

Bagian 1



GRAFIKA KOMPUTER 1

MODEL TRANSFORMASI 2 DIMENSI (2D)



PENDAHULUAN

- Transformasi dari suatu objek adalah perubahan objek yang dipengaruhi oleh rotasi, penyekalaan (*scaling*), pemotongan (*shear*) dan translasi.
- Model transformasi objek dapat dinyatakan oleh sebuah matriks atau sistem persamaan.



PENDAHULUAN

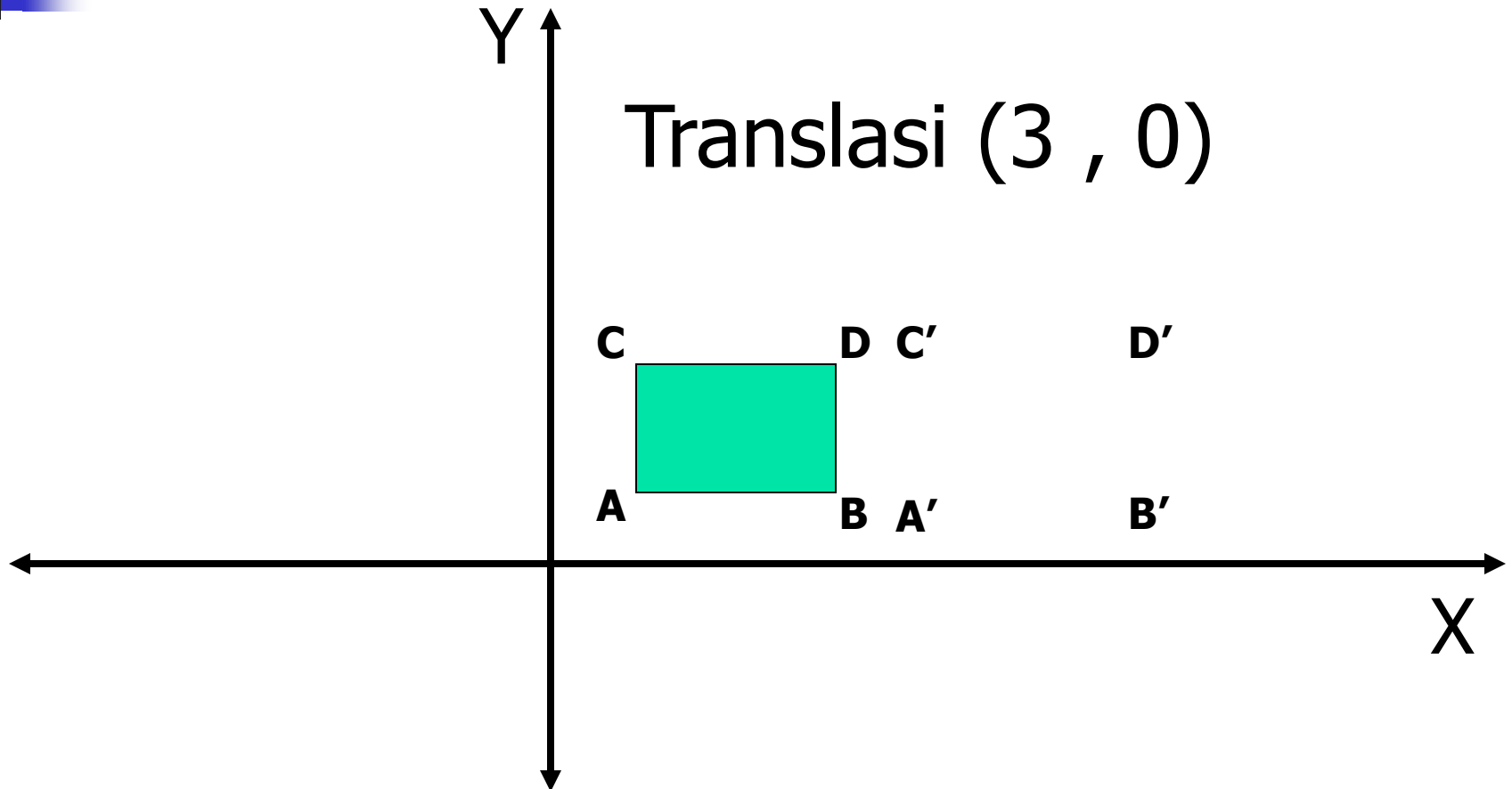
- Pada umumnya pendefinisian objek dilakukan dalam sistem koordinat lokal dan homogen.
- Objek 2D dinyatakan dalam sistem koordinat kartesian.
- Misalkan titik $P(x,y) = P(\text{absis}, \text{ordinat})$.



