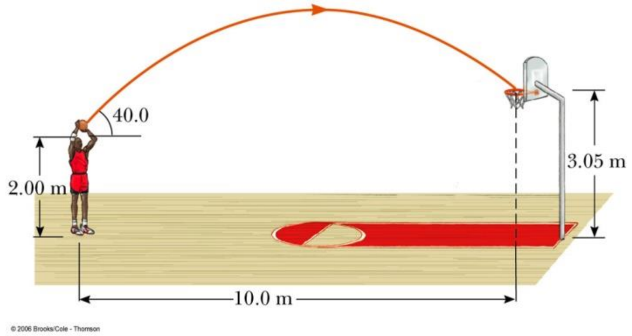
$$v_x = v_{0x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

Vertikal

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$



Lintasan Gerak Peluru

- Kondisi awal ($t = 0$): $x_0 = 0, y_0 = 0$ $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ and $v_{0y} = v_0 \sin\theta_0$
- Gerak horizontal:

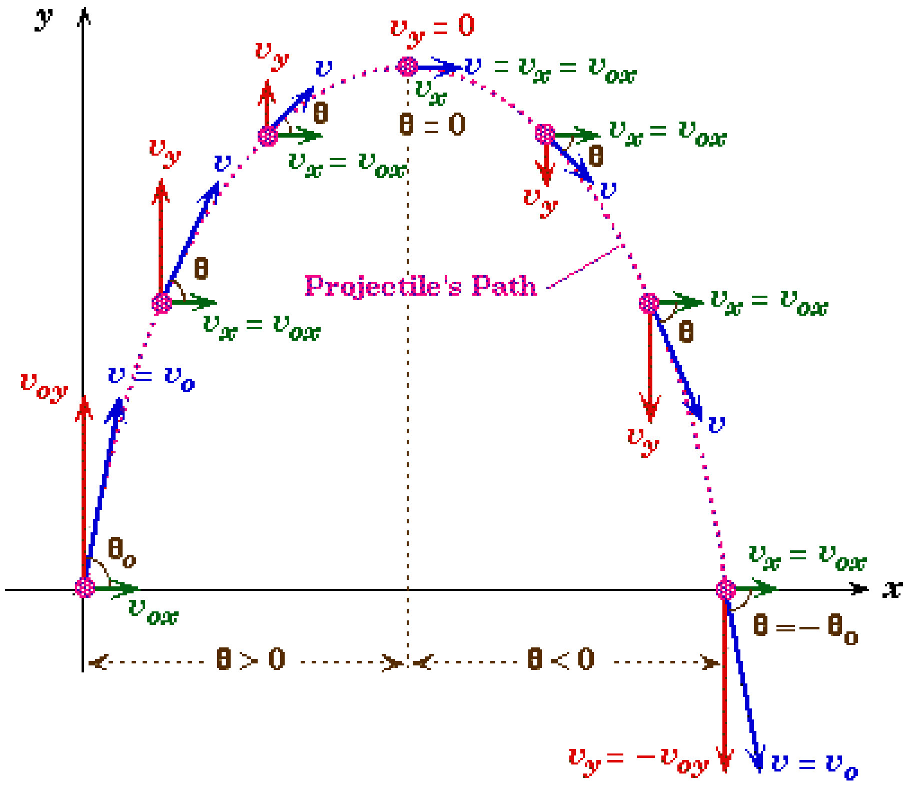
$$x = 0 + v_{0x} t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_{0x}}$$

- Gerak vertikal:

$$y = 0 + v_{0y} t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$y = v_{0y}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2$$

$$y = x \tan\theta_0 - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\theta_0} x^2$$



- Parabola;
  - $\theta_0 = 0$ and $\theta_0 = 90$?

Bagaimana menentukan R dan h *h* ?

- Kondisi awal ($t = 0$): $x_0 = 0, y_0 = 0$ $v_{0x} = v_0 \cos\theta_0$ dan $v_{0x} = v_0 \sin\theta_0$, maka

$$x = 0 + v_{0x}t \qquad 0 = 0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

