PERSAMAAN LINEAR SIMULTAN

4

Mengenai :

1. Sistem Persamaan Linear
2. Metode Eliminasi Gauss
3. Metode Gauss Jordan
4. Metode Eliminasi Gauss menggunakan Python
5. Metode Gauss Jordan menggunakan Python

Pendahuluan

Pada semester sebelumnya, dijelaskan bahwa solusi persamaan linear adalah sejumlah nilai (persamaan linear) untuk variabel-variabel yang tidak diketahu i. Variabel tersebut merupakan suatu variabel bebas yang mempunyai orde (pangkat) satu, misalnya bentuk persamaan $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$, dengan x_1, x_2, dan x_3 sebagai variabel bebasnya.

Namun, apabila persamaannya lebih dari satu dan diselesaikan secara bersamaan, persamaan itu akan disebut persamaan linear simultan. Jadi, suatu sistem dengan n buah persamaan (Pn), dengan tiap persamaan yang merupakan fungsi dari x_1, x_2, ..., x_n, dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{array}{l} \mathbf{P1} : a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = c_1 \\ \mathbf{P2} : a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = c_2 \\ \quad \vdots \qquad\qquad \cdots \qquad\qquad \vdots \\ \mathbf{Pn} : a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = c_n \end{array}$$

(Persamaan 4.1)

Bentuk Persamaan 4.1 secara lebih umum dapat dituliskan menjadi

$$
\begin{aligned}
f_1\,(x_1\,, x_2\,, \ldots\,, x_n) &= c_1 \\
f_2\,(x_1\,, x_2, \ldots, x_n) &= c_2 \\
\vdots \qquad \cdots \qquad &\vdots \\
f_n\,(x_1\,, x_2\,, \ldots\,, x_n) &= c_n
\end{aligned}
$$

(Persamaan 4.2)

Pada persamaan linear simultan, nilai dari a, c merupakan konstanta yang diketahui harganya dan n adalah jumlah persamaannya. Persamaan simultan tersebut dapat diselesaikan jika jumlah persamaan (n) dan jumlah bilangan yang tidak diketahui $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sama besar.

4.1 Sistem Persamaan Linear

Berdasarkan uraian di atas, sistem persamaan linear dapat ditulis dalam bentuk matriks. Misal diketahui SPL sebagai berikut :

$$
\begin{aligned}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{13} x_3 &= c_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{23} x_3 &= c_2 \\
a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + \cdots + a_{33} x_3 &= c_3
\end{aligned}
$$

(Persamaan 4.1.1)

Maka berubah menjadi,

$$
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \text{ atau } \mathbf{A} \,.\, \mathbf{x} = \mathbf{c}
$$

(Persamaan 4.1.2)

Contoh 4.1

Misalnya ada sistem persamaan linier yang terdiri dari empat buah persamaan yaitu P1, P2, P3 dan P4 seperti berikut ini :

$$
\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 - x_3 &= 5 \\
x_1 - 5x_2 + 2x_3 &= 7 \\
x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3 \\
x_1 - 3x_2 - x_3 &= 5
\end{aligned}
$$

Persamaan yang dapat dibentuk dalam matriks adalah

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

4.2 Metode Eliminasi Gauss

Metode eliminasi Gauss adalah salah satu metode yang paling awal dan banyak digunakan dalam penyelesaian sistem persamaan linear. Prosedur penyelesaian dari metode ini adalah mengurangi sistem persamaan ke dalam bentuk segitiga atas. Bentuk segitiga diselesaikan dengan penambahan dan pengurangan dari beberapa persamaan, setelah persamaan tersebut dikalikan dengan suatu faktor (konstan).

Pada metode ini, persamaan linear simultan ditunjukkan menjadi

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & c_3 \end{array}\right]$$

(Persamaan 4.2.1)

Selanjutnya, Persamaan 4.2.1 akan diubah ke dalam bentuk segitiga atas dimana elemen di bawah diagonal nilainya sama dengan nol

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & c_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & c'_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & c''_3 \end{array}\right]$$

(Persamaan 4.2.2)

Pada metode eliminasi Gauss, kedua persamaan di atas disebut tahap eliminasi maju (*forward elimination)*. Selanjutnya, tahap tersebut diikuti dengan tahap subtitusi balik *(back substitution)* dengan bentuk persamaan sebagai berikut :

$$x_3 = \frac{c''_3}{a''_{33}}$$

$$x_2 = \frac{(c'_2 - a'_{23}x_3)}{a'_{22}}$$

$$x_1 = \frac{(c_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3)}{a_{11}}$$

(Persamaan 4.2.3)

Misal diketahui SPL sebagai berikut :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = c_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c_2$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = c_3$$

Dipandang dari 3 persamaan dengan 3 bilangan yang tak diketahui. Sehingga beberapa tahapannya adalah sebagai berikut :

1. Persamaan pertama dari sistem dibagi koefisien pertama dari persamaan pertama yaitu a_{11}.
2. Persamaan tersebut dikalikan koefisien pertama dari persamaan kedua.
3. Persamaan kedua dikurangi persamaan pada langkah kedua dan seterusnya sehingga membentuk matriks segitiga atas.
4. Lakukan eliminasi dan subtitusi untuk memperoleh nilai-nilai variabelnya.

Contoh 4.2

Tentukan sistem persamaan linear berikut dengan metode eliminasi Gauss!

$3x_1 + x_2 - x_3 = 5$ **… (1)**

$4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 20$ **… (2)**

$2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 10$ **… (3)**

Jawab :

- **<u>Perhitungan Manual</u>**
  - Buat x_1 menjadi variabel dengan koefisien 1

    $x_1 + \frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = \frac{5}{3}$ **… (4)**
  - Persamaan (4) dikali dengan koefisien x_1 dari persamaan (2)

    $4x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{4}{3}x_3 = \frac{20}{3}$ **… (5)**

- Kurangi Persamaan (5) dengan Persamaan (2)

$$4x_1 + \frac{4}{3}x_2 - \frac{4}{3}x_3 = \frac{20}{3} \text{ ... (5)}$$
$$4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 20 \text{ ... (2)} \quad -$$
$$-\frac{\mathbf{17}}{\mathbf{3}}\mathbf{x_2} + \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}\mathbf{x_3} = \frac{\mathbf{-40}}{\mathbf{3}} \text{ ... (6)}$$

- Persamaan (4) dikali dengan koefisien x_1 dari persamaan (3)

$$2x_1 + \frac{2}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 = \frac{10}{3} \text{ ... (7)}$$

- Kurangi Persamaan (7) dengan Persamaan (3)

$$2x_1 + \frac{2}{3}x_2 - \frac{2}{3}x_3 = \frac{10}{3} \text{ ... (7)}$$
$$2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 10 \text{ ... (3)} \quad -$$
$$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}\mathbf{x_2} - \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{3}}\mathbf{x_3} = \frac{\mathbf{-20}}{\mathbf{3}} \text{ ... (8)}$$

Sehingga diperoleh,

$$-\frac{17}{3}x_2 + \frac{5}{3}x_3 = \frac{-40}{3} \quad | \; \mathbf{X\ 3} \; | -17x_2 + 5x_3 = -40 \text{ ... (6)}$$
$$\frac{8}{3}x_2 - \frac{17}{3}x_3 = \frac{-20}{3} \; | \; \mathbf{X\ 3} \; | \; 8x_2 - 17x_3 = -20 \text{ ... (8)}$$

- Eliminasi Persamaan (6) dan (8)

$$-17x_2 + 5x_3 = -40 \quad | \; \mathbf{X}\ 17 \; | -289x_2 + 85x_3 = -680 \text{ ... (9)}$$
$$8x_2 - 17x_3 = -20 \quad | \; \mathbf{X}\ \text{-}5 \; | \; -40x_2 + 85x_3 = 100 \text{ ... (10)} \quad -$$
$$(-289x_2 - (-40))\ x_2 = -680 - 100$$
$$-249\ x_2 = -780$$
$$\mathbf{x_2 = 3.13}$$

- Substitusikan nilai x_2 pada persamaan (9)

$$-289x_2 + 85x_3 = -680 \text{ ... (9)}$$
$$x_3 = \frac{-680 + 289(3.13)}{85}$$
$$\mathbf{x_3 = 2.65}$$

- Substitusikan nilai x_3 dan x_2 pada persamaan (4)

$$x_1 + \frac{1}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = \frac{5}{3}$$
$$x_1 = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}(3.13) + \frac{1}{3}(2.65)$$
$$\mathbf{x_1 = 1.506}$$

4.3 Metode Gauss Jordan

Metode Gauss Jordan hampir sama dengan metode eliminasi Gauss, hanya saja matriks elemen diubah menjadi matriks identitas I dengan mengeleminasi bilangan tak diketahui dari semua persamaan. Metode Gauss Jordan, selain untuk menyelesaikan sistem persamaan linear, juga dapat digunakan untuk menghitung matriks inversi.