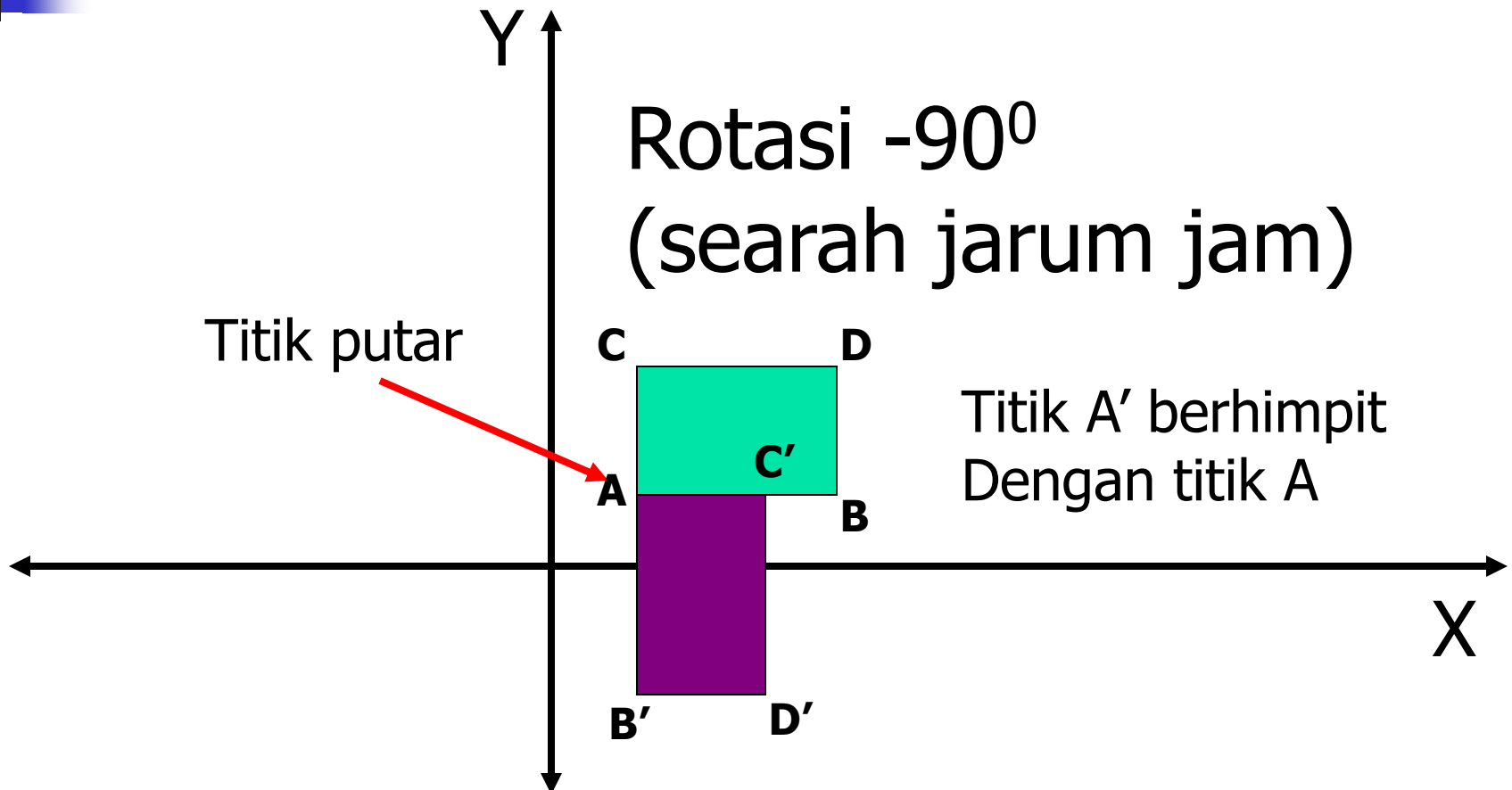
PENDAHULUAN

- Pada umumnya transformasi yang digunakan dalam grafika komputer, yaitu :
 - Translasi,
 - Penyekalaan,
 - Rotasi, atau
 - Komposisi (Gabungan) nya.