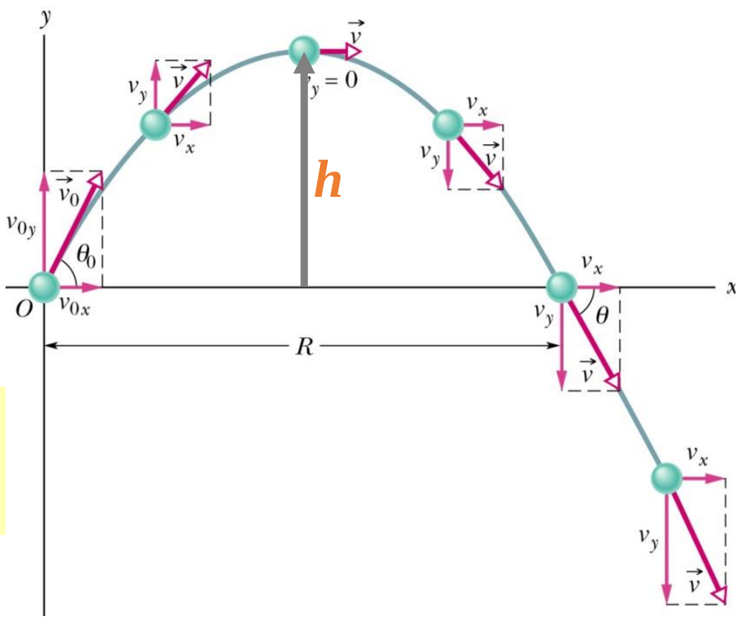
$$t = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$$

$$R = x - x_0 = v_{0x}t = \frac{2v_0\cos\theta_0 v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{v_0^{\,2}\sin 2\theta_0}{g}$$

$$h = y - y_0 = v_{0y}t_h - \tfrac{1}{2}gt_h^{\,2} = v_{0y}\frac{t}{2} - \frac{g}{2}\left(\frac{t}{2}\right)^2$$

$$h = \frac{v_0^{\,2}\sin^2\theta_0}{2g}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_{0y} - g\frac{2v_{0y}}{g} = -v_{0y}$$

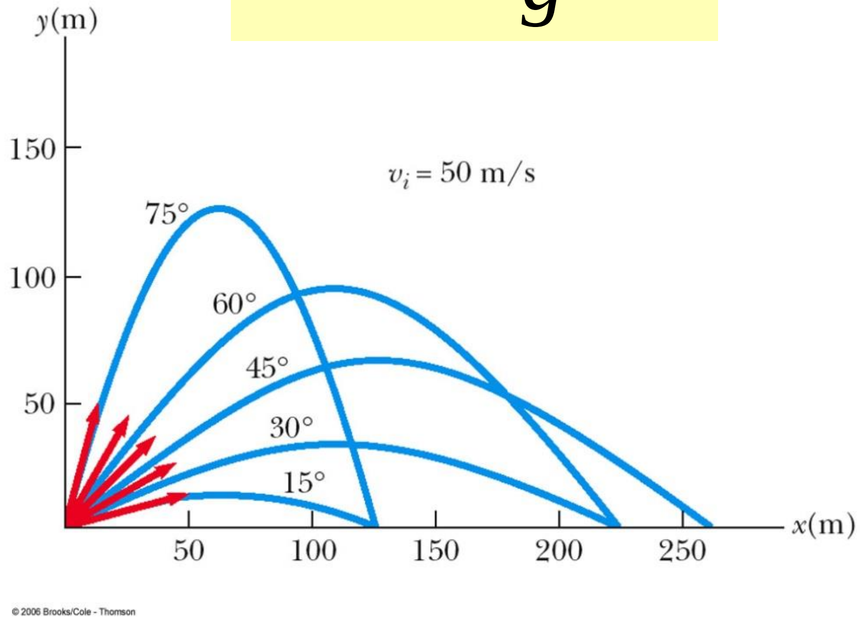


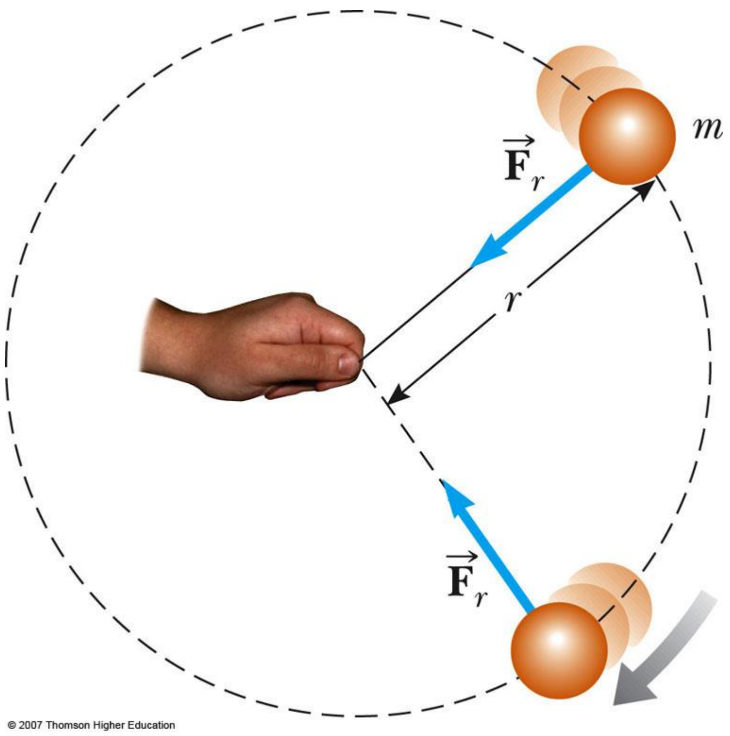
Horizontal	Vertikal
$v_x = v_{0x}$	$v_y = v_{0y} - gt$
$x = x_0 + v_{0x}t$	$y = y_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2$