Berikut merupakan contoh persamaan metode Gauss Jordan :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & | \; c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & | \; c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & | \; c_3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | c_1' \\ 0 & 1 & 0 & | c_2' \\ 0 & 0 & 1 & | c_3' \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & | c_1' \\ 0 & x_2 & 0 & | c_2' \\ 0 & 0 & x_3 & | c_3' \end{bmatrix}$$

(persamaan 4.3.1)

Sehingga terbentuk :

$$x_1 = c_1'$$
$$x_2 = c_2'$$
$$x_3 = c_3'$$

Berikut algoritma penyelesaian SPL dengan metode Gauss Jordan :

1. Buat elemen a_{11} menjadi variabel dengan koefisien 1 dengan membagi baris (1) dengan a_{11}. Kemudian, buat a_{21} dan a_{31} pada persamaan menjadi 0.
2. Buat elemen a_{22} menjadi 1 dengan membagi baris ke (2) dengan a_{22}. Kemudian, buat a_{12} dan a_{32} menjadi 0.
3. Buat elemen a_{33} menjadi 1 dengan membagi baris ke (3) dengan a_{33}. Kemudian, buat elemen a_{13} dan a_{23} menjadi 0. Sehingga matriksnya menjadi matriks identitas dan diperoleh nilai dari variabel-variabelnya.

Contoh 4.3

Tentukan sistem persamaan linear berikut dengan metode Gauss Jordan!

$3x_1 + x_2 - x_3 = 5$ **... (1)**

$4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 20$ **... (2)**

$2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 10$ **... (3)**

Jawab :

- **Perhitungan Manual**

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & 7 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

  - Buat elemen a_{11} menjadi variabel dengan koefisien 1. Caranya adalah bagi baris (1) dengan a_{11} yaitu 3.

$$\begin{bmatrix} 3/3 & 1/3 & -1/3 \\ 4 & 7 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/3 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0.333 & -0.333 \\ 4 & 7 & -3 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.667 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

  - Kemudian, buat a_{21} dan a_{31} pada persamaan di atas menjadi 0, dengan cara baris ke (1) dikali dengan elemen a_{21} yaitu 4, kemudian **baris (2)** dikurangi baris ke (1) hasil perkalian tadi. Lakukan hal yang sama untuk **baris ke (3)** dengan a_{31} yaitu 2.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.333 & -0.333 \\ 4-(4x1) & 7-(4x0.333) & -3-(4x(-0.333)) \\ 2-(2x1) & -2-(2x0.333) & 5-(2x(-0.333)) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.667 \\ 20-(4x1.667) \\ 10-(2x1.667) \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.333 & -0.333 \\ 0 & 5.668 & -1.668 \\ 0 & -2.666 & 5.666 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.667 \\ 13.332 \\ 6.666 \end{bmatrix}$$

  - Buat elemen a'_{22} pada persamaan di atas menjadi 1. Caranya adalah bagi baris ke (2) pada persamaan tersebut dengan a'_{22} yaitu 5.668.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.333 & -0.333 \\ 0/5.668 & 5.668/5.668 & -1.668/5.668 \\ 0 & -2.666 & 5.666 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.667 \\ 13.332/5.668 \\ 6.666 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.333 & -0.333 \\ 0 & 1 & -0.294 \\ 0 & -2.666 & 5.666 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.667 \\ 2.352 \\ 6.666 \end{bmatrix}$$

  - Kemudian, buat a'_{12} dan a'_{32} pada persamaan di atas menjadi 0, dengan cara baris ke (2) dikali dengan elemen a'_{12} yaitu 0.333, kemudian **baris ke (1)** dikurangi baris ke (2) hasil perkalian tadi. Lakukan hal yang sama untuk **baris ke (3)** dengan a'_{32} yaitu -2.666.

