

Distribusi T

Objektif:

1. Mahasiswa Mampu Memahami Konsep Distribusi T
2. Mahasiswa Mampu Memahami Pengujian Sampel dalam Distribusi T
3. Mahasiswa Mampu Mengambil Keputusan dari Suatu Kasus dengan Menggunakan Kaidah dan Syarat Distribusi T

2.1 DEFINISI DAN ASUMSI DISTRIBUSI T

Distribusi t pertama kali dikembangkan pada tahun **1908** dalam suatu makalah oleh **William Sealy Gosset**. Pada waktu itu, Gosset bekerja pada perusahaan bir Irlandia yang melarang penerbitan penelitian oleh karyawannya. Untuk mengelakkan larangan ini dia menerbitkan karyanya secara rahasia di bawah nama '*Student*'. Karena itulah distribusi t biasanya disebut **Distribusi Student** atau **student t** .

Distribusi t digunakan pada statistik inferensia dengan varian dari populasi tidak diketahui dan ukuran sampel kecil ($n < 30$). Pengujian hipotesis dengan distribusi t menggunakan tabel *t-student*. Hasil uji statistiknya kemudian dibandingkan dengan nilai yang ada pada tabel untuk kemudian dapat disimpulkan menerima atau menolak hipotesis nol (H_0) yang dikemukakan.

2.1.1 Ciri Ciri Distribusi T

- a) Kasus yang diuji bersifat acak.
- b) Penentuan nilai tabel dilihat dari besarnya tingkat signifikan atau taraf nyata (α) dan besarnya derajat bebas (db).

2.1.2 Fungsi Distribusi T

- a) Untuk memperkirakan interval rata-rata.
- b) Untuk menguji hipotesis tentang rata-rata suatu sampel.
- c) Menunjukkan batas penerimaan suatu hipotesis.
- d) Untuk menguji suatu pernyataan apakah sudah layak untuk dipercaya.

2.1.3 Asumsi Distribusi T

- a) Data bertipe kuantitatif atau numerik, baik interval atau rasio.
- b) Data berdistribusi normal.
- c) Data sampel berjumlah kurang dari 30 ($n < 30$).
- d) Adanya persamaan standar deviasi antara kelompok yang dibandingkan

2.1.4 Langkah Pengujian Hipotesis Distribusi T

1. Tentukan H_0 dan H_a
2. Tentukan arah uji hipotesa (satu arah atau dua arah)
3. Tentukan tingkat signifikan (α)
4. Tentukan nilai derajat bebas (Db)
5. Tentukan wilayah kritisnya atau nilai tabel t tabel = (α , Db)
6. Tentukan nilai hitung (t hitung = t_o)
7. Tentukan keputusan dan gambar
8. Kesimpulan dan analisis

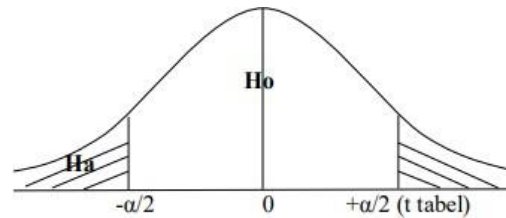
Menentukan kesimpulan dengan cara membandingkan nilai kritis (nilai tabel) dengan nilai hitungnya untuk kemudian menerima/menolak Hipotesa awal (H_0).

Ada 3 wilayah kritis dalam distribusi t, yaitu :

1. Dua Arah ($H_0 : \mu_1 = \mu_2$, $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$)

H_0 diterima jika : $-t \text{ tabel } (\alpha/2, Db) < t_o < t \text{ tabel } (\alpha/2, Db)$

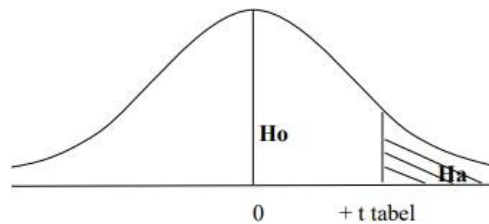
H_0 ditolak jika : $t_o > t \text{ tabel } (\alpha/2, Db)$ atau $t_o < -t \text{ tabel } (\alpha/2, Db)$

