自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

密……封……线

东 南 大 学 考 试 试 卷 (A 卷)

课程名称 数值分析 考试学期 15-16学年秋学期 得分________

适用专业 各专业工学研究生 考试形式 闭卷 考试时间长度 150分钟

(可带计算器)

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分									
批阅人									

1. (10分) 设$f(x,y)=xe^y-2x^2$. 已知$x=0.722, y=2.641$均为有效数字. 求由以上数据计算$f(x,y)$近似值时的相对误差限，并分析此近似值至少具有几位有效数字.

2. (10分) 给定方程$x^3-2x^2-5=0$.

   (1) 讨论该方程有几个实根;

   (2) 构造迭代格式求出该方程的最大实根, 精确至4位有效数;

   (3) 分析所构造迭代格式的收敛性.

线

封

密

3. (10分) 用Gauss消去法求解线性方程组

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. (10分) 给定线性方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(1) 写出求解该方程组的Gauss-Seidel迭代格式；

(2) 分析该迭代格式的收敛性.

5. (12分) 已知

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2
$f'(x)$	-1			

试构造满足以上插值条件的分段二次多项式$H(x)$, 使$H(x)$在$[0,3]$上一阶导数连续.

线

封

密

6. (12分) 设$q(x)$是任意的一次多项式. 证明

$$\int_{-1}^{1}\left[x^3-q(x)\right]^2\mathrm{d}x \geq \frac{8}{175}.$$

7. (12分) 设$f(x) \in C^6[-1,1]$. $I(f)=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$. 给定求积公式

$$I_N(f)=Af(-1)+Bf(0)+Cf(1)+Df'(-1)+Ef'(1),$$

其中A,B,C,D,E为待定常数.

(1) 求常数A,B,C,D,E使求积公式$I_N(f)$具有尽可能高的代数精度;

(2) 试给出截断误差$I(f)-I_N(f)$形如$cf^{(q)}(\xi)$的表达式，其中$\xi \in (-1,1)$;

(3) 根据$I_N(f)$给出一个计算积分$\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$的数值积分公式.

线

封

密

8. (12分) 给定常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x, y), \quad a \le x \le b, \\ y(a) = \eta. \end{cases}$$

取正整数 n, 并记 $h = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$, $0 \le i \le n$. 试确定参数α, β 使求解公式

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + \alpha h k_2 \\ k_1 = f(x_i, y_i) \\ k_2 = f(x_i + \beta h, y_i + \beta h k_1) \end{cases}$$

具有二阶精度，并给出局部截断误差的表达式.

密 封 线

9. (12分) 给定如下椭圆边值问题:

$$\begin{cases} -\Big(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\Big)=f(x,y),\ (x,y)\in\Omega, \\ u(x,y)|_{\partial\Omega}=\phi(x,y) \end{cases}$$

其中$\Omega=(0,1)\times(0,1)$.

(1) 取正整数M, 记步长$h=1/M, x_i=ih, y_j=jh, 0\le i,j\le M$. 试建立一个求解此问题的差分格式，并给出截断误差表达式.

(2) 取$M=3, \phi(x,y)=0, f(x,y)=-9(x+y)$. 应用所建立的差分格式计算$u(x_1,y_1)$, $u(x_2,y_1)$, $u(x_1,y_2)$, $u(x_2,y_2)$ 的近似值.