

ANALISIS VARIANS

Objektif :

1. Mahasiswa Mampu Memahami dan Menggunakan *Software R Commander* dalam Analisis Varians Satu Arah.
 2. Mahasiswa Mampu Memahami Analisis Varians Dua Arah Tanpa Interaksi.
 3. Mahasiswa Mampu Memahami Analisis Varians Dua Arah Dengan Interaksi.
-

PENDAHULUAN

Anova merupakan singkatan dari *Analysis of Variance*. Ditemukan oleh seorang ahli statistik yang bernama Ronald Aylmer Fisher tahun 1920. Distribusi F/Anova digunakan untuk menguji perbedaan rata-rata hitung dari tiga atau lebih populasi. Rata-rata populasi tersebut sama atau tidak.

Ada beberapa asumsi yang digunakan pada pengujian ANOVA, yaitu:

1. Populasi tersebut berdistribusi normal.
2. Populasi tersebut memiliki varians yang sama.
3. Sampel yang diambil dari populasi tersebut bersifat independen dan diambil secara acak.

Sesuatu yang akan diuji berdasarkan perbedaan signifikansi rata-rata hitung berdasarkan analisis varians sering disebut sebagai klasifikasi. Analisis varians yang hanya menguji satu klasifikasi disebut sebagai Analisis Varians Klasifikasi

H_0 : Rata-rata ke-n sampel sama atau identik

H_1 : Rata-rata ke-n sampel tidak sama atau tidak identik

- a. Klasifikasi satu arah data sama :

$$V_1 = k - 1 \qquad V_2 = k(n - 1)$$

- b. Klasifikasi satu arah data tidak sama :

$$V_1 = k - 1 \qquad V_2 = N - k$$

- c. Klasifikasi dua arah tanpa interaksi :

$$V1 \text{ (baris)} = b - 1 \qquad V2 \text{ (kolom)} = k - 1$$

$$V_2 = (k-1)(b-1)$$

- d. Klasifikasi dua arah dengan interaksi :

$$V1 \text{ (baris)} = b - 1 \qquad V2 \text{ (kolom)} = bk(n - 1)$$

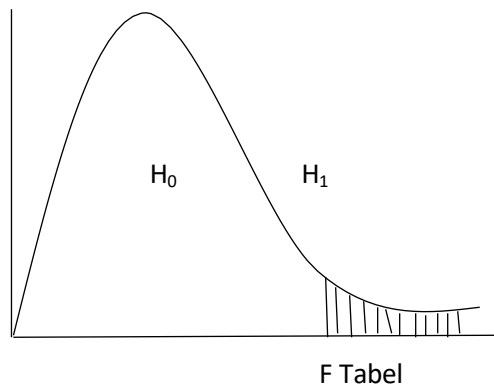
$$V1 (\text{interaksi}) = (k - 1)(b - 1)$$

$$V1(\text{kolom}) = k - 1$$

H_0 diterima jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$

H_0 tidak diterima jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

7. Keputusan



8. Kesimpulan

Berupa pernyataan hipotesis yang diterima.

6.1 Analisis Varians Satu Arah

Klasifikasi satu arah biasanya digunakan untuk menguji rata-rata pengaruh perlakuan dari suatu percobaan yang menggunakan satu faktor, dimana faktor tersebut memiliki tiga atau lebih kelompok. Dalam klasifikasi satu arah ini, rumus-rumus yang digunakan adalah:

6.1.1 Ukuran Data Sama

$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{nk}$$

$$JKK = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n} - \frac{T^2}{nk}$$

$$JKG = JKT - JKK$$

Keterangan :

JKT : Jumlah Kuadrat Total

JKK : Jumlah Kuadrat Kolom

- JKG : Jumlah Kuadrat Galat
- x^2_{ij} : Pengamatan ke-j dari sampel ke-i
- T^2 : Total semua pengamatan
- T^2_i : Total semua pengamatan dalam contoh dari sampel ke-i
- nk : Banyaknya anggota secara keseluruhan
- n : Banyaknya pengamatan/anggota baris

Tabel 6.1 Analisis Varians dalam Klasifikasi Satu Arah dengan Data Sama

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Kolom	JKK	k-1	$S^2_1 = \frac{JKK}{k-1}$	$\frac{S^2_1}{S^2_2}$
Galat	JKG	k(n-1)	$S^2_2 = \frac{JKG}{k(n-1)}$	
Total	JKT	nk-1		

Contoh :

Gunadarma City merupakan toko elektronik yang menjual berbagai jenis *handphone*, toko tersebut ingin mengetahui tingkat keuntungan yang diperoleh melalui penjualan berbagai produk, seperti Appa, Sunsang, Asas dan Xiomay.

Maka dilakukan pengamatan, berikut data yang disajikan :

Appa	Sunsang	Asas	Xiomay	
58	15	18	98	
99	80	50	15	
81	19	58	85	
10	89	11	51	
248	203	137	249	837

Dengan taraf nyata 5%. Ujilah apakah ada perbedaan yang signifikan pada tingkat keuntungan tiap-tiap varietas *handphone*?

Penyelesaian :

1. H_0 : Rata-rata tingkat keuntungan keempat varietas *handphone* sama.
 H_1 : Rata-rata tingkat keuntungan keempat varietas *handphone* tidak sama.

2. Taraf Nyata $\alpha = 0,05$

3. Derajat Bebas

$$V1 = (k-1) = (4-1) = 3 \qquad V2 = k(n-1) = 4(4-1) = 12$$

4. Daerah Kritis

$$F \text{ Tabel } (0,05 ; 3 ; 12) = 3,49$$

5. Kriteria Pengujian

H_0 diterima jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$

H_0 tidak diterima jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

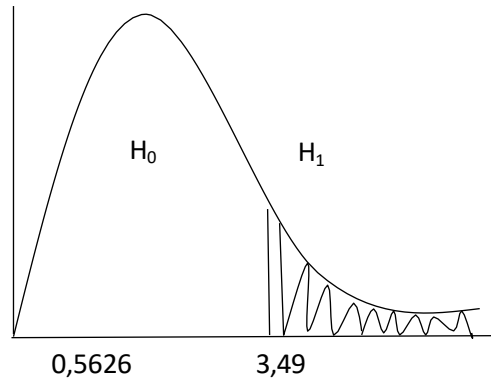
6. Nilai Hitung

$$\begin{aligned} JKT &= (58^2 + 99^2 + 81^2 + 10^2 + 15^2 + 80^2 + 19^2 + 89^2 + 18^2 + 50^2 + 58^2 + \\ &\quad 11^2 + 98^2 + 15^2 + 85^2 + 51^2) - (837^2 / 16) \\ &= 60.697 - 43.785,5625 = 16.911,4375 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKK &= ((248^2 + 203^2 + 137^2 + 249^2) / 4) - (837^2 / 16) \\ &= 45.870,75 - 43.785,5625 = 2.085,1875 \end{aligned}$$

$$JKG = 16.911,4375 - 2.085,1875 = 14.826,25$$

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Kolom	2.085,1875	3	695,0625	0,5626
Galat	14.826,25	12	1.235,5208	
Total	16.911,4375	15		

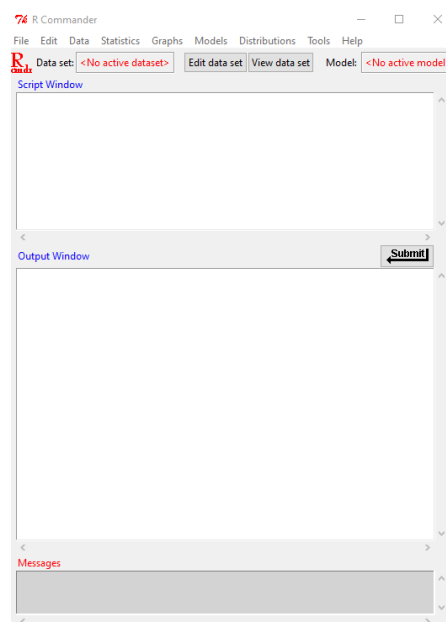
7. Keputusan : H_0 diterima

8. Kesimpulan

Rata-rata tingkat keuntungan keempat varietas *handphone* sama.

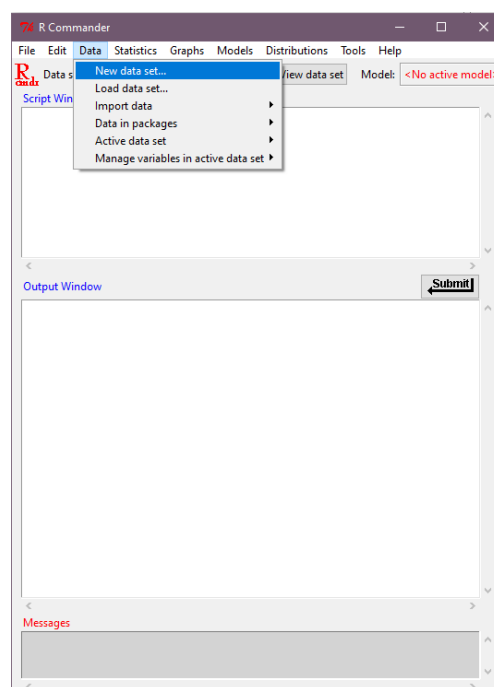
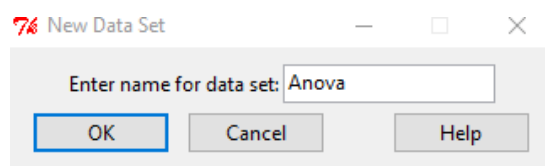
LANGKAH-LANGKAH Pengerjaan Software

Buka *software* R-commander, lalu akan muncul tampilan seperti ini.



Gambar 6.1 Tampilan Awal R-commander

1. Pilih menu Data, *New Data Set*, lalu masukkan nama “Anova” – OK.

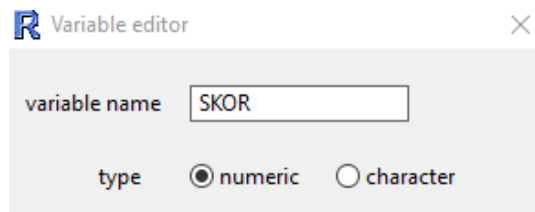
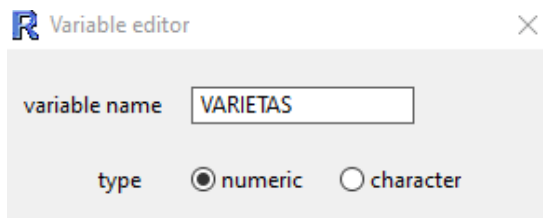
Gambar 6.2 Tampilan menu *New Data Set*Gambar 6.3 Tampilan *New Data Set*

 A screenshot of the R Data Editor window. It shows a data frame with 19 rows and 6 columns. The columns are labeled 'var1', 'var2', 'var3', 'var4', 'var5', and 'var6'. The rows are numbered 1 through 19. The cell at row 1, column 'var1' is highlighted with a red border.

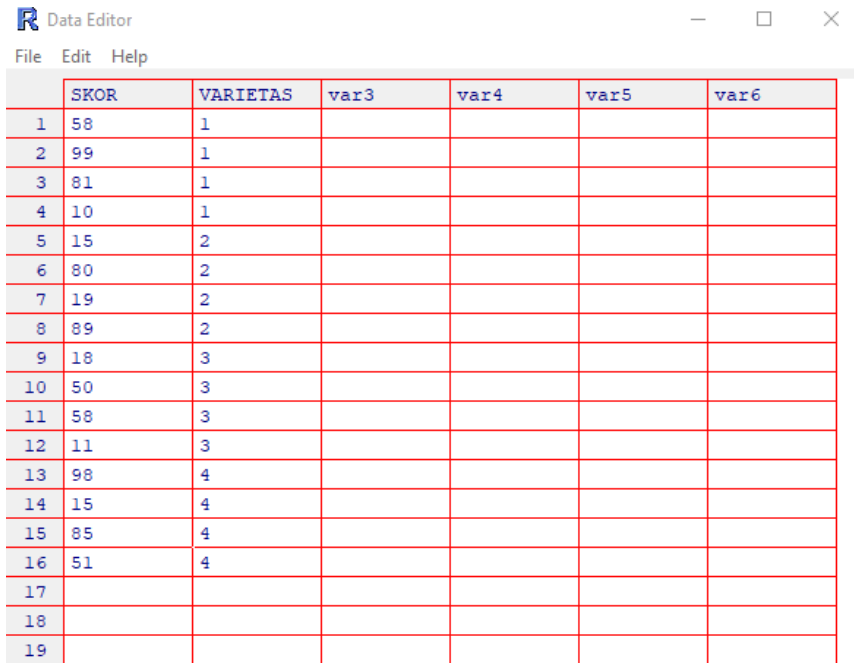
	var1	var2	var3	var4	var5	var6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						

Gambar 6.4 Tampilan *Data Editor*

Ubah nama var1 dengan “SKOR” dan var2 dengan “VARIETAS” dengan cara klik pada var1 dan var2. Kemudian pada *type*, klik *numeric*.

**Gambar 6.5 Tampilan Mengubah Nama *Variable Editor* (SKOR)****Gambar 6.6 Tampilan Mengubah Nama *Variable Editor* (VARIETAS)**

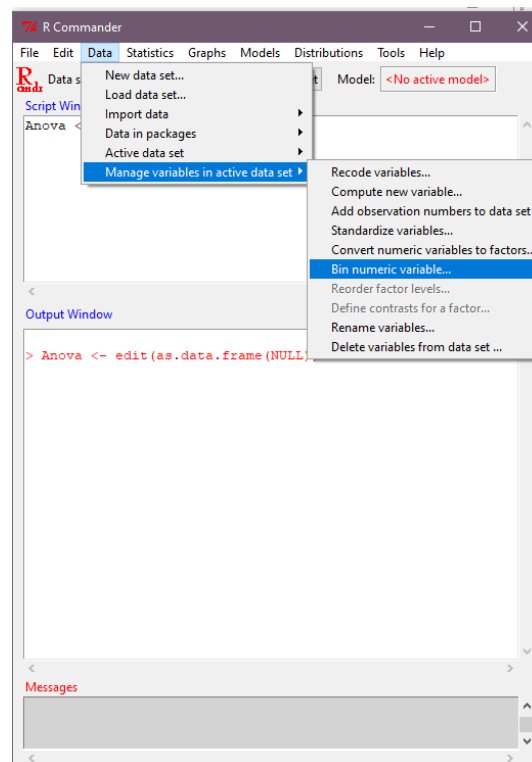
2. Masukkan data dengan memberi pemisalan. Di kolom “SKOR” ketikkan data sesuai tiap-tiap kolom. Pada kolom “VARIETAS” tuliskan angka 1 dari baris 1 sampai 4 (sesuai banyaknya baris), angka 2 dari baris 5 sampai 8, dst. Kemudian klik tanda *close*.