**Gambar 2.1 Kurva Distribusi t Dua Arah**

2. Satu Arah, Sisi Kanan ($H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$, $H_a : \mu_1 > \mu_2$)

H_0 diterima jika : $t_o < t \text{ tabel } (\alpha, Db)$

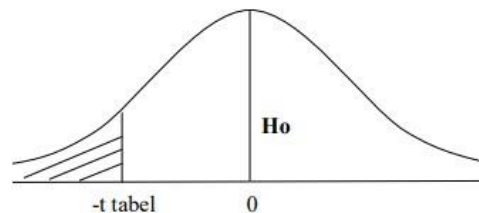
H_0 ditolak jika : $t_o > t \text{ tabel } (\alpha, Db)$

**Gambar 2.2 Kurva Distribusi t Satu Arah Sisi Kanan**

3. Satu Arah, Sisi Kiri ($H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$, $H_a : \mu_1 < \mu_2$)

H_0 diterima jika : $t_o > -t \text{ tabel } (\alpha, Db)$

H_0 ditolak jika : $t_o < -t \text{ tabel } (\alpha, Db)$

**Gambar 2.3 Kurva Distribusi t Satu Arah Sisi Kiri**

Dalam pengujian hipotesis dengan distribusi t juga dibutuhkan **Tabel Distrubusi T** untuk membandingkan tabel hitung dengan tabel derajat bebas.

2.2 JENIS-JENIS HIPOTESIS DISTRIBUSI T

Pengujian sampel dalam distribusi t dibedakan menjadi 2 jenis hipotesa, yaitu:

2.2.1 Satu Variabel

$$t_o = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

- **Rumus**

Keterangan:

t_o = t hitung

\bar{x} = rata-rata sampel

μ = rata-rata populasi

s = standar deviasi sampel

n = jumlah sampel

- **Derajat Bebas**

$$Db = n - 1$$

- **Penyusun Hipotesa**

1. $H_o : \mu_1 = \mu_o$

$H_a : \mu_1 \neq \mu_o$

2. $H_o : \mu_1 \leq \mu_o$

$H_a : \mu_1 > \mu_o$

3. $H_o : \mu_1 \geq \mu_o$

$H_a : \mu_1 < \mu_o$

Apabila data yang diambil dari hasil eksperimen, maka langkah yang harus dilakukan sebelum mencari t hitung adalah :

a. Menentukan rata-rata nya terlebih dahulu:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

b. Menentukan Standar Deviasi:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

➤ **Contoh Soal 1 (Uji T Satu Variabel):**

Seorang manajer keuangan menduga bahwa penjualan *salesman* perusahaan A rata-rata lebih dari Rp. 250.000,00/hari. Akhirnya, ia mengumpulkan data penjualan selama dua belas hari untuk menguji dugaan tersebut. Diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel Penjualan

No.	Penjualan = x	x ²
1.	260	67600
2.	245	60025
3.	300	90000
4.	230	52900
5.	225	50625
6.	275	75625
7.	400	160000
8.	250	62500
9.	275	75625
10.	280	78400
11.	290	84100
12.	300	90000
$\bar{x} = 277,5$	$\sum = 3330$	$\sum = 947400$

Dengan taraf nyata (α) = 5%, apakah dugaan manajer tersebut dapat dibuktikan secara statistik dengan distribusi t?

