TEKNIK RISET OPERASIONAL

Linier Programming (LP): Metode Grafik

2 SKS | D3 | MI

OUTLINE BAHASAN

1. Definisi, Elemen dan Model LP
2. Tahapan dalam LP
3. Solusi LP dengan metode Grafik
4. Contoh dan Latihan

Kompetensi

- Mahasiswa dapat menjelaskan tentang:
  1. Linier Programming
  2. Identifikasi Komponen LP
- Mahasiswa mampu memahami permasalahan dan membuat mode matematik
- Mahasiswa dapat menyelesaikan program linier menggunakan metode grafik

Defenisi LP

- Metode matematis ysng digunakan untuk membantu manajer dalam pengambilan keputusan
- Model matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah variabel input dan batasan tertentu.
- Merupakan teknik riset operasi yang berhubungan dengan prinsip optimasi, yaitu bagaimana cara menggunakan sumber daya (waktu, tenaga, biaya, dll) untuk mengoptimalkan hasil.

Contoh Penerapan LP

- Product Mix
- Perencanaan investasi
- Rencana produksi dan persediaan
- Perencanaan advertensi/promosi
- Masalah diet
- Masalah pencampuran
- Masalah distribusi/transportasi
- Perencanaan lokasi, pengilangan minyak, skedul tenaga kerja, pemanfaatan lahan, dan lain sebagainya

Elemen Program Linear

1. Variabel Keputusan (*decision variable*): $x_1, x_2, \ldots, x_n$
2. Fungsi Tujuan (*objective function*): $Z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$
3. Fungsi Kendala (*constraints*): $g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq b_i$

Model Program Linier

Ciri-ciri masalah yang dapat diselesaikan dengan model program linier:

- Semua variable penyusunnya bernilai tidak negatif.
- Fungsi tujuan dapat dinyatakan sebagai fungsi linier variabel-variabelnya.
- Fungsi kendala/batasan (constraint) dapat dinyatakan sebagai suatu sistem persamaan linier.

Model Pemrograman Linier

Model Pemrograman Linear ***Maksimum***

1. Variabel keputusan: $x_1, x_2, \ldots, x_n$
2. Fungsi tujuan maksimum:
   Max $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
3. Fungsi Kendala:
   $$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$
   $$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2$$
   $$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
   $$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$
   Dimana $\boldsymbol{x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0}$

Model Pemrograman Linier

Model Pemrograman Linear ***Minimum***

1. Variabel keputusan: $x_1, x_2, \ldots, x_n$
2. Fungsi tujuan minimum:
   Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$
3. Fungsi Kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2$$
$$\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

Dimana $x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$

Tahapan Pembuatan Model LP

1. Tentukan *variabel keputusan*
2. Buatlah *fungsi tujuan*, yaitu fungsi yang akan dioptimalkan
3. Tentukan *fungsi kendala* berdasarkan sumber daya atau karena kondisi yang harus terpenuhi.

Solusi LP: Metode Grafik

- Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana hanya terdapat 2 variabel keputusan.

Solusi LP: Metode Grafik

Metode Grafik, terdiri dari 2 tahapan yaitu:

1. Menentukan ruang/daerah penyelesaian (solusi) yang *feasible* disebut dengan *Daerah Feasible*.
2. Menentukan solusi optimal dari semua titik di ruang/daerah *feasible*. Ada dua metode untuk mengidentifikasi solusi optimum yaitu:
   A. **Metode Isoline** → menggunakan *garis profit* (*iso profit line*)
   B. **Metode Titik Ekstrim** → menggunakan titik sudut (*corner point*)

Contoh Kasus

- **Soal 1:**
  Perusahaan Krisna Furniture yang akan membuat meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah $7,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah $5,-.
  Namun untuk meraih keuntungan tersebut Krisna Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk:
  - Pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 4 jam kerja.
  - Pembuatan 1 unit kursi dia membutuhkan 3 jam kerja.
  - Pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 2 jam kerja, dan
  - Pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 1 jam kerja.

  Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per minggu sedang jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per minggu.
  Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan *maksimum*?

Contoh Kasus

	Jam kerja untuk membuat 1 unit produk (jam)		Total waktu tersedia per minggu (jam)
	Meja	Kursi	
Pembuatan	4	3	240
Pengecatan	2	1	100
Profit per Unit	7	5	

Contoh Kasus

- Formulasi masalah secara lengkap :
  Fungsi Tujuan : *Maks.* $Z = 7 X_1 + 5 X_2$
  Fungsi Kendala : $4 X_1 + 3 X_2 \leq 240$
  $2 X_1 + X_2 \leq 100$
  $X_1 , X_2 \geq 0$ (kendala non-negatif)

Contoh Kasus

- ***Kendala I:*** $4 X_1 + 3 X_2 = 240$
  Memotong sumbu X_1 pada saat $X_2 = 0$
  $4 X_1 + 0 = 240$
  $X_1 = 240 / 4$
  $X_1 = 60$.
  Memotong sumbu X2 pada saat $X_1 = 0$
  $0 + 3 X_2 = 240$
  $X_2 = 240/3$
  $X_2 = 80$
  Kendala I memotong sumbu X_1 pada titik (60, 0) dan memotong sumbu X_2 pada titik (0, 80).

Contoh Kasus

- ***Kendala II***: $2X_1 + 1X_2 = 100$

  Memotong sumbu X_1 pada saat $X_2 = 0$

  $2X_1 + 0 = 100$

  $X_1 = 100/2$

  $X_1 = 50$

  Memotong sumbu X_2 pada saat $X_1 = 0$

  $0 + X_2 = 100$

  $X_2 = 100$

Contoh Kasus

Titik potong 2 kendala:

$2X_1 + 1X_2 = 100$ -> $X_2 = 100 - 2X_1$

$4X_1 + 3X_2 = 240$

$4X_1 + 3(100 - 2X_1) = 240$

$4X_1 + 300 - 6X_1 = 240$

$-2X_1 = 240 - 300$

$-2X_1 = -60$

$X_1 = -60/-2 = 30.$

$X_2 = 100 - 2X_1$

$X_2 = 100 - 2 * 30$

$X_2 = 100 - 60$

$X_2 = 40$

Jadi, kedua kendala akan saling berpotongan pada titik (30, 40).