$$\begin{bmatrix} 1-(0.333x0) & 0.333-(0.333\text{x}1) & -0.333-(0.333\text{x}(-0.294)) \\ 0 & 1 & -0.294 \\ 0-(-2.666\text{x}0) & -2.666-(-2.666\text{x}1) & 5.666-(-2.666\text{x}(-0.294)) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.667-(0.333\text{x}2.352) \\ 2.352 \\ 6.666-(-2.666\text{x}2.352) \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.235 \\ 0 & 1 & -0.294 \\ 0 & 0 & 4.883 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.884 \\ 2.352 \\ 12.936 \end{bmatrix}$$

- Buat elemen a''_{33} pada persamaan di atas menjadi 1. Caranya adalah bagi baris ke (3) pada persamaan tersebut dengan a''_{33} yaitu 4.883.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.235 \\ 0 & 1 & -0.294 \\ 0/4.883 & 0/4.883 & 4.883/4.883 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.884 \\ 2.352 \\ 12.936/4.883 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.235 \\ 0 & 1 & -0.294 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.884 \\ 2.352 \\ 2.649 \end{bmatrix}$$

- Kemudian, buat a''_{13} dan a''_{23} pada persamaan di atas menjadi 0, dengan cara baris ke (3) dikali dengan elemen a''_{13} yaitu -0.235, kemudian **baris ke (1)** dikurangi baris ke (3) hasil perkalian tadi. Lakukan hal yang sama untuk **baris ke (2)** dengan a''_{23} yaitu -0.294.

$$\begin{bmatrix} 1-(-0.235\text{x}0) & 0-(-0.235\text{x}0) & -0.235-(-0.235\text{x}1) \\ 0-(-0.294\text{x}0) & 1-(-0.294\text{x}0) & -0.294-(-0.294\text{x}1) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.884-(-0.235\text{x}2.649) \\ 2.352-(-0.294\text{x}2.649) \\ 2.649 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1.507} \\ \mathbf{3.132} \\ \mathbf{2.649} \end{bmatrix}$$

4.4 Metode Eliminasi Gauss menggunakan Python

Kita juga dapat menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linear simultan dengan menerapkan metode eliminasi Gauss kedalam kode Python. Untuk implementasi eliminasi Gauss pada permasalahan contoh 4.2 di atas kita dapat amati pada listing program 4.1 berikut ini.

```
# Mengimpor library numpy dan memberikan alias np
import numpy as np

def gauss_eleminasi(m,k):
    n = len(k)

    # eleminasi
    for p in range(0, n-1):
        for q in range(p+1, n):
             if m[q,p] != 0.0:
                kons = m[q,p]/m[p,p]
                m[q,p+1:n] = m[q,p+1:n] - kons*m[p,p+1:n]
                k[q] = k[q] - kons*k[p]

    # subtitusi balik
    for p in range(n-1, -1, -1):
        k[p] = (k[p] - np.dot(m[p,p+1:n],k[p+1:n]))/m[p,p]
    return k

# Mendefinisikan matriks
M = np.array([[3, 1, -1],
              [4, 7, -3],
              [2, -2, 5]], float)
L = np.array([5, 20, 10], float)

# Mencetak hasil
print("Matriks persegi [m]")
print(M)
print("Matriks [l]")
print(L)
print("Solusi [k]")
print(gauss_eleminasi(M,L))
```

