Momentum Linier dan Tumbukan

- Konservasi Energi
- Momentum
- Impuls
- Konservasi Momentum
- Tumbukan 1-D
- Tumbukan 2-D
- Pusat Massa



Konservasi Energi

- $\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$ jika kekuatan konservatif adalah satu-satunya kekuatan yang bekerja pada sistem.
- Jumlah energi total dalam sistem adalah konstan.

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}kx_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \frac{1}{2}kx_i^2$$

- $\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_k d$ jika gaya gesek terdapat pada sistem.
- Jumlah energi total dalam sistem masih konstan, tetapi perubahan energi mekanik masuk ke "energi internal" atau panas..

$$-f_k d = \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}kx_f^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

Momentum Linier

- Ini adalah kuantitas fundamental baru, seperti gaya, energi. Ini adalah kuantitas vektor (searah dengan kecepatan).
- Momentum linear p dari suatu objek massa m bergerak dengan kecepatan v didefinisikan sebagai produk dari massa dan kecepatan:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Istilah momentum dan momentum linier akan digunakan secara bergantian dalam teks.
- Momentum tergantung pada massa dan kecepatan objek

Momentum dan Energi

- Dua objek dengan massa m_1 dan m_2 memiliki energi kinetik yang sama. Bagaimana membandingkan besarnya momentum?
 - (A) $p_1 < p_2$
 - (B) $p_1 = p_2$
 - (C) $p_1 > p_2$
 - (D) Tidak cukup informasi yang diberikan

Momentum Linier, lanjutan.....

• Momentum linear adalah kuantitas vektor. $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$$

- Arahnya sama dengan arah kecepatan.
- Dimensi momentum adalah ML / T
- Satuan SI momentum adalah kg m / s
- Momentum dapat dinyatakan dalam bentuk komponen:

$$p_x = mv_x$$
 $p_y = mv_y$ $p_z = mv_z$

Hukum Newton dan Momentum

 Hukum Kedua Newton dapat digunakan untuk menghubungkan momentum suatu objek dengan gaya yang dihasilkan yang bekerja atasnya.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

 Perubahan momentum objek dibagi dengan interval waktu sama dengan gaya bersih konstan yang bekerja pada objek.

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\text{perubahan momentum}}{\text{interval waktu}} = \vec{F}_{net}$$

Impuls

 Ketika satu, gaya konstan bertindak pada objek, ada impuls yang dikirim ke objek.

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

- **I** didefinisikan sebagai impuls
- Kesetaraan itu berlaku bahkan jika gayanya tidak konstan.
- Kuantitas vektor, arahnya sama dengan arah gaya

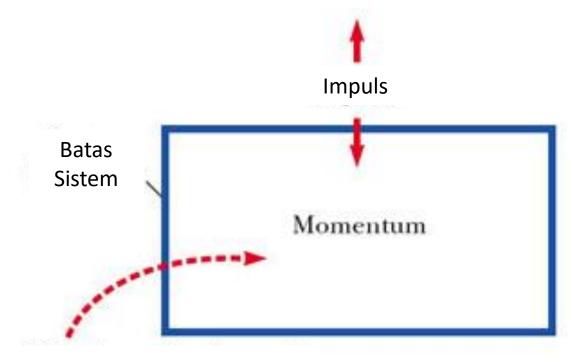
$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\text{perubahan momentum}}{\text{interval waktu}} = \vec{F}_{net}$$

Teorema Impuls-Momentum

 Teorema menyatakan bahwa impuls yang bekerja pada suatu sistem sama dengan perubahan momentum sistem.

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_{net} \Delta t = \vec{I}$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$



Perubahan momentum total sistem sama dengan impuls total pada system

Menghitung Perubahan Momentum

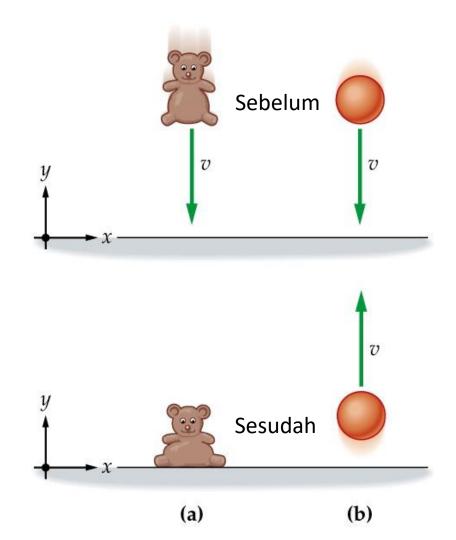
$$\begin{split} \Delta \vec{p} &= \vec{p}_{after} - \vec{p}_{before} \\ &= m v_{after} - m v_{before} \\ &= m (v_{after} - v_{before}) \end{split}$$

Untuk beruang Teddy

$$\Delta p = m[0 - (-v)] = mv$$

Untuk bola pantul

$$\Delta p = m \left[v - (-v) \right] = 2mv$$



Seberapa baik bumper mobil?

