

## MATRIKS DAN JENIS-JENIS MATRIKS

### Objektif :

1. Mahasiswa mampu mengetahui definisi matriks
  2. Mahasiswa mampu mengenal ordo matriks
  3. Mahasiswa mampu mengenal dan memahami jenis-jenis matriks
  4. Mahasiswa mampu membuat jenis-jenis matriks pada Scilab
- 

### Pendahuluan

Pada kehidupan sehari-hari dan dalam mempelajari matematika kita sering dihadapkan pada sekumpulan objek yang harus disusun berdasarkan penggolongan terhadap dua sifat. Penggolongan dari dua jenis sifat berbeda inilah yang memunculkan istilah **baris** dan **kolom**. Berdasarkan permasalahan ini, maka terciptalah suatu konsep matematika yang disebut **matriks**.

Contoh berikut memberikan gambaran mengenai apa yang disebut dengan matriks. Misalkan terdapat daftar harian pada Toko Minuman XYZ yang berisi mengenai banyaknya botol minuman sari buah yang tersedia di toko tersebut.

Jumlah Botol Minuman Sari Buah Pada Toko XYZ

	Sari Apel	Sari Jeruk	Sari Nanas
Botol Besar	15	25	8
Botol Kecil	14	18	10

Pada daftar harian Toko XYZ yang menjadi perhatian adalah jumlah botol (isi baris) sebagai objek yang diteliti, sedangkan subjeknya adalah jenis sari buah (isi kolom). Jika kita hanya memperhatikan jumlah botol pada ketiga jenis sari buah, maka secara matematika daftar tersebut dapat kita susun dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu:

$$\begin{bmatrix} 15 & 25 & 8 \\ 14 & 18 & 10 \end{bmatrix}$$

Bentuk seperti ini merupakan cara yang paling praktis sehingga hemat untuk ditulis dan mudah untuk diingat, karena tiap isi baris dan kolom mempunyai arti khusus dan tersendiri. Kumpulan bilangan yang disusun dalam aturan baris dan kolom ini dinamakan dengan matriks.

Matriks memegang peranan penting dalam dunia statistika dan matematika. Penulisan persamaan matematika menjadi lebih singkat dan efektif dengan adanya matriks. Selain itu, matriks juga banyak digunakan dalam berbagai macam bidang ilmu. Contoh penggunaan matriks pada beberapa bidang ilmu antara lain :

1. Pada bidang Rekonstruksi Objek 3D Mesh; pengurangan matriks digunakan dalam membangun matriks Laplacian Embedding. Matriks Laplacian Embedding digunakan untuk mengaproksimasi rekonstruksi objek 3D mesh [Mardhiyah, I., Madenda, S., Salim, R.A., & Wiryana, I.M., 2016].
2. Pada bidang Ilmu Genetika; Ilmu Genetika yaitu ilmu yang mempelajari tentang gen dan penurunan sifat makhluk hidup (hereditas). Operasi matriks digunakan untuk memprediksi hasil dari persilangan dan sifat yang akan muncul dalam setiap individu yang baru [Naim, M., 2016].

Selain dua contoh di atas, masih banyak kegunaan matriks dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, hal ini diharapkan dapat menumbuhkan minat mahasiswa untuk mempelajari materi matriks yang ada dalam Modul Penunjang Praktikum ILAB Aljabar Linear.

## 2.1 Definisi Matriks

**Matriks** adalah susunan bilangan yang berbentuk persegi/persegi panjang yang disusun atau dijabarkan menurut baris dan kolom. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan **entri (elemen)** matriks. Nama matriks biasanya dinyatakan dengan huruf kapital, sedangkan elemen matriks dinyatakan dengan huruf kecil. Matriks dinotasikan dengan menggunakan tanda kurung. Tanda kurung yang digunakan dapat berupa tanda kurung biasa  $( \quad )$  atau tanda kurung siku  $[ \quad ]$ . **Ukuran (ordo) atau dimensi** suatu matriks dinyatakan sebagai banyaknya baris dan banyaknya kolom yang terdapat dalam matriks tersebut.

Bentuk umum sebuah matriks  $A$  dengan  $m$  baris dan  $n$  kolom, sehingga ukuran (ordo) matriks tersebut adalah  $(m \times n)$  dapat ditulis :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris ke-1} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-2} \\ \longrightarrow \text{Baris ke-}n \end{array} \quad (1.1)$$

$\downarrow \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \downarrow$   
Kolom ke-1    Kolom ke-2    Kolom ke- $n$

Penulisan matriks dalam persamaan (1.1) dapat disederhanakan menjadi  $A_{m \times n} = [a_{ij}]_{m \times n}$  dengan  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, \dots, n$ . Indeks pertama ( $i$ ) menyatakan baris ke- $i$  dan indeks kedua ( $j$ ) menyatakan kolom ke- $j$ .

Perhatikan contoh berikut.

- $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  memiliki 2 baris dan 3 kolom, sehingga ordo matriks tersebut  $2 \times 3$
- $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$  memiliki 3 baris dan 2 kolom, sehingga ordo matriks tersebut  $3 \times 2$

## 2.2 Jenis-Jenis Matriks

Matriks memiliki berbagai jenis. Jenis matriks dibagi menjadi 2 yaitu jenis matriks berdasarkan ordo dan jenis-jenis matriks berdasarkan elemen penyusunnya berikut penjelasan dari masing-masing jenis matriks.

### 2.2.1 Jenis Matriks berdasarkan Ordo

Berdasarkan ordonya matriks dikelompokkan ke dalam beberapa jenis yaitu:

1. Matriks bujur sangkar / persegi

Matriks bujur sangkar atau persegi adalah matriks dengan ukuran baris dan kolom yang sama. Matriks persegi  $n \times n$  dikatakan mempunyai orde- $n$  dan disebut matrik  $n$ -persegi. Jika terdapat 2 matriks persegi  $n \times n$  maka matriks tersebut dapat melakukan operasi penjumlahan, perkalian, perkalian skalar, dan transpose dan hasil dari operasi tersebut juga merupakan matriks  $n \times n$ .

