数值分析复习知识点

注意：

（1）是闭卷考试，不能带如何与考试有关的书籍纸张等，作弊的代价很大；

（2）带计算器等；

（3）周三上课是“无锡01班”，周四上课的“无锡03班”，不要弄错，走错考场。

第一章 绪论

1. 误差的基本概念：

   绝对误差与绝对误差限；相对误差与相对误差限；有效数字；

   *数据误差对函数值的影响(四则运算的误差估计)

2. 数值稳定性：

   *算法的数值稳定性.

3. 机器数系不作要求.

第二章 非线性方程的解法

1*. 有根区间的概念，求有根区间的方法.

2*. 简单迭代法：

(1) 迭代格式的构造；迭代格式收敛定理：Thm2.2.1-2.2.2

(2) 迭代格式的局部收敛性，局部收敛定理：Thm2.2.3-2.2.4

3*. Newton法：

(1) 迭代格式的构造及收敛性；

(2) 大范围收敛定理；

(3) Newton法的几种变形形式（重根处理，割线法）.

第三章 线性方程组数值解法

范数连续性和等价性的证明不作要求、$\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_\infty, \|\cdot\|_2$计算公式的证明不作要求、SOR迭代格式不要求记. 此外注意以下问题：

1**. 列主元Gauss消去法⟸Gauss消去法; 追赶法.

2. 向量与矩阵范数的概念和性质，常用范数的计算公式，谱半径，条件数，方程组的性态分析.

3**. 迭代法：

(1) 一般迭代格式的收敛性定理（Thm3.5.1-2）;

(2) Jacobi与Gauss-Seidel 迭代格式（至少能写出分量形式）及收敛性定理；

4. §3.3直接分解法、§3.6 幂法与反幂法，只做简单了解.

第四章 多项式插值与函数最佳逼近

插值多项式余项定理的证明不要求；不能完全用待定系数方法求插值多项式；了解三次样条插值推导思想但不要求记；会求最佳一致逼近多项式和最佳平方逼近多项式. 此外注意以下问题：

1** Lagrange插值、Newton插值、Hermite插值:

(1) 插值多项式的求法；

(2) 插值余项的表达式；

(3) （重节点）差商的性质及计算；

(4) 利用插值余项分析插值多项式的误差。

2* 高次插值的缺点与**分段插值**.

3. §5 三次样条插值，只作简单了解.

4**. 最佳一致逼近：

(1) 线性赋范空间的概念，线性赋范空间中逼近的概念；

(2) *最佳一致逼近的概念；

(3) ** 最佳一致逼近的特征定理Thm4.7.2

(4) ** 凹凸函数的一次最佳一致逼近多项式的求法.

5**. 最佳平方逼近：

(1) 内积空间的概念，内积空间中Cauchy-Schwarz 不等式；

(2) *最佳平方逼近的概念；

(3) ** 连续函数的最佳平方的求法；

(4) ** 离散时间的最佳平方逼近的求法；

(5) ** 超定方程组的最小二乘解解法.

第五章 数值解法与数值微分

Cotes公式及复化Cotes公式不要求记; 三点及三点以上的Gauss公式不要求记; Gauss求积公式的收敛性和稳定性不作要求. 此外注意以下问题：

1*. 插值型求积公式：

(1) 插值型求积公式概念、插值型求积公式的截断误差公式；

(2) * 代数精度的概念；

(3) 了解插值型求积公式与代数精度的的关系；

(4) * 掌握并会应用推导梯形公式与Simpson公式截断误差表达式方法；

(5) 掌握梯形公式与Simpson公式.

2. 掌握复化求积的思想和方法，会推导复化梯形公式及复化Simpson公式及其截断误差（先验误差和后验误差）.

3. 会应用Romberg求积方法.

4*. Gauss 求积公式：

(1) Gauss 求积公式的概念；

(2) * $[-1,1]$区间和一般区间$[a,b]$上Gauss 求积公式的构造；

(3) * Gauss 求积公式的截断误差表达式；

(4) * 两点Gauss 求积公式.

5. §5.8 数值微分只作简单了解.

第六章 常微分方程边值问题数值解法

除了Euler公式，后退Euler公式，梯形公式和改进Euler公式外，其他公式都不要求记，但要会推导构造公式. 此外注意以下问题：

1*. 数值解的概念，局部截断误差的概念.

2*. Euler公式，梯形公式，预测-校正公式，改进Euler公式：公式推导及局部截断误差.

3. 整体截断误差的概念，整体截断误差与局部截断误差的关系，求解方法的阶定义.

4*. Runge-Kutta方法：

(1) 基本思想；

(2) **二阶Runge-Kutta公式的推导；

(3) 简单了解三阶和四阶Runge-Kutta公式.

5. 简单了解单步方法的收敛性和稳定性.

6*. 线性多步法：

(1) ** 基于数值积分的线性多步法公式，例如Adams显式和隐式公式及其局部截断误差；

(2) * 基于Taylor展开的线性多步法公式.

7*. 掌握三种构造求解公式的方法及推导局部截断误差的方法.

第七章 偏微分方程边值问题数值解法

会建立7个差分格式并进行计算求解；掌握古典显格式和古典隐格式在∞范数意义下的稳定性和收敛性的证明；其他结论知道但不要求证明. 此外注意以下问题：

1*. 五个常用基本公式.

2*. 抛物型方程的差分解法：古典显格式，古典隐格式，Crank-Nicolson格式，Richardson格式.

3. 了解差分格式的稳定性和收敛性.

4*. 双曲型方程的差分格式：显格式及显格式的稳定性与收敛性；隐格式及隐格式的稳定性与收敛性.

5*. 椭圆型方程的差分格式：差分格式的建立及求解方法.