DASAR – DASAR LOGIKA

Kalimat Deklaratif

Kalimat Deklaratif (Proposisi) adalah kalimat yang bernilai benar atau salah, tetapi tidak keduanya.

Berikut ini adalah beberapa contoh Proposisi :

a. 2 + 2 = 4
b. 4 adalah bilangan prima
c. Jakarta adalah ibukota negara Indonesia
d. Penduduk Indonesia berjumlah 50 juta

Penghubung kalimat

Sering kali beberapa kalimat perlu digabungkan menjadi satu kalimat yang lebih panjang. Misalnya kalimat : ` 4 adalah bilangan gena dan 3 adalah bilangan ganjil ` merupakan gabungan dari 2 buah kalimat : ` 4 adalh bilangan genap ` dan kalimat ` 3 adalah bilangan ganjil ` didalam logika dikenal 5 buah penghubung :

	Simbol	Arti	Bentuk
1	~	Tidak / Not / Negasi	Tidak ....
2	^	Dan / And / Konjungsi	….. dan ……
3	v	Atau / Or / Disjungsi	….. atau ....
4	→	Implikasi	Jika .... maka ....
5	↔	Bi – implikasi	......bila dan hanya bila ......

Dalam matematika digunakan huruf – huruf kecil seperti p, q, r, ... untuk menyatakan sub kalimat dan simbol – simbol penghubung untuk menyatakan penghubung kalimat.

Misalkan :

- p menyatakan kalimat ` 4 adalah bilangan genap `
- q menyatakan kalimat ` 3 adalah bilangan ganjil `

Maka kalimat : 1 4 adalah bilangan genap dan 3 adalah bilangan ganjil ` dapat dinyatakan dengan simbol p ^ q

Jika p dan q merupakan kalimat – kalimat, maka tabel kebenaran penghubung tampak pada tabel (T = True/benar ; F = False/salah). Perhatikan bahwa secara umum, jika ada n variabel (p, q, ...), maka tabel kebenaran memuat 2^n baris.

P	q	~ p	p ^ q	p v q	p → q	p ↔ q
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

Contoh :

Misal k : Monde orang kaya
s : Monde bersuka cita

Tulis bentuk simbolis kalimat berikut ini :

a Monde orang yang miskin tetapi bersuka cita

b Monde orang kaya atau ia sedih

c Monde tidak kaya ataupun bersuka cita

d Monde seorang yang miskin atau ia kaya tetapi sedih

Anggaplah negasi dari kaya adalah miskin dan negasi dari bersuka cita adalah sedih

Penyelesaian :

a Kata penghubung tetapi mempunyai arti yang sama dengan kata penghubung `dan`, sehingga simbolisnya adalah ~ k ^ s

b k v ~ s

c Kalimat tersebut berarti bahwa Monde tidak kaya dan sekaligus Monde tidak bersuka cita. Bentuk simbolisnya ~ k ^ ~ s

d ~ k v (k ^ ~ s)

2. Inferensi Logika

Logika selalu berhubungan dengan pernyataan – pernyataan yang ditentukan nilai kebenarannya. Sering kali diinginkan untuk menentukan benar tidaknya kesimpulan berdasarkan sejumlah kalimat yang diketahui nilai kebenarannya.

Argumen Valid dan Invalid

Argumen adalah rangkaian kalimat – kalimat. Semua kaliamat – kalimat tersebut kecuali yang terakhir disebut hipotesa (atau asumsi/premise). Kalimat terakhir disebut kesimpulan.

Secara umum, hipotesa dan kesimpulan dapat digambarkan sebagai berikut :

P1

P2

P3

...

Pn

----

q } kesimpulan

(tanda q dibaca ` jadi q `

Suatu argumen dikatakan valid apabila untuk sembarang pernyataan yang disubsitusikan kedalam hipotesa, jika semua hipotesa tersebut benar, maka kesimpulan juga benar. Sebaliknya meskipun semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah, maka argumen tersebut dikatakan invalid.

Kalau suatu argumen dan semua hipotesanya bernilai benar maka kebenaran nilai konklusi dikatakan sebagai ` diinferensikan (diturunkan) dari kebenaran hipotesa `.

Untuk mengecek apakah suatu argumen merupakan kalimat yang valid, dapat dilakukan langkah – langkah sebagai berikut :

1 Tentukan hipotesa dan kesimpulan kalimat.

2 Buat tabel yang merupakan nilai kebenaran untuk semua hipotesa dan kesimpulan.

3 Carilah baris kritis, yaitu baris dimana semua hipotesa bernilai benar.

4 Dalam baris kritis tersebut, jika semua nilai bernilai benar, maka argumen itu valid. Jika diantara baris kritis tersebut ada baris dengan nilai kesimpulan yang salah, maka argumen itu invalid.