Dalam tes kecelakaan, mobil massa 1.5×10^3 kg bertumbukan dengan dinding dan memantul seperti pada gambar. Kecepatan awal dan akhir dari mobil adalah v_i =-15 m/s dan v_f = 2.6 m/s. Jika Tumbukan berlangsung selama 0,15 s, tentukan

- (a) impuls yang dikirim ke mobil karena tumbukan
- (b) ukuran dan arah gaya rata-rata yang diberikan pada mobil



Seberapa baik bumper mobil?

Dalam tes kecelakaan, mobil massa 1.5×10^3 kg bertumbukan dengan dinding dan memantul seperti pada gambar. Kecepatan awal dan akhir dari mobil adalah v_i =-15 m/s dan v_f = 2.6 m/s. Jika Tumbukan berlangsung selama 0,15 s, tentukan

- (a) impuls yang dikirim ke mobil karena tumbukan
- (b) ukuran dan arah gaya rata-rata yang diberikan pada mobil

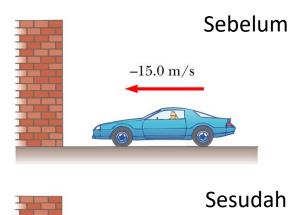
$$p_i = mv_i = (1.5 \times 10^3 kg)(-15m/s) = -2.25 \times 10^4 kg \cdot m/s$$
$$p_f = mv_f = (1.5 \times 10^3 kg)(+2.6m/s) = +0.39 \times 10^4 kg \cdot m/s$$

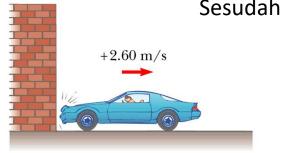
$$I = p_f - p_i = mv_f - mv_i$$

$$= (0.39 \times 10^4 kg \cdot m/s) - (-2.25 \times 10^4 kg \cdot m/s)$$

$$= 2.64 \times 10^4 kg \cdot m/s$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{I}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4 kg \cdot m/s}{0.15s} = 1.76 \times 10^5 N$$





Teorema Impuls-Momentum

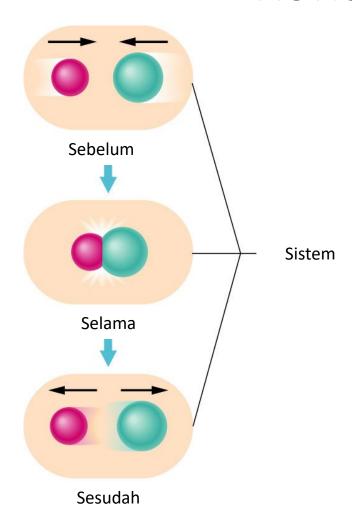
- Seorang anak memantulkan superball 100 gr di trotoar.
 Kecepatan superball berubah dari 10 m / s ke bawah menjadi 10 m / s ke atas. Jika waktu kontak dengan trotoar adalah 0,1s, berapa besar impuls yang diberikan ke superball?
 - (A) O
 - (B) 2 kg-m/s
 - (c) 20 kg-m/s
 - (D) 200 kg-m/s
 - (E) 2000 kg-m/s

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

Teorema Impuls-Momentum 2

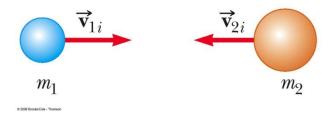
- Seorang anak memantulkan superball 100 g di trotoar.
 Kecepatan superball berubah dari 10 m / s ke bawah menjadi 10 m / s ke atas. Jika waktu kontak dengan trotoar adalah 0,1s, berapa besarnya kekuatan antara trotoar dan superball?
 - (A) O
 - (B) 2 N
 - (c) $20 \,\mathrm{N}$
 - (D) 200 N
 - (E) 2000 N

$$\vec{F} = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_f - m\vec{v}_i}{\Delta t}$$

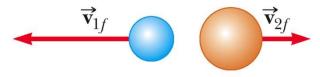


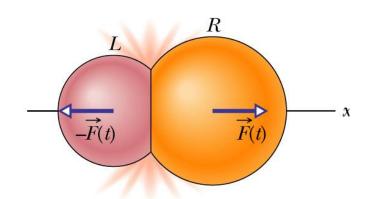
- Dalam sistem yang terisolasi dan tertutup, momentum total sistem tetap konstan dalam waktu.
 - Sistem terisolasi: tidak ada kekuatan eksternal
 - Sistem tertutup: tidak ada massa yang masuk atau pergi
 - Momentum linear dari setiap tubuh yang berTumbukan dapat berubah.
 - Momentum total P dari sistem tidak dapat berubah.