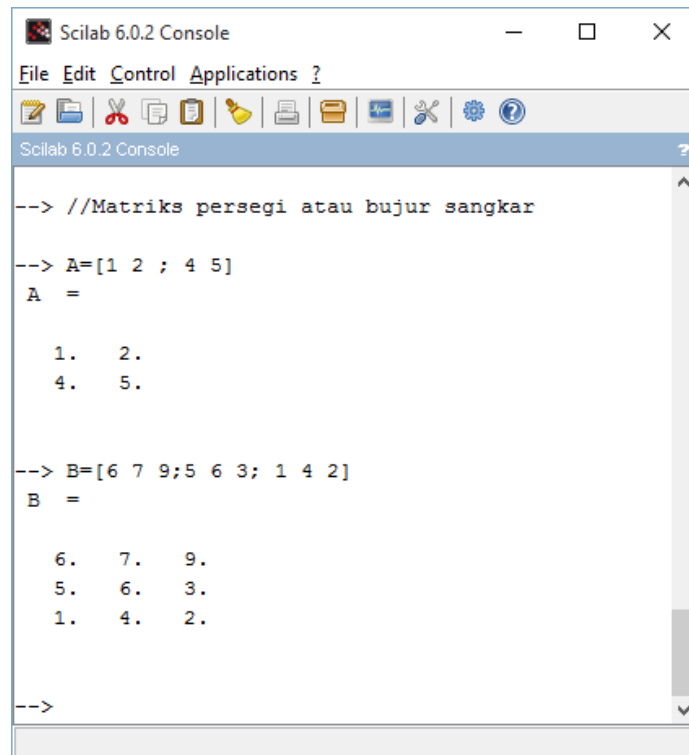
Contoh:

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{13} \end{bmatrix} \text{ memiliki elemen } a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{13}$$

$$B_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

memiliki elemen  $b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{31}, b_{32}, b_{33}$

Bentuk penulisan pada Scilab adalah:



```
Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks persegi atau bujur sangkar
--> A=[1 2 ; 4 5]
A =
    1.    2.
    4.    5.
--> B=[6 7 9;5 6 3; 1 4 2]
B =
    6.    7.    9.
    5.    6.    3.
    1.    4.    2.
-->
```

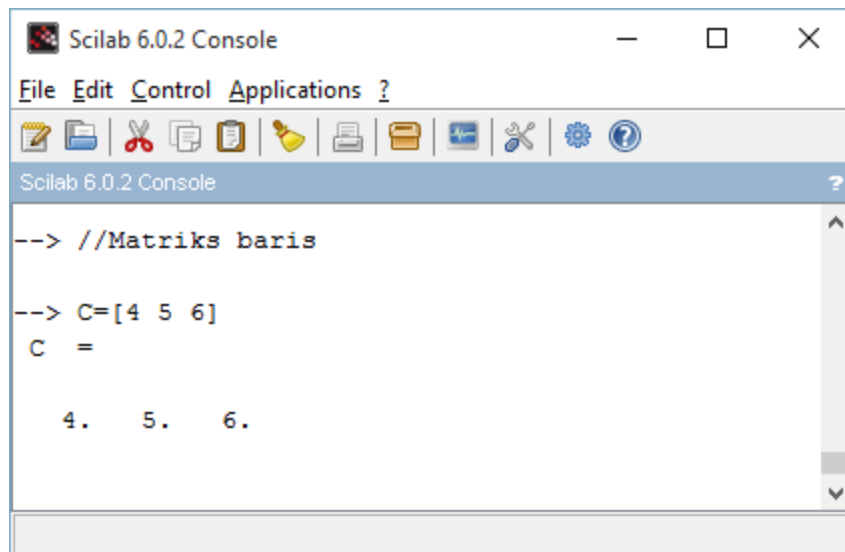
*Gambar 2.1 Matriks Bujur Sangkar*

## 2. Matriks Baris

Matriks baris adalah matriks yang hanya memiliki satu baris dan juga disebut dengan vektor baris. Matriks baris memiliki ukuran  $1 \times n$ .

Contoh:  $C_{1 \times 3} = [1 \ 2 \ 3]$

Bentuk penulisan pada Scilab adalah:



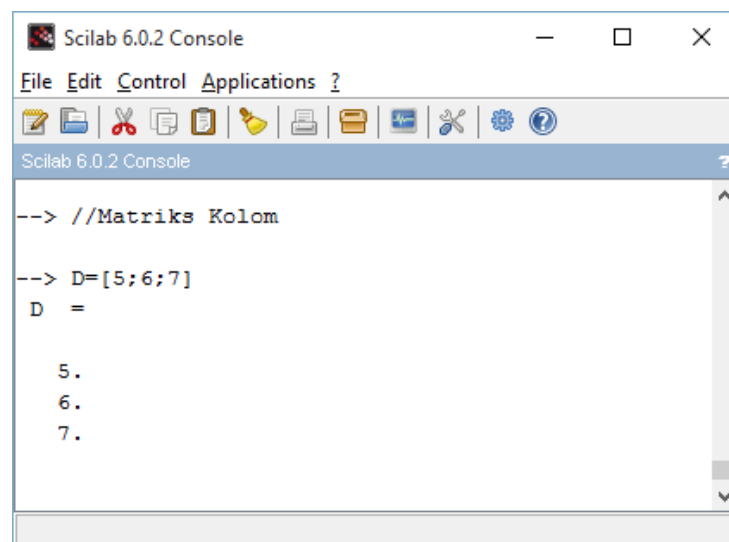
*Gambar 2.2 Matriks Baris*

### 3. Matriks Kolom

Matriks kolom adalah matriks yang hanya memiliki satu kolom dan juga disebut dengan vektor kolom. Matriks kolom memiliki ukuran  $n \times 1$

Contoh:  $D_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$

Bentuk penulisan dalam Scilab:



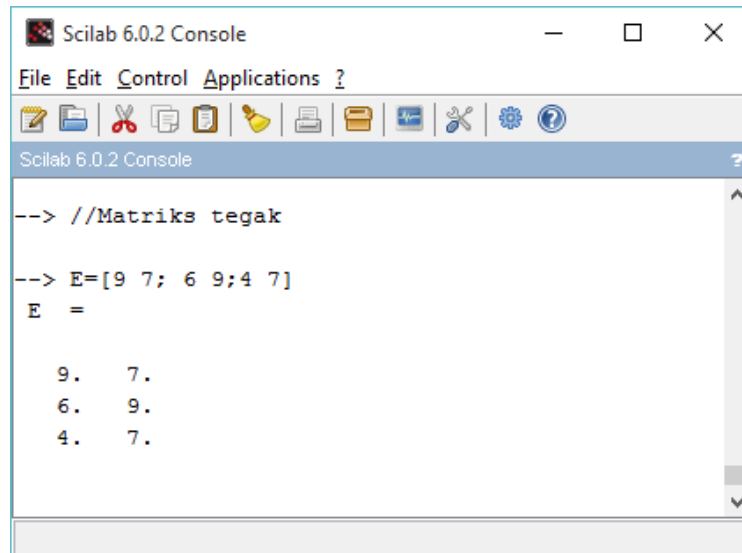
*Gambar 2.3 Matriks Kolom*

#### 4. Matriks Tegak

Matriks tegak adalah matriks yang berordo  $m \times n$ , dengan  $m > n$

Contoh:  $D_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 6 & 9 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

