**Московский Авиационный Институт**

**(Национальный исследовательский университет)**

****

**Институт №8**

**«Компьютерные науки и прикладная математика»**

**Кафедра 806**

**«Вычислительная математика и программирование»**

**Проектная работа**

**по дисциплине: «Введение в авиационную и**

**ракетно-космическую технику»**

**на тему: “Моделирование миссии по запуску спутника на орбиту Луны”**

**Студенты:** Григорьев А. Е., Додонов А. Б., Тайгужинов Т. Н.

**Группа:** М8О-113БВ-24

**Руководители:** Тимохин Максим Юрьевич, Кондаратцев Вадим Леонидович

**Оценка:**

**Дата:**

**Подпись преподавателя:**

[В](#_heading=h.3znysh7)ведение………………………………………………………………………………………………. [4](#_heading=h.3znysh7)

Деятельность участников команды……………...…………………………………………………. 19

Часть 1: [Описание](#_heading=h.1t3h5sf) миссии…………………………………………………………………………….. [5](#_heading=h.1t3h5sf)

[1.1 Устройство аппарата](#_heading=h.2s8eyo1)…………………………………………………………………………... [5](#_heading=h.2s8eyo1)

[1.2 План полета](#_heading=h.3rdcrjn)…………………………………………………………………………………….. [6](#_heading=h.3rdcrjn)

Часть 2: [Описание](#_heading=h.1t3h5sf) математической модели………………………….……………………………. [8](#_heading=h.lnxbz9)

[2.1 Скорость ракеты](#_heading=h.35nkun2)……………………………………………………………………………….. [8](#_heading=h.35nkun2)

[2.2 Расчет траектории полета](#_heading=h.1ksv4uv)…………………………………………………………………... [10](#_heading=h.1ksv4uv)

Часть 3:Программная реализация……...…………………………………………………………. [14](#_heading=h.2jxsxqh)

Часть 4:Симуляция…………………………………………………………………………………… [15](#_heading=h.z337ya)

Медиа файлы….……..………………………………………………………………………………... 18

Заключение…………………………………………..………………………………………………… [20](#_heading=h.4i7ojhp)

Использованные источники…………………..……………………………………………………... 21

**Moonwatcher**

**(команда “БЗСС”)**

## Группа: М8О-113БВ-24

| Участник команды | Роль |
| --- | --- |
| Григорьев А. Е. | Тимлид, программист-математик, верстальщик |
| Додонов А. Б. | Ответственный за реализацию, запись и выгрузку данных в KSP |
| Тайгужинов Т. Н. | Физик, математик, исследователь необходимой информации |

## Деятельность участников команды

Григорьев А. Е. **-** тимлид, программист-математик, верстальщик

Отвечал за выбор и согласование темы, задач и распределение ролей.

Как программист-математик изучал численные методы, реализовывал математическую модель и сопоставлял результаты с выгрузкой данных из Kerbal Space Program.

Так же собрал и оформил проект в данном текстовом документе

Додонов А. Б. - ответственный за реализацию, запись и выгрузку данных в KSP

Изучил среду реализации, создал рабочую симуляцию и извлек из игры все необходимые проекту данные

Тайгужинов Т. Н. - физик, математик, исследователь необходимой информации

Изучал информацию о симулированном летательном аппарате, о физических процессах, связанных с запуском, а так же привёл изученное в виде ТЗ для программиста-математика

## 

## Введение

### **Цель проекта**

### Построение модели миссии спутника Луна-12 в математическом виде и в Kerbal Space Program, сравнение расчетов с реальными показателями симуляции

### **Задачи проекта**

1. Разработка математической модели запуска
2. Реализация математической модели с использованием программных средств (язык программирования Python)
3. Симуляция полёта в Kerbal Space Program
4. Сравнение результатов вычисления математической модели с результатами проведения миссии в Kerbal Space Program

## Часть 1: Описание миссии

«Луна-12» — советская автоматическая межпланетная станция (АМС) для изучения Луны и космического пространства, была запущена 22 октября 1966 года с помощью ракеты–носителя «Молния–М». Первоначально станция была выведена на опорную околоземную орбиту, затем выведена на орбиту вокруг Луны. Через ~2 часа после торможения были включены фототелевизионные установки, которые проработали 64 минуты. По результатам съёмки на Землю было передано 42 снимка нормального качества. Автоматическая станция «Луна-12» проработала на окололунной орбите 86 суток