Penyelesaian:

- Ho: rata-rata penjualan *salesman* perusahaan A **tidak lebih dari** Rp. 250.000,00/hari

H_a : rata-rata penjualan *salesman* perusahaan A lebih dari Rp. 250.000,00/hari

→ $\mu_0 = 250$, sehingga:

$H_0 : \mu_1 \leq 250$

$H_a : \mu_1 > 250$

- H_0 ditolak jika $t_{hitung} \geq t_{tabel}$; $\alpha = 0,05$

$$s = \sqrt{\frac{23325}{12-1}} = 46,048$$

$$t_{hitung} = \frac{277,5 - 250}{\frac{46,048}{\sqrt{12}}} = 2,069$$

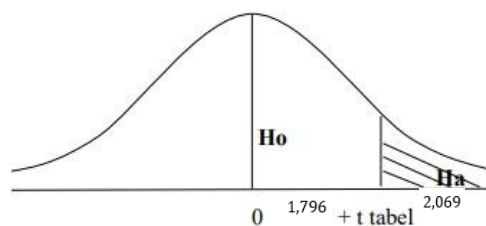
$$db = n - 1 = 12 - 1 = 11, db$$

$$t_{tabel} \alpha = 0,05 \text{ db} = 11 = 1,796$$

α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
df							
1	3.077684	6.313752	12.706205	31.820516	63.656741	127.321336	318.308839
2	1.885618	2.919786	4.302653	6.964557	9.924843	14.089047	22.327125
3	1.637744	2.353363	3.182446	4.540703	5.840909	7.453319	10.214532
4	1.533206	2.131447	2.776445	3.746947	4.604095	5.597568	7.173182
5	1.475884	2.015448	2.570582	3.364930	4.032143	4.773341	5.893430
6	1.439756	1.943180	2.446912	3.142668	3.707428	4.316827	5.207626
7	1.414924	1.894579	2.364624	2.997952	3.499483	4.029337	4.785290
8	1.396815	1.859448	2.306004	2.896459	3.355387	3.832519	4.500791
9	1.383029	1.833113	2.262157	2.821438	3.249836	3.689662	4.296806
10	1.372184	1.812461	2.228139	2.763769	3.169273	3.581406	4.143700
11	1.363438	1.795885	2.200985	2.718079	3.105807	3.496614	4.024701
12	1.356217	1.782288	2.178813	2.680998	3.054540	3.428444	3.929633
13	1.350171	1.770933	2.160369	2.650309	3.012276	3.372468	3.851982
14	1.345030	1.761310	2.144787	2.624494	2.976843	3.325696	3.787390
15	1.340606	1.753050	2.131450	2.602480	2.946713	3.286039	3.732834
16	1.336757	1.745884	2.119905	2.583487	2.920782	3.251993	3.686155
17	1.333379	1.739607	2.109816	2.566934	2.898231	3.222450	3.645767
18	1.330391	1.734064	2.100922	2.552380	2.878440	3.196574	3.610485
19	1.327728	1.729133	2.093024	2.539483	2.860935	3.173725	3.579400
20	1.325341	1.724718	2.085963	2.527977	2.845340	3.153401	3.551808

Gambar 2.4 Tabel Distribusi T Contol Soal 1

$$t_{hitung} > t_{tabel} \alpha = 0,05 \text{ db} = 11$$



Gambar 2.5 Kurva Distribusi T Satu Rata-rata Contol Soal 1

H_0 ditolak. Artinya, dugaan manajer tersebut dapat dibuktikan secara statistik yaitu rata-rata perusahaan A lebih dari Rp. 250.000,00/hari.