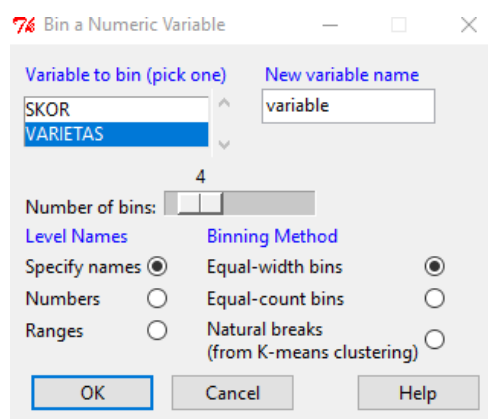
	SKOR	VARIETAS	var3	var4	var5	var6
1	58	1				
2	99	1				
3	81	1				
4	10	1				
5	15	2				
6	80	2				
7	19	2				
8	89	2				
9	18	3				
10	50	3				
11	58	3				
12	11	3				
13	98	4				
14	15	4				
15	85	4				
16	51	4				
17						
18						
19						

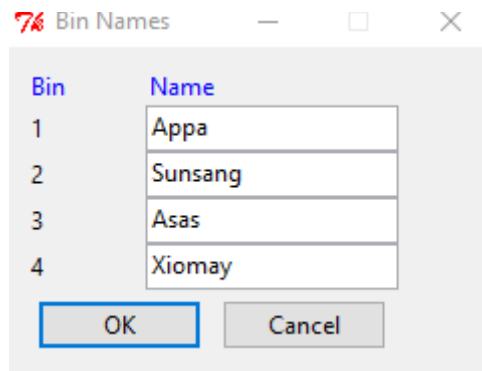
Gambar 6.7 Tampilan Isi *Data Editor*

3. Untuk mengecek kebenaran data yang sudah di input. Klik *View Data Set*.
Jika ada data yang salah tekan tombol "*edit set*" lalu perbaiki data yang salah. Setelah selesai mengecek, *close data editor* tersebut.
4. Klik *Data – Manage variables in active data set – Bin numeric variable*.

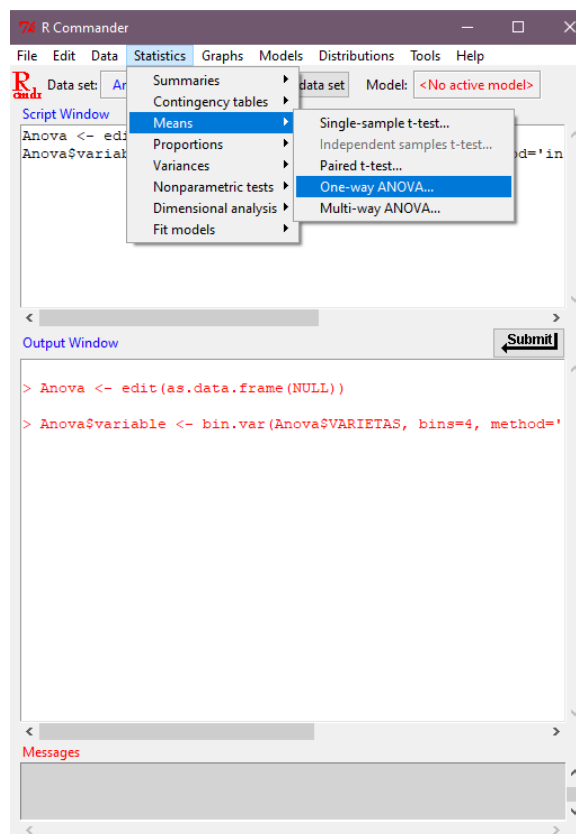
Gambar 6.8 Tampilan Sub Menu *Manage Variables*

5. Pada *variable to bin* pilih “VARIETAS”, pada *number of bin* pilih 4 (sesuai pemisalan, varietas 1, 2, 3, 4), OK. Maka akan muncul kotak *dialog* nama bin. Ketikkan sesuai dengan soal, OK.

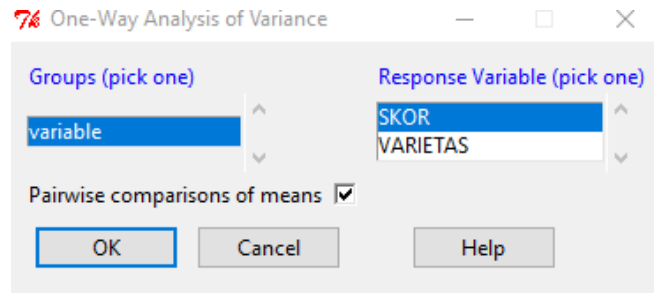


Gambar 6.9 Tampilan *Bin a Numeric Variables* dan *Bin Names*

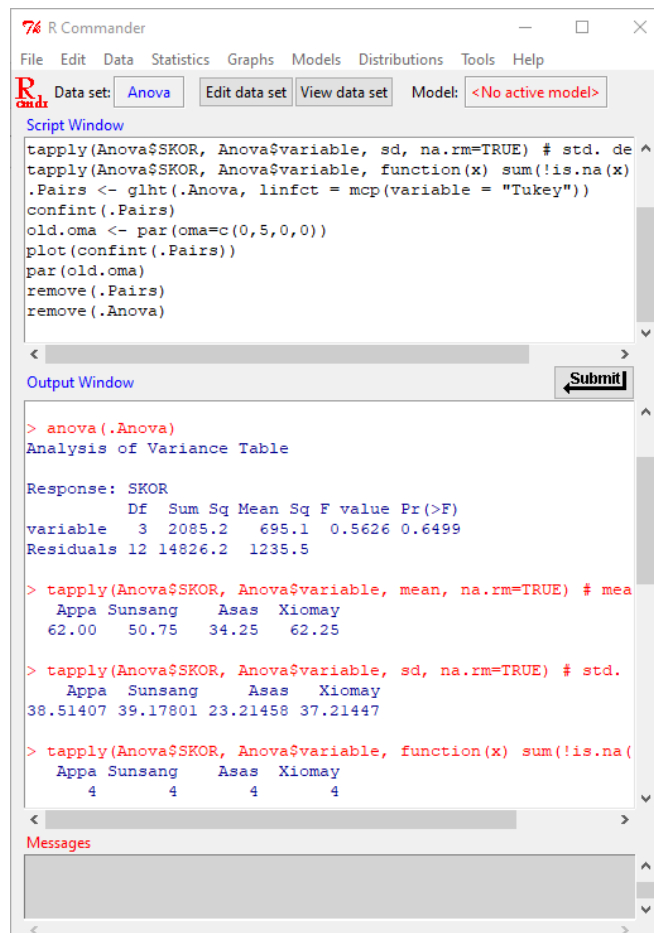
6. Klik *Statistics – Means – One-way ANOVA*, di kolom Peubah respon klik “SKOR” dan aktifkan *Pairwise comparisons of means*. OK.



