

Abgabe 1 für Computergestützte Methoden

Gruppe 47, Tasnim Boufarza, Melanie Ivanovic

02.12.2024

Inhