



GRAFIKA KOMPUTER 1

MODEL TRANSFORMASI 2 DIMENSI (2D) – Dilatasi & Rotasi



SISTEM PERSAMAAN SKALA 2D

- Sistem persamaan transformasi 2D untuk bentuk **Skala atau Dilatasi** dari titik awal (X,Y) :
 - $X' = X * S_x$
 - $Y' = Y * S_y$

Dengan

- S_x : nilai skala searah sumbu X
- S_y : nilai skala searah sumbu Y



SISTEM PERSAMAAN SKALA 2D

- Matriks Dilatasi atau Matriks Skala

$$D = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

Dengan

- S_x : nilai skala searah sumbu X
- S_y : nilai skala searah sumbu Y



SISTEM PERSAMAAN SKALA 2D

- Bentuk matriks dari transformasi Dilatasi atau Skala

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Dengan

- S_x : nilai skala searah sumbu X
- S_y : nilai skala searah sumbu Y



Contoh soal 1 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudut **P**(2, 0), **Q**(5, 0), **R**(5, 4) dan **S**(2, 4). Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan dengan **diperbesar 2 kali ke atas. Tentukan :**
 - a. Matriks Dilatasi !
 - b. Titik-titik hasil dilatasi dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut !
 - c. Gambarkan objek hasil dilatasinya !



Jawaban Contoh soal 1 :

■ **diperbesar 2 satuan ke atas. Tentukan :**

a. Matriks Dilatasi !

$$D = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$



Jawaban contoh soal 1 :

b. Titik-titik hasil dilatasinya :

Titik **P (2, 0)** \rightarrow $P' = ?$

- $$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- **Jadi titik $P' = (2, 0)$**



Jawaban contoh soal 1 :

b. Titik-titik hasil dilatasinya :

Titik **Q (5, 0)** \rightarrow **Q' = ?**

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ **Jadi titik $Q' = (5, 0)$**



Jawaban contoh soal 1 :

b. Titik-titik hasil dilatasinya :

Titik **R (5, 4)** $\rightarrow R' = ?$

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ **Jadi titik $R' = (5, 8)$**



Jawaban contoh soal 1 :

b. Titik-titik hasil dilatasinya :

Titik **S (2, 4)** $\rightarrow S' = ?$

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ **Jadi titik $S' = (2, 8)$**

Jawaban contoh soal 1 :

b. Jadi semua Titik-titik hasil dilatasinya :

