APLIKASI INTEGRAL FOURIER

Farell Vernaldishafa Trusdy	(50422519)
Mochammad Rafly Rosyad	(50422891)
Muhammad Tarmidzi Bariq	(51422161)
Ryu Irfareyhan Agam	(51422489)

Kelompok : 3

Kelas : 2IA11

Matematika Lanjut 2

Universitas Gunadarma

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang.

Integral Fourier adalah salah satu metode analisis matematis yang memainkan peran penting dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Metode ini memungkinkan kita untuk memecah fungsi kompleks menjadi komponen frekuensi yang lebih sederhana. Transformasi Fourier, yang dinamakan setelah Joseph Fourier, telah digunakan secara luas dalam berbagai aplikasi, termasuk dalam analisis spektrum, pengolahan sinyal, komunikasi, pencitraan medis, dan rekayasa. Pentingnya integral Fourier dalam memecah fungsi menjadi basis sinusoidal membuatnya menjadi alat yang sangat berharga dalam memecahkan masalah-masalah yang melibatkan analisis frekuensi. Oleh karena itu, pemahaman mendalam tentang aplikasi integral Fourier sangatlah penting untuk mahasiswa yang mempelajari matematika lanjut dan aplikasinya dalam berbagai bidang.

2.2. Tujuan dan Manfaat.

Tujuan dari penulisan makalah ini adalah untuk menjelaskan konsep dasar integral Fourier, serta aplikasinya dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Makalah ini juga bertujuan untuk memberikan contoh-contoh konkret bagaimana integral Fourier digunakan dalam analisis spektrum dan aplikasi praktis lainnya.

Manfaat dari penulisan makalah ini adalah sebagai berikut:

1. Membantu mahasiswa dalam memahami konsep dasar integral Fourier dan bagaimana transformasi ini dapat digunakan dalam analisis spektrum.
2. Memberikan gambaran tentang aplikasi praktis integral Fourier dalam bidang komunikasi, pencitraan medis, dan rekayasa, sehingga mahasiswa dapat melihat relevansi dan manfaat nyata dari metode ini.
3. Meningkatkan keterampilan analitis mahasiswa dalam memecah fungsi kompleks menjadi komponen frekuensi yang lebih sederhana melalui penggunaan integral Fourier.

BAB II
PEMBAHASAN

2.1. Pengertian

Integral Fourier adalah sebuah transformasi integral yang mengubah suatu fungsi menjadi fungsi basis sinusoidal, yaitu penjumlahan atau integral dari fungsi sinusoidal yang dikalikan dengan beberapa koefisien (amplitudo). Transformasi ini dinamakan setelah Joseph Fourier, yang memperkenalkannya dalam konteks masalah panas dalam buku "Analytical Theory of Heat". Transformasi Fourier sangat penting dalam banyak bidang seperti matematika, fisika, dan rekayasa karena kemampuannya untuk memecah fungsi menjadi komponen frekuensinya.

Diasumsikan syarat syarat berikut pada $f(x)$:

1. $f(x)$ memenuhi syarat Dirichlet pada setiap interval terhingga $(-L, L)$
2. $\int_0^\infty |f(x)|\,dx$ konvergen, yaitu $f(x)$ dapat diintegrasikan secara mutlak dalam $(-\infty, \infty)$.

Selanjutnya, Teorama integral Fourier menyatakan bahwa integral fourier dari suatu fungsi f adalah

$$f(x) = \int_0^\infty \{A(\alpha) \cos \alpha x + B(\alpha) \sin \alpha x\}\,dx \qquad (1)$$

dimana

$$A(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos \alpha x\,dx \qquad (2)$$

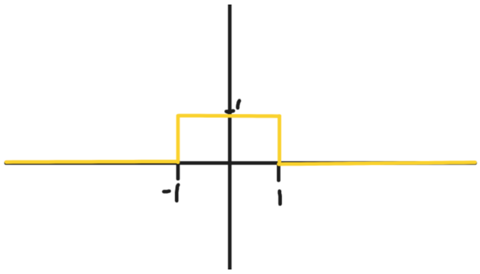
$$B(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin \alpha x\,dx \qquad (2)$$

Di titik mana f(x) tak kontinu, maka nilai interval sama dengan rata - rata dari limit kiri dan limit kanan f(x) di titik tersebut.