18 января 1967 года АМС «Луна-12» упала на поверхность Луны

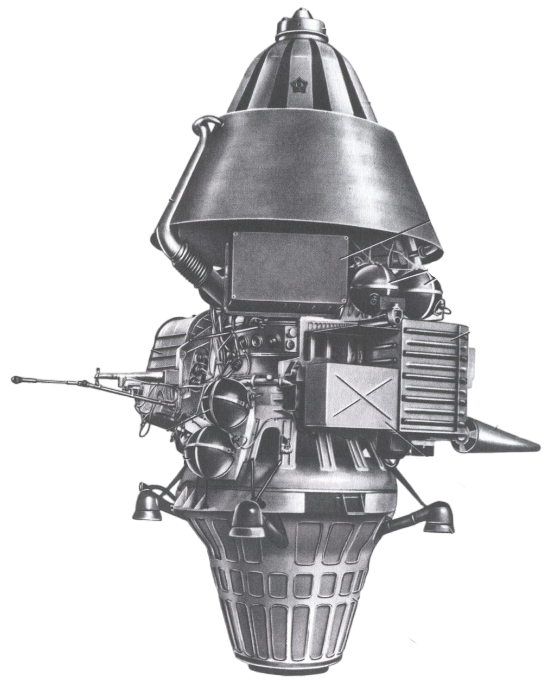


Рисунок 1 - АМС “Луна-12”

### 

### **1.1 Устройство аппарата**

### **АМС**

Вместо автоматической лунной станции на космическом аппарате «Луна-12» был установлен отделяемый герметичный контейнер — искусственный спутник Луны, который был сделан достаточно простым по конструкции и по составу оборудования. На предыдущих итерациях спутника система ориентации на ИСЛ отсутствовала, поэтому аппарат совершал неориентируемый полет, однако на станции «Луна-12» была доработана система дренажных клапанов и установлена автономная система стабилизации с повышенной тягой сопел, обеспечившая доворот на заданный угол и стабилизацию КА после окончания торможения. Основным предназначением системы являлся сбор информации о спутнике Земли. Его масса равна 1620 кг

**Ракета-носитель**

"Молния–М" с разгонным блоком "Л" — одноразовая четырёхступенчатая [ракета-носитель](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%BA%D0%B5%D1%82%D0%B0-%D0%BD%D0%BE%D1%81%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C) среднего класса, использовала керосин (РГ-1) и жидкий кислород (LOX) в качестве топлива. Первая и вторая ступени разгоняли ракету до 4,5–5,5 км/с, третья выводила её на орбиту со скоростью 7,8 км/с. Разгонный блок обеспечивал достижение скоростей до 10–12 км/с для высокоэллиптических или межпланетных траекторий. Удельный импульс двигателей варьировался от 313 секунд на стартовых ступенях до 340 секунд на разгонном блоке. Разгонный блок «Л» с двигателем С1.5400 работал в невесомости и позволял запускать аппараты к Луне, Венере и Марсу. Длина: 43 440 мм, диаметр: 10 300 мм, стартовая масса: 305 000 кг

### **1.2 План полета**

### **Взлет**

Четырехступенчатая многоразовая ракета-носитель, несущая АМС, совершает запуск для вывода объекта на орбиту

**Вывод КА на орбиту вокруг Земли**

**Первая ступень**: Четыре боковых ускорителя (РД-107) обеспечивают основной подъём ракеты, разгоняя её до скорости ~2,5 км/с. После выработки топлива они отделяляются на высоте около 50 км

**Вторая ступень**: Центральный блок «А» (РД-108) продолжает разгон, доводя скорость до ~5,5 км/с и выводит ракету на суборбитальную траекторию. После выработки топлива ступень сбрасывается

**Третья ступень**: Блок «И» (РД-0110) включается для достижения первой космической скорости (~7,8 км/с), выводя полезную нагрузку на низкую орбиту Земли (НОО). На этом этапе ракета стабилизировалась и подготавливает разгонный блок

**Выход на орбиту вокруг Луны**

**Разгонный блок «Л»**: После отделения от третьей ступени он активировался. Его двигатель С1.5400 запускается повторно в условиях невесомости, чтобы увеличить скорость аппарата до ~10,9 км/с — достаточной для ухода с орбиты Земли на траекторию перелёта к Луне.

По завершении работы блока «Л», аппарат «Луна-12» выводится на траекторию сближения с Луной, где затем совершает коррекцию и выходит на окололунную орбиту.



