



GRAFIKA KOMPUTER 1

MODEL TRANSFORMASI 2 DIMENSI (2D) (Transformasi Komposisi)



Pendahuluan

- Transformasi Translasi, Dilatasi dan Rotasi (kombinasi 2 atau 3 transformasi tersebut) dapat dilakukan secara berurutan terhadap suatu objek.
- Hal tersebut dikenal dengan istilah **transformasi komposisi**.



Pendahuluan

- Urutan transformasi tersebut akan menentukan hasil akhir transformasi dengan benar (tepat).
- Pada umumnya tidak bersifat komutatif.



KOMPOSISI atas 2 TRANSFORMASI

Kasus komposisi 2 transformasi berbeda secara berurutan

- Jika titik awal $P(x, y)$ dilakukan transformasi secara berurutan yakni dengan **Dilatasi** dan **Rotasi** berlawanan arah dengan jarum jam, maka tentukan bentuk persamaan komposisi dari titik akhir transformasinya.



KOMPOSISI atas 2 TRANSFORMASI

Jawab :

- Tahap pertama dilakukan Dilatasi terhadap titik awal $P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$:

- $X' = X * S_x$

- $Y' = Y * S_y$

Bentuk matriksnya : $P' = D \times P$

Dengan matriks Dilatasinya adalah: $D = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



SISTEM PERSAMAAN KOMPOSISI 2D

- Tahap kedua dilakukan Rotasi berlawanan arah dengan jarum jam terhadap titik $P'(x', y') \rightarrow P''(x'', y'')$:

- $X'' = X' \cos \theta - Y' \sin \theta$

- $Y'' = X' \sin \theta + Y' \cos \theta$

Bentuk matriksnya : $P'' = R \times P'$

dengan matriks Rotasinya adalah : $R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$



SISTEM PERSAMAAN KOMPOSISI 2D

Sistem persamaan komposisi dari Dilatasi dan Rotasi :

- Tahap Pertama (Dilatasi):
 - $X' = X * S_x$
 - $Y' = Y * S_y$
- Tahap Kedua (Rotasi berlawanan arah dengan jarum jam):
 - $X'' = X' \cos \theta - Y' \sin \theta$
 - $Y'' = X' \sin \theta + Y' \cos \theta$
- Jadi komposisinya :
 - $X'' = X * S_x \cos \theta - Y * S_y \sin \theta$
 - $Y'' = X * S_x \sin \theta + Y * S_y \cos \theta$



SISTEM PERSAMAAN KOMPOSISI 2D

Bentuk matriks komposisi dari Dilatasi dan Rotasi :

- Tahap Pertama (Dilatasi):

- $P' = D \times P$... (1)

- Tahap Kedua (Rotasi):

- $P'' = R \times P'$... (2)

- Jadi transformasi komposisinya :

- $P'' = R \times P'$ (substitusikan pers. 1 ke pers. 2)

- $P'' = R \times D \times P$

Jadi Matriks komposisi (K) adalah $K = R \times D$



SISTEM PERSAMAAN KOMPOSISI 2D

- Karena dalam perkalian matriks tidak bersifat komutatif, maka urutan transformasi komposisi pada umumnya tidak bersifat komutatif.
- Bentuk matriks komposisi $K = R \times D$ itu bermakna bahwa dilakukan transformasi Dilatasi terlebih dahulu, kemudian dilanjutkan dengan transformasi Rotasi
- Jika dilakukan sebaliknya, yakni pertama ditransformasi Rotasi, kemudian dilanjutkan dengan transformasi Dilatasi, maka bentuk matriks komposisinya adalah $K = D \times R$



Latihan 1 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **PQRS** yang titik-titik sudut **P(2, 0)**, **Q(5, 0)**, **R(5, 4)** dan **S(2, 4)**. Persegi panjang **PQRS** tersebut ditransformasikan pertama dengan **dirotasi 90° berlawanan arah jarum jam terhadap titik putar titik O(0,0)** dan dilanjutkan dengan **translasi 4 satuan ke atas**.
Tentukan :
 - a. Matriks Rotasi, Translasi dan Komposisi !
 - b. Titik-titik hasil Rotasi dari keempat titik sudut persegipanjang tesebut dan gambarkan objeknya !
 - c. Titik-titik hasil Translasi dari keempat titik sudut hasil rotasi persegipanjang tesebut dan gambarkan objeknya !
 - d. Titik-titik hasil akhir transformasi dari keempat titik sudut persegipanjang awalnya dan gambarkan objeknya !