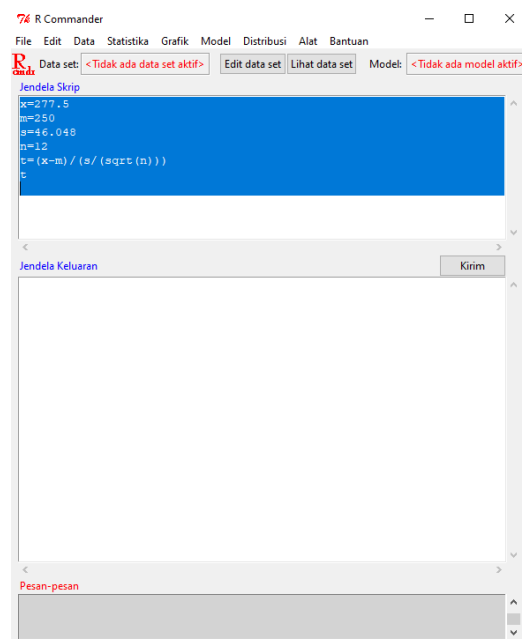
Langkah-Langkah Menggunakan Software

1. Buka software R Commander, kemudian masukkan data pada Script Window



Gambar 2.6 Tampilan Awal R Commander

2. Blok semua data yang ada pada Script Window



Gambar 2.7 Tampilan R Commander Yang Telah Diinput Data

3. Kemudian, klik submit/kirim untuk memunculkan hasil t nya



Gambar 2.8 Hasil Distribusi t

2.2.2 Data Berpasangan (Paired)

- **Rumus**

$$t_{uji} = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}$$

Keterangan:

\bar{d} = rata-rata selisih data pertama dan data kedua

s_d = standar deviasi

n = jumlah sampel

- **Rumus Standar Deviasi**

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n - 1}}$$

Keterangan:

d = selisih data pertama dan data kedua

\bar{d} = rata-rata selisih data pertama dan data kedua

- **Derajat Bebas**

$Db = n - 1$

- **Penyusun Hipotesa**

1. $H_0 : \mu_d = \mu_o$

$H_a : \mu_d \neq \mu_o$

2. $H_0 : \mu_d \leq \mu_o$

$H_a : \mu_d > \mu_o$

3. $H_0 : \mu_d \geq \mu_o$

$H_a : \mu_d < \mu_o$

➤ **Contoh 2 (Uji T Untuk Data Berpasangan):**

Untuk mengetahui dampak dari suatu pelatihan marketing, maka ingin diteliti apakah rata-rata penjualan setelah pelatihan meningkat. Berikut ini data berdasarkan hasil survei:

No.	Sebelum	Sesudah	Beda (d)	$(d - \bar{d})$	$(d - \bar{d})^2$
1	260	270	10	-1,25	1,56

2	245	250	5	-6,25	39,06
3	300	320	20	8,75	76,56
4	230	235	5	-6,25	39,06
5	225	230	5	-6,25	39,06
6	275	290	15	3,75	14,06
7	400	430	30	18,75	351,56
8	250	245	-5	-16,25	264,06
9	275	280	5	-6,25	39,06
10	280	290	10	-1,25	1,56
11	290	300	10	-1,25	1,56
12	300	325	25	13,75	189,06
Rata	277,5	288,75	$\bar{d} = 11,25$		
Jumlah			135		1056,22

Dengan taraf nyata (α) = 5%, ujilah dengan distribusi t, apakah rata-rata penjualan setelah pelatihan meningkat?

Penyelesaian:

H_0 : Rata-rata penjualan setelah pelatihan tidak lebih tinggi dari sebelum pelatihan

H_a : Rata-rata penjualan setelah pelatihan lebih tinggi dari sebelum pelatihan

Dengan kata lain, karena d adalah sesudah dikurangi sebelum, maka jika pelatihan meningkat, artinya sesudah > sebelum, atau selisihnya (d) lebih besar dari 0. Sehingga hipotesisnya adalah

$H_0: \mu_d \leq 0$

$H_a: \mu_d > 0$

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1056,22}{11}} = 9,80$$

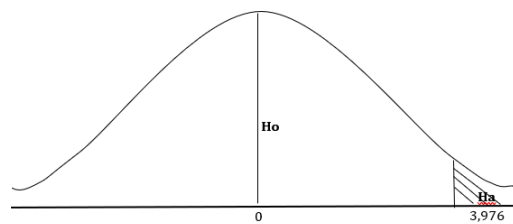
$$t_{hit} = \frac{\bar{d}}{sd/\sqrt{n}} = \frac{11,25}{9,80/\sqrt{12}} = 3,976$$