Contoh

Tentukan apakah argumen ini valid / invalid

a p v (q v r)
~ r
----
p v q

b p → (q v ~ r)
q → (p ^ r)
----
p → r

Penyelesaian :

a Ada 2 hipotesa masing – masing p v (q v r) dan ~ r. Kesimpulannya adalah p v q. Tabel kebenaran hipotesa – hipotesa dan kesimpulan adalah :

Baris ke	p	q	r	q v r	p v (qvr)	~ r	p v q
1	T	T	T	T	T	F	T
2	T	T	F	T	T	T	T
3	T	F	T	T	T	F	T
4	T	F	F	F	T	T	T
5	F	T	T	T	T	F	T
6	F	T	F	T	T	T	T
7	F	F	T	T	T	F	F
8	F	F	F	F	F	T	F

Baris kritis adalah baris 2, 4, 6 (baris yang semua hipotesanya bernilai T. Pada baris – baris tersebut kesimpulannya juga bernilai T. Maka argumen tersebut *valid.*

b Hipotesa adalah p → (q v ~ r) dan q → (p ^ r). Konklusinya adalah p → r, tabel kebenarannya adalah

Baris ke	p	q	r	~r	qv ~r	p^ r	p→(qv ~r)	q→(p^ q)	P →r
1	T	T	T	F	T	T	T	T	T
2	T	T	F	T	T	F	T	F	F
3	T	F	T	F	F	T	F	T	T
4	T	F	F	T	T	F	T	T	F
5	F	T	T	F	T	F	T	F	T
6	F	T	F	T	T	F	T	F	T
7	F	F	T	F	F	F	T	T	T
8	F	F	F	T	T	F	T	T	T

Baris kritis adalah baris 1, 4, 7, dan 8. Pada baris ke 4 (baris kritis) nilai konklusinya adalah F, maka argumen tersebut *invalid.*

Metode – Metode Inferensi

Metode Inferensi yaitu teknik untuk menurunkan kesimpulan berdasarkan hipotesa yang ada, tanpa harus menggunakan tabel kebenaran.

Ada delapan bentuk inferensi adalah

ATURAN	BENTUK ARGUMEN	
1 Modus Ponen	$p \rightarrow q$ p -------- q	
2 Modus Tollen	$p \rightarrow q$ $\sim q$ -------- $\sim p$	
3 Penambahan Disjangtif	p ------- $p \vee q$	q ------- $p \vee q$
4 Penyederhanaan Kojungtif	$p \wedge q$ ------ p	$p \wedge q$ ------ q
5 Silogisme Disjungtif	$p \vee q$ $\sim p$ ------- q	$p \vee q$ $\sim q$ ------- p
6 Silogisme Hipotesis	$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ -------- $p \rightarrow r$	

7 Dilema

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ p \rightarrow r \\ q \rightarrow r \\ \text{---------} \\ \quad r \end{array}$$

8 Kojungsi

$$\begin{array}{l} p \\ \quad q \\ \text{-------} \\ p \wedge q \end{array}$$

Contoh :

Pada suatu hari, anda hendak pergi ke kampus dan baru sadar bahwa anda tidak memakai kacamata. Setelah mengingat-ingat, ada beberapa fakta yang anda pastikan kebenarannya :

a Jika kacamata ada di meja dapur, maka aku pasti sudah melihatnya ketika sarapan pagi

b Aku membaca koran di ruang tamu atau aku membacanya di dapur

c Jika aku membaca koran di ruang tamu, maka pastilah kacamata kuletakkan di meja tamu

d Aku tidak melihat kacamataku pada waktu sarapan pagi e Jika aku membaca buku di ranjang, maka kacamata kuletakkan di meja samping ranjang

f Jika aku membaca korang di dapur, maka kacamataku ada di meja dapur

Berdasarkan fakta-fakta tersebut, tentukan di mana letak kacamata tersebut !

Penyelesaian :

Untuk memudahkan pemahaman dan penggunaan hukum – hukum inferensi, maka kalimat – kalimat tersebut lebih dahulu dinyatakan dalam simbol – simbol logika misalnya :

p : Kacamata ada di meja dapur

q : Aku melihat kacamataku ketika sarapan pagi

r : Aku membaca koran di ruang tamu

s : Aku membaca koran di dapur

t : Kacamata kuletakkan di meja tamu

u : Aku membaca buku di ranjang

W : Kacamata kuletakan dimeja sampan ranjang

Dengan simbol – simbol tersebut maka fakta – fakta di atas dapat di tulis sebagai berikut :

(a) $p \rightarrow q$
(b) $r \vee s$
(c) $r \rightarrow t$
(d) $\sim q$
(e) $u \rightarrow w$
(f) $s \rightarrow p$

Inferensi yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut :

1 $p \rightarrow q$ fakta (a)
$\sim q$ fakta (d)

$\sim p$ dengan Modus Tollen

2 $s \rightarrow p$ fakta (f)
$\sim p$ kesimpulan dari 1

$\sim s$ dengan Modus Tollen

3 $r \vee s$ fakta (b)
$\sim s$ kesimpulan 2
----
r dengan Silogisme Disjungtif

4 $r \rightarrow t$ fakta (c)
r kesimpulan 3
----

t dengan Modus Ponen

Kesimpulan : Kacamata ada di meja tamu

Perhatikan bahwa untuk mencapai kesimpulan akhir, tidak semua fakta dipergunakan. Dalam contoh fakta (e) tidak digunakan. Hal ini tidak menjadi masalah selama penurunan dilakukan dengan menggunakan metode inferensi yang benar.