Bentuk penulisan pada Scilab:



```
Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks tegak
--> E=[9 7; 6 9; 4 7]
E =

    9.    7.
    6.    9.
    4.    7.
```

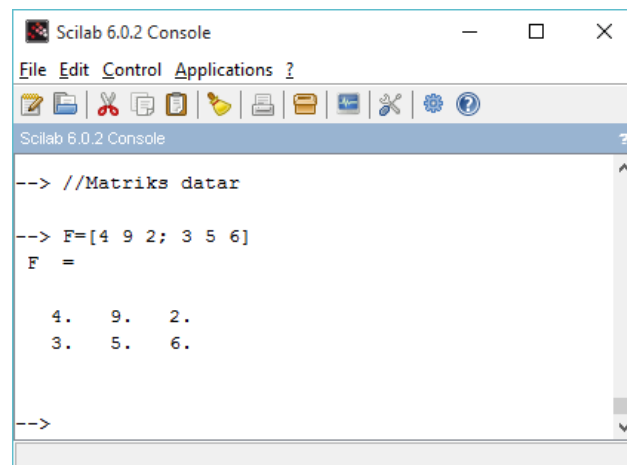
*Gambar 2.4 Matriks Tegak*

#### 5. Matriks Datar

Matriks datar adalah matriks yang ber-ordo  $m \times n$  dengan  $m < n$

Contoh:  $C_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

Bentuk penulisan matriks datar pada Scilab:



```
Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks datar
--> F=[4 9 2; 3 5 6]
F =

    4.    9.    2.
    3.    5.    6.

-->
```

*Gambar 2.5 Matriks datar*

### 2.2.2 Jenis Matriks berdasarkan Elemen Penyusunnya

Berdasarkan elemen penyusunnya matriks dikelompokkan ke dalam beberapa jenis yaitu:

#### 1. Matriks Nol

Matriks nol adalah matriks yang semua elemen penyusunnya adalah nol dan dinotasikan sebagai 0. Di dalam Scilab pembuatan matriks nol dapat dilakukan dengan mengambil dimensi dari matriks acuan dan memberi nilai nol menggunakan perintah `zeros([matriks acuan])`.

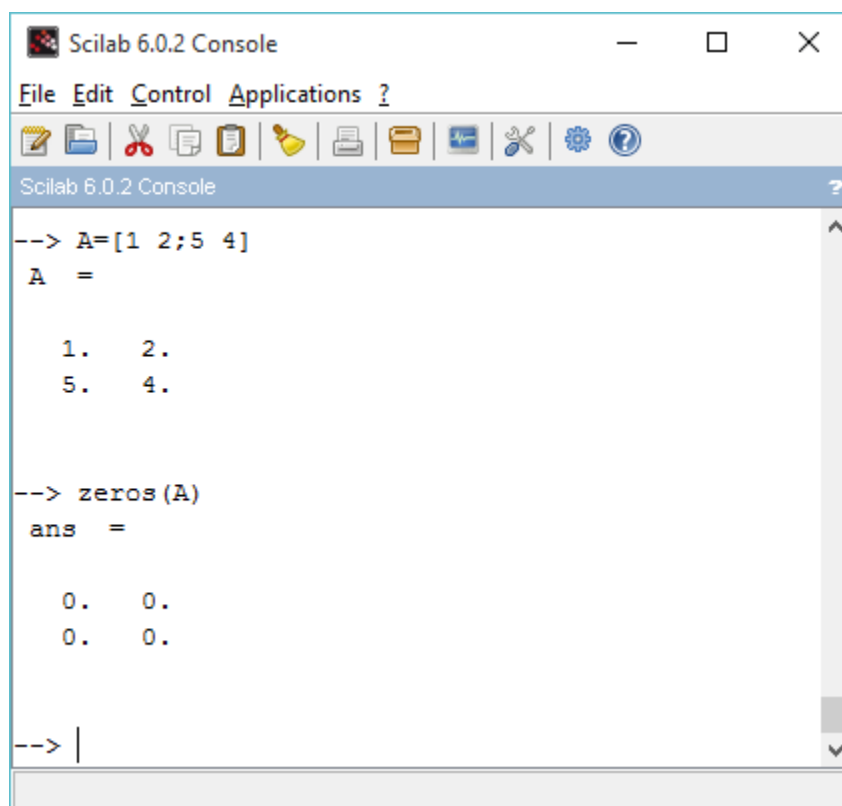
Contoh:

- Matriks 0

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Pembuatan matriks nol pada scilab dengan mengambil dimensi dari matriks

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$



```
Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> A=[1 2;5 4]
A =

    1.    2.
    5.    4.

--> zeros(A)
ans =

    0.    0.
    0.    0.

--> |
```

Gambar 2.6 Matriks Nol

## 2. Matriks Diagonal

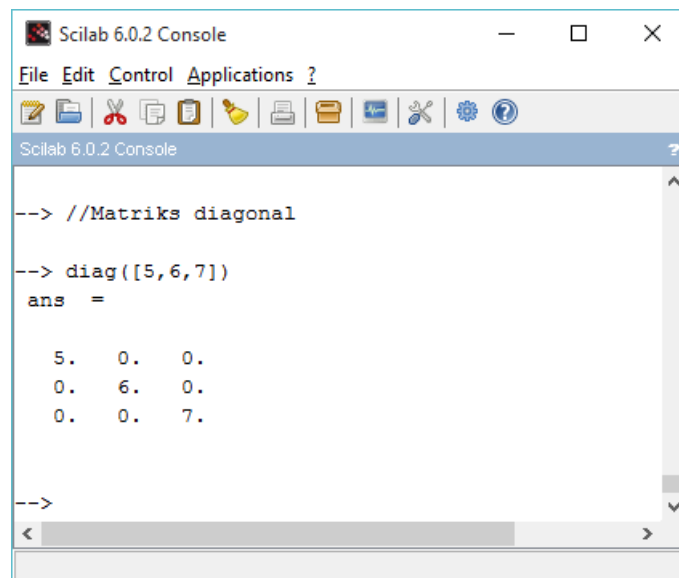
Matriks diagonal merupakan matriks  $n$ -persegi dengan nilai nol untuk elemen selain diagonal utama. Pada Scilab untuk membentuk matriks diagonal  $n$ -persegi dapat menggunakan perintah `diag(Elemen diagonal utama)`. Sedangkan dalam menentukan elemen matriks diagonal utama dapat menggunakan perintah `diag(matriks)` di mana matriks sudah ditentukan sebelumnya.