α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
df							
1	3.077684	6.313752	12.706205	31.820516	63.656741	127.321336	318.308839
2	1.885618	2.919986	4.302653	6.964557	9.924843	14.089047	22.327125
3	1.637744	2.353363	3.182446	4.540703	5.840909	7.453319	10.214532
4	1.533206	2.131847	2.776445	3.746947	4.604095	5.597568	7.173182
5	1.475884	2.015048	2.570582	3.364930	4.032143	4.773341	5.893430
6	1.439756	1.943180	2.446912	3.142668	3.707428	4.316827	5.207626
7	1.414924	1.894579	2.364624	2.997952	3.499483	4.029337	4.785290
8	1.396815	1.859448	2.306004	2.896459	3.355387	3.832519	4.500791
9	1.383029	1.833113	2.262157	2.821438	3.249836	3.689662	4.296806
10	1.372184	1.812461	2.228139	2.763769	3.169273	3.581406	4.143700
11	1.363439	1.795885	2.200985	2.718079	3.105807	3.496614	4.024701
12	1.356217	1.782288	2.178813	2.680998	3.054540	3.428444	3.929633
13	1.350171	1.770933	2.160369	2.650309	3.012276	3.372468	3.851982
14	1.345030	1.761310	2.144787	2.624494	2.976843	3.325696	3.787390
15	1.340606	1.753050	2.131450	2.602480	2.946713	3.286039	3.732834
16	1.336757	1.745884	2.119905	2.583487	2.920782	3.251993	3.686155
17	1.333379	1.739607	2.109816	2.566934	2.898231	3.222450	3.645767
18	1.330391	1.734064	2.100922	2.552380	2.878440	3.196574	3.610485
19	1.327728	1.729133	2.093024	2.539483	2.860935	3.173725	3.579400
20	1.325341	1.724718	2.085963	2.527977	2.845340	3.153401	3.551808

Gambar 2.9 Tabel Distribusi T Contol Soal 2

$$t_{tabel \alpha=0,05 \text{ db}=11} = 1,796$$

$$t_{hitung} > t_{tabel \alpha=0,05 \text{ db}=11}$$

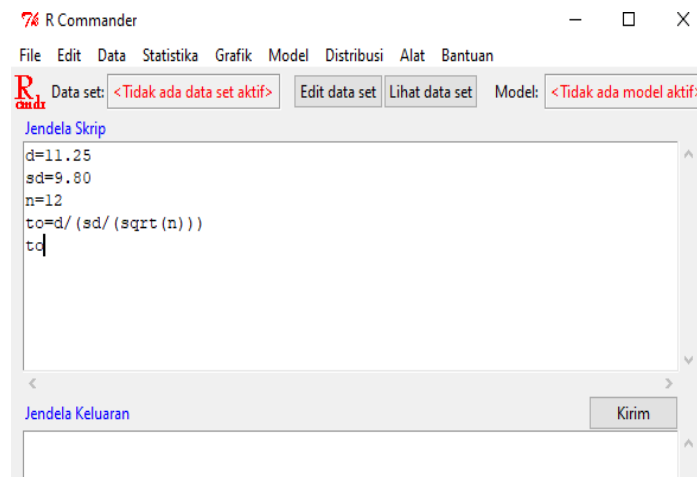


Gambar 2.10 Kurva Distribusi T Contoh Soal 2

Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka H_0 ditolak artinya pelatihan *marketing* dapat meningkatkan jumlah penjualan