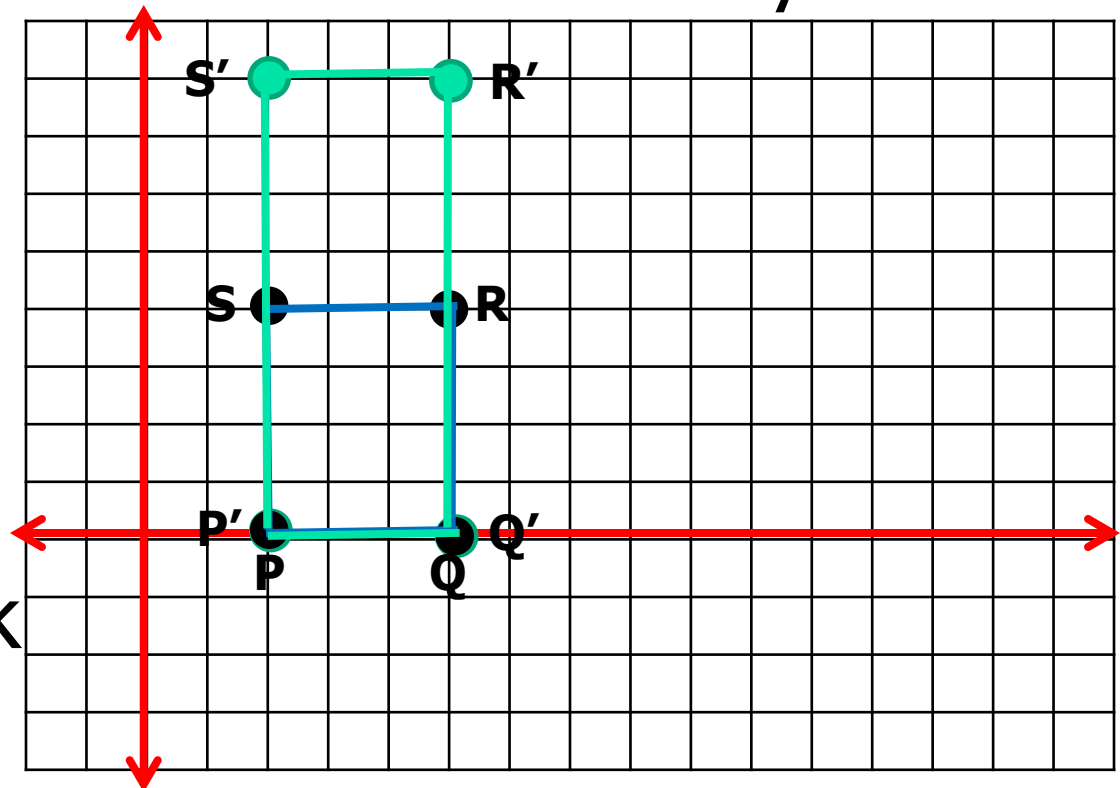
- $P' = (2, 0)$

- $Q' = (5, 0)$

- $R' = (5, 8)$

- $S' = (2, 8)$

- c. Gambar objek hasil dilatasi :





Contoh soal 2 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudut **P**(0, 1), **Q**(0, 4), **R**(3, 4) dan **S**(3, 1). Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan dengan **diperbesar 3 kali ke kanan. Tentukan :**
 - a. Matriks Dilatasi !
 - b. Titik-titik hasil dilatasi dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut !
 - c. Gambarkan objek hasil dilatasinya !



SISTEM PERSAMAAN ROTASI 2D

- Sistem persamaan transformasi 2D untuk bentuk **Rotasi** dari titik awal (X,Y) dengan besar sudut θ berlawanan arah jarum jam :
 - $X' = X \cos \theta - Y \sin \theta$
 - $Y' = X \sin \theta + Y \cos \theta$

Dengan

- θ : besar sudut dengan titik putar di (0,0).



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Matriks Rotasi :

- sebesar θ ,
- berlawanan arah jarum jam
- Titik putar di titik (0,0):

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Transformasi Rotasi :

- sebesar θ ,
- berlawanan arah jarum jam
- Titik putar di titik (0,0):

- $x' = \cos\theta * x - \sin\theta * y$, dan

- $y' = \sin\theta * x + \cos\theta * y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Matriks Rotasi :

- sebesar θ ,
- searah jarum jam
- Titik putar di titik (0,0):

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



PENYAJIAN MATRIKS 2x2

- Transformasi Rotasi :
 - sebesar θ ,
 - searah jarum jam
 - Titik putar di titik (0,0):
- $x' = \cos\theta * x + \sin\theta * y$, dan
- $y' = -\sin\theta * x + \cos\theta * y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



Contoh soal 2 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudut **P(2, 0)**, **Q(5, 0)**, **R(5, 4)** dan **S(2, 4)**. Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan dengan **dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap titik putar titik $O(0,0)$** . Tentukan :
 - a. Matriks Rotasi !
 - b. Titik-titik hasil rotasi dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut !
 - c. Gambarkan objek hasil rotasinya !



Jawaban Contoh soal 2 :

- **dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap titik putar titik $O(0,0)$**

a. Matriks Rotasi !

$$\begin{aligned} R &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi matrik rotasinya adalah $R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$



Jawaban contoh soal 2 :

b. Titik-titik hasil rotasinya :

Titik **P (2, 0)** \rightarrow $P' = ?$

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ Jadi titik $P' = (0, 2)$



Jawaban contoh soal 2 :

b. Titik-titik hasil rotasinya :

Titik **Q (5, 0)** \rightarrow **Q' = ?**

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ **Jadi titik** **Q' = (0, 5)**



Jawaban contoh soal 2 :

b. Titik-titik hasil rotasinya :

Titik **R (5, 4)** $\rightarrow R' = ?$

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

■ **Jadi titik** $R' = (-4, 5)$



Jawaban contoh soal 2 :

b. Titik-titik hasil rotasinya :

Titik **S (2, 4)** $\rightarrow S' = ?$

$$\begin{aligned} \blacksquare \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