Contoh:

Cari representasi integral Fourier dari fungsi

$$f(x) = \begin{cases} 1, & jika \quad |x| < 1 \\ 0, & jika \quad |x| > 1 \end{cases}$$



Penyelesaian :

$$A(\alpha)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f((x)cos\,\alpha x dx=\frac{1}{\pi}\left[\int_{-\infty}^{-1}(0)\cos\alpha x dx+\int_{-1}^{1}(1)\cos\alpha x dx+\int_{1}^{\infty}())\cos\alpha x dx\right]$$

$$=\frac{1}{\pi}\left[\int_{-1}^{1}(1)\cos\alpha x dx\right]=\frac{1}{\pi}\left(\sin\alpha x\Big|_{-1}^{1}\right)=\frac{1}{\pi}(\sin\alpha-\sin(-\alpha))=\frac{1}{\pi}(\sin\alpha+\sin\alpha)=\frac{2\sin\alpha}{\pi}$$

$$B(\alpha)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\sin\alpha x dx=\frac{1}{\pi}\left[\int_{-\infty}^{-1}(0)\sin\alpha x dx+\int_{-1}^{1}(1)\sin\alpha x dx+\int_{1}^{\infty}(0)\sin\alpha x dx\right]$$

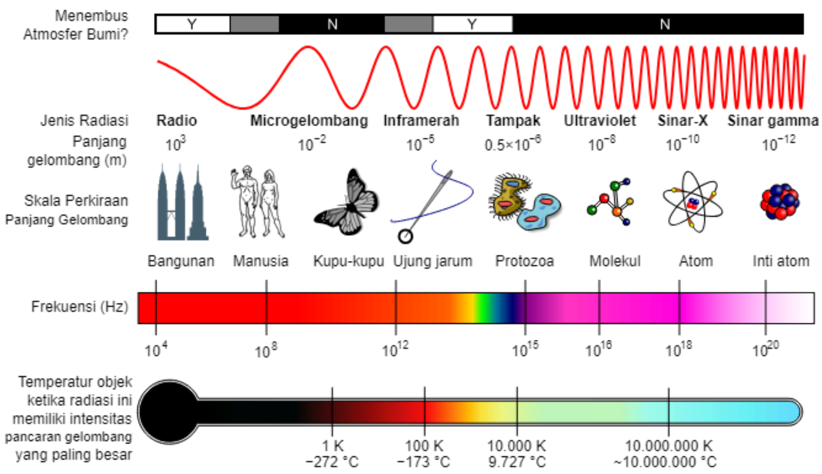
$$=\frac{1}{\pi}\left[\int_{-1}^{1}(1)\sin\alpha x dx\right]=\frac{1}{\pi\alpha}\left(-\cos\alpha x\Big|_{-1}^{1}\right)=\frac{1}{\pi\alpha}(-\cos\alpha+\cos(-\alpha))$$

$$=\frac{1}{\pi\alpha}(-\cos\alpha+\cos\alpha)=0$$

$$f(x)=\int_{0}^{\infty}\{A(\alpha)\cos\alpha x+B(\alpha)\sin\alpha x\}d\alpha$$

$$f(x)=\int_{0}^{\infty}\left\{\left(\frac{2\sin\alpha}{\pi\alpha}\right)\cos\alpha x+0\right\}dx=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\sin\alpha\times\cos\alpha x dx}{\alpha}$$

2.2. Penggunaan Integral Fourier Dalam Implementasi Spektrum



Dalam dunia sains dan teknologi, analisis spektrum memainkan peran penting dalam berbagai aplikasi, mulai dari komunikasi dan pengolahan sinyal hingga pencitraan medis dan analisis kimia. Salah satu alat matematika yang sangat berguna dalam analisis spektrum adalah integral Fourier. Integral Fourier merupakan dasar dari transformasi Fourier, sebuah teknik yang memungkinkan kita untuk mengubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi, atau sebaliknya.

Integral Fourier memiliki aplikasi yang luas dalam implementasi spektrum karena kemampuannya untuk memecah sinyal kompleks menjadi komponen-komponen frekuensi yang lebih sederhana. Ini memungkinkan para peneliti dan insinyur untuk menganalisis dan memahami karakteristik frekuensi dari sinyal tersebut dengan lebih mudah. Misalnya, dalam bidang komunikasi, transformasi Fourier digunakan untuk memproses sinyal radio dan televisi, memungkinkan transmisi data yang efisien dan bebas gangguan.