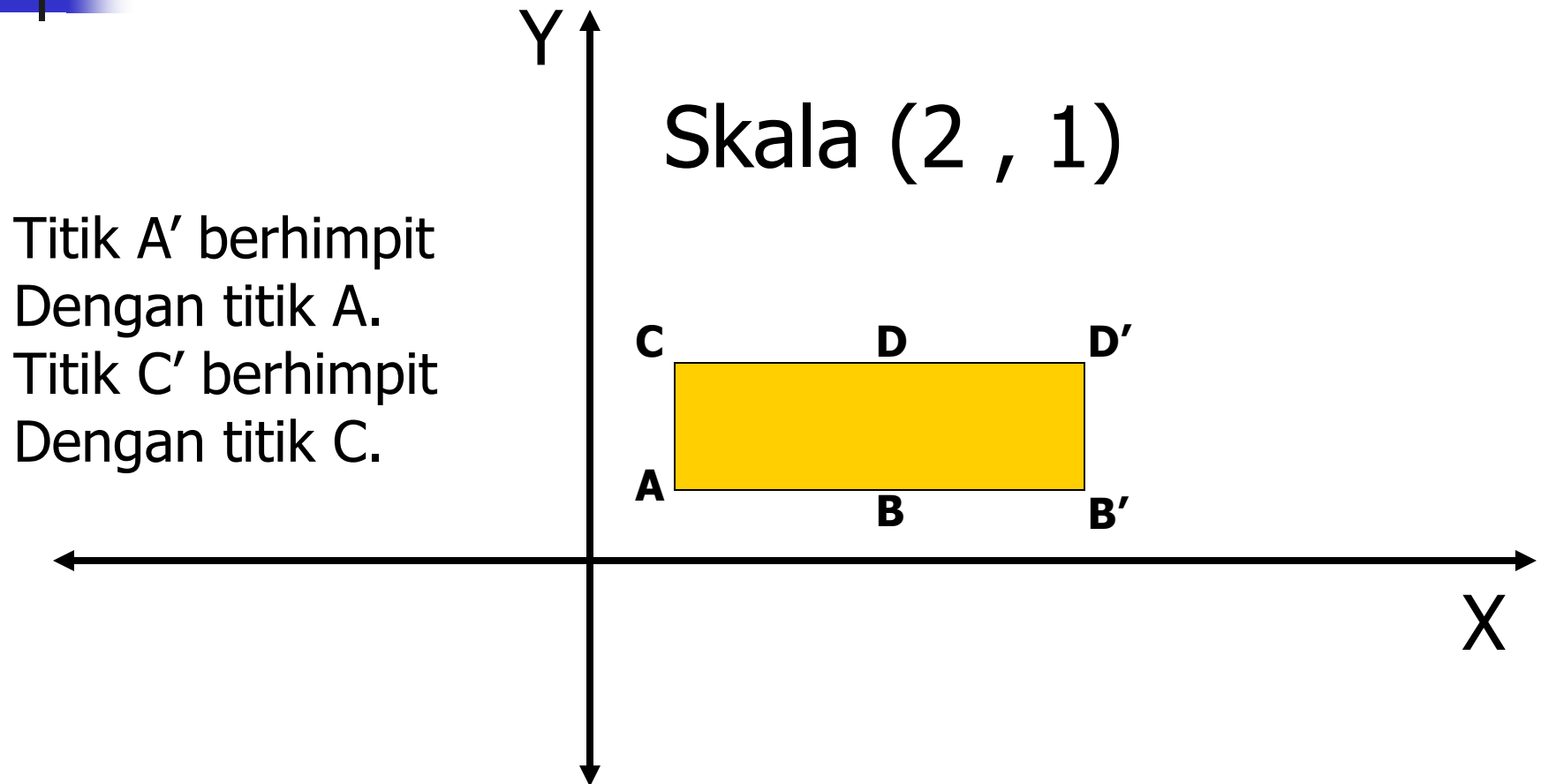
DASAR TRANSFORMASI 2D



DASAR TRANSFORMASI 2D



DASAR TRANSFORMASI 2D





PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Jenis Transformasi identitas :

- Matriks Transformasi identitas yaitu :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Titik asalnya (x, y)

- Titik hasil transformasi (x', y') , yaitu :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow x' = x \text{ dan } y' = y$$

jadi $(x', y') = (x, y)$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Jenis Transformasi Pencerminkan terhadap Sumbu-X :

- Matriks Transformasi pencerminan terhadap

Sumbu-X yaitu : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

- Titik asalnya (x, y)

- Titik hasil transformasi (x', y') , yaitu :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x' = x \text{ dan } y' = -y$$

$$\textbf{jadi } (x', y') = (x, -y)$$



Contoh Soal 1:

Tentukan hasil pencerminan terhadap Sumbu-X dari titik-titik $A(2, 3)$ dan $B(-4, -5)$

Jawab : Titik Asal $A(2, 3)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap Sumbu-X :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 \times 2 + 0 \times 3 \\ 0 \times 2 + (-1) \times 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$



Contoh Soal 1:

Jawab : Titik Asal $B(-4, -5)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap Sumbu-X :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 \times (-4) + 0 \times (-5) \\ 0 \times (-4) + (-1) \times (-5) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $B'(-4, 5)$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Jenis Transformasi Pencerminkan terhadap Sumbu-Y :