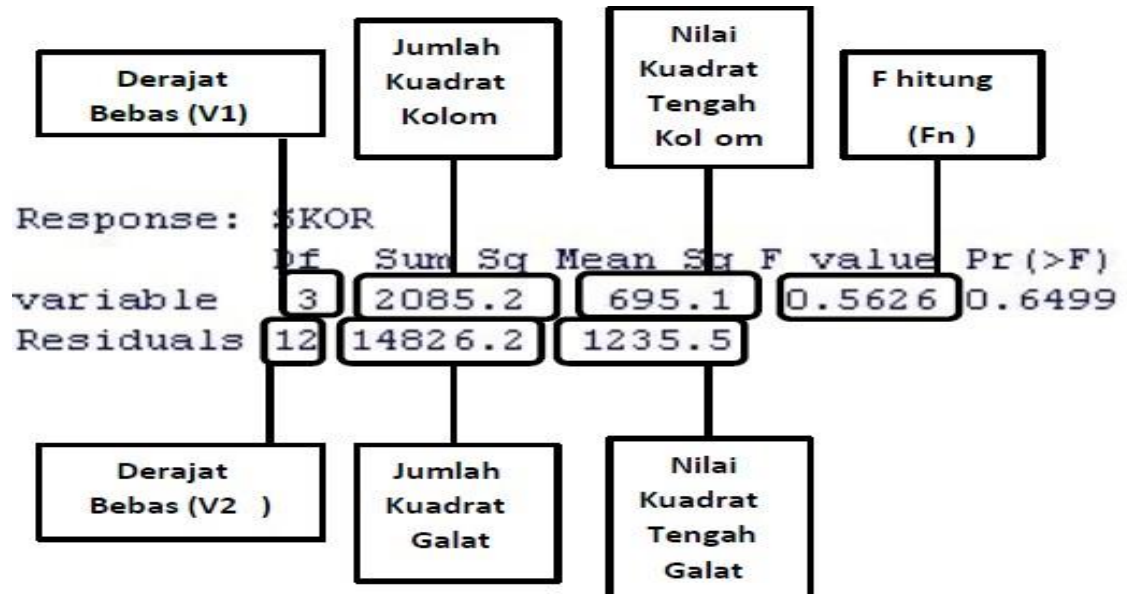
Gambar 6.10 Tampilan Menu Olah Data

Gambar 6.11 Tampilan *One-way ANOVA*

7. Hasilnya adalah sebagai berikut:

Gambar 6.12 Hasil Akhir *One-way ANOVA*

Analisis Hasil Output :



6.1.2 Ukuran Data Tidak Sama

$$JKT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$$

$$JKK = \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n} - \frac{T^2}{N}$$

$$JKG = JKT - JKK$$

Keterangan :

JKT : Jumlah Kuadrat Total

JKK : Jumlah Kuadrat Kolom

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

 x_{ij}^2 : Pengamatan ke-j dari sampel ke-i T^2 : Total semua pengamatan T_i^2 : Total semua pengamatan dalam contoh dari sampel ke-i

N : Banyaknya anggota secara keseluruhan

n : Banyaknya pengamatan/anggota baris

Tabel 6.2 Analisis Varians dalam Klasifikasi Satu Arah dengan Data Tidak Sama

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Kolom	JKK	$k-1$	$S_1^2 = \frac{JKK}{k-1}$	$\frac{S_1^2}{S_2^2}$
Galat	JKG	$N - k$	$S_2^2 = \frac{JKG}{N - k}$	
Total	JKT	$N - 1$		

Contoh :

Kelas 4EA01 melakukan pengamatan pada taman kampus untuk mengetahui rata-rata tingkat kecocokan jenis tanaman hidroponik, seperti mentimun, bayam, kangkung, sawi dan tomat. Data yang diperoleh yaitu:

Mentimun	Bayam	Kangkung	Sawi	Tomat	
15	18	11	15	10	
10	-	18	-	11	
18	-	15	11	-	
-	19	10	-	18	
43	37	54	26	39	199

Dengan taraf nyata 5%. Ujilah apakah ada perbedaan yang signifikan pada tingkat kecocokan tanaman hidroponik tiap-tiap varietas tanaman?

Penyelesaian :

1. H_0 : Rata-rata tingkat kecocokan tanaman hidroponik tiap-tiap varietas tanaman sama.

H_1 : Rata-rata tingkat kecocokan tanaman hidroponik tiap-tiap varietas tanaman tidak sama.

2. Taraf Nyata $\alpha = 0,05$

3. Derajat Bebas

$$V1 = (k-1) = (5-1) = 4 \quad V2 = (N-k) = (14-5) = 9$$

4. Daerah Kritis

$$F \text{ Tabel } (0,05 ; 4 ; 9) = 3,63$$

5. Kriteria Pengujian

H_0 diterima jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$

H_0 tidak diterima jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

6. Nilai Hitung

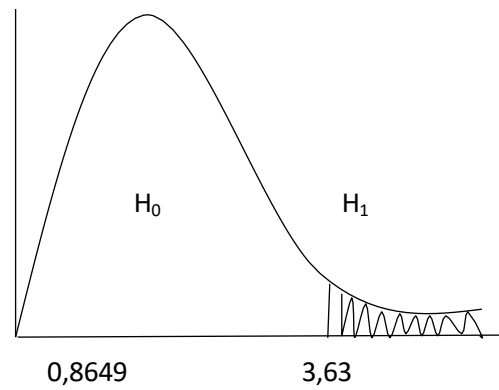
$$\begin{aligned} JKT &= (15^2 + 10^2 + 18^2 + 18^2 + 19^2 + 11^2 + 18^2 + 15^2 + 10^2 + 15^2 + 11^2 + \\ &\quad 10^2 + 11^2 + 18^2) - \left(\frac{199^2}{14}\right) \\ &= 2.995 - 2.828,6428 = 166,3571 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKK &= \left(\frac{43^2}{3} + \frac{37^2}{2} + \frac{54^2}{4} + \frac{26^2}{2} + \frac{39^2}{3}\right) - \left(\frac{199^2}{14}\right) \\ &= 2.874,8333 - 2.828,6428 = 46,1905 \end{aligned}$$

$$JKG = 166,3571 - 46,1905 = 120,1666$$

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Kolom	46,1905	4	11,5476	0,8649
Galat	120,1666	9	13,3518	
Total	166,3571	13		

7. Keputusan : H_0 diterima.

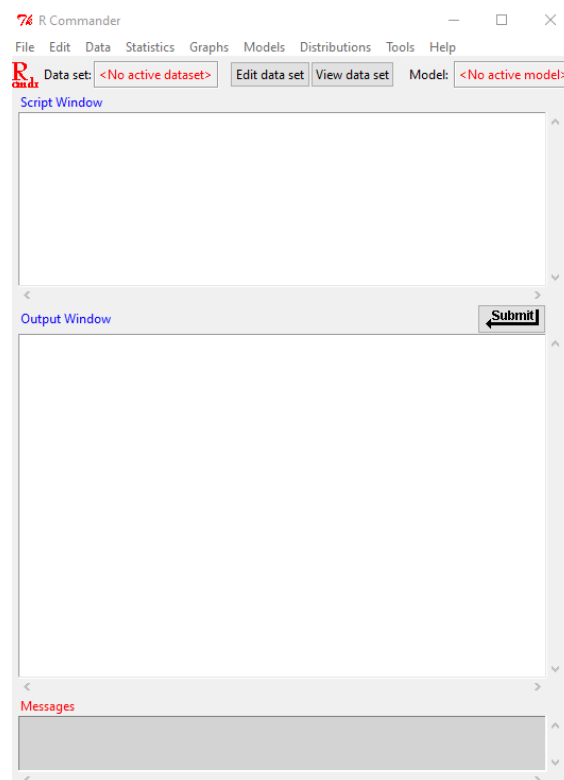


8. Kesimpulan

Rata-rata tingkat kecocokan tanaman hidroponik tiap-tiap varietas tanaman sama.