Dalam bidang medis, terutama dalam pencitraan resonansi magnetik (MRI), integral Fourier digunakan untuk mengubah data sinyal yang diterima dari tubuh pasien menjadi gambar yang dapat diinterpretasikan oleh dokter. Teknik ini memungkinkan deteksi dan diagnosis penyakit dengan akurasi yang tinggi. Selain itu, dalam ilmu material, spektroskopi Fourier Transform Infrared (FTIR) menggunakan integral Fourier untuk menganalisis komposisi kimia bahan dengan mengidentifikasi frekuensi vibrasi molekul.

Penggunaan integral Fourier juga meluas ke bidang rekayasa, di mana analisis spektrum digunakan untuk memantau kondisi mesin dan struktur melalui pemantauan getaran. Dengan menganalisis spektrum getaran, insinyur dapat mendeteksi keausan atau kerusakan pada mesin sebelum terjadi kegagalan yang serius, sehingga meningkatkan efisiensi dan keamanan operasional.

2.3. Contoh soal

Misal $f(t)$ adalah fungsi non periodik representasi deret fourier dari $f(t)$ di ungkapkan oleh integral Fourier

$$f(t) = \int_{0}^{\infty} [A(\omega) \cos wt + B(\omega) \sin \omega t] \, d\omega$$

dengan $A(\omega)$ dan $B(\omega)$ adalah spektrum Fourier:

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t \, dt$$

$$B(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin \omega t \, dt$$

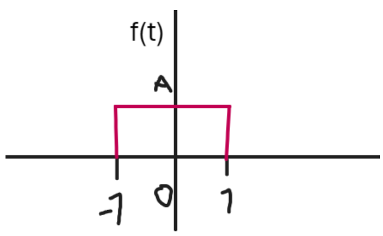
Catatan :

(1) $f(t)$ fungsi genap: $B(\omega) = 0$

(2) $f(t)$ fungsi ganjil: $A(\omega) = 0$

Diketahui :

$$f(t) = \begin{cases} A, & -1 \leq t \leq 1 \\ 0, & lainya \end{cases}$$



$f(t)$ fungsi genap : $B(\omega) = 0$

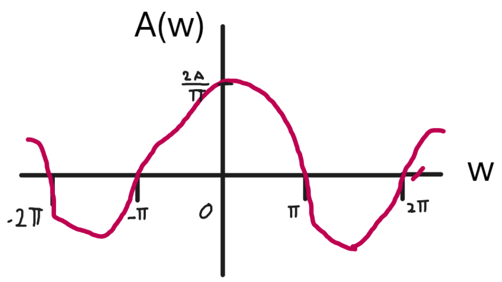
$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \omega t \, dt$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} A\cos \omega t \, dt$$

$$= \frac{2A}{\pi} \int_{0}^{1} \cos \omega t \, dt$$

$$= \frac{2A}{\pi} \int_{0}^{1} \frac{\sin \omega t}{\omega}$$

$$A(\omega) \quad = \frac{2A}{\pi} \frac{\sin \omega}{\omega} = \frac{2A}{\pi} \operatorname{sinc} \omega$$



BAB III
PENUTUP

3.1. Kesimpulan

Integral Fourier adalah alat yang sangat kuat dan serbaguna dalam analisis matematis dan teknik, memberikan kontribusi signifikan dalam berbagai aplikasi praktis. Pemahaman mendalam tentang integral Fourier dan kemampuannya untuk menguraikan sinyal kompleks menjadi komponen frekuensi sederhana sangat penting bagi mahasiswa dan profesional dalam bidang matematika, fisika, dan rekayasa.

DAFTAR PUSTAKA

1. Smith, S. W. (1997). The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. California Technical Publishing. (Tersedia gratis online: http://www.dspguide.com/)
2. Rytter, A. (1993). Vibration based inspection of civil engineering structures. Aalborg University.
3. Ewins, D. J. (2000). Modal testing: Theory, practice, and application. Research Studies Press Ltd.
4. https://math.stackexchange.com/questions/400679/difference-between-fourier-integral-and-fourier-transform
5. https://www.youtube.com/watch?v=ofmhEuXmgXs&t=516s
6. https://www.slideshare.net/slideshow/integral-fourier/16249746