Sebelum Tumbukan



Setelah Tumbukan





Mulai dari teorema impuls-momentum

$$\vec{F}_{21}\Delta t = m_1 \vec{v}_{1f} - m_1 \vec{v}_{1i}$$

$$\vec{F}_{12}\Delta t = m_2 \vec{v}_{2f} - m_2 \vec{v}_{2i}$$

Dimana

$$\vec{F}_{21}\Delta t = -\vec{F}_{12}\Delta t$$

Kemudian

$$m_1 \vec{v}_{1f} - m_1 \vec{v}_{1i} = -(m_2 \vec{v}_{2f} - m_2 \vec{v}_{2i})$$

• Maka

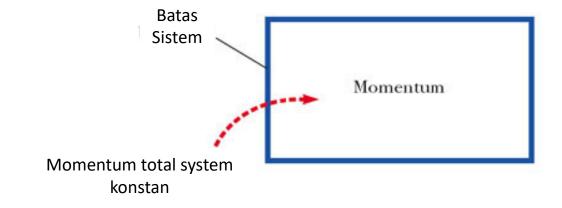
$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

 Ketika tidak ada kekuatan eksternal yang bekerja pada sistem yang terdiri dari dua objek yang bertumbukan satu sama lain, momentum total sistem tetap konstan dalam waktu.

$$\vec{F}_{net}\Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$$

- ketika $ec{F}_{\scriptscriptstyle net}=0$ maka $\Delta \! \! \vec{p}=0$
- Untuk sistem yang terisolasi

$$\vec{p}_f = \vec{p}_i$$



• Secara khusus, momentum total sebelum Tumbukan akan sama dengan momentum total setelah tumbukan.

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

Pemanah

Seorang pemanah berdiri di atas es tanpa gesekan dan menembakkan panah 0,5 kg secara horizontal pada 50,0 m / s. Massa gabungan pemanah dan busur adalah 60,0 kg. Dengan kecepatan berapa pemanah bergerak melintasi es setelah menembakkan panah?

$$p_{i} = p_{f}$$

$$m_{1}v_{1i} + m_{2}v_{2i} = m_{1}v_{1f} + m_{2}v_{2f}$$

$$m_1 = 60.0kg, m_2 = 0.5kg, v_{1i} = v_{2i} = 0, v_{2f} = 50m/s, v_{1f} = ?$$

$$0 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$v_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}v_{2f} = -\frac{0.5kg}{60.0kg}(50.0m/s) = -0.417m/s$$



- Seorang pria 100 kg dan wanita 50 kg di atas sepatu es berdiri saling berhadapan. Jika wanita mendorong pria itu ke belakang sehingga kecepatan terakhirnya adalah 1 m / s, pada kecepatan berapa Wanita tersebut mundur?
 - (A) 0
 - (B) 0.5 m/s
 - (C) 1 m/s
 - (D) 1.414 m/s
 - (E) 2 m/s

Jenis-jenis Tumbukan

- Momentum dilestarikan dalam setiap tumbukan
- Tumbukan inelastis: bola karet dan bola keras
 - Energi kinetik tidak dilestarikan
 - Tumbukan inelastis sempurna terjadi ketika benda-benda tetap bersama-sama.
- Tumbukan elastis: bola biliar
 - Momentum dan energi kinetik dilestarikan
- Tumbukan yang sebenarnya
 - Sebagian besar Tumbukan jatuh antara Tumbukan elastis dan sempurna inelastis

Ringkasan Tumbukan

- Dalam Tumbukan elastis, momentum dan energi kinetik dilestarikan.
- Dalam Tumbukan inelastis yang tidak sempurna, momentum dilestarikan tetapi energi kinetik tidak. Selain itu, benda-benda tidak menempel bersama-sama.
- Dalam Tumbukan inelastis sempurna, momentum dilestarikan, energi kinetik tidak, dan kedua objek tetap bersama setelah Tumbukan, sehingga kecepatan akhir mereka sama.
- Tumbukan elastis dan inelastis sempurna membatasi kasus, sebagian besar Tumbukan aktual jatuh di antara kedua jenis ini.
- Momentum dilestarikan dalam semua Tumbukan

Lebih lanjut tentang Tumbukan Inelastis Sempurna

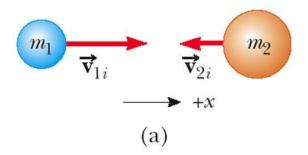
- Ketika dua benda tetap bersama setelah Tumbukan, mereka telah mengalami Tumbukan inelastis yang sempurna.
- Konservasi momentum

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

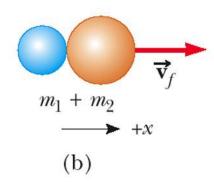
$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Energi kinetik TIDAK dilestarikan

Sebelum Tumbukan



Sesudah Tumbukan

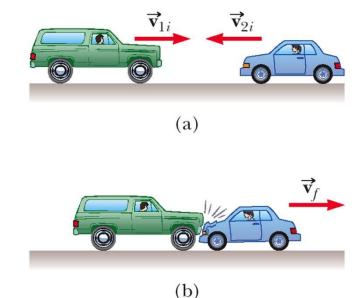


SUV dengan massa 1.80X10³ kg melintas ke arah Timur +15.0 m/s, sedangkan mobil mini dengan massa 9.00X10² kg melintas ke arah Barat -15.0 m/s. Keduanya bertumbukan dan menempel.

Tentukan kecepatan mobil yang terjerat setelah Tumbukan.

Tentukan perubahan kecepatan masing-masing mobil.

Tentukan perubahan energi kinetik sistem yang terdiri dari kedua mobil.



Tentukan kecepatan mobil yang terjerat setelah Tumbukan.

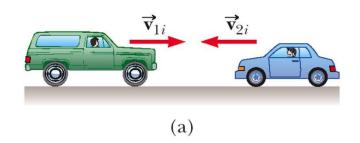
$$p_{i} = p_{f}$$

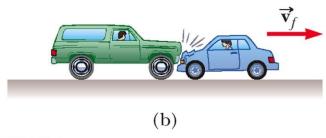
$$m_{1}v_{1i} + m_{2}v_{2i} = (m_{1} + m_{2})v_{f}$$

$$v_{f} = \frac{m_{1}v_{1i} + m_{2}v_{2i}}{m_{1} + m_{2}}$$

$$v_{f} = +5.00m/s$$

$$m_1 = 1.80 \times 10^3 kg$$
, $v_{1i} = +15m/s$
 $m_2 = 9.00 \times 10^2 kg$, $v_{2i} = -15m/s$





2006 Brooks/Cole - Thomson

Tentukan perubahan kecepatan iy masing-masing mobil.

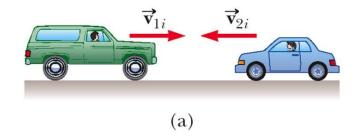
$$v_f = +5.00m/s$$

$$\Delta v_1 = v_f - v_{1i} = -10.0 m/s$$

$$\Delta v_2 = v_f - v_{2i} = +20.0 m/s$$

$$m_1 = 1.80 \times 10^3 kg, v_{1i} = +15m/s$$

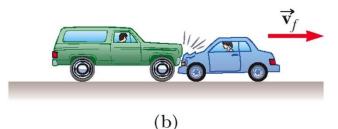
 $m_2 = 9.00 \times 10^2 kg, v_{2i} = -15m/s$



$$m_1 \Delta v_1 = m_1 (v_f - v_{1i}) = -1.8 \times 10^4 \, kg \cdot m/s$$

 $m_2 \Delta v_2 = m_2 (v_f - v_{2i}) = +1.8 \times 10^4 \, kg \cdot m/s$

$$m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0$$



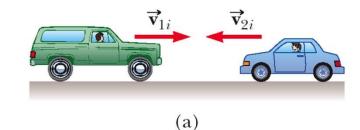
Tentukan perubahan energi kinetik sistem yang terdiri dari kedua mobil. $m_1 = 1.80 \times 10^3 kg$, $v_{1i} = +15m/s$ $m_2 = 9.00 \times 10^2 kg$, $v_{2i} = -15m/s$

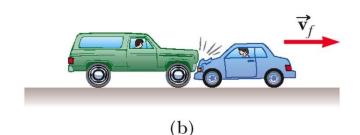
$$v_f = +5.00m/s$$

$$KE_i = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = 3.04 \times 10^5 J$$

$$KE_f = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2 = 3.38 \times 10^4 J$$

$$\Delta KE = KE_f - KE_i = -2.70 \times 10^5 J$$





2006 Brooks/Cole - Thomson

Lebih lanjut tentang Tumbukan Elastis

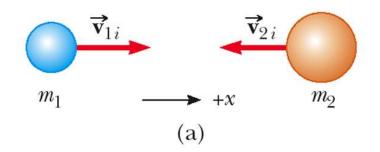
Momentum dan energi kinetik dilestarikan

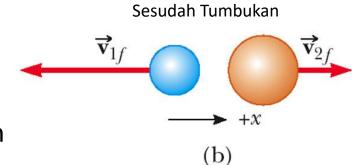
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

- Biasanya memiliki dua hal yang tidak diketahui.
- Momentum adalah kuantitas vektor
 - Arah itu penting
 - Pastikan untuk memiliki tanda-tanda yang ben
- Menyelesaikan persamaan secara bersama e 2006 Brooks/Cole-Thoms

Sebelum Tumbukan





Tumbukan Elastis

Persamaan yang lebih sederhana dapat digunakan sebagai pengganti persamaan EK

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1(v_{1i}-v_{1f})(v_{1i}+v_{1f})=m_2(v_{2f}-v_{2i})(v_{2f}+v_{2i})$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$
 $m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})$

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Ringkasan Jenis Tumbukan

• Dalam Tumbukan elastis, momentum dan energi kinetik dilestarikan.

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} \quad m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

• Dalam Tumbukan inelastis, momentum dilestarikan tetapi energi kinetik tidak

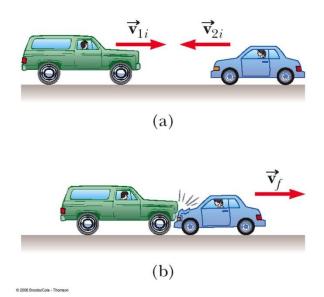
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

 Dalam Tumbukan inelastis sempurna, momentum dilestarikan, energi kinetik tidak, dan kedua objek tetap bersama setelah Tumbukan, sehingga kecepatan akhir mereka sama.

$$|m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f|$$

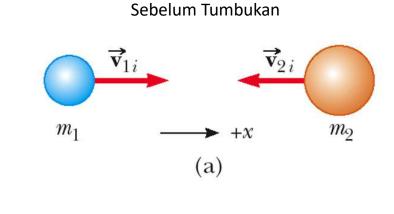
 Sebuah objek massa m bergerak ke kanan dengan kecepatan v. Ini bertumbukan langsung dengan objek massa 3m bergerak dengan kecepatan v/3 ke arah yang berlawanan. Jika kedua objek tetap bersama- sama, berapa kecepatan objek gabungan, massa 4m, setelah tabrakan?

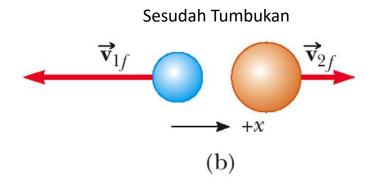
- (A) 0
- (B) v/2
- (C) V
- (D) 2v
- (E) 4v



Penyelesaian Soal Tumbukan 1D, 1

- Koordinat: tentukan sumbu koordinat dan kecepatan sehubungan dengan sumbu ini
 - Sangat nyaman untuk membuat sumbu bertepatan dengan salah satu kecepatan awal.
- Diagram: Dalam sketsa, gambar semua vektor kecepatan dan beri label kecepatan dan massa





Penyelesaian Soal Tumbukan 1D, 2

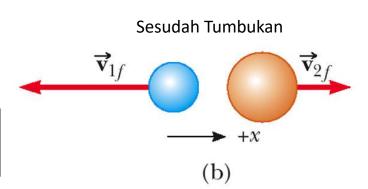
- Konservasi Momentum: Tulis ekspresi umum untuk momentum total sistem sebelum dan sesudah tumbukan
 - Menyamakan dua ekspresi momentum total
 - Mengisi nilai yang diketahui

$$|m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}| = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}|$$

 $\overrightarrow{\mathbf{v}}_{1i}$ $\overrightarrow{\mathbf{v}}_{2i}$ m_2

(a)

Sebelum Tumbukan

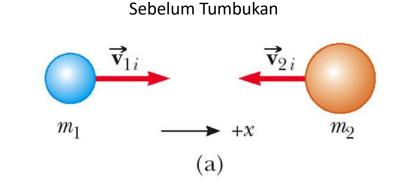


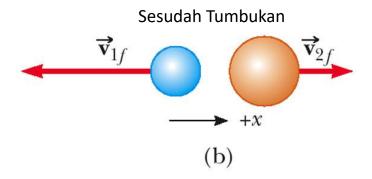
Penyelesaian Soal Tumbukan 1D, 3

- Konservasi Energi: Jika tumbukan elastis, tulis persamaan kedua untuk konservasi EK, atau persamaan alternatif
 - Ini hanya berlaku untuk tumbukan elastis sempurna.

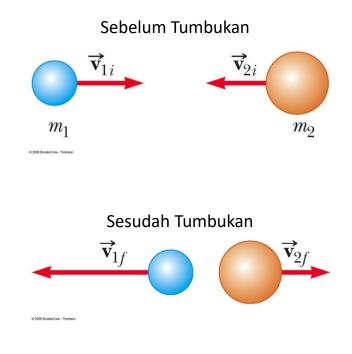
$$\left| v_{1i} + v_{1f} \right| = v_{2f} + v_{2i}$$

• Penyelesaian: persamaan yang dihasilkan secara bersamaan





Satu-Dimensi vs Dua-Dimensi





Tumbukan Dua-Dimensi

• Untuk tumbukan umum dua objek dalam ruang dua dimensi, prinsip konservasi momentum menyiratkan bahwa momentum total sistem di setiap arah dilestarikan.

•

$$m_1v_{1ix}+m_2v_{2ix}=m_1v_{1fx}+m_2v_{2fx}$$

$$m_1v_{1iy}+m_2v_{2iy}=m_1v_{1fy}+m_2v_{2fy}$$

$$v_{1f}\sin\theta$$

$$v_{2f}\cos\theta$$
 Sebelum Tumbukan Sesudah Tumbukan

Tumbukan Dua-Dimensi

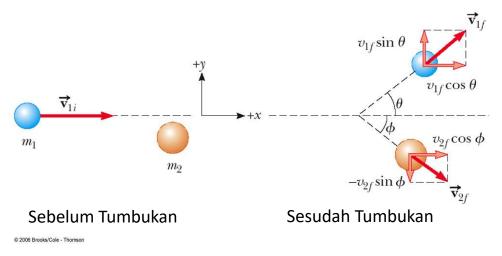
- Momentum dilestarikan ke segala arah.
- Menggunakan subskrip untuk
 - Mengidentifikasi objek
 - Menunjukkan nilai awal atau akhir
 - Komponen kecepatan
- Jika tumbukan elastis, gunakan konservasi energi kinetik sebagai persamaan kedua.
- Ingat, persamaan yang lebih sederhana hanya dapat digunakan untuk situasi satu dimensi.