Рисунок 2 - Схема миссии

## Часть 2: Описание математической модели

### **2.1 Выход на орбиту**

Первый этап полёта. В своих расчетах мы решили опираться на скорость, как на основной показатель. Пока что все рассматриваем без реальных значений, так как их надо будет синхронизировать с параметрами небесных тел в KSP

1. **Уравнение изменения скорости**

[1]

Это уравнение — результат применения второго закона Ньютона к движущемуся объекту с учетом трех основных сил:

1. Силы тяги двигателя (F, Н), определяющей ускорение, связанное с ракетным двигателем
2. Силы гравитации (g, м/), учитывающей воздействие силы тяжести, зависящей от высоты. Рассчитывается по формуле Ньютона
3. Силы сопротивления воздуха :

[2]

где:

ρ — плотность воздуха (зависит от высоты), кг/

​ — коэффициент аэродинамического сопротивления,

A — площадь поперечного сечения ракеты

— скорость ракеты, м/с

### **Учёт параметров атмосферы**

Плотность воздуха ρ(h), м/ уменьшается с высотой по экспоненциальному закону:

[3]

где:

h — высота, м

— плотность воздуха на уровне моря, кг/

H — масштаб высоты атмосферы, м

### **Уравнение изменения массы**

[4]

где:

— удельный импульс двигателя, с

— ускорение свободного падения на старте, м/

### **Уравнение изменения высоты**

[5]

**Итоговая система уравнений для выхода на орбиту:**

При решении так же необходимо учесть потери массы при сбросе ступеней

В качестве второго контрольного параметра мы выбрали изменение времени. Для выхода на орбиту планеты, это суммарное время работы трёх ступеней :

[6]

### **2.2 Совершение Гомановского перехода**

Второй этап полёта, для которого мы тоже создаем модель изменения скорости

1. **Начальная орбитальная скорость , м/с**

[7]

где:

G - универсальная гравитационная постоянная,

кг

м

м

1. **Перевод на эллиптическую траекторию (Гомановская орбита)**

Апогей этой орбиты достигает радиуса , где является высотой орбиты спутника

С учётом того, что большая полуось эллипса находится по формуле, скорость , м/с на перигее (на начальной круговой орбите):

Соответственно, приращение скорости при переходе на эллиптическую орбиту , м/с

1. **Вход на круговую орбиту Луны (захват)**

Скорость на апогее эллиптической орбиты :

Скорость спутника относительно планеты , м/с:

Соответственно, скорость КА относительно спутника после перехода , м/с и, исходя из того, что итоговая скорость движения вокруг спутника , м/с, приращение скорости для перехода , м/с

Время на совершение маневра , с:

[8]

Как итог, нами был получен набор уравнений, описывающих скорость летательного аппарата в любой момент времени. Для их непосредственного решения впоследствии был использован численный метод Рунге-Кутты четвёртого порядка

## Часть 3: Симуляция

На рисунках ниже представлены основные этапы миссии в KSP:



Рисунок 3 - Запуск ракеты



Рисунок 4 - Сброс ступени при выходе на первую орбиту

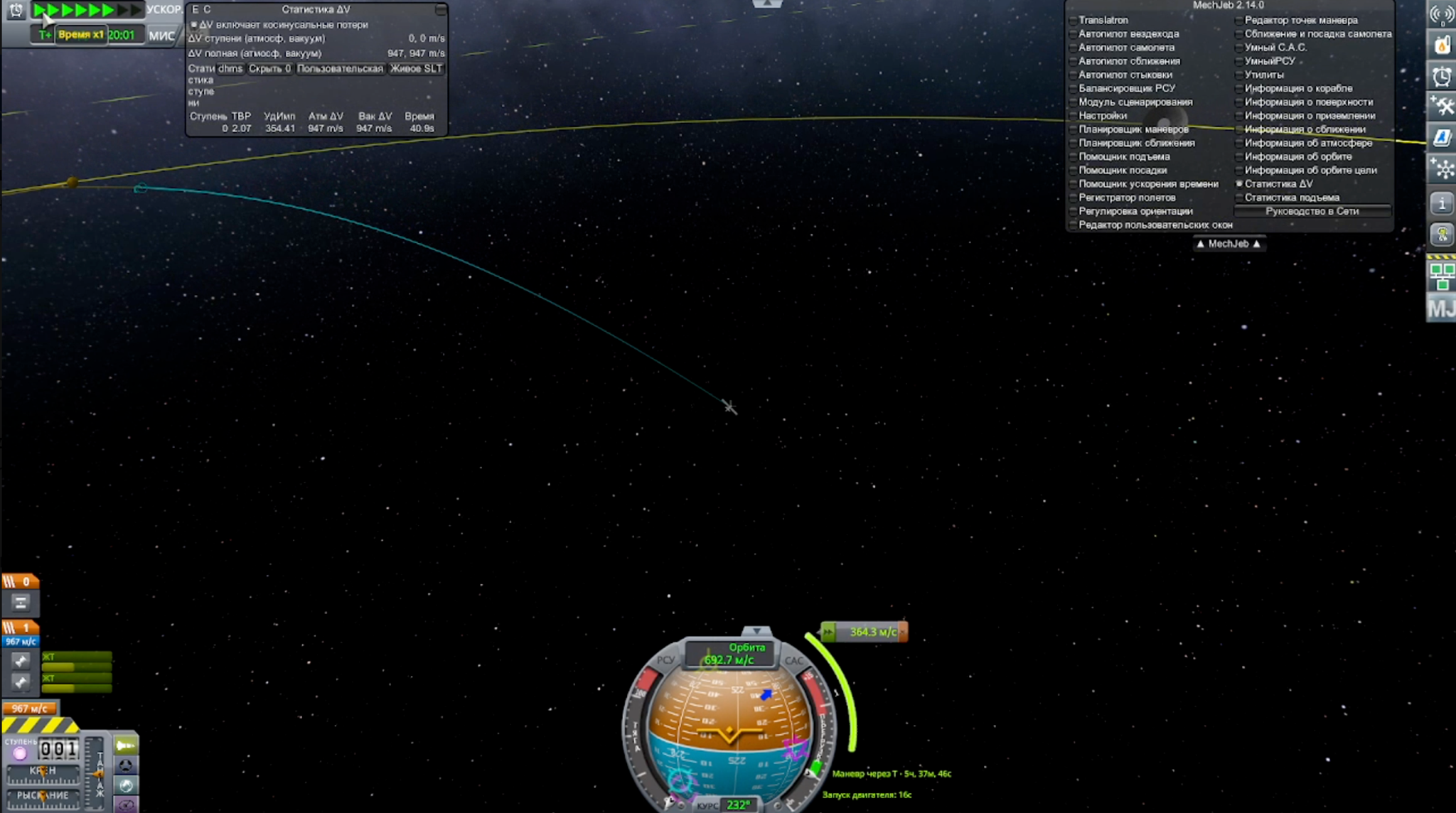


Рисунок 5 - Гомановский переход

**Часть 4: Программная реализация**

Программная реализация выполнена на Python с характеристиками небесных тел, полученными впоследствии из Kerbal Space Program. Код загружен в следующий репозиторий на GitHub:

<https://github.com/tartarus8/BoSSL>

**Часть 5: Анализ полученных данных**

В результате на основе полёта в KSP, используя Python, были построены и совмещены с результатами расчётов математической модели следующие графики:

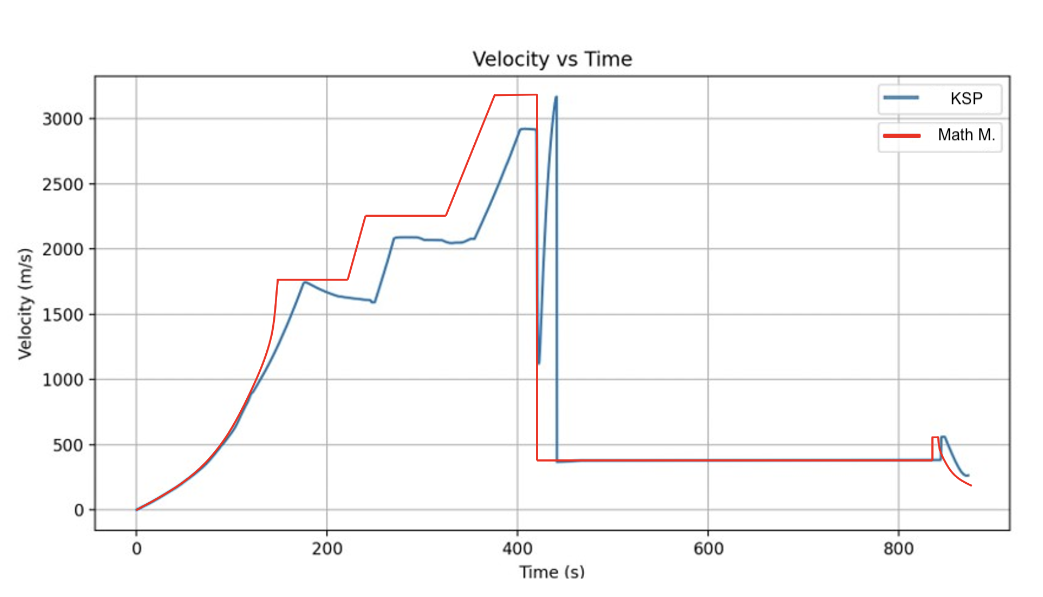


Рисунок 6 - Зависимость скорости от времени (орбитальный отсчёт)