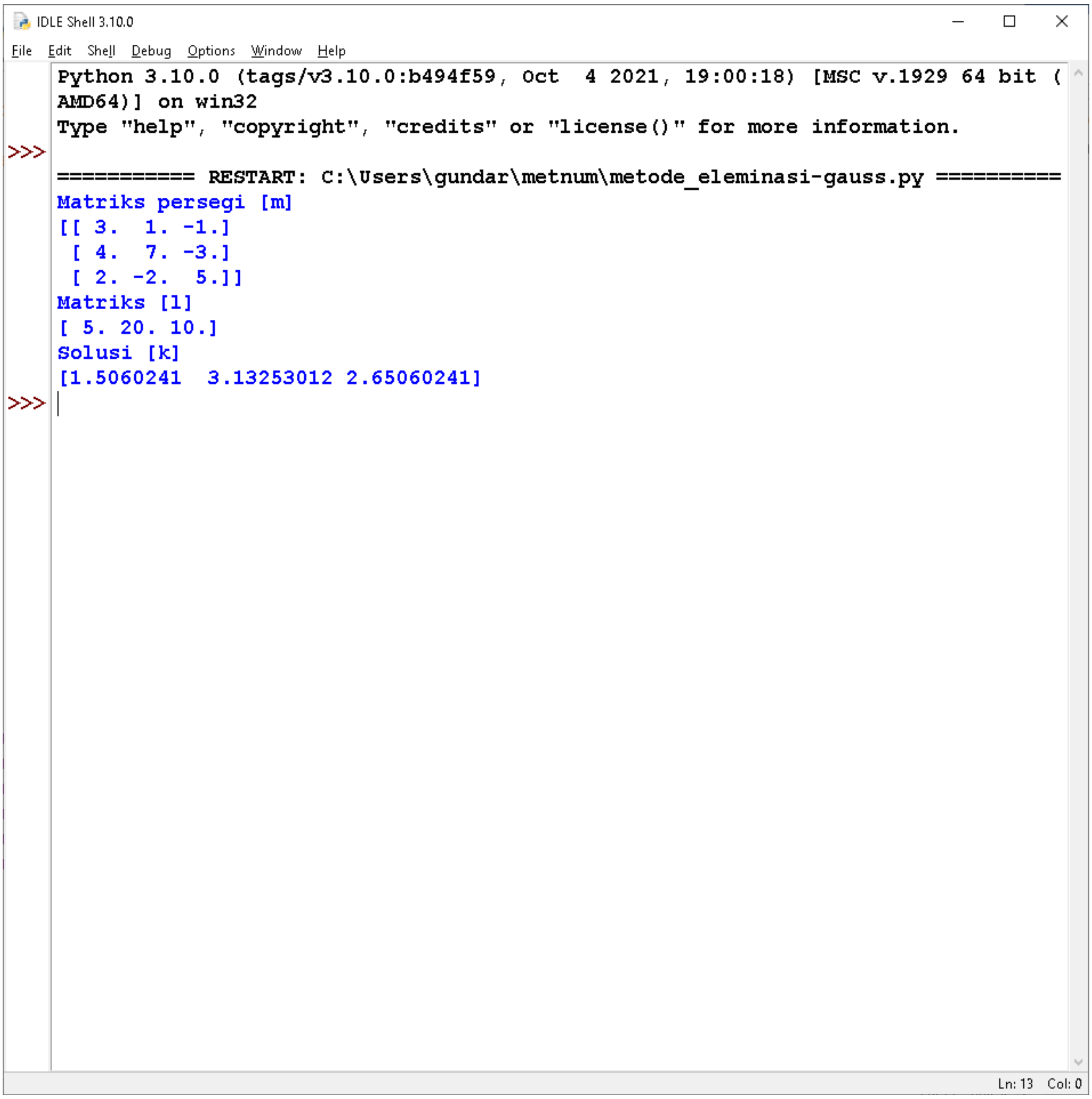
Listing program 4.1: Listing program metode_eliminasi-gauss.py metode_eleminasi-gauss.py - C:\Users\gundar\metnum\metode_eleminasi-gauss.py (3.10.0)

File Edit Format Run Options Window Help

```python
# Mengimpor library numpy dan memberikan alias np
import numpy as np

def gauss_eleminasi(m,k):
    n = len(k)

    # eleminasi
    for p in range(0, n-1):
        for q in range(p+1, n):
            if m[q,p] != 0.0:
               kons = m[q,p]/m[p,p]
               m[q,p+1:n] = m[q,p+1:n] - kons*m[p,p+1:n]
               k[q] = k[q] - kons*k[p]

    # subtitusi balik
    for p in range(n-1, -1, -1):
        k[p] = (k[p] - np.dot(m[p,p+1:n],k[p+1:n]))/m[p,p]
    return k

# Mendefinisikan matriks
M = np.array([[3, 1, -1],
              [4, 7, -3],
              [2, -2, 5]], float)
L = np.array([5, 20, 10], float)

# Mencetak hasil
print("Matriks persegi [m]")
print(M)
print("Matriks [l]")
print(L)
print("Solusi [k]")
print(gauss_eleminasi(M,L))
```