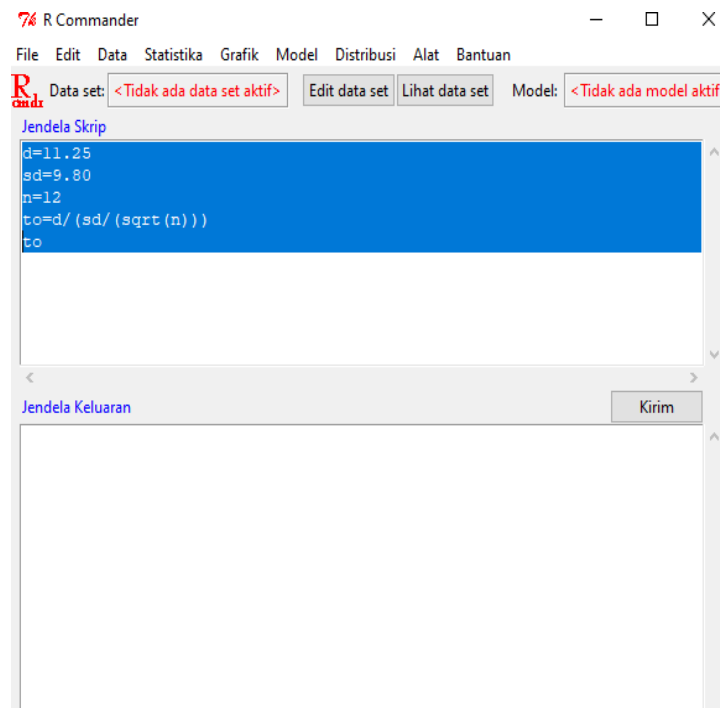
Langkah-Langkah Pengerjaan Software:

1. Buka software R Commander, kemudian masukkan data pada Script Window



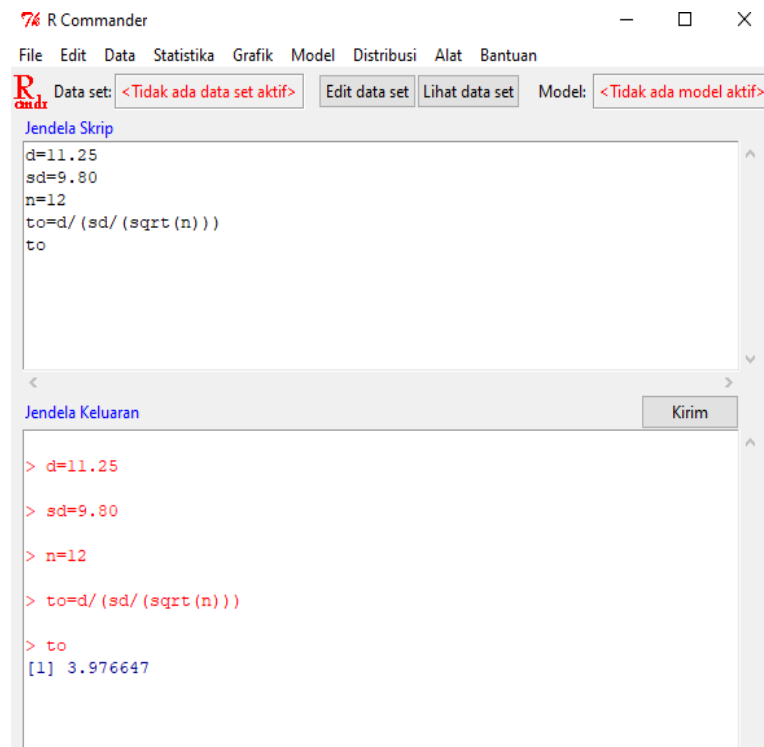
Gambar 2.11 Tampilan Awal Software

2. Blok semua data yang ada pada Script Window



Gambar 2.12 Tampilan Software yang Sudah Diinput

3. Kemudian, klik submit/kirim untuk memunculkan hasil t nya



Gambar 2.13 Tampilan Hasil

2.2.3 Dua Variabel Independen (Unpaired)

- **Rumus**

$$t_{hit} = \frac{\bar{x} - \bar{x}}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Keterangan:

\bar{x}_1 = rata-rata sampel dari populasi 1

\bar{x}_2 = rata-rata sampel dari populasi 2

s_p^2 = varians sampel

n_1 = banyaknya sampel dari populasi 1

n_2 = banyaknya sampel dari populasi 2

- **Rumus Varians**

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Keterangan

s_1^2 = simpangan baku dari populasi 1

s_2^2 = simpangan baku dari populasi 2

- **Derajat Bebas**

$$Db = (n_1 + n_2) - 2$$

- **Penyusun Hipotesa**

1. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

2. $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$

$H_a : \mu_1 > \mu_2$

3. $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$

$H_a : \mu_1 < \mu_2$

➤ **Contoh 3 (Uji-T Dua Variabel Independen)**

Data berikut adalah berat koper bawaan para anggota dua klub bisbol:

Klub	Berat Koper	Rata-Rata	Simpangan Baku
Klub 1	34, 39, 41, 28, 33	35	4,60
Klub 2	36, 40, 35, 31, 36	35,6	2,87

Ujilah dengan selang kepercayaan 99% apakah rata-rata berat koper klub 2 lebih berat dari klub 1?