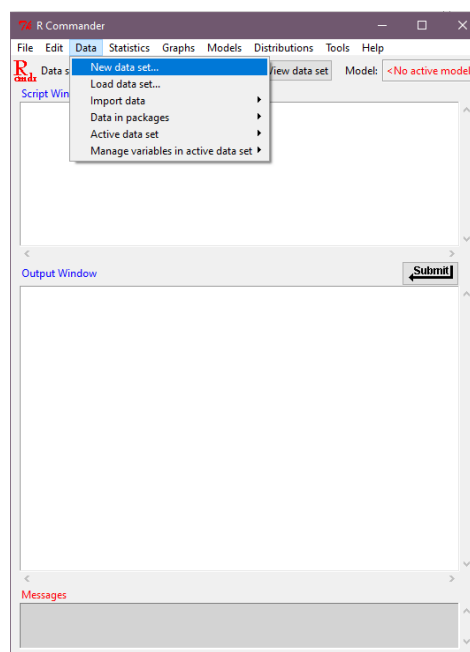
LANGKAH-LANGKAH Pengerjaan Software

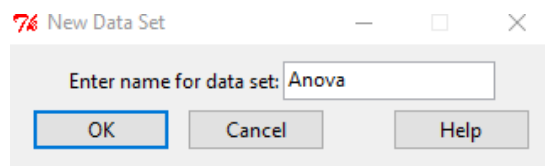
1. Buka *software* R-commander, lalu akan muncul tampilan seperti ini.



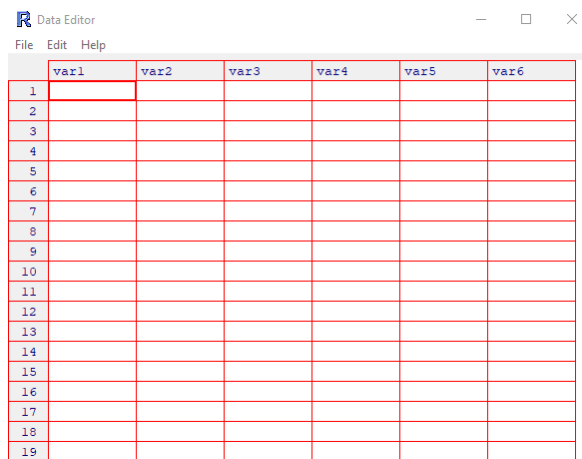
Gambar 6.13 Tampilan Awal R-commander

2. Pilih menu Data, *New Data Set*, lalu masukkan nama “Anova” – OK.

Gambar 6.14 Tampilan menu *New Data Set*

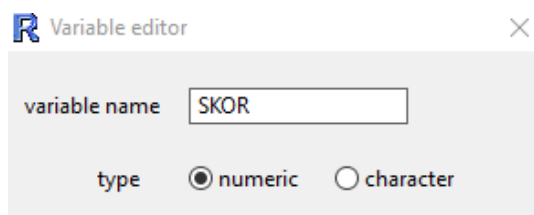


Gambar 6.15 Tampilan *New Data Set*

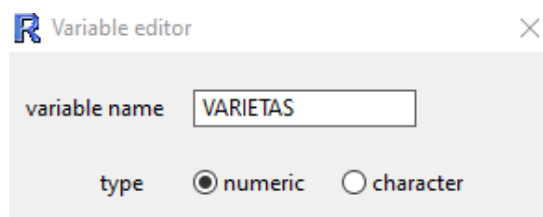


Gambar 6.16 Tampilan *Data Editor*

Ubah nama var1 dengan “SKOR” dan var2 dengan “VARIETAS” dengan cara klik pada var1 dan var2. Kemudian pada *type*, klik *numeric*.

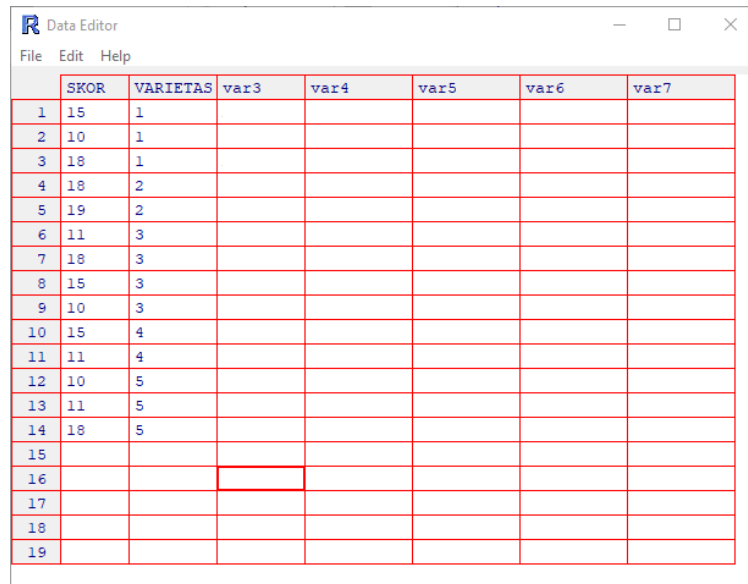


Gambar 6.17 Tampilan Mengubah Nama *Variable Editor* (SKOR)



Gambar 6.18 Tampilan Mengubah Nama *Variable Editor* (VARIETAS)

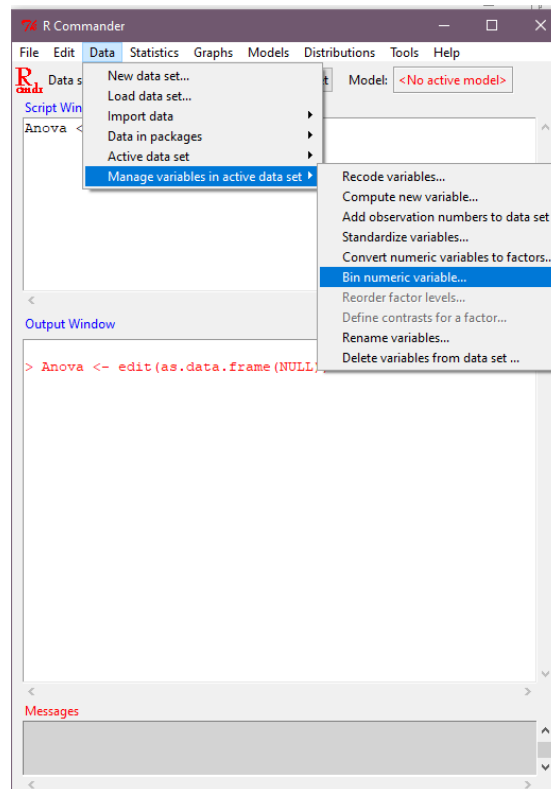
3. Masukkan data dengan memberi pemisalan. Di kolom “SKOR” ketikkan data sesuai tiap-tiap kolom. Pada kolom “VARIETAS” tuliskan angka 1 dari baris 1 sampai 3 (sesuai banyaknya baris), angka 2 dari baris 4 sampai 5, dst. Kemudian klik tanda *close*.