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

 $m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$

 $m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$

Tumbukan Serempet



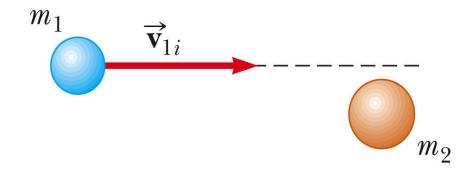
- Kecepatan "setelah" memiliki komponen x dan y
- Momentum dilestarikan ke arah x dan ke arah y
- Menerapkan konservasi momentum secara terpisah untuk setiap arah

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

Tumbukan 2-D, contoh

- Partikel 1 bergerak dengan kecepatan $\vec{\mathbf{V}}_{1i}$ dan partikel 2 dalam keadaan diam
- Dalam arah x, momentum awal adalah m_1v_{1i}
- Dalam arah y, momentum awal adalah 0



Sebelum Tumbukan

© 2007 Thomson Higher Education

Tumbukan 2-D, contoh lanjutan

- Setelah tabrakan, momentum dalam x-arah adalah $m_1 v_{1f} \cos \theta + m_2 v_{2f} \cos \phi$
- Setelah tabrakan, momentum dalam arah y adalah $m_1 v_{1f} \sin \theta + m_2 v_{2f} \sin \phi$

$$m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos \theta + m_2 v_{2f} \cos \phi$$
$$0 + 0 = m_1 v_{1f} \sin \theta - m_2 v_{2f} \sin \phi$$

• Jika tumbukan elastis, terapkan persamaan energi kinetik

 $v_{1f}\sin\theta$ $v_{1f}\cos\theta$ $v_{2f}\cos\theta$ $v_{2f}\cos\phi$ $v_{2f}\cos\phi$

Sesudah Tumbukan

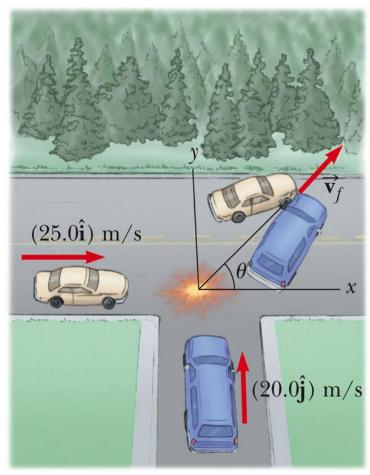
$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

Tumbukan pada persimpangan

Sebuah mobil dengan massa 1,5×10³ kg yang melaju ke timur dengan kecepatan 25 m/s bertabrakan di persimpangan dengan van 2.5×10^3 kg yang melaju ke utara dengan kecepatan 20 m/s. Tentukan besarnya dan arah kecepatan puing-puing setelah tabrakan, dengan asumsi bahwa kendaraan mengalami tabrakan inelastis yang sempurna dan dengan asumsi bahwa gesekan antara kendaraan dan jalan dapat diabaikan.

$$m_c = 1.5 \times 10^3 kg, m_v = 2.5 \times 10^3 kg$$

 $v_{cix} = 25m/s, v_{viy} = 20m/s, v_f = ?\theta = ?$



© 2007 Thomson Higher Education

Tumbukan pada persimpangan

$$m_c = 1.5 \times 10^3 \text{ kg}, m_v = 2.5 \times 10^3 \text{ kg}$$

 $v_{cix} = 25 \text{ m/s}, v_{viy} = 20 \text{ m/s}, v_f = ?\theta = ?$

$$\sum p_{xi} = m_c v_{cix} + m_v v_{vix} = m_c v_{cix} = 3.75 \times 10^4 \,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

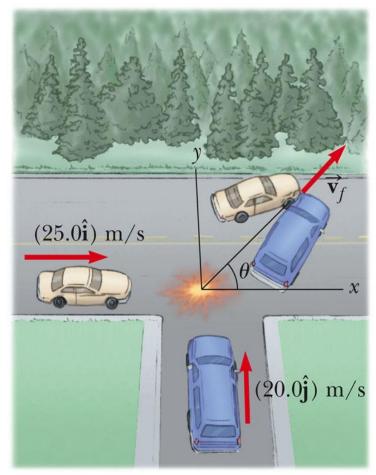
$$\sum p_{xf} = m_c v_{cfx} + m_v v_{vfx} = (m_c + m_v) v_f \cos \theta$$

$$3.75 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{kg}) v_f \cos \theta$$

$$\sum p_{yi} = m_c v_{ciy} + m_v v_{viy} = m_v v_{viy} = 5.00 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\sum p_{yf} = m_c v_{cfy} + m_v v_{vfy} = (m_c + m_v) v_f \sin \theta$$

 $5.00 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{kg}) v_f \sin \theta$



