

UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN ANDRÉS
FACULTAD DE CIENCIAS PURAS Y NATURALES
POSTGRADO AUTOFINANCIADO EN MATEMÁTICA
Módulo II: Matrices

RAUIZ DE MATRICES MEDIANTE
SCHUR APLICADO A VISION ARTIFICIAL
REJILLAS DE FRECUENCIA
(EN T.F. FOURIER)

EDGAR DANIEL TÁRRAGA TORREZ

Tarija, julio 2023

Índice

0.1. Planteamiento del problema	2
0.2. Justificación	3
0.3. Objetivo General.	3
0.4. Objetivos Especificos.	4
1. Fundamentos Teoricos	4
1.1. Polinomio caracteristiv	4
1.2. El sistema de control de procesos en temperatura	5
1.2.1. Control por realimentación	9
1.3. Medición de temperatura	10
1.3.1. Circuitos de conexión del PT 100	11
1.3.2. Autocalentamiento PT100	12
1.4. Controladores de tensión alterna	12
1.4.1. Funcionamiento básico	13
1.4.2. Triacs	15
1.5. Desarrollo del sistema de control	15
2. Desarrollo de ecuaciones	17
3. Aplicacion de las ecuaciones en Python	17
4. Resultados	18
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	18

En el procesamiento de imágenes la importancia de la Transformada de Fourier se desarrollo con métodos numéricos que permiten su uso en contexto computacional. La TF discreta permite encontrar una función espectral discreta (es decir, para una secuencia finita de N frecuencias) a partir de una señal discreta de N valores:

La misma formulación de la transformada discreta se aplica a señales 2D (imágenes), aprovechando otra propiedad fundamental de la TF, denominada separabilidad (la TF de una función 2D que puede ponerse como producto de dos funciones 1D, es el producto de cada una de las TF de dichas funciones). De esa forma surge la TF discreta para funciones 2D $f(n_x, n_y)$, donde F_h y F_v representan frecuencias horizontales y verticales, respectivamente (en este caso se trata de frecuencias geométricas):

Una forma de representar la TF de una imagen es con otra imagen de igual resolución. En si F_h y F_v representa una matriz nueva del espectro de frecuencias el cual se utiliza alguna forma de pseudocolor para representar la energía a cada una de las frecuencias el cual estas nos dan los parámetros de ruidos, nitidez, etc sobre la imagen. Dicho esto el tratamiento de esta representación gráfica de Fourier tiene un campo grande donde existen numerosas propuestas aplicadas para mejorar imágenes.

0.1. Planteamiento del problema

La TF de las imágenes con una interferencia aditiva se puede observar algunos puntos simétricos donde esa interferencia está localizada en el espectro. Si editamos el espectro y eliminamos la energía a esas frecuencias se puede restaurar la imagen original. En resumen una de las técnicas iniciales

es hacer la captura de la imagen de la T.F. y determinar un aplicativo manual que elimine los puntos blancos concentrados de energia y esto dara un efecto, modificadorio a la TF y se realizia la transformada inversa con el espectro manipulado(Imagen corregida), y se logra corregir casi por completo el defecto en la imagen original.

0.2. Justificación

Mediante aplicativos de Python se pretende encontrar la matriz de modulo y angulo de la descomposion de Fourier en 2D , el cual con estas matrices se buscara en filas y columnas los puntos altos de concentracion de frecuencias y asi recuadrar rejillas 2x2 para sus tratamiento El tratamiento que se pretende usar las tecnicas de descomposiion de matrices mediante schur (factorizacion) estudiadas en el modulo II de matrices y asi mismo calcular la raiz matricial de esta rejilla y reemplazar en la matriz principal, este proceso de tratamiento de rejillas de 2x2 se hara con dos iteracciones.

0.3. Objetivo General.

El presente proyecto tiene por objetivo desarrollar un aplicativo/formulacion en python para hallar la raiz cuadrada de una matrizy mediante schur ,asi mismo este tratamiento de raiz cuadrada se aplicara a rejillas 2x2 en puntos maximos de la mtariz principal de frecuencias el cual reemplazara en las rejillas/matrices 2x2, y con este proceso de tratamiento de rejillas/matrices de 2x2 llegar a dos iteracciones. para ver su mejoramiento

0.4. Objetivos Especificos.

Entre los objetivos especificos que se pretende alcanzar son:

- Desarrollo de ecuaciones para calcular autovalores y autovectores en python para matrices 2x2
- Desarrollo de ecuaciones para la descomposicion de Grand Schmit.
- Desarrollo de de ecuaciones para el calculo de raiz cuadra mediante schur
- Desarrollo de aplicativos de jupyter notebook para codificacion en python de las ecuaciones a usar en este proyecto
- Desarrollo de aplicativos en python para visualizar el espectro de Fourier.