Contoh:

- Bentuk matriks diagonal

$$X_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- Membentuk matriks diagonal pada Scilab dengan elemen  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ , ...  $a_{nn}$

The image shows a screenshot of the Scilab 6.0.2 Console window. The window has a title bar 'Scilab 6.0.2 Console' and a menu bar with 'File', 'Edit', 'Control', and 'Applications'. Below the menu bar is a toolbar with various icons. The main area of the console shows the following text: 

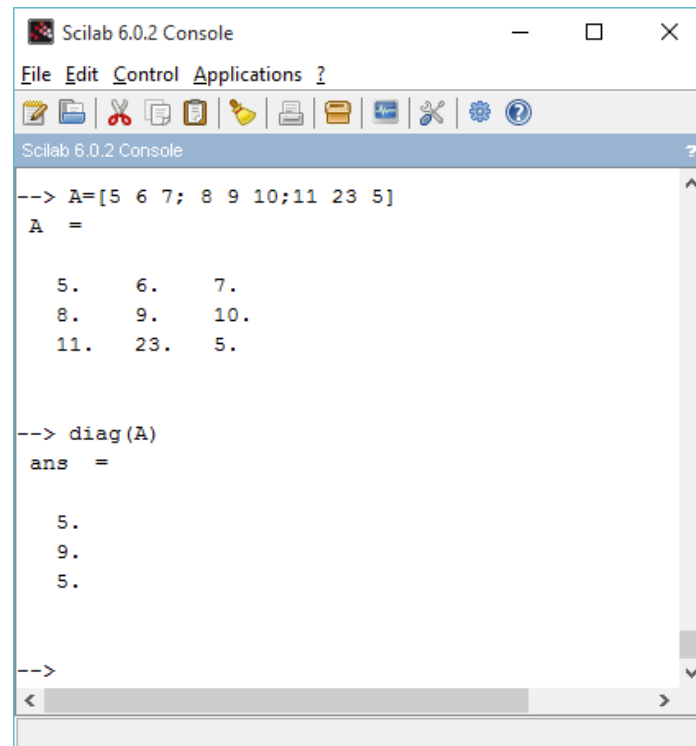
```
--> //Matriks diagonal  
--> diag([5,6,7])  
ans =  
  
5.  0.  0.  
0.  6.  0.  
0.  0.  7.
```

 The console also has a scrollbar on the right side.

*Gambar 2.7 Matriks Diagonal*

- Menentukan elemen matriks diagonal dari matriks bujur sangkar





Gambar 2.8 Elemen Matriks Diagonal

### 3. Matriks Skalar

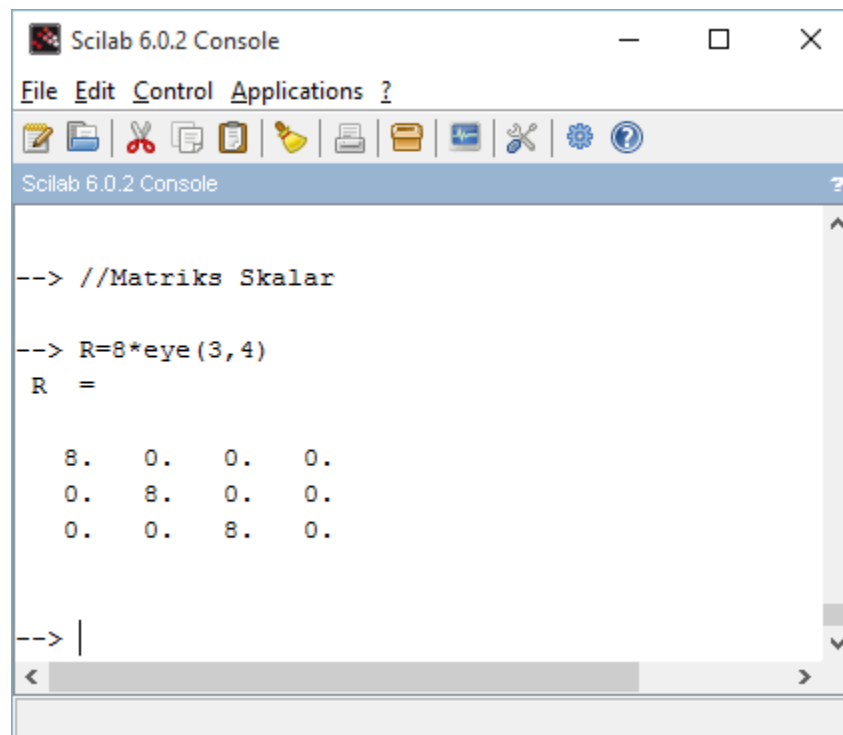
Matriks skalar adalah matriks diagonal yang semua elemen pada diagonalnya sama. Matriks skalar juga dapat diperoleh dari hasil perkalian matriks identitas dengan suatu skalar tertentu. Pada Scilab untuk memperoleh matriks skalar dapat dilakukan dengan cara  $k \cdot \text{eye}(m,n)$  dimana  $k$  adalah suatu skalar sedangkan  $\text{eye}(m,n)$  adalah perintah untuk membuat suatu matriks identitas.

Contoh:

- Matriks skalar

$$R_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matriks skalar pada scilab



```

Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks Skalar
--> R=8*eye(3,4)
R =

    8.    0.    0.    0.
    0.    8.    0.    0.
    0.    0.    8.    0.
  
