

図1 1.1.(a) の描画結果

1.1 (a)

$$p(y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2^2}} \exp\left\{\frac{(y-1)^2}{2 \cdot 2^2}\right\} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2^2}} \exp\left\{\frac{(y-2)^2}{2 \cdot 2^2}\right\}$$
(1)

#%%

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

#%%

x = np.linspace(-10, 10, 1000)

 $y1 = norm_dist(x, 1, 2)$

 $y2 = norm_dist(x, 2, 2)$

y = 1/2 * y1 + 1/2 * y2

plt.plot(x, y)

plt.show()

1.1(b)

$$Pr(\theta = 1|y = 1) = \frac{Pr(\theta = 1)Pr(y = 1|\theta = 1)}{Pr(y = 1)}$$
(2)

$$Pr(\theta = 1|y = 1) = \frac{Pr(\theta = 1)Pr(y = 1|\theta = 1)}{Pr(y = 1)}$$

$$= \frac{\exp(-\frac{(1-1)^2}{2 \cdot 2^2})}{\exp(-\frac{(1-1)^2}{2 \cdot 2^2}) + \exp(-\frac{(1-2)^2}{2 \cdot 2^2})}$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(-0.125)} = 0.531$$
(2)

$$=\frac{1}{1+\exp(-0.125)}=0.531\tag{4}$$

1.1(c)

1.1(b)同様の式展開により、

$$\Pr(\theta = 1|y) = \frac{\exp(-\frac{(y-1)^2}{2\sigma^2})}{\exp(-\frac{(y-1)^2}{2\sigma^2}) + \exp(-\frac{(y-2)^2}{2\sigma^2})}$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(-\frac{-2y+3}{2\sigma^2})}$$
(6)

 $f(x)=1/(1+\exp(-rac{x}{\sigma}))$ のグラフのスケールを変えて描画してみると、hetaの事後分布は σ が小さくなるほ ど0か1の両極端な分布となり、大きくなるほど $\Pr(\theta=1|\mathbf{y})=\Pr(\theta=2|\mathbf{y})=0.5$ と偏りのない分布に近づく ことがわかる。

#%%

import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt

```
def func(x: np.ndarray, sigma: float) -> np.ndarray:
    return 1 / (1 + np.exp(-x / sigma))
```

#%%

x = np.linspace(-10, 10, 1000)

y1 = func(x, 0.01)

y2 = func(x, 0.1)

y3 = func(x, 10)

y4 = func(x, 100)

plt.plot(x, y1, label="sigma=0.01")

plt.plot(x, y2, label="sigma=0.1")

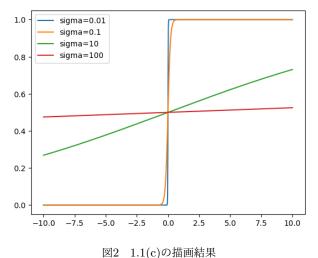
plt.plot(x, y3, label="sigma=10")

plt.plot(x, y4, label="sigma=100")

plt.legend()

plt.show()

1.6



$$\Pr(-$$
 卵性双生児|男同士の双子である $) = \frac{\Pr(-$ 卵性双生児かつ男同士である $)}{\Pr($ 男同士の双子である $)} =$ (7)

$$\frac{\Pr(-卵性双生児かつ男同士である)}{\Pr(-卵性双生児の男同士) + \Pr(二卵性双生児の男同士)} \tag{8}$$

$$=\frac{\Pr(-\mathfrak{M} \notin \mathbb{X} \oplus \mathbb{H}) \cdot 1/2}{\Pr(-\mathfrak{M} \notin \mathbb{X} \oplus \mathbb{H}) \cdot 1/2 + \Pr(-\mathfrak{M} \notin \mathbb{X} \oplus \mathbb{H}) \cdot 1/4} = \frac{1/300}{1/300 + 1/125 \cdot 1/2} = 0.455 \tag{9}$$

よって45.5%。

1.7

箱を変える場合は

 $\Pr($ 豪華な商品を得る|箱を変える) = $\frac{\Pr($ 箱を変える、かつ豪華な商品を得る)}{(なさまえる)} = 2/3. Pr(箱を変える)

∵ 豪華な商品の箱への入り方3通りと最初の箱を選ぶ3通りを併せて合計9通りの組み合わせを考えると、豪 華な商品を選ぶ確率は、最初に豪華な商品の箱を選ばなかったときのみ = (9-3)/9 = 6/9 = 2/3.

箱を変えない場合は反対に、最初に豪華な商品の箱を選んだときのみ得られるため、

 $\Pr($ 豪華な商品を得る|箱を変えない $) = \frac{\Pr($ 箱を変えない、かつ豪華な商品を得る $)}{\Pr($ Pr(箱を変えない) 1.8

- (a) Aが観察したサイコロの目の手順にたまたま6が多かったら、 $P(E|I_A) > 1/6$ とするのが妥当だろう。 しかし、Bは知識を持っていないので、 $P(E|I_B) = 1/6$ と推定するだろう。
- (b) Aは無知なので、ワールドカップの出場国数をNとすると $P(E|I_A)=1/N$ と推定するが、一方でBは ブラジルが過去に優れた戦績を挙げているという情報をもとに、 $P(E|I_B)$ を1/N よりもはるかに大きい値に 設定することが予想される。