1. Fundamentos Teoricos

1.1. Polinomio caracteristiciv

Sea $f : V \rightarrow V$ una aplicaci on lineal con matriz asociada A en una cierta base.

Se sabe que

$$f(x) = Ax$$

Si x es un autovector asociado a un autovalor , entonces

$$f(x) = xAx = x(AI)x = 0$$

Denotando por $A = (a_{ij})$ y $x = (x_1, \dots, x_n)$, podemos escribir estas ecuaciones explícitamente como

$$\begin{array}{cccccc} (a_{11} - \lambda)x_1 & + & a_{12}x_2 & + \cdots & a_{1n}x_n & = & 0 \\ a_{21}x_1 & + & (a_{22} - \lambda)x_2 & + \cdots & a_{2n}x_n & = & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \\ a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & \cdots & (a_{nn} - \lambda)x_n & = & 0 \end{array} \quad (1)$$

Obteniendo un sistema homogéneo que debe satisfacer cada uno de los auto-vectores asociados al autovalor .

Así pues, para que existan autovectores, este sistema debe tener solución distinta de la trivial, o equivalentemente, la matriz del sistema debe tener rango menor que n . Esto es,

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & + & a_{12} & + \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & + & a_{22} - \lambda & + \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & + & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$|A - \lambda I_n| = 0$$

1.2. El sistema de control de procesos en temperatura

Considerándose un horno eléctrico (mufia de laboratorio) en el cual la temperatura interna del proceso se calienta mediante hornillas internas como se muestra en la figura ,la cual dichas hornillas son alimentadas por una fuente de energía .

Figura 1: Horno Electrico

El propósito de la unidad es calentar el fluido(aire) del medio que se procesa, de una temperatura de entrada $T_i(t)$, a cierta temperatura $T(t)$ que se desea.

Como se dijo anteriormente el medio de calentamiento son las hornillas eléctricas y la energía que gana el fluido el proceso es igual al calor que libera las hornillas, siempre y cuando no haya perdidas de calor en el entorno es decir el aislamiento perfecto que existe dentro del horno.

En este proceso existen muchas variables que pueden cambiar , lo cual ocasiona que la temperatura de salida se desvíe del valor deseado ,si esto llega

a suceder se deben de emprender algunas acciones inmediatas para corregir la desviación ,esto es el objetivo de controlar la temperatura de salida del proceso para mantener el valor deseado.

Una manera de lograr este objetivo es primero medir la temperatura $T(t)$, después comparar este con el valor que se desea y con la base en la comparación decidir que se debe hacer para corregir cualquier desviación .

Se puede usar el flujo del aire interno del horno para corregir la desviación , es decir si la temperatura esta por arriba del valor deseado entonces se puede abrir el interruptor para cortar el flujo de energía de las hornillas .Si la temperatura esta por debajo del valor que se desea se puede cerrar el interruptor para aumentar el flujo de calor interno.Todo esto lo puede hacer manualmente el operador el proceso.

Sin embargo la operación manual no dará una regulación perfecta por ello seria preferible realizar el control de manera automática , es decir contar con instrumentos que controlen la variables sin necesidad que intervenga el operador.

Esto es lo que significa el control automático de procesos.

Sistema de control propuesto Para lograr el objetivo de procesos automáticos se debe diseñar e implementar un sistema de control .

En la figura se muestra el sistema de control propuesto y sus componentes básicos.

El primer paso es medir la temperatura interna del horno eléctrico, esto se hace mediante un sensor (PT100 ,dispositivo de resistencia).

El sensor se conecta físicamente al transductor, el cual capta la salida del sensor y la convierte en una señal lo suficientemente compatible para transmitir al controlador.

El controlador recibe la señal que está en relación con la temperatura, la compara con el valor que se desea y según el valor de comparación, decide qué hacer para mantener la temperatura en el valor deseado.