- Matriks Transformasi pencerminan terhadap Sumbu-Y yaitu : $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Titik asalnya (x, y)

- Titik hasil transformasi (x', y') , yaitu :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x' = -x \text{ dan } y' = y$$

$$\textbf{jadi } (x', y') = (-x, y)$$



Contoh Soal 2:

Tentukan hasil pencerminan terhadap Sumbu-Y dari titik-titik $A(2, 3)$ dan $B(-4, 5)$

Jawab : Titik Asal $A(2, 3)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap Sumbu-Y :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} (-1) \times 2 + 0 \times 3 \\ 0 \times 2 + 1 \times 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



Contoh Soal 2:

Jawab : Titik Asal $B(-4, 5)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap Sumbu-Y :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} (-1) \times (-4) + 0 \times 5 \\ 0 \times (-4) + 1 \times 5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $B'(4, 5)$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Jenis Transformasi Pencerminkan terhadap garis $y = x$:
 - Matriks Transformasi pencerminan terhadap garis $y = x$, yaitu : $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 - Titik asalnya (x, y)
 - Titik hasil transformasi (x', y') , yaitu :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow x' = y \text{ dan } y' = x$$

$$\textbf{jadi } (x', y') = (y, x)$$



Contoh Soal 3:

Tentukan hasil pencerminan terhadap garis $y = x$ dari titik-titik $A(2, 3)$ dan $B(-4, 5)$