Gerakan Peluru dengan Sudut Awal

- Nilai komplementer dari sudut awal menghasilkan rentang yang sama
  - Ketinggian akan berbeda
- Kisaran maksimum terjadi pada sudut proyeksi 45°

$$R = \frac{v_0^{\ 2} \sin 2\phi}{g}$$





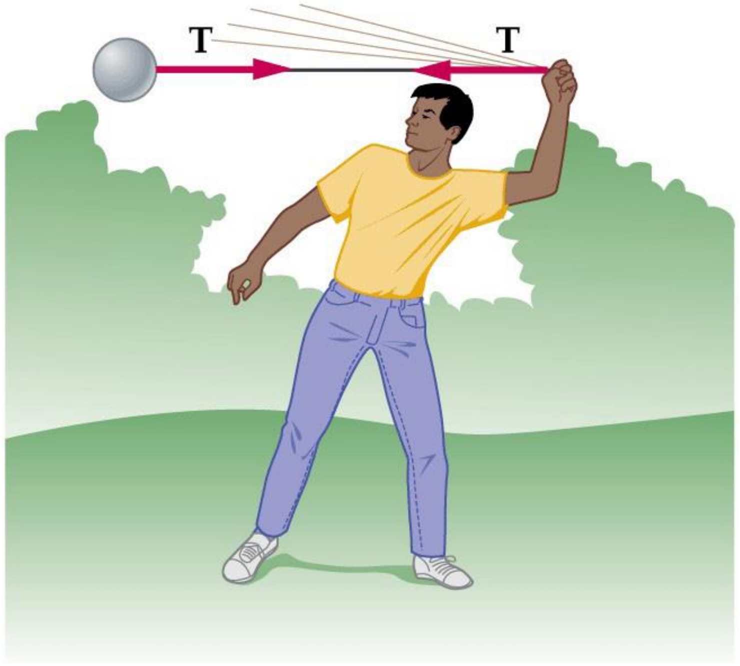
Gerakan melingkar uniform

Kelajuan konstan, atau,
besarnya kecepatan konstan

Gerak sepanjang lingkaran:
Mengubah arah kecepatan

Gerakan Melingkar: Pengamatan

- Objek bergerak di sepanjang jalur melengkung dengan **kelajuan konstan**
- Besarnya kecepatan: sama
  - Arah kecepatan: berubah
  - Kecepatan: berubah
  - Akselerasi tidak nol!
  - **Gaya bersih yang bekerja pada objek TIDAK nol**
  - “**Gaya sentripetal**”