Con base en la decisión, el controlador envía otra señal al elemento final de control (interruptor electrónico), el cual a su vez maneja el flujo de energía del horno eléctrico.

Los componentes básicos del sistema de control descrito serían:

- Sensor, que también se conoce como elemento primario
- Controlador, que es el cerebro del sistema de control
- Elemento final de control o actuador principal.

La importancia de estos componentes está en que realizan las tres operaciones básicas que deben estar presentes en todo sistema de control, estas operaciones son:

Medición de la variable que se controla, generalmente se la hace mediante la combinación de sensor y transmisor

Decisión con base a la medición, el controlador decide qué hacer para mantener la variable en el valor que se desea.

Acción como resultado de la decisión del controlador se debe efectuar una regulación del elemento final.

Figura 2: Sistema de control Horno Eléctrico

1.2.1. Control por realimentación

El concepto de control por realimentación a pese de existir hace mas de mil años no tuvo aplicación practica en la industria hasta James Watt lo aplico en el control de velocidad de su maquina de vapor, actualmente la gran mayoría de los sistemas de control automático se incluye al menos un circuito de control por retroalimentación.

Descripción del control por realimentación en el horno eléctrico

El concepto de control por realimentación en procesos automáticos es como se describe a continuación :

El objetivo es mantener la temperatura del fluido (aire) que se procesa $T_o(t)$ en valor deseado o punto de control , en presencia de variaciones en el flujo del fluido que se procesa , del cual la variación que presenta este proceso es la temperatura de entrada o temperatura ambiente que infringe al sistema cuando la puerta de alimentación del horno es aperturada.

1.3. Medición de temperatura

La medida de temperatura consiste en una de las mediciones mas comunes y mas importantes que se efectúan en los procesos industriales.

Lresa a una temperatura especificada la variación de resistencia en ohmios del conductor por cada grado que cambia su temperatura.

La relación entre esos factores puede verse en la expresión lineal siguiente.

$$R_t = R_O * (1 + \alpha * t)$$

en la que:

R_O resistencia en ohmios a 0°C

R_t resistencia en ohmios a $t^\circ\text{C}$

α coeficiente de temperatura de la resistencia cuyo valor entre 0°C y 100°C es de 0.003850 Ω en la escala práctica de temperaturas internacional (ITS-68)

Si la relación resistencia -temperatura no es lineal la ecuación general pasa a:

$$R_t = R_O * (1 + A * t + B * t^2)$$

ecuacion valida desde 0°C a 850°C.

Ventajas del PT100 Por otra parte los PT100 siendo levemente mas costoso y mecánicamente no tan rígidos como las termocuplas ,las superan especialmente en aplicaciones de bajas temperaturas (-100 a 200°C).

Los PT100 pueden fácilmente entregar precisiones de una décima de grado con la ventaja que la PT100 no se descompone gradualmente entregando lecturas erróneas , si no que normalmente se abre con lo cual el dispositivo medidor detecta inmediatamente la falla de sensor y da aviso.

Ademas las sondas PT100 pueden ser colocadas a cierta distancia del punto de medición sin mayor problema (hasta unos 30 metros) utilizando cable de cobre convencional para hacer la extension.

1.3.1. Circuitos de conexión del PT 100

Según el fabricante Arian existen 3 modos de conexión para las Pt100, cada uno de ellos requiere una adecuada configuración electrónica.

Conexión dos hilos Es el modo mas sencillo de conexión (pero menos recomendado) es con solo dos cables.

En este caso las resistencias de los cables R_{c1} , R_{c2} que unen el PT100 al instrumento de medición se suman generando un error inevitable.

El lector medirá el total de $R(t)+R_{c1}+R_{c2}$ en vez de $R(t)$

Conexión tres hilos El modo de conexión de 3 hilos es el mas común y resuelve bastante bien el problema de error generado por los cables.

El único requisito para esta conexión es de que los tres cables denominados cafe, azul ,verde tengan la misma resistencia eléctrica pues el sistema de medición se basa (casi siempre) en el puente de Wheatstone.

Conexión cuatro hilos El método de 4 hilos es el mas preciso de todos, los 4 cables pueden ser distintos (distinta resistencia) pero el circuito propuesto es mas costoso. Por los cables 1 y 4 se hace circular una corriente I conocida a través de $R(t)$ -PT100 provocando una diferencia de potencial V en los extremos de $R(t)$. Los cables 2 y 4 están conectados a la entrada de un circuito de alta impedancia luego por estos cables no circula corriente y por lo tanto la caída de potencial en los cables R_{c2} y R_{c3} son cero y así dando la medición de $R(t)$ en voltios.