Penyelesaian:

Diketahui :

$$\bar{x}_1 = 35$$

$$\bar{x}_2 = 35,6$$

$$s_1 = 4,60$$

$$s_2 = 2,87$$

$$n_1 = 5$$

$$n_2 = 5$$

$$\alpha = 1\% = 0,01$$

Pengujian hipotesis :

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 < \mu_2$$

$$\alpha = 1\% = 0,01$$

$$Db = n_1 + n_2 - 2 = 5 + 5 - 2 = 8$$

$$t_{\text{tabel}} (\alpha : Db) = (0,01 : 8) = 2,896$$

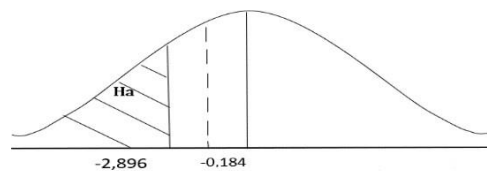
α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
df					
1	3.077684	6.313752	12.706205	31.820516	63.656741
2	1.885618	2.919986	4.302653	6.964557	9.924843
3	1.637744	2.353363	3.182446	4.540703	5.840909
4	1.533206	2.131847	2.776445	3.746947	4.604095
5	1.475884	2.015048	2.570582	3.364930	4.032143
6	1.439756	1.943180	2.446912	3.142668	3.707428
7	1.414924	1.894579	2.364624	2.997952	3.499483
8	1.396815	1.859548	2.306004	2.896459	3.355387
9	1.383029	1.833113	2.262157	2.821438	3.249836
10	1.372184	1.812461	2.228139	2.763769	3.169273
11	1.363430	1.795885	2.200985	2.718079	3.105807
12	1.356217	1.782288	2.178813	2.680998	3.054540
13	1.350171	1.770933	2.160369	2.650309	3.012276
14	1.345030	1.761310	2.144787	2.624494	2.976843
15	1.340606	1.753050	2.131450	2.602480	2.946713

$$s_p^2 = \frac{(5-1)4,60^2 + (5-1)2,87^2}{5+5-2} = 26,517$$

$$t_{\text{hit}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t_{\text{hit}} = \frac{35-35,6}{\sqrt{26,517 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right)}} = -0,184$$

Karena $t_{\text{hitung}} = -0,184$ berada dalam selang $-2,896 < t$ maka H_0 diterima.