Ln: 33 Col: 0

Gambar 4.1: Gambar listing program metode_eleminasi-gauss.py pada Python



Gambar 4.2: Gambar output program metode_eleminasi-gauss.py pada Python

4.5 Metode Gauss Jordan menggunakan Python

Kita juga dapat menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linear simultan dengan menerapkan metode Gauss Jordan kedalam kode Python. Untuk implementasi Gauss Jordan pada permasalahan contoh 4.3 di atas kita dapat amati pada listing program 4.2 berikut ini.

```
import numpy as np
A = np.array([[3, 1, -1],
[4, 7, -3],
[2, -2, 5]],float)
B = np.array([[5],
              [20],
              [10]], float)
AB = np.hstack([A, B])
print("Persamaan yang dibentuk dalam matrik:",AB)

n = len(B)
for p in range(0, n-1):
    for q in range(p + 1, n):
        if AB[q,p] != 0.0:
            lam= AB[p,p] / AB[q,p]
            AB[q] = AB[p] - lam * AB[q]
print("\nEliminasi Gauss:\n", AB)

for p in range(n-1, -1, -1):
    AB[p] = abs(AB[p] / AB[p, p])
    for q in range(p -1, -1, -1):
        if AB[q,p] != 0.0:
            lam = AB[p, p] / AB[q, p]
            AB[q] = AB[p] - lam * AB[q]
print("\nSubtitusi:\n",AB)

hasil = AB[:,3]
print("\nHasil:\n[X, Y, Z]=",hasil)
```

Listing program 4.2: Listing program metode_eleminasi-gauss Jordan.py metode_eleminasi-gauss jordan.py - C:/Users/gundar/metnum/Metode Numerik/metode_eleminasi-gauss jordan.py (3.10.0)

File Edit Format Run Options Window Help

```
import numpy as np
A = np.array([[3, 1, -1],
              [4, 7, -3],
              [2, -2, 5]],float)
B = np.array([[5],
             [20],
             [10]], float)
AB = np.hstack([A, B])
print("Persamaan yang dibentuk dalam matrik:",AB)

n = len(B)
for p in range(0, n-1):
    for q in range(p + 1, n):
        if AB[q,p] != 0.0:
            lam= AB[p,p] / AB[q,p]
            AB[q] = AB[p] - lam * AB[q]
print("\nEliminasi Gauss:\n", AB)

for p in range(n-1, -1, -1):
    AB[p] = abs(AB[p] / AB[p, p])
    for q in range(p -1, -1, -1):
        if AB[q,p] != 0.0:
            lam = AB[p, p] / AB[q, p]
            AB[q] = AB[p] - lam * AB[q]
print("\nSubtitusi:\n",AB)

hasil = AB[:,3]
print("\nHasil:\n[X, Y, Z]=",hasil)
```

Ln: 29 Col: 0

Gambar 4.3: Gambar listing program metode_eleminasi-gauss Jordan.py

IDLE Shell 3.10.0

File Edit Shell Debug Options Window Help

```
Python 3.10.0 (tags/v3.10.0:b494f59, Oct  4 2021, 19:00:18) [MSC v.1929 64 bit (
AMD64)] on win32
Type "help", "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>>
= RESTART: C:/Users/gundar/metnum/Metode Numerik/metode_eleminasi-gauss jordan.p
y
Persamaan yang dibentuk dalam matrik: [[ 3.  1. -1.  5.]
 [ 4.  7. -3. 20.]
 [ 2. -2.  5. 10.]]

Eliminasi Gauss:
 [[  3.        1.       -1.        5.      ]
 [  0.       -4.25      1.25    -10.      ]
 [  0.        0.       -7.78125 -20.625   ]]

Subtitusi:
 [[1.         0.         0.         1.5060241 ]
 [0.         1.         0.         3.13253012]
 [0.         0.         1.         2.65060241]]

Hasil:
[X, Y, Z]= [1.5060241  3.13253012 2.65060241]
>>>
```

Ln: 21 Col: 0

Gambar 4.4: Output metode_eliminasi-gauss Jordan.py

Referensi

Paulus, E. d. (2018). *Perangkat Komputasi Numerik SCILAB Berbasis Open-Source: Algoritma dan Penerapannya.* Yogyakarta: Deepublish.

Rosidi, M. (2019, Desember 23). *Metode Numerik Menggunakan R Untuk Teknik Lingkungan.* From https://bookdown.org/

Sanjaya WS, M. (2015). *Metode Numerik Berbasis Python.* Yogyakarta: Penerbit Gava Media.

Sasongko, B. S. (2010). *Metode Numerik dengan Scilab.* Yogyakarta: Penerbit ANDI.

Sholihun, & Fatomi, Z. S. (2021). *Pemrograman dan Komputasi Numerik Menggunakan Python.* Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

Triatmodjo, B. (2006). *Metode Numerik.* Yogyakarta: Betta Offset.