Jawab : Titik Asal $A(2, 3)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap garis $y = x$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 \times 2 + 1 \times 3 \\ 1 \times 2 + 0 \times 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$



Contoh Soal 3:

Jawab : Titik Asal $B(-4, 5)$

Bentuk Transformasi pencerminan terhadap garis $y = x$:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 0 \times (-4) + 1 \times 5 \\ 1 \times (-4) + 0 \times 5 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $B'(5, -4)$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Jenis Transformasi Pencerminkan terhadap titik $O(0,0)$:

- Matriks Transformasi pencerminan terhadap $O(0,0)$, yaitu : $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

- Titik asalnya (x, y)

- Titik hasil transformasi (x', y') , yaitu :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow x' = -x \text{ dan } y' = -y$$

jadi $(x', y') = (-x, -y)$



SISTEM PERSAMAAN T-2D

- Sistem persamaan transformasi 2D untuk bentuk **Translasi** dari titik awal (X,Y):
 - $X' = X + T_x$
 - $Y' = Y + T_y$

Dengan

- T_x : nilai pergeseran searah sumbu X
- T_y : nilai pergeseran searah sumbu Y



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Kita dapat menyajikan transformasi 2D dengan menggunakan matriks 2x2.
- Misal :
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
- Perkalian matriks dengan vektor kolom merupakan transformasi dari titik awalnya.



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Bentuknya secara umum ialah :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Sistem persamaannya :

- $x' = ax + by$
- $y' = cx + dy$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Bagaimana dengan Jenis Transformasi Translasi : ?

- $x' = x + t_x$ dan $y' = y + t_y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Tidak Ada !



TRANSLASI 2D

- Transformasi Translasi 2D dapat disajikan dengan matriks 3x3.
- Titik disajikan dengan koordinat homogen.
 - $x' = x + t_x$ dan $y' = y + t_y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



TRANSLASI 2D

- Matriks Transformasi Translasi

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Contoh soal 4 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudutnya sebagai berikut **P**(3, 3), **Q**(8, 3), **R**(8, 6) dan **S**(3, 6). Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan dengan **ditranslasi 3 satuan ke bawah dan 7 satuan ke kanan**.
Tentukan :
 - a. Matriks Translasi !
 - b. Titik-titik hasil translasi dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut !



Jawaban contoh soal 4 :

- Digeser **3 satuan ke bawah** dan **7 satuan ke kanan**

a. matriks transformasi translasi = T

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Jawaban contoh soal 4 :

b. Titik-titik hasil translasinya :

Titik **P (3, 3)** \rightarrow **P' = ?**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 0 + 7 \\ 0 + 3 - 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

■ **P' = (10, 0)**



Jawaban contoh soal 4 :

b. Titik-titik hasil translasinya :

Titik **Q (8, 3)** \rightarrow **Q' = ?**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 + 0 + 7 \\ 0 + 3 - 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

■ **Q' = (15, 0)**



Jawaban contoh soal 4 :

b. Titik-titik hasil translasinya :

Titik **R (8, 6)** $\rightarrow R' = ?$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 + 0 + 7 \\ 0 + 6 - 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

■ **$R' = (15, 3)$**



Jawaban contoh soal 4 :

b. Titik-titik hasil translasinya :