	SKOR	VARIETAS	var3	var4	var5	var6	var7
1	15	1					
2	10	1					
3	18	1					
4	18	2					
5	19	2					
6	11	3					
7	18	3					
8	15	3					
9	10	3					
10	15	4					
11	11	4					
12	10	5					
13	11	5					
14	18	5					
15							
16							
17							
18							
19							

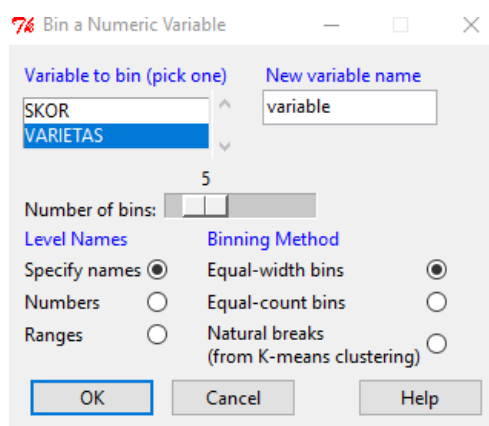
Gambar 6.19 Tampilan Isi *Data Editor*

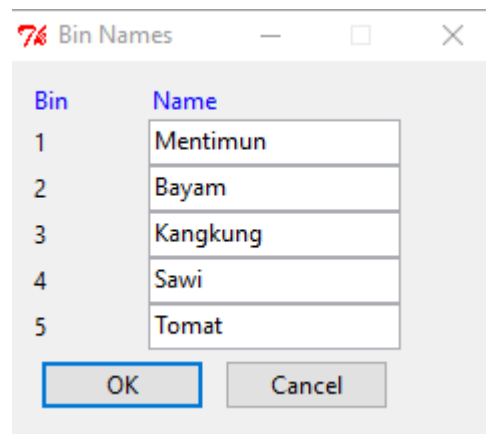
4. Untuk mengecek kebenaran data yang sudah di input. Klik *View Data Set*. Jika ada data yang salah tekan tombol “*edit set*” lalu perbaiki data yang salah. Setelah selesai mengecek, *close data editor* tersebut.
5. Klik *Data – Manage variables in active data set – Bin numeric variable*.



Gambar 6.20 Tampilan Sub Menu *Manage Variables*

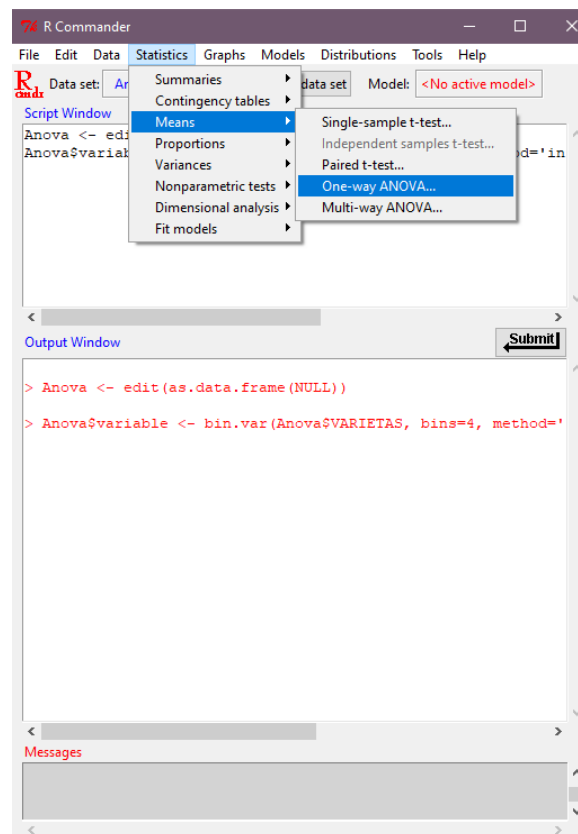
6. Pada *variable to bin* pilih “VARIETAS”, pada *number of bin* pilih 5 (sesuai pemisalan, varietas 1, 2, 3, 4, 5), OK. Maka akan muncul kotak *dialog* nama bin. Ketikkan sesuai dengan soal, OK.



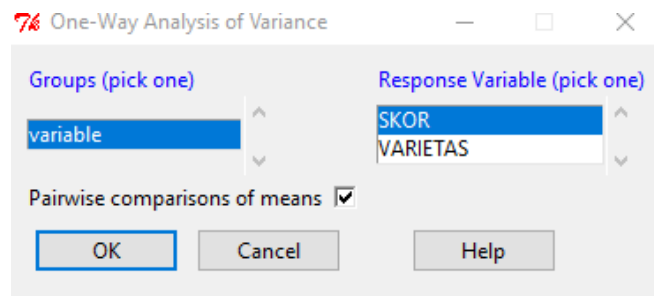


Gambar 6.21 Tampilan *Bin a Numeric Variables* dan *Bin Names*

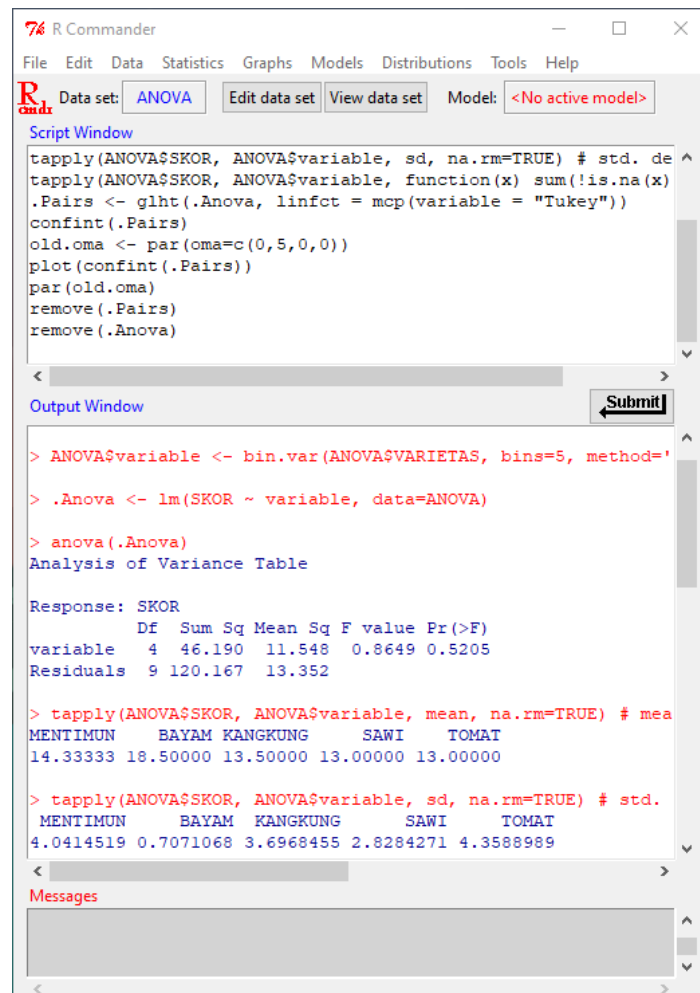
7. Klik *Statistics – Means – One-way ANOVA*, di kolom Peubah respon klik “SKOR” dan aktifkan *Pairwise comparisons of means*. OK.