```

*Gambar 2.9 Matriks Skalar*

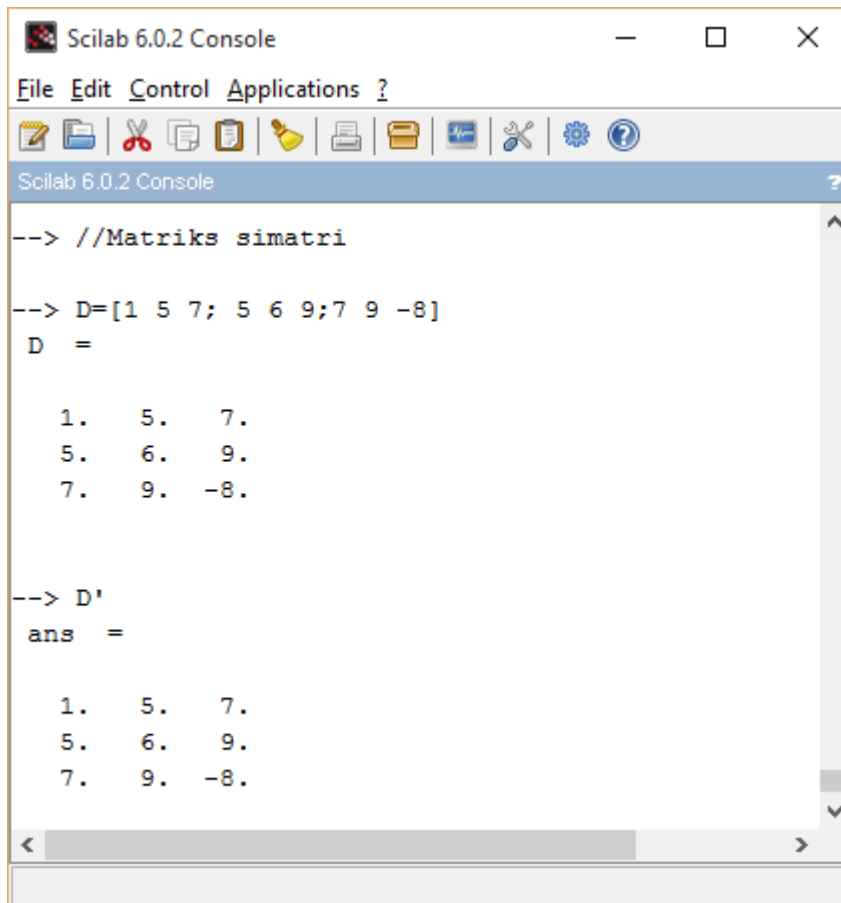
#### 4. Matriks Simetri

Matriks simetri merupakan matriks persegi jika transpose dari matriks tersebut sama dengan elemen matriks sebelum dilakukan transpose, dengan kata lain  $A=[a_{ij}]$  merupakan matriks simetri jika unsur simetri ( pencermin elemen terhadap diagonal) nilainya sama, sehingga setiap  $a_{ij}=a_{ji}$ .

Contoh:

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 9 \\ 3 & 9 & -6 \end{bmatrix}$$

Jika dilakukan transpose maka hasil elemen sama seperti matriks sebelum di transpose. Berikut adalah hasil dari matriks simetri jika dilakukan transpose pada scilab.



Gambar 2.10 Matriks Simetri

#### 5. Matriks Simetri miring atau Matriks Skew-Simetri

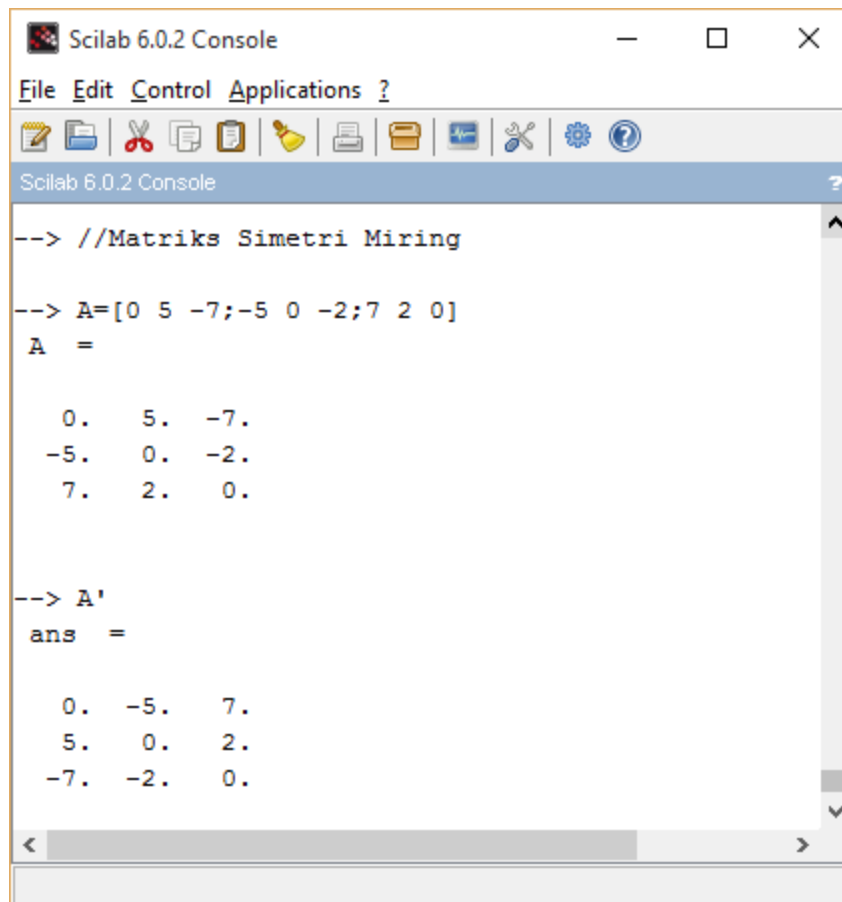
Matriks simetri miring atau Matriks skew-simetri adalah matriks yang setiap elemen-elemennya, selain elemen diagonal, saling berlawanan setelah dilakukan transpose. Berbeda dengan matriks simetri yang apabila hasil dari suatu transpose matriks adalah matriks itu sendiri. Sebuah matriks dikatakan simetri miring jika suatu matriks persegi  $A^T = -A$ . Syarat lainnya yaitu semua elemen yang berada di diagonal utama bernilai nol.

Contoh:

- Matriks simetri miring

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -7 \\ -5 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

- Implementasi pada Scilab



```

Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks Simetri Miring
--> A=[0 5 -7;-5 0 -2;7 2 0]
A =

    0.    5.   -7.
   -5.    0.   -2.
    7.    2.    0.

--> A'
ans =

    0.   -5.    7.
    5.    0.    2.
   -7.   -2.    0.