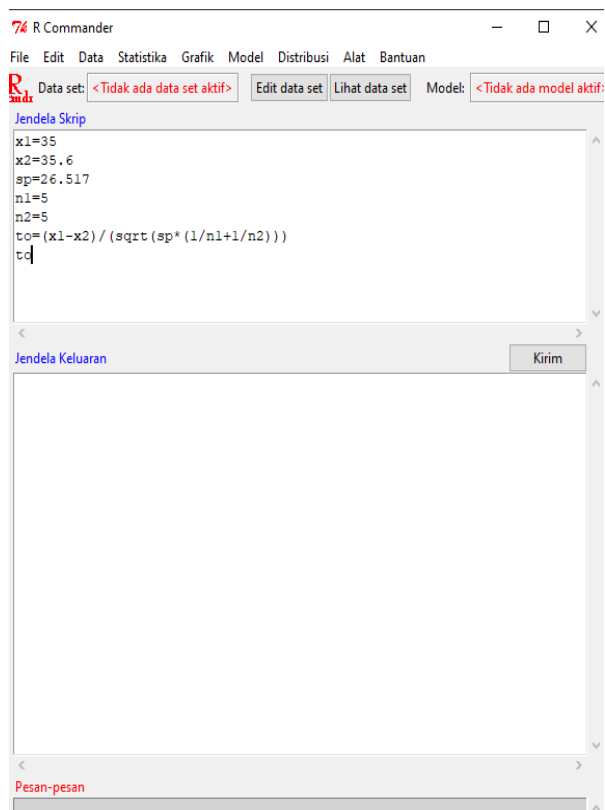


Gambar 2.14 Kurva Distribusi t Dua Rata-rata Satu Arah Uji Kiri Control Soal 3

Kesimpulan : Jadi, rata-rata berat koper klub 2 tidak lebih besar dari klub 1.

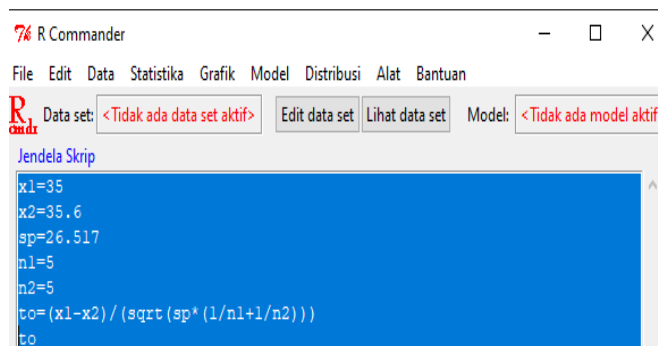
Langkah-Langkah Pengerjaan Software:

1. Buka software R Commander, kemudian masukkan data pada Script Window



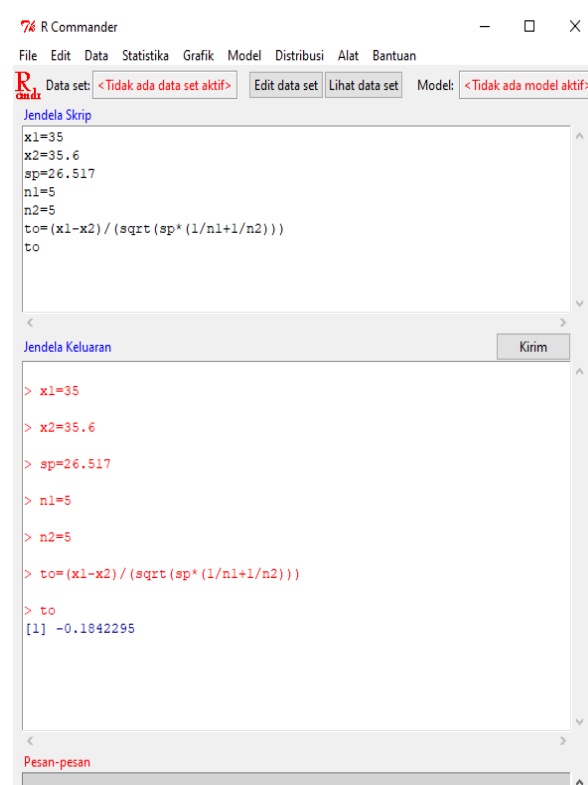
Gambar 2.15 Tampilan Awal Software

2. Blok semua data yang ada pada script window (jendela skrip)



Gambar 2.16 Tampilan Software yang Sudah Diinput

3. Setelah itu klik submit (kirim), maka akan muncul hasil to nya



Gambar 2.17 Tampilan Hasil

Referensi:

- [1] Walpole, Ronald E. (1995). Pengantar Statistika. Jakarta: Gramedia
- [2] Harlan, J. (2004). *Metode Statistika 1* . Depok: Gunadarma .
- [3] Spiegel, R.M. (2004). Teori dan Soal - Soal Statistik. Jakarta: Erlangga.
- [4] Lind, D.A., Marchal, W.G., Wathen, S.A (2006). Basic Statistic for Business & Economics. Singapore: Mc Graw Hill.