Jawaban Latihan 1

- Matriks Rotasi : $R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

- Matriks Translasi: $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Matriks Komposisi:

$$K = T \times R$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Jawaban Latihan 1

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Jadi matriks Komposisi : $K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



Jawaban Latihan 1

b. Titik-titik hasil Rotasi dari keempat titik sudut persegi panjang tersebut

$$P' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $P' = (0, 2)$

$$Q' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $Q' = (0, 5)$

$$R' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $R' = (-4, 5)$

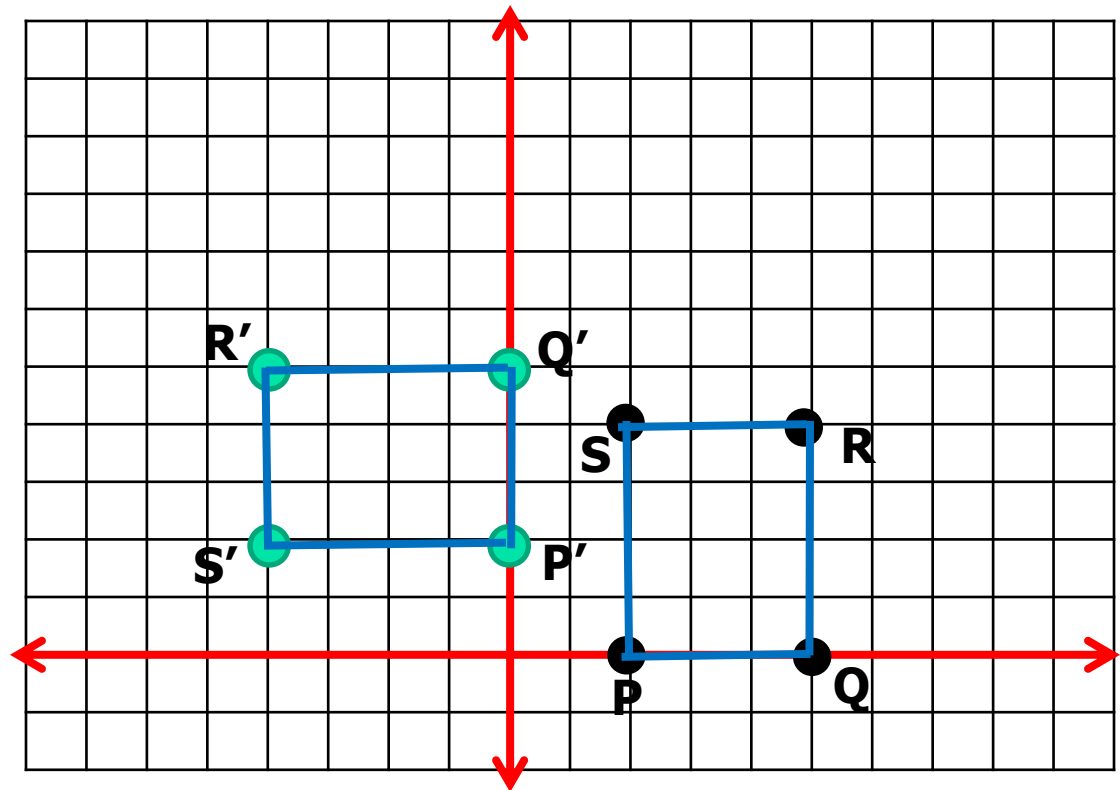
$$S' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $S' = (-4, 2)$

Jawaban Latihan 1:

Jadi semua Titik-titik hasil rotasi:

- $P' = (0, 2)$
- $Q' = (0, 5)$
- $R' = (-4, 5)$
- $S' = (-4, 2)$





Jawaban Latihan 1

c. Titik-titik hasil Translasi dari keempat titik sudut hasil rotasi persegi panjang tersebut

$$P'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $P'' = (0, 6)$

$$Q'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $Q'' = (0, 9)$



Jawaban Latihan 1

c. Titik-titik hasil Translasi dari keempat titik sudut hasil rotasi persegi panjang tersebut

$$R'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $R'' = (-4, 9)$

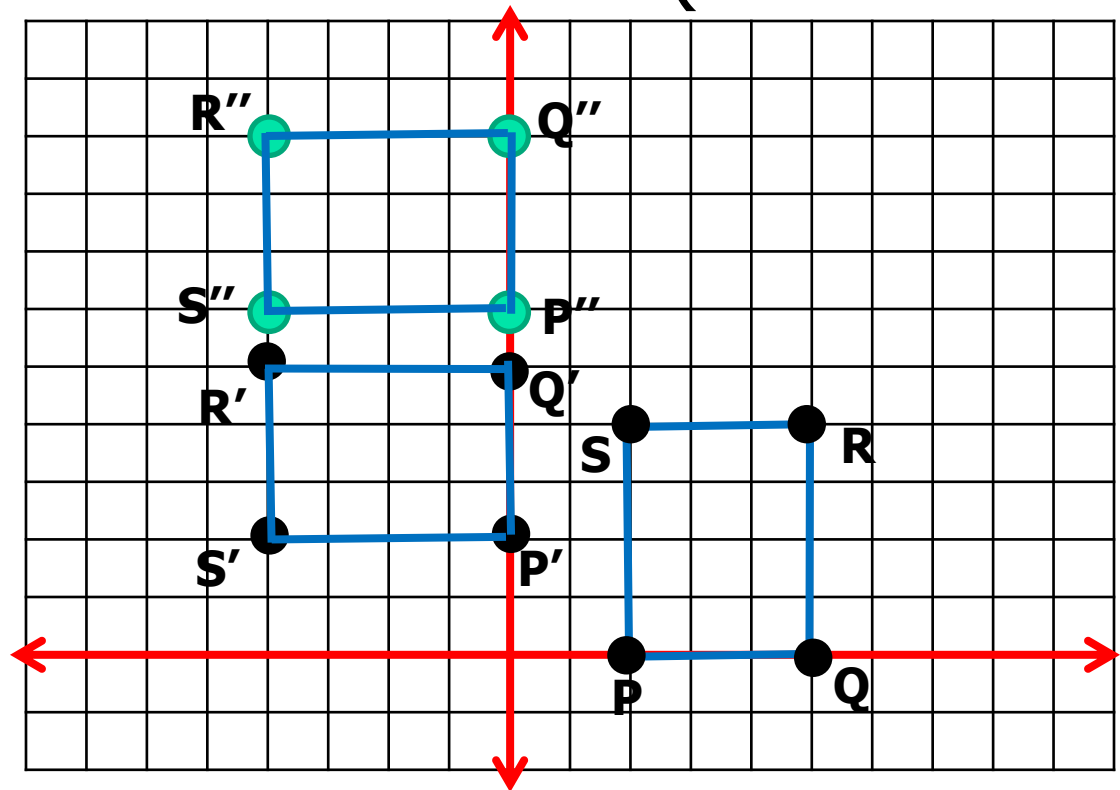
$$S'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $S'' = (-4, 6)$

Jawaban Latihan 1:

Jadi semua Titik-titik hasil translasi (setelah rotasi):

- $P'' = (0, 6)$
- $Q'' = (0, 9)$
- $R'' = (-4, 9)$
- $S'' = (-4, 6)$





Jawaban Latihan 1

d. Titik-titik hasil akhir transformasi dari keempat titik sudut persegi panjang awalnya

$$P' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $P' = (0, 6)$

$$Q' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $Q' = (0, 9)$



Jawaban Latihan 1

d. Titik-titik hasil akhir transformasi dari keempat titik sudut persegi panjang awalnya