```

Gambar 2.11 Matriks simetri miring

## 6. Matriks identitas / Satuan

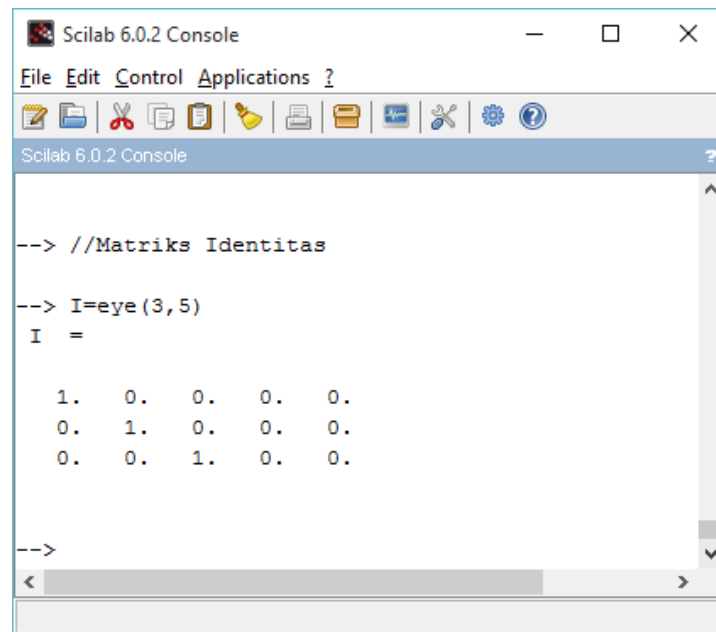
Matriks identitas  $n$ -persegi atau matriks satuan, ditulis  $I_n$  atau  $I$  saja adalah matriks diagonal dengan nilai 1 pada diagonal utamanya dan nilai 0 pada unsur lainnya. Matriks identitas  $I$  sama dengan skalar 1, sedemikian hingga untuk suatu matriks  $n$ -persegi  $A$ ,  $AI = IA = A$ . Pada Scilab untuk membuat matriks identitas dapat menggunakan operasi `eye(m,n)` dimana  $m$  dan  $n$  adalah ukuran matriks.

Contoh:

- Matriks Identitas

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Implementasi Matriks identitas pada Scilab



```
Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> //Matriks Identitas
--> I=eye(3,5)
I =
    1.    0.    0.    0.    0.
    0.    1.    0.    0.    0.
    0.    0.    1.    0.    0.
-->
```

*Gambar 2.12 Matriks Identitas*

## 7. Matriks Segitiga Atas

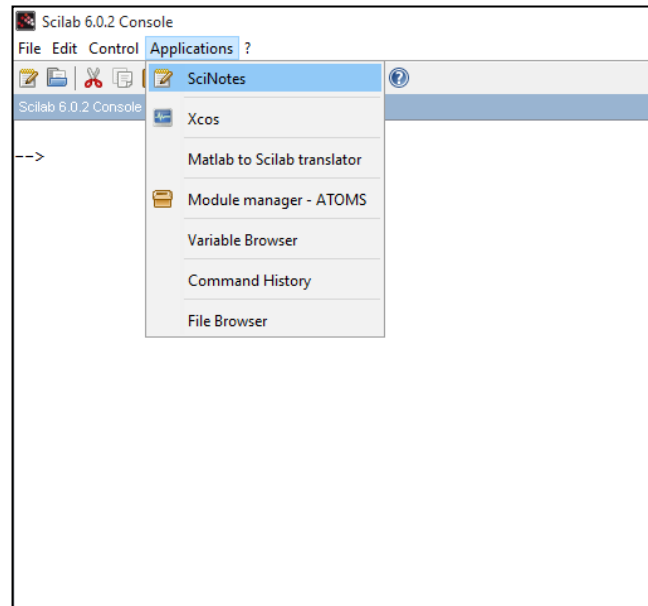
Matriks segitiga atas adalah matriks persegi yang elemen-elemen di bawah diagonal utamanya adalah nol. Berikut contoh bentuk dari matriks segitiga atas dan implementasi pada Scilab.

Contoh:

- Bentuk matriks Segitiga Atas

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 7 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

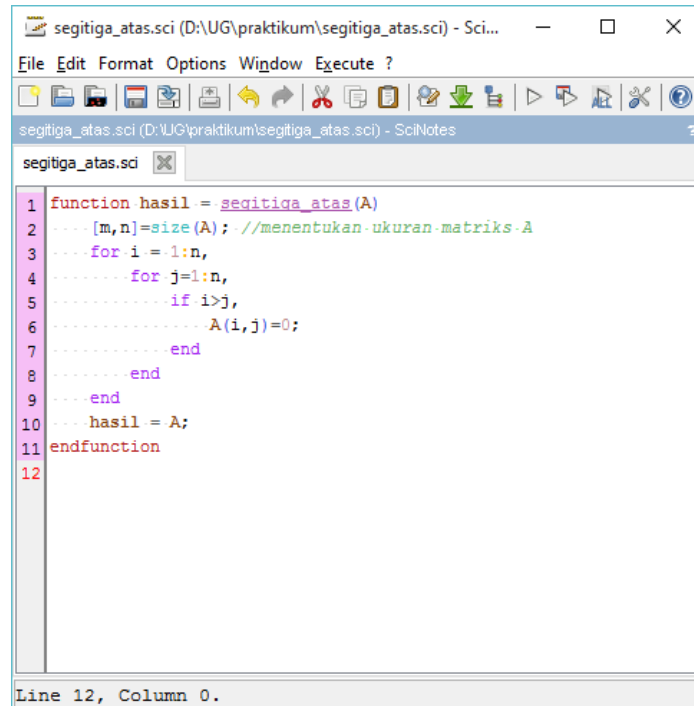
- Implementasi pada Scilab
  - a. Langkah 1: Buka aplikasi Scilab, lalu pilih menu Application dan pilih SciNotes



Gambar 2.13 Langkah 1: membuka SciNote pada Scilab

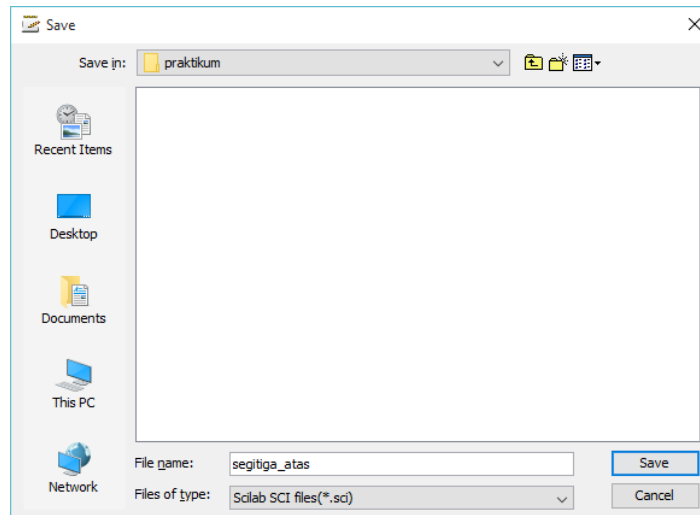
- b. Langkah 2: Jendela SciNotes terbuka dan ketikkan perintah dibawah ini di SciNotes

```
function hasil=segitiga_atas(A)
[m,n]=size(A); //menentukan ukuran
matriks A
for i = 1:n,
    for j=1:n,
        if i>j,
            A(i,j)=0;
        end
    end
end
hasil = A;
endfunction
```