© 2007 Thomson Higher Education

Tumbukan pada persimpangan

$$m_c = 1.5 \times 10^3 kg, m_v = 2.5 \times 10^3 kg$$

 $v_{cix} = 25m/s, v_{viv} = 20m/s, v_f = ?\theta = ?$

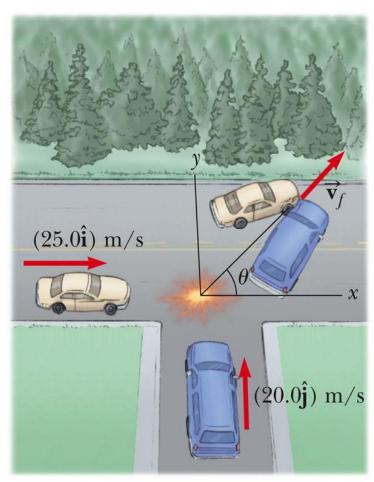
$$5.00 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{kg}) v_f \sin \theta$$

$$3.75 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (4.00 \times 10^3 \text{ kg}) v_f \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{5.00 \times 10^4 \, kg \cdot m / s}{3.75 \times 10^4 \, kg \cdot m / s} = 1.33$$

$$\theta = \tan^{-1}(1.33) = 53.1^{\circ}$$

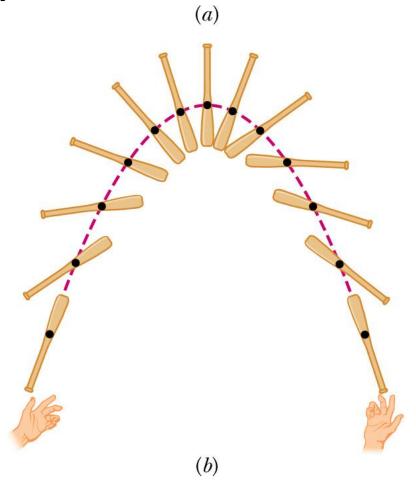
$$v_f = \frac{5.00 \times 10^4 \,\mathrm{kg \cdot m/s}}{(4.00 \times 10^3 \,\mathrm{kg}) \sin 53.1^\circ} = 15.6 \,\mathrm{m/s}$$



© 2007 Thomson Higher Education

Pusat Massa

- Bagaimana kita harus menentukan posisi tubuh yang bergerak?
- Apakah y untuk Ug = mgy?
- Ambil posisi rata-rata massa.
 Sebut "Pusat Massa" (PM)

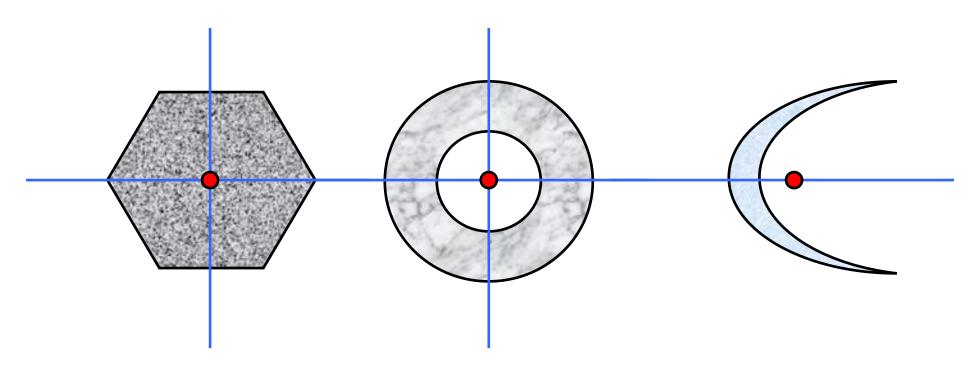


Pusat Massa

- Ada titik khusus dalam sistem atau objek, yang disebut pusat massa, yang bergerak seolah-olah semua massa sistem terkonsentrasi pada saat itu.
- PM dari suatu objek atau sistem adalah titik, di mana objek atau sistem dapat diseimbangkan dalam medan gravitasi yang seragam.

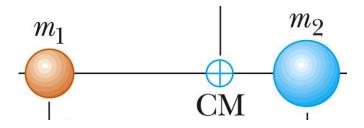
Pusat Massa

- Pusat massa dari setiap objek simetris terletak pada sumbu simetri dan pada bidang simetri apa pun.
 - Jika objek memiliki kepadatan uniform
- PM dapat berada di dalam benda, atau di luar benda.

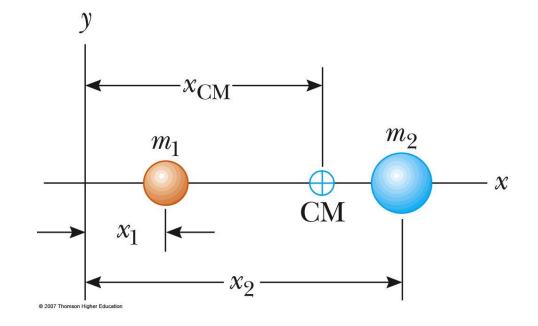


Dimanakah Pusat Massa?