$$R'' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $R' = (-4, 9)$

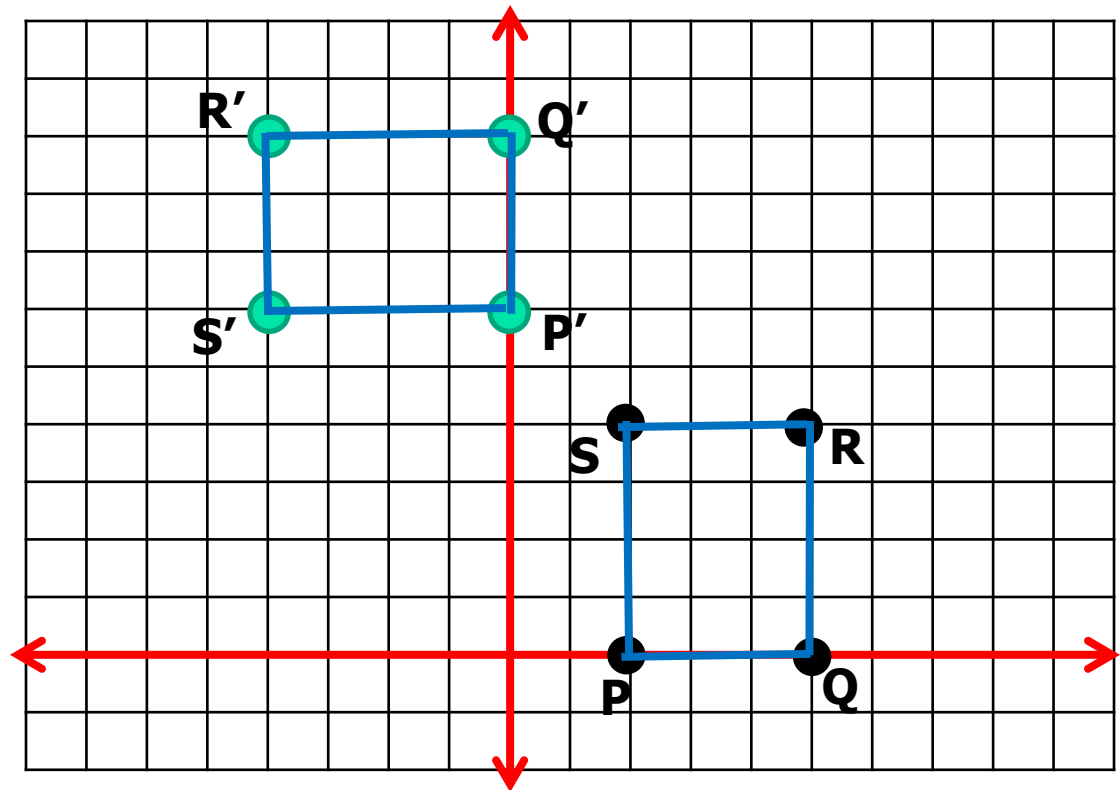
$$S'' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi titik $S' = (-4, 6)$

Jawaban Latihan 1:

Jadi semua Titik-titik hasil akhir transformasi:

- $P' = (0, 6)$
- $Q' = (0, 9)$
- $R' = (-4, 9)$
- $S' = (-4, 6)$





Contoh 2

Diketahui sebuah persegi panjang **KLMN** yang titik-titik sudutnya sebagai berikut **K**(0, 5), **L**(5, 5), **M**(5, 8) dan **N**(0, 8). Persegi panjang **KLMN** tersebut ditransformasikan secara berurutan sebagai berikut :

- diputar 90° berlawanan arah jarum jam dengan pusat putarnya di titik $O(0, 0)$,
 - diperbesar 2 kali ke arah sumbu Y
 - ditranslasi 7 satuan ke bawah dan 12 satuan ke kanan,
- a. Tentukan matriks komposisinya.
 - b. Tentukan keempat titik sudut persegi panjang KLMN dari hasil akhir transformasi tersebut.
 - c. Gambarkan persegi panjang dari hasil akhir transformasi tersebut.



Tugas 4 :

- Diketahui sebuah persegi panjang **ABCD** yang titik-titik sudut **A(2, 0)**, **B(5, 0)**, **C(5, 4)** dan **D(2, 4)**. Persegi panjang **ABCD** tersebut ditransformasikan pertama dengan **didilatasi 2 satuan keatas** lalu dilanjutkan lagi dengan **translasi 3 satuan ke atas dan 2 satuan ke kanan**, kemudian dilanjutkan dengan **dirotasi 90^0 berlawanan arah jarum jam terhadap titik putar titik O(0,0)**. Tentukan :
 - a. Matriks Dilatasi, Rotasi, Translasi dan Komposisi !
 - b. Titik-titik hasil akhir transformasi dari keempat titik sudut persegipanjang dan
 - c. gambarkan objek hasil akhir transformasinya !



Notes :