*Gambar 2.14 Langkah 2 Function segitiga\_atas*

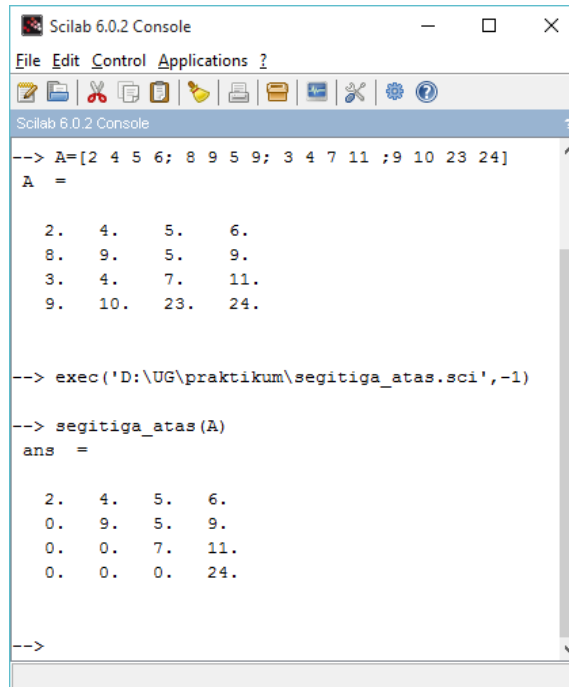
- c. Langkah 3: Simpan file tersebut dengan nama segitiga\_atas.sci dengan cara klik file lalu klik save, pastikan untuk mengingat tempat atau directory file tersebut disimpan.



*Gambar 2.15 Langkah 3 menyimpan file SciNotes pada Scilab*

- d. Langkah 4: kembali ke jendela utama Scilab, lalu buat sebuah matriks A dengan ukuran 4 x 4, kemudian panggil file yang segitiga\_atas.sci yang

sudah dibuat sebelumnya dengan cara ketik `exec ('directory temp penyimpanan file tersebut\segitiga_atas.sci',-1)`, lalu tekan enter dan ketikan `segitiga_atas(A)`.



```

Scilab 6.0.2 Console
File Edit Control Applications ?
--> A=[2 4 5 6; 8 9 5 9; 3 4 7 11 ;9 10 23 24]
A =

    2.    4.    5.    6.
    8.    9.    5.    9.
    3.    4.    7.   11.
    9.   10.   23.   24.

--> exec('D:\UG\praktikum\segitiga_atas.sci',-1)

--> segitiga_atas(A)
ans =

    2.    4.    5.    6.
    0.    9.    5.    9.
    0.    0.    7.   11.
    0.    0.    0.   24.

-->

```

Gambar 2.16 Langkah 4: Menjalankan function `segitiga_atas`

## 8. Matriks segitiga bawah

Matriks segitiga bawah adalah matriks yang semua unsur diatas diagonal bernilai 0. Berikut merupakan bentuk dari matriks segitiga bawah dan implementasi dalam Scilab.

Contoh:

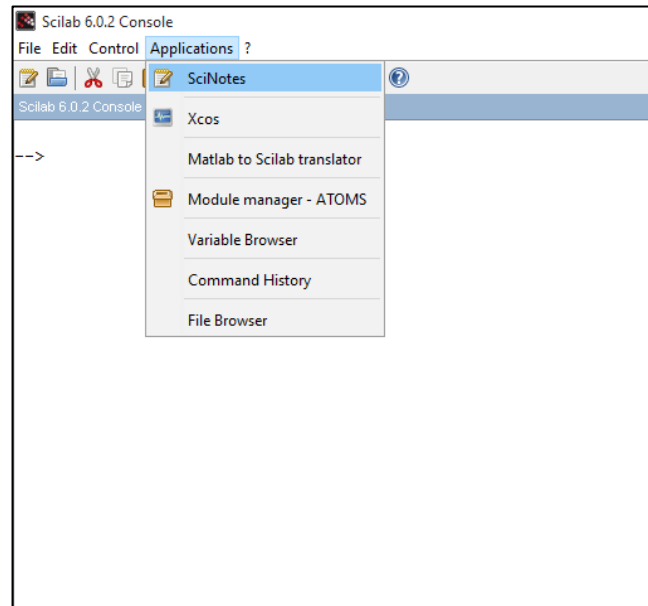
- Bentuk matriks Segitiga Bawah

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

- Implementasi pada Scilab

- Langkah 1: Buka aplikasi Scilab, lalu pilih menu Application dan pilih SciNotes