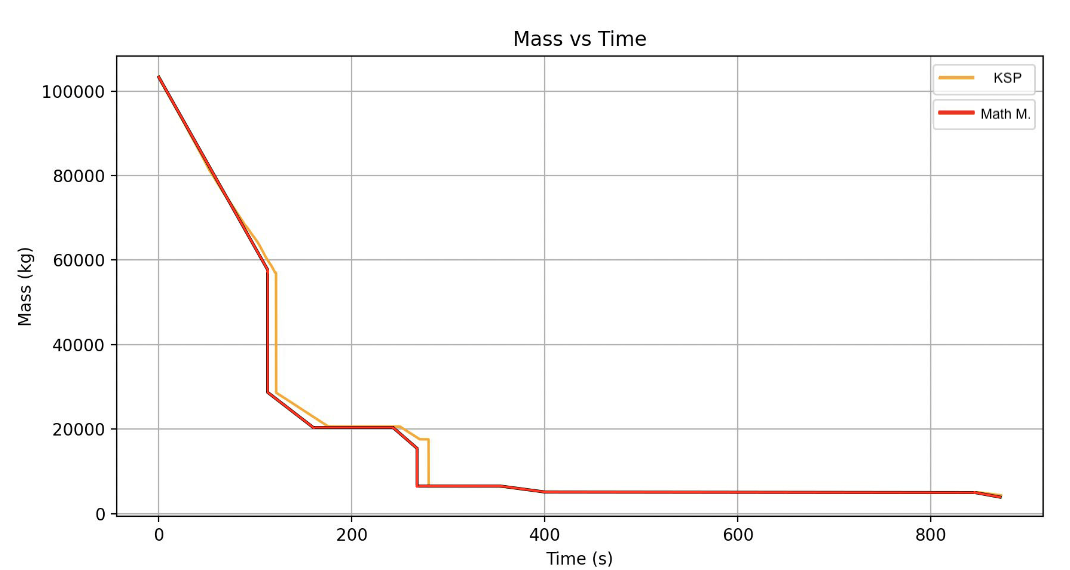


Рисунок 7 - Зависимость массы летательного аппарата от времени

Как наглядно показывают графики, математические расчёты ожидаемо оказались более равномерными и эффективными, но все основные этапы полёта прослеживаются в обоих случаях

## 

## 

## 

## Медиа файлы

Запись полета в KSP:

<https://drive.google.com/file/d/1eOHAYvgAA404CJvLZ80-uEAPlyVB7Uq9/view?usp=sharing>

## Заключение

В результате выполнения проекта были построены и рассчитаны с помощью программных средств математические модели скорости аппарата и изменения его массы

Также описываемая миссия была смоделирована в Kerbal Space Program, где были воспроизведены все этапы реальной миссии и проведён сравнительный анализ полученной информации

Таким образом поставленные задачи были выполнены, а цель достигнута

## Использованные источники

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D1%83%D0%BD%D0%B0-12>
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BB%D0%BE%D0%BA_%D0%9B_(%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B1%D0%BB%D0%BE%D0%BA)>
3. <http://repo.ssau.ru/bitstream/Uchebnye-izdaniya/Raschet-aerodinamicheskih-harakteristik-raketnositelei-ucheb-posobie-Tekst-elektronnyi-84562/1/%D0%92%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%B5%D0%B2%20%D0%92.%D0%92.%20%D0%A0%D0%B0%D1%81%D1%87%D0%B5%D1%82%20%D0%B0%D1%8D%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D1%85%20%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%20%D1%80%D0%B0%D0%BA%D0%B5%D1%82-%D0%BD%D0%BE%D1%81%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%B9%202005.pdf>
4. <https://rvsn.ruzhany.info/0_2020/koroljov_1949_05_1.html>
5. <https://www.booksite.ru/fulltext/1/001/008/121/072.htm>
6. <http://library.krasn.ru/fulltext/Raschet_parametrov.pdf>
7. https://rvsn.ruzhany.info/0\_2020/koroljov\_1949\_02.html

**Источники формул:**

1. Общая ньютоновская механика
2. Из трудов Циолковского
3. <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0>

4-8. Классическая механика, труды Циолковского