Titik **S (3, 6)** $\rightarrow S' = ?$

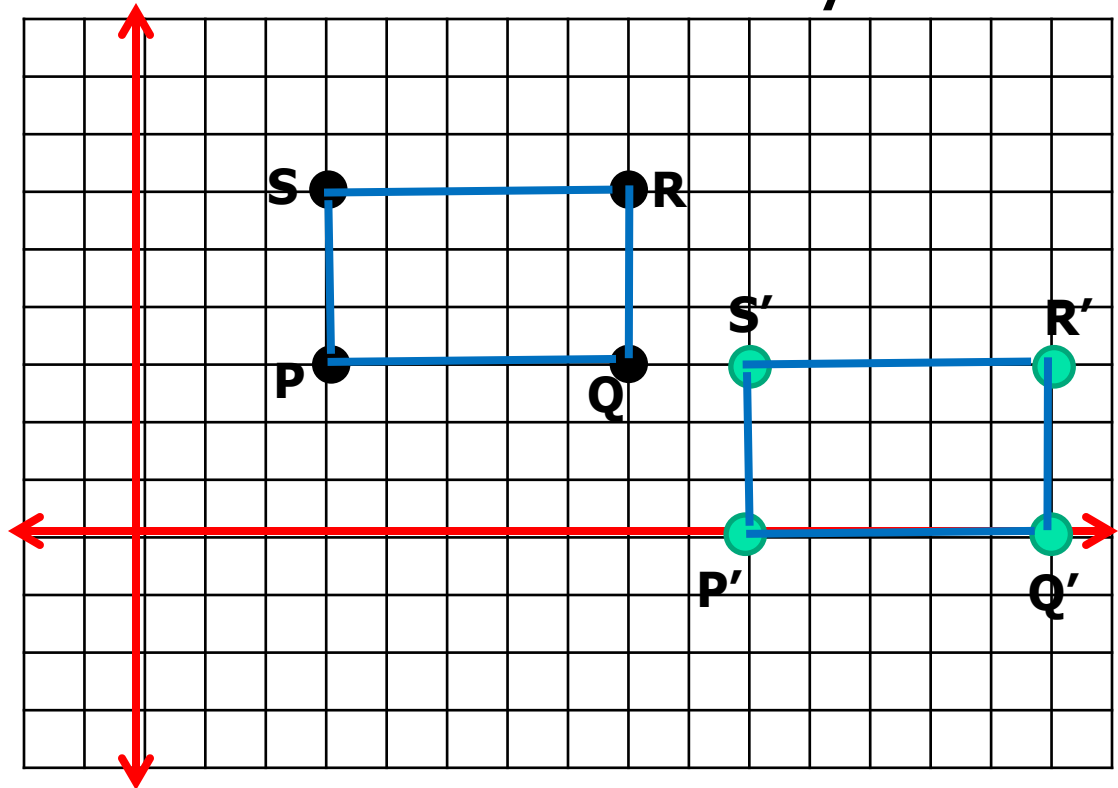
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+0+7 \\ 0+6-3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

■ **$S' = (10, 3)$**

Jawaban contoh soal 4 :

b. Jadi semua Titik-titik hasil translasinya :

- $P' = (10, 0)$
- $Q' = (15, 0)$
- $R' = (15, 3)$
- $S' = (10, 3)$





Tugas 2

1. Diketahui empat buah titik-titik yaitu:
 $A(8, 3)$, $B(-3, 5)$, $C(0, 4)$ dan $D(-4, 9)$. Tentukan titik-titik hasil transformasi pencerminan terhadap :
 - a. Sumbu – X .
 - b. Sumbu – Y .
 - c. Garis $y = x$.
 - d. Titik $O(0, 0)$.
 - e. Garis $y = -x$.



Tugas 2

2. Diketahui sebuah persegi **PQRS** yang titik-titik sudut **P**(0, 3), **Q**(3, 3), **R**(3, 6) dan **S**(0, 6). Persegi **PQRS** tersebut ditransformasikan dengan **translasi sebesar 4 satuan ke kanan dan 5 satuan ke bawah. Tentukan :**
- a. Matriks translasi !
 - b. Titik-titik hasil translasi dari keempat titik sudut persegi tersebut
 - c. Gambarkan objek awal dan hasil translasinya !



Notes :

- Jawablah semua soal pada tugas tersebut dengan benar, jelas dan lengkap.
- Gunakan kertas berpetak khusus pada saat menjawab soal nomor 2C.
- Kumpulkan lembar jawaban pada saat kuliah secara luring (*offline*) tanggal 19 Oktober 2024.