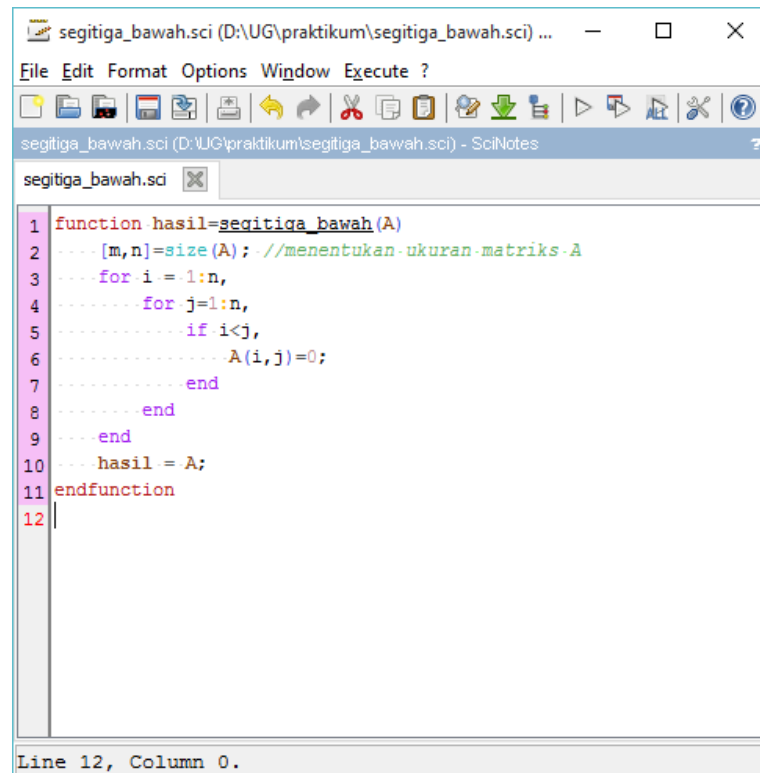




Gambar 2.17 Langkah 1: membuka SciNote pada Scilab

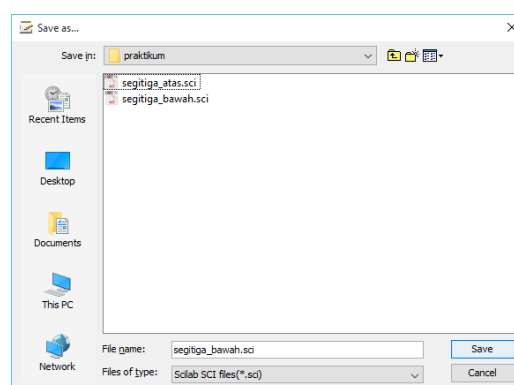
- b. Langkah 2: Jendela SciNotes terbuka dan ketikkan perintah dibawah ini di SciNotes

```
function hasil=segitiga_bawah(A)
[m,n]=size(A); //menentukan ukuran
matriks A
for i = 1:n,
    for j=1:n,
        if i<j,
            A(i,j)=0;
        end
    end
end
hasil = A;
endfunction
```



Gambar 2.18 Langkah 2 Function segitiga\_bawah

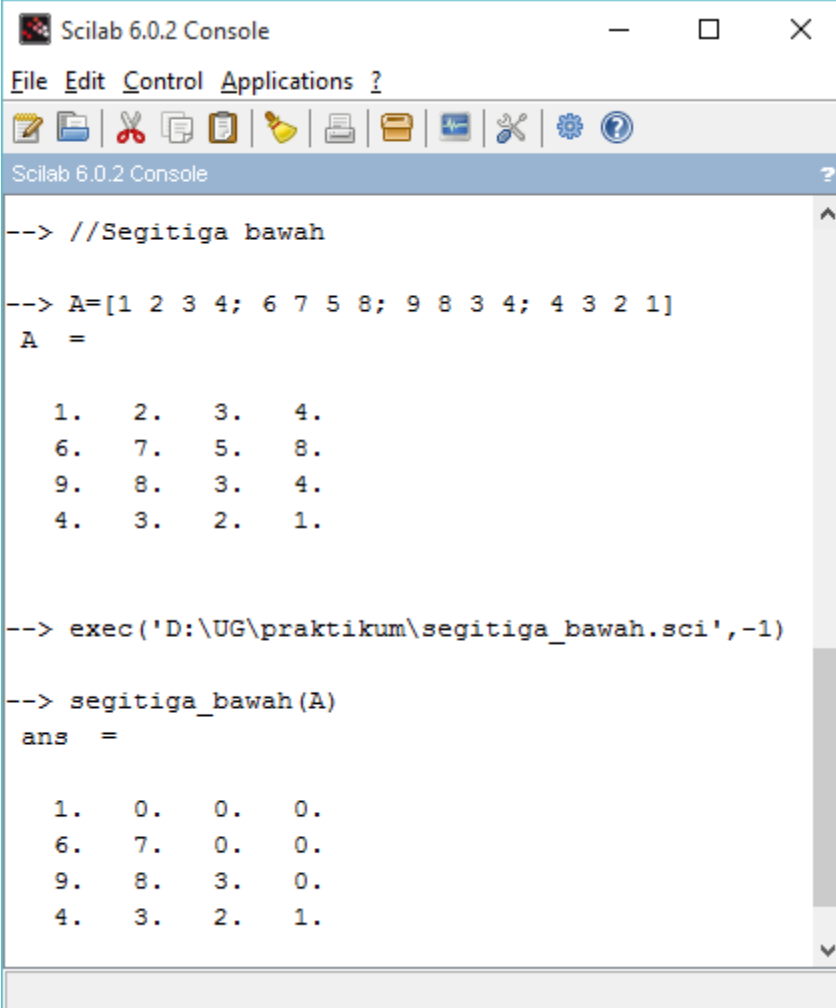
- c. Langkah 3: Simpan file tersebut dengan nama segitiga\_bawah.sci dengan cara klik file lalu klik save, pastikan untuk mengingat tempat atau directory file tersebut disimpan.



Gambar 2.19 Langkah 3 menyimpan file segitiga\_bawah.sci

- d. Langkah 4: kembali ke jendela utama Scilab, lalu buat sebuah matriks A dengan ukuran 4 x 4, kemudian panggil file yang segitiga\_atas.sci yang sudah dibuat sebelumnya dengan cara ketik exec ('directory temp

penyimpanan file tersebut\segitiga\_atas.sci',-1), lalu tekan enter dan ketikkan segitiga\_atas(A).



The screenshot shows the Scilab 6.0.2 Console window. The menu bar includes File, Edit, Control, Applications, and a help icon. The toolbar contains icons for file operations and execution. The console text area shows the following commands and outputs:

```
--> //Segitiga bawah
--> A=[1 2 3 4; 6 7 5 8; 9 8 3 4; 4 3 2 1]
A =

    1.    2.    3.    4.
    6.    7.    5.    8.
    9.    8.    3.    4.
    4.    3.    2.    1.

--> exec('D:\UG\praktikum\segitiga_bawah.sci',-1)

--> segitiga_bawah(A)
ans =

    1.    0.    0.    0.
    6.    7.    0.    0.
    9.    8.    3.    0.
    4.    3.    2.    1.
```

*Gambar 2.20 Langkah 4 menjalankan function segitiga\_bawah pada Scilab*

## Referensi

Seymour Lipschutz, Marc Lipson. Aljabar Linear Schaum Outlines. Ketiga. Jakarta: Erlangga, 2004.

Yusuf Yahya, D. Suryadi H.S., Agus S. Matematika Dasar Perguruan Tinggi. Bogor: Ghalia-Indonesia, 2011.