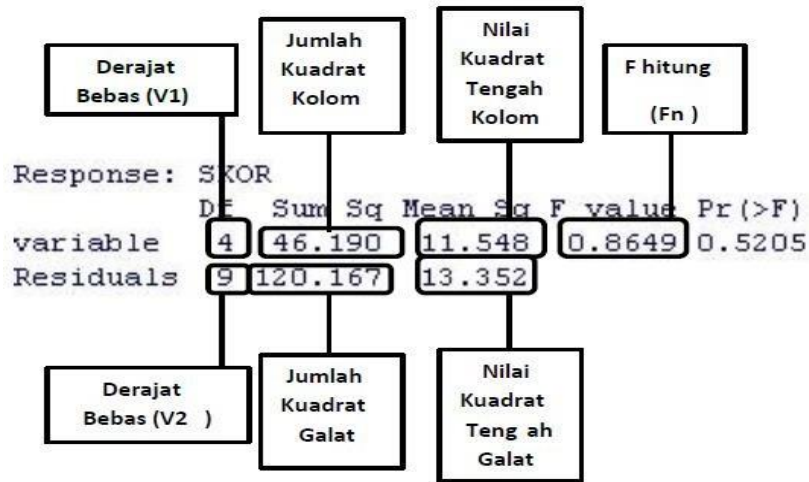
Gambar 6.22 Tampilan Menu Olah Data

Gambar 6.23 Tampilan *One-way ANOVA*

8. Hasilnya adalah sebagai berikut:

Gambar 6.24 Hasil Akhir *One-way ANOVA*

Analisis Hasil Output :



6.2 Analisis Varians Dua Arah Tanpa Interaksi

Klasifikasi dua arah adalah klasifikasi pengamatan yang didasarkan pada 2 kriteria, seperti varietas dan jenis pupuk. Sekelompok pengamatan dapat diklasifikasikan menurut dua kriteria dengan menyusun data tersebut dalam baris dan kolom. Kolom menyatakan klasifikasi yang satu, sedangkan baris menyatakan kriteria klasifikasi yang lain. Tujuan dari pengujian anova dua arah adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh dari berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan.

Analisa varians dua arah tanpa interaksi merupakan pengujian hipotesis beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua faktor yang berpengaruh dan interaksi antara kedua faktor tersebut ditiadakan.

Rumus yang digunakan dalam klasifikasi dua arah tanpa interaksi,

antara lain :

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k x_{ij}^2 - \frac{T^2}{bk}$$

$$JKK = \sum_{i=1}^k \frac{T_j^2}{b} - \frac{T^2}{bk}$$

$$JKB = \sum_{i=1}^b \frac{T_i^2}{k} - \frac{T^2}{bk}$$

$$JKG = JKT - JKB - JKK$$

Keterangan :

JKT : Jumlah Kuadrat Total

JKK : Jumlah Kuadrat Kolom

JKB : Jumlah Kuadrat Baris

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

x^2_{ij} : Pengamatan ke-j dari sampel ke-i

T^2 : Total semua pengamatan

T^2_i : Total semua pengamatan dalam contoh dari sampel ke-i

T^2_j : Jumlah/total pengamatan pada kolom

k : Jumlah kolom

b : Jumlah baris

bk : Jumlah kolom dan baris

Tabel 6.3 Analisis Varians dalam Klasifikasi Dua Arah Tanpa Interaksi

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Baris	JKB	$b - 1$	$S^2_1 = \frac{JKB}{b - 1}$	$f_1 = \frac{S^2_1}{S^2_3}$
Nilai Tengah Kolom	JKK	$k - 1$	$S^2_2 = \frac{JKK}{k - 1}$	
Galat	JKG	$(b - 1)(k - 1)$	$S^2_3 = \frac{JKG}{(b - 1)(k - 1)}$	
Total	JKT	$bk - 1$		

Contoh :

Berikut ini adalah hasil uji kuat tekan dari 4 jenis bata dengan penggunaan tanah liat yang berbeda *quarry*-nya :

	V1	V2	V3	V4	T
P1	4	6	7	8	25
P2	9	8	10	7	34
P3	6	7	6	5	24
T	19	21	23	20	83

Dengan tingkat kepercayaan 5%, ujilah apakah rata-rata hasil uji kuat tekan sama untuk :

- Jenis bata (pada baris);
- Jenis tanah liat (pada kolom).

Penyelesaian :

1. Hipotesis

- H_0 : rata rata kuat tekan sama untuk penggunaan ketiga jenis tanah liat ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$)
 H_1 : rata rata kuat tekan sama untuk penggunaan ketiga jenis tanah liat (sekurang-kurangnya ada satu $\alpha_i \neq 0$)
- H_0 : rata rata kuat tekan sama untuk penggunaan keempat jenis tanah liat ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$)
 H_1 : rata rata kuat tekan sama untuk penggunaan keempat jenis tanah liat (sekurang-kurangnya ada satu $\beta_j \neq 0$)

2. Taraf Nyata $\alpha = 5\% = 0,05$

3. Derajat Bebas

- Untuk baris

$$V1 = b - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$V2 = (b - 1)(k - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$$

- Untuk kolom

$$V1 = k - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$V2 = (b - 1)(k - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$$

4. Daerah Kritis

- Ftabel untuk baris

$$f_{(\alpha, V1, V2)} = f_{(0,05;2;6)} = 5,14$$

b. F_{tabel} untuk kolom

$$f_{(\alpha, V1, V2)} = f_{(0,05;3;6)} = 4,76$$

5. Kriteria Pengujian

a. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 5,14$

H_0 ditolak apabila $f_0 > 5,14$

b. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 4,76$

H_0 ditolak apabila $f_0 > 4,76$

6. Nilai Hitung

$$\begin{aligned} JKT &= (4^2 + 9^2 + 6^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2 + 7^2 + 10^2 + 6^2 + 8^2 + 7^2 + 5^2) - \frac{83^2}{4(3)} \\ &= 605 - 574,08 = 30,92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKB &= \left(\frac{25^2 + 34^2 + 24^2}{4} \right) - \frac{83^2}{4(3)} \\ &= 589,25 - 574,08 = 15,17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKK &= \left(\frac{19^2 + 21^2 + 23^2 + 20^2}{3} \right) - \frac{83^2}{4(3)} \\ &= 577 - 574,08 = 2,92 \end{aligned}$$

$$JKG = 30,92 - 15,17 - 2,92 = 12,83$$

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Baris	15,17	2	7,59	3,55
Nilai Tengah Kolom	2,92	3	0,97	0,45
Galat	12,83	6	2,14	
Total	30,92	11		

7. Keputusan : H_0 diterima

8. Kesimpulan

- a. Karena $f_0 = 3,55 < f_{0,05(2,6)} = 5,14$, maka H_0 diterima. Artinya, rata-rata kuat tekan sama untuk penggunaan ketiga jenis tanah liat.
- b. Karena $f_0 = 0,45 < f_{0,05(3,6)} = 4,76$, maka H_0 diterima. Artinya, rata-rata kuat tekan sama untuk penggunaan keempat jenis bata.

6.3 Analisis Varians Dua Arah Dengan Interaksi

Analisa varians dua arah dengan interaksi merupakan pengujian beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua faktor yang berpengaruh dan pengaruh interaksi antara kedua faktor tersebut diperhitungkan.