1.3.2. Autocalentamiento PT100

Cualquiera que sea el método de conexión , se debe hacer pasar un cierta corriente I por el elemento sensor modo que de poder medir su resistencia.

E

1.4. Controladores de tensión alterna

Un controlador de tension alterna es un convertidor que controla lma de onda de la fuente antes de alcanzar la carga.

Figura 3: Diagrama de conexión de cuatro hilos (Arian)

1.4.1. Funcionamiento básico

En la figura siguiente se muestra un controlador de tension e denomina antiparalelo o paralelo inverso porque los SCR conducen corriente en sentidos opuestos. Un triac es un equivalente a dos SCR en antiparalelo.

Este circuito presenta algunas observaciones importantes que son:

- Los SCR'S no pueden conducir simultáneamente
- La tension de carga es la misma que la tension de la fuente cuando esta activado cualquiera de los SCR .La tension de carga es nula cuándo

Figura 4: a)Controlador de tension alterna b)Formas de onda

esta desactivados los SCR.

- La tension del interruptor V_{SW} es nula cuando esta activado cualquiera de los SCR y es igual a la tension del generador cuando están desactivados los dos SCR.
- La corriente media en la fuente y en la carga es nula si se activan los dos SCR durante intervalos iguales de tiempo . La corriente media en cada SCR no es nula , debido a la corriente unidireccional en los SCR.
- La corriente eficaz en cada SCR es $1/raiz(2)$ multiplicando por la co-

corriente eficaz de carga si se activan los SCR durante intervalos iguales de tiempo.

1.4.2. Triacs

Este dispositivo tiene las siguientes características:

- La corriente y tensión eficaz de un Triac dependen del ángulo de conducción
- A mayor ángulo de conducción, se obtiene a la salida mayor potencia
- Los Triacs no son interruptores perfectos, necesitan un tiempo para pasar de corte a conducción y viceversa.

1.5. Desarrollo del sistema de control

El sistema propuesto se muestra en la figura donde el controlador digital estará basado en un PIC18F2550 que internamente tiene un ADC.

$R_{(kt)}$ es la señal que nos da el valor de temperatura que se desea calentar en el horno, esta señal estará designada en un valor digital dentro del microcontrolador.

Una vez evaluado el valor de corrección $C_{(kt)}$ por el controlador digital enviara este valor por un bus digital al bloque denominado regulador de valor eficaz, el mismo que entregara la energía a la planta $G(s)$ denominada horno eléctrico.

La respuesta de la planta sera sensado por un transductor de temperatura que

Figura 5: Sistema de control propuesto

este mandara la se nal $T_{(t)}$ en forma analógica al PIC para su realimentación mediante el conversor análogo digital.

2. Desarrollo de ecuaciones

2.1. Autovalores

Sea la Matriz A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Aplicando su polinomio característico

$$|A - \lambda I_n| = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & + & a_{12} \\ a_{21} & + & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} \quad (4)$$

Desarrollando

$$(a_{11} - \lambda) * (a_{22} - \lambda) - a_{12} * a_{21} = 0 \quad (5)$$

$$(a_{11}) * (a_{22} - \lambda) - \lambda * (a_{22} - \lambda) - a_{12} * a_{21} = 0 \quad (6)$$

$$\lambda^2 + \lambda * (-a_{11} - a_{22}) + (a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21}) \quad (7)$$

Definiendo las variables:

$$b = (-a_{11} - a_{22}) \quad (8)$$

$$c = a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21} \quad (9)$$

$$\lambda^2 + \lambda * (b) + (c) = 0 \quad (10)$$

Del cual $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$

2.2. Autovectores

sdf

3. Aplicación de las ecuaciones en Python

dsd

4. Resultados

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Referencias

- [1] Control Automático de Procesos (Teoría y Práctica), *Carlos A. Smith*
, Versión Española - Editorial LIMUSA
- [2] Instrumentación Industrial *Antonio Creus Solé* , Sexta Edición
- [3] Electrónica de Potencia *Daniel W. Hart* ,MADRID 2001
- [4] PT100 su operación instalación y tablas *<http://www.arian.cl>*, Nota Técnica 4