**第7章复习题**

**1.求下列微分方程的通解或在给定条件下的特解**

当时成立。

也是方程的解

**2.求下列微分方程的通解或在给定初值条件下的特解。**

对式子两边积分

对两边积分

对两边积分：

对等式两边积分：

**3.求一条曲线的方程，该曲线通过点（0,1）且曲线上任一点处的切线垂直于此点与原点的连线**

**4.在某池塘内养鱼，该池塘最多能养鱼1000尾。在第t个月，鱼数是t的函数，其变化率与鱼数y及1000-y成正比。已知在池塘内放养鱼100尾，3个月后池塘内有鱼250尾，求放养t月后池塘内鱼数**

**5.求下列微分方程的通解或给定初始条件下的特解**

由常数变易法：

两次分部积分，再解方程得方程通解为：

由常数变易法：

于是所求通解为

得其通解为

两边同时积分得

6.解：由得

两边同时积分：

将=0待入：,∴

即：

7.解：(1)设细菌数量为时间为，增长速度为

则,

∴

(2)当t=0时，

∴最初有693个细菌

8.解：由题设，飞机质量着陆时的水平速度为,从飞机着陆开始计时，设时刻飞机的滑行距离为，速度

由牛顿第二定律：

又∵

联立上述等式可得：

积分可得：，由于，

∴

∴

当

∴飞机滑行最长距离为

9.（1）

（2）令

则

(3)令

（4）令

原式

当时，显然为方程解

时，

（5）令

（6）令

原式

10.（1）

∴通解：

（2）

∴通解：

（3）

∴通解：

（4）

∴通解：

（5）

∴

x=0，y=0

)

x=0 , y'=15

∴

（6）

11.(1) -2=0

通解：y= -2=0的根

2a-2ax-b-2a-2bx-2c=4

a=-2 b=2 c=-3

y=+2x-2-3

(2) -2=0

通解：y=

设特解：

4+4-（A）-2ax

a=

解：y=

(3) -2=0

通解：y=

f(x)=sin2x=(A1cosBx+A2sinbx)

a=0 B=2

2i不为特征方程根

k=0

=Q1cos2x+Q2sin2x 将带入原式

2Q1-6Q2=1

6Q1+2Q2=0

Q1= Q2=

解：y=+cos2x-

(4) +9=0

通解：y=

=0不为特征方程根

= a

将

解：y=+

（5）解：特征方程为：λ2-6λ+9=0 ，解得λ1=λ2=3

则齐次方程通解为：y=(C1+C2x) , 本题α=1，β=1，1+i不为特征方程的根，则设方程的一个特解为：y\*=(Acosx+Bsinx),

将y\*代入原式可得：

解得：y=(C1+C2x)+（）

(6)解：另x=，则t=lnx

D(D-1)y-2Dy+2y=t2-2t

(D2-3-+2)y=t2-2t +2y= t2-2t

特征方程为：λ2-3λ+2=0，解得λ1=1，λ2=2

则齐次方程通解为：y=C1et+C2 e2t

设y\*= +bt+C，将y\*代入原式可得,

解得：y= C1x+C2 x2+

(7)解：方程的特征方程为：λ2-4=0，解得λ1=2，λ2=-2

则齐次方程的通解为：y=C1e2x+C2 e-2x

λ0=0不为特征方程的根，则设y\*=a,

代入原式可得-4a=4，a=-1.

y’(0)=0，可得C1=C2=1

y(0)=0，可得2C1-1=1，则C1=C2=1

则原微分方程的特解为：y=e2x+C2 e-2x-1

(8)解：λ2-1=0，λ1=1，λ2=-1

齐次方程通解为：y= C1ex+C2 e-x，因λ0=0为特征方程的单根，则设y\*=（a x2+bx）ex,

代入原式得4ax+2(a+b)=4x,解得,

则方程的通解为：y=C1+C2x+（-x）

将y(0)=0，y’(0)=1代入可得C1=1，C2=-1

则原微分方程的特解为：y=(x2-2+1) +

12.

－

=－

=－－

+=－ ①

=0, =1 ②

①的特征方程：+1=0 解得=

∴对应的齐次方程通解：

Y=＋

∵特征方程有一对共轭复根

∴设方程特解y\*=x(a+b)

将其带入②， 得：

2b－(2a－1)=0

带入x=0，x= 解得：a=， b=0

∴=y\*+Y=+＋

带入②解得： =+

13.

①x(－,0):

由题：y=

∴yy=x ⇒ =+c

∵曲线过点（，），带入得：

=

②x[0,):

该方程的特征方程解为=

∴通解Y=＋

∵=－x=－x，其中=0

∴=0

因为不是该特征方程的根（=），故可设

该方程特解y\*=ax+b

带入原方程，得：a=－1， b=0

∴该方程通解y=Y+y\*=＋－x

又∵当x=0时，y==

∴＋－0= ⇒ =

∵y（x）在（）上为光滑曲线

则(0)=(0) ⇒ =1

∴