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

Gerakan Melingkar Uniform

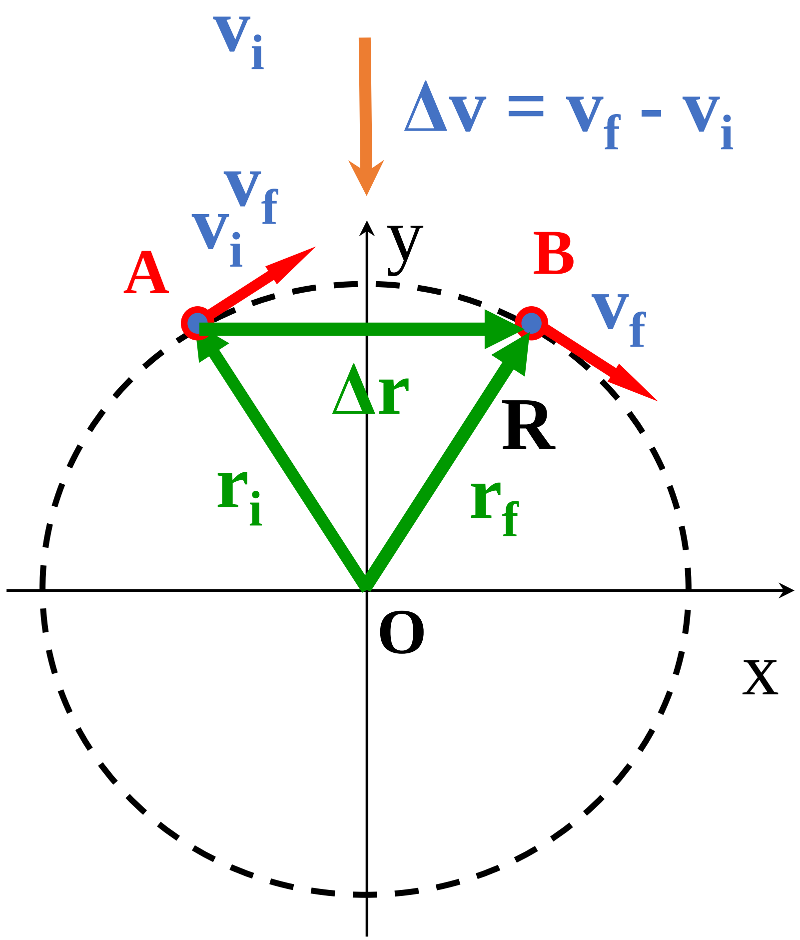
- Percepatan Centripetal

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \qquad \text{so,} \quad \Delta v = \frac{v\Delta r}{r}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta r}{\Delta t}\frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

- Arah: **Centripetal**

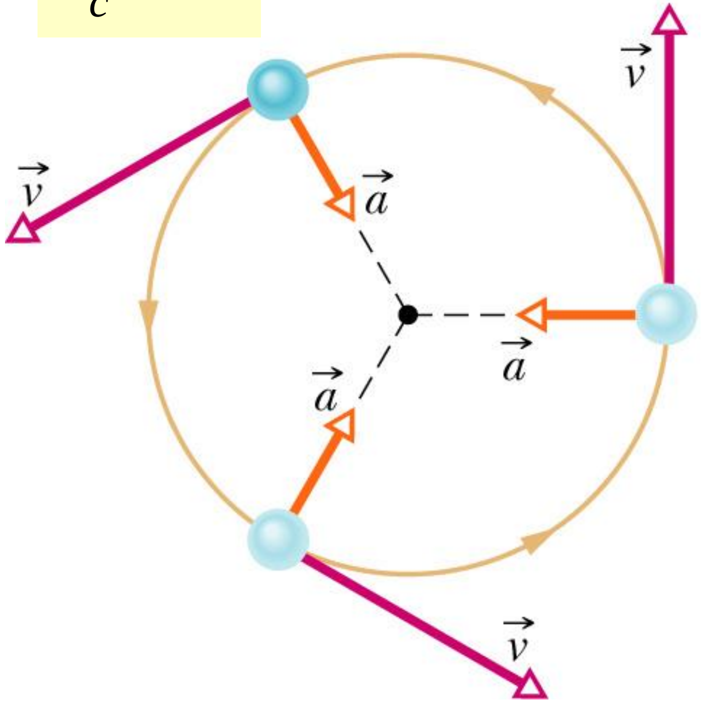


Gerakan Melingkar Uniform

- Kecepatan:
  - Besarnya: v konstan
  - Arah kecepatan adalah tangen terhadap lingkaran
- Percepatan:
  - Besarnya: $$a_c = \frac{v^2}{r}$$
  - Ke arah pusat lingkaran gerak
- Periode:
  - interval waktu yang diperlukan untuk satu revolusi lengkap partikel

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\vec{a}_c \perp \vec{v}$$



Ringkasan

- Posisi

$$\vec{r}(t) = x\hat{i} + y\hat{j}$$

- Kecepatan rata-rata

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} = v_{avg,x}\hat{i} + v_{avg,y}\hat{j}$$

- Kecepatan sesaat

$$v_x \equiv \frac{dx}{dt} \qquad v_y \equiv \frac{dy}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

- Percepatan

$$a_x \equiv \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y \equiv \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\vec{a}(t) = \lim_{t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

- $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, and $\vec{a}(t)$ arah tidak selalu sama.

Ringkasan

- Jika partikel bergerak dengan percepatan konstan a, persamaan gerak

$$\boxed{\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \tfrac{1}{2}\vec{a}t^2}$$

-

$$\boxed{\vec{r}_f = x_f\hat{i} + y_f\hat{j} = (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_{xi}t^2)\hat{i} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_{yi}t^2)\hat{j}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t}$$

$$\boxed{\vec{v}_f(t) = v_{fx}\hat{i} + v_{fy}\hat{j} = (v_{ix} + a_x t)\hat{i} + (v_{iy} + a_y t)\hat{j}}$$

- Gerak peluru adalah salah satu jenis gerakan 2-D di bawah percepatan konstan, di mana $a_x = 0$, $a_y = -g$.