- Pusat massa partikel
- Dua benda dalam 1 dimensi



$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



Pusat Massa untuk banyak partikel dalam 3D?





Dimanakah Pusat Massa?

• Asumsikan $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 3 \text{ kg}$, dan $x_1 = 1 \text{ m}$, $x_2 = 5 \text{ m}$, dimanakah pusat massa dari kedua objek tersebut?

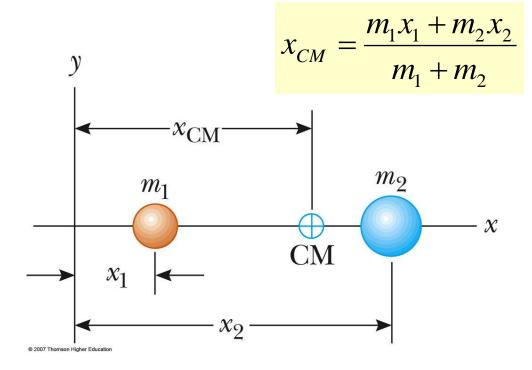
A)
$$x_{CM} = 1 \text{ m}$$

B)
$$x_{CM} = 2 \text{ m}$$

C)
$$x_{CM} = 3 \text{ m}$$

D)
$$x_{CM} = 4 \text{ m}$$

E)
$$x_{CM} = 5 \text{ m}$$



Pusat Massa dari Sistem Partikel

Dua benda dan satu dimensi

•

$$x_{ ext{com}} = rac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

• Kasus umum: n benda dan tiga dimensi

$$x_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad y_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad z_{\text{com}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

• dimana $M = m_1 + m_2 + m_3 + ...$

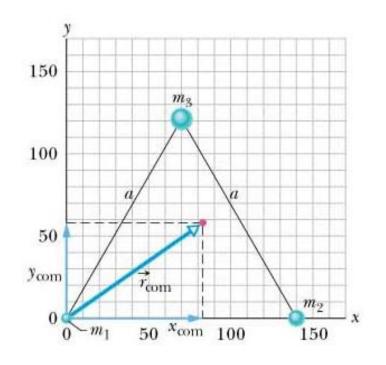
$$ec{r}_{ ext{com}} = rac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i ec{r}_i$$

Contoh Masalah: Tiga partikel massa $m_1 = 1,2$ kg, $m_2 = 2,5$ kg, dan $m_3 = 3,4$ kg membentuk segitiga sama sisi panjang, sisi a = 140 cm. Di manakah pusat massa dari sistem ini? (Petunjuk: m_1 berada di (0,0), m_2 adalah pada (140 cm, 0), dan m_3 adalah pada (70 cm, 120 cm), seperti yang ditunjukkan pada gambar di bawah ini.)

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i x_i = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i y_i = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{CM} = 82.8 \text{ cm}$$
 dan $y_{CM} = 57.5 \text{ cm}$



Gerak Sistem Partikel

- Asumsikan massa total, M, dari sistem tetap konstan
- Kita dapat menggambarkan gerak sistem dalam hal kecepatan dan percepatan pusat massa sistem.
- Kita juga dapat menggambarkan momentum sistem dan Hukum Kedua Newton untuk sistem.

Kecepatan dan Momentum Sistem Partikel

Kecepatan pusat massa dari sistem partikel adalah

$$\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{r}}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i} m_{i} \vec{\mathbf{v}}_{i}$$

Momentum dapat dinyatakan sebagai

$$M\vec{\mathbf{v}}_{CM} = \sum_{i} m_{i}\vec{\mathbf{v}}_{i} = \sum_{i} \vec{\mathbf{p}}_{i} = \vec{\mathbf{p}}_{tot}$$

 Momentum linear total dari sistem sama dengan massa total dikalikan dengan kecepatan pusat massa.

Percepatan dan Gaya Pusat Massa

 Percepatan pusat massa dapat ditemukan dengan membedakan kecepatan sehubungan dengan waktu.

$$\vec{\mathbf{a}}_{\text{CM}} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i} m_{i} \vec{\mathbf{a}}_{i}$$

Percepatan dapat dikaitkan dengan kekuatan

$$M\vec{a}_{CM} = \sum_{i} \vec{F}_{i}$$

• Jika kita meringkas semua kekuatan internal, mereka membatalkan berpasangan dan kekuatan bersih pada sistem hanya disebabkan oleh kekuatan eksternal.

Hukum Newton II untuk Sistem Partikel

 Karena satu-satunya gaya eksternal, gaya eksternal bersih sama dengan massa total sistem dikalikan dengan percepatan pusat massa:

$$\sum \vec{\mathbf{F}}_{ext} = M \vec{\mathbf{a}}_{CM}$$

 Pusat massa dari sistem partikel massa gabungan M bergerak seperti partikel setara massa M akan bergerak di bawah pengaruh gaya eksternal bersih pada sistem.

Sumber:

Physics 111: Mechanics Lecture 12, Dale Gary, *NJIT* Physics Department