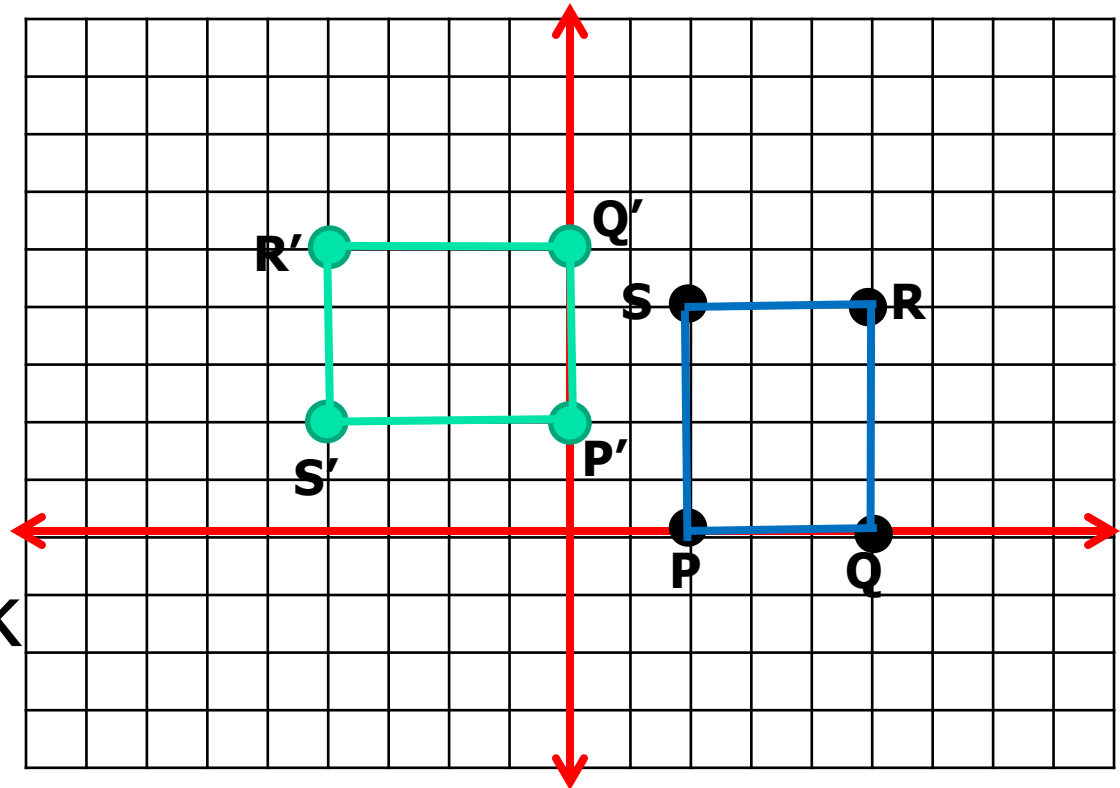
■ **Jadi titik $S' = (-4, 2)$**

Jawaban contoh soal 2 :

b. Jadi semua Titik-titik hasil rotasi :

- $P' = (0, 2)$
- $Q' = (0, 5)$
- $R' = (-4, 5)$
- $S' = (-4, 2)$

c. Gambar objek hasil rotasinya :





Contoh soal 3 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudut **P**(2, 0), **Q**(5, 0), **R**(5, 4) dan **S**(2, 4). Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan secara berurutan dengan :
 - i. Ditranlasi 3 satuan ke atas dan 2 satuan ke kanan, lalu
 - ii. dirotasi 90^0 searah jarum jam terhadap titik putar titik **O**(0,0)., Tentukan :
 - a. Matriks translasi dan matriks Rotasi !
 - b. Titik-titik hasil akhir kedua transformasi tersebut secara berurutan dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut !
 - c. Gambarkan objek hasil akhir transormasinya !



PENYAJIAN MATRIKS 3X3

- Translasi :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Skala :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



PENYAJIAN MATRIKS 3X3

■ Rotasi :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



Tugas 3 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** dengan titik-titik sudut **P**(2, 0), **Q**(5, 0), **R**(5, 4) dan **S**(2, 4). Persegi panjang tersebut ditransformasikan secara masing-masing :
 - i. Translasi 4 satuan ke kiri
 - ii. Diperbesar 3 satuan ke atas
 - iii. dirotasi -90^0 (searah jarum jam) terhadap titik putar titik O(0,0).

Tentukan :

- a. Matriks Translasi
- b. Matriks Dilatasi
- c. Matriks Rotasi !
- d. Titik-titik hasil transformasi masing-masing
- e. Gambarkan objek hasil transformasi masing-masing !



Tugas 3 :

- Kertas Jawaban Tugas 3 Individu dikumpulkan paling lambat pada tanggal 2 November 2024 pada saat jam kelas Offline di kelas masing-masing.



Notes :