Rumus yang digunakan dalam klasifikasi dua arah dengan interaksi, antara lain :

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k x^2_{ijk} - \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKK = \sum_{j=1}^k \frac{T^2_j}{bn} - \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKB = \sum_{i=1}^b \frac{T^2_i}{kn} - \frac{T^2}{bkn}$$

$$JK(BK) = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \frac{T^2_{ij}}{n} - \sum_{i=1}^b \frac{T^2_i}{kn} - \sum_{j=1}^k \frac{T^2_j}{bn} + \frac{T^2}{bkn}$$

$$JKG = JKT - JKB - JKK - JK(BK)$$

Keterangan :

JKT : Jumlah Kuadrat Total

JKK : Jumlah Kuadrat Kolom

JKB : Jumlah Kuadrat Baris

JKG : Jumlah Kuadrat Galat

JK(BK) : Jumlah Kuadrat Baris dan Kolom

x^2_{ijk} : Pengamatan ke-j dan k dari sampel ke-i

- T^2 : Total semua pengamatan
 T^2_j : Jumlah/total pengamatan pada kolom
 T^2_{ij} : Jumlah/total pengamatan pada baris dan kolom
 k : Jumlah kolom
 b : Jumlah baris
 n : Banyaknya pengamatan/anggota baris
 bn : Jumlah baris dan banyaknya pengamatan
 kn : Jumlah kolom dan banyaknya pengamatan
 bkn : Jumlah baris, kolom, dan banyaknya pengamatan

Tabel 6.4 Analisis Varians dalam Klasifikasi Dua Arah dengan Interaksi

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Baris	JKB	$b - 1$	$S^2_1 = \frac{JKB}{b - 1}$	$f_1 = \frac{S^2_1}{S^2_4}$
Nilai Tengah Kolom	JKK	$k - 1$	$S^2_2 = \frac{JKK}{k - 1}$	$f_2 = \frac{S^2_2}{S^2_4}$
Interaksi	JK(BK)	$(b - 1)(k - 1)$	$S^2_3 = \frac{JK(BK)}{(b - 1)(k - 1)}$	$f_3 = \frac{S^2_3}{S^2_4}$
Galat	JKG	$bk(n - 1)$	$S^2_4 = \frac{JKG}{bk(n - 1)}$	
Total	JKT	$bkn - 1$		

Contoh :

Berikut ini adalah hasil survey tentang pengaruh tingkat aktivitas dan tingkat ekonomi terhadap prestasi belajar :

Tingkat Aktivitas	Tingkat Ekonomi			T
	Y ₁	Y ₂	Y ₃	
X ₁	64	72	74	607
	66	81	51	
	70	64	65	
X ₂	65	57	47	510
	63	43	58	
	58	52	67	
X ₃	59	66	58	527
	68	71	39	
	65	59	42	
X ₄	58	57	53	466
	41	61	59	
	46	53	38	
T	723	736	651	2110

T = total

Dengan tingkat kepercayaan 5%, ujliah :

- Apakah ada pengaruh dari kedua faktor tersebut terhadap prestasi belajar?
- Apakah ada interaksi antara kedua faktor tersebut (tingkat aktivitas dan tingkat ekonomi)?

Penyelesaian :

1. Hipotesis

- $f_1: H_0 = \text{rata rata semua tingkat aktivitas sama } (a_1 = a_2 = a_3 = 0)$
 $H_1 = \text{rata rata semua tingkat aktivitas tidak sama (sekurang-kurangnya ada satu } a_t \neq 0)$
- $f_2: H_0 = \text{rata rata semua tingkat ekonomi sama } (\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0)$

H_1 = rata rata semua tingkat ekonomi tidak sama (sekurang-kurangnya ada satu $\beta_j \neq 0$)

c. $f_3: H_0$ = rata rata semua tingkat aktivitas dan ekonomi sama
 $((a\beta)_{11} = (a\beta)_{12} = (a\beta)_{13} = \dots = (a\beta)_{43} = 0)$

H_1 = rata rata semua tingkat aktivitas dan ekonomi tidak sama
sekurang-kurangnya ada satu $((a\beta)_{ij} \neq 0)$

Catatan : untuk mempermudah dalam penyelesaian, masing-masing dijumlahkan terlebih dahulu, $b = 4$, $k = 3$, $n = 3$.

2. Taraf Nyata $\alpha = 5\% = 0,05$

3. Derajat Bebas

a. $V1 = b - 1 = 4 - 1 = 3$ $V2 = bk(n - 1) = 4(3)(3 - 1) = 24$

b. $V1 = k - 1 = 3 - 1 = 2$ $V2 = bk(n - 1) = 4(3)(3 - 1) = 24$

c. $V1 = (b - 1)(k - 1) = 6$ $V2 = bk(n - 1) = 4(3)(3 - 1) = 24$

4. Daerah Kritis

a. $f_{\alpha(V1,V2)} = f_{0,05(3,24)} = 3,01$

b. $f_{\alpha(V1,V2)} = f_{0,05(2,24)} = 3,40$

c. $f_{\alpha(V1,V2)} = f_{0,05(6,24)} = 2,51$

5. Kriteria Pengujian

a. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 3,01$

H_0 ditolak apabila $f_0 > 3,01$

b. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 3,40$

H_0 ditolak apabila $f_0 > 3,40$

c. H_0 diterima apabila $f_0 \leq 2,51$

H_0 ditolak apabila $f_0 > 2,51$

6. Nilai Hitung

$$\begin{aligned} JKT &= (64^2 + 66^2 + 70^2 + 72^2 + 81^2 + 64^2 + 74^2 + 51^2 + 65^2 + \dots + 38^2) - \\ &\quad \left(\frac{2110^2}{36} \right) \\ &= 127.448 - 123.669 = 3.779 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
JKB &= \left(\frac{607^2 + 510^2 + 527^2 + 466^2}{9} \right) - \left(\frac{2110^2}{36} \right) \\
&= 124.826 - 123.669 = 1.157 \\
JKK &= \left(\frac{723^2 + 736^2 + 651^2}{12} \right) - \left(\frac{2110^2}{36} \right) \\
&= 124.018,833 - 123.669 = 349,833 = 350 \text{ (dibulatkan)} \\
JK(BK) &= \left(\frac{200^2 + 2117^2 + \dots + 150^2}{3} \right) - \left(\frac{607^2 + 510^2 + 527^2 + 466^2}{9} \right) \\
&\quad - \left(\frac{723^2 + 736^2 + 651^2}{12} \right) + \left(\frac{2110^2}{36} \right) \\
&= 125.947 - 124.826 - 124.019 + 123.669 = 771 \\
JKG &= 3.779 - 1.157 - 350 - 771 = 1.501
\end{aligned}$$

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah	F hitung
Nilai Tengah Baris	1.157	3	385,67	6,17
Nilai Tengah Kolom	350	2	175	2,8
Interaksi	771	6	128,5	2,05
Galat	1.501	24	62,54	
Total	3.779	35		

7. Keputusan :

- $6,17 > f_{1\text{tab}}$, maka H_0' ditolak.
- $2,8 < f_{2\text{tab}}$, maka H_0'' diterima.
- $2,05 < f_{3\text{tab}}$, maka H_0''' diterima.

8. Kesimpulan

- Tingkat aktivitas berpengaruh terhadap prestasi belajar, tingkat ekonomi tidak berpengaruh terhadap prestasi belajar.
- Tidak ada interaksi antara tingkat ekonomi dengan tingkat aktivitas.

Referensi :

- [1] Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta: Gramedia
- [2] Spiegel. R.M. (2004). *Teori dan Soal - Soal Statistik*. Jakarta: Erlangga.
- [3] Lind, Douglas, William G. Marchal, Samuel A. Wathen. (2006). *Basic Statistics for Bussiness and Economics* (5th edition). New York: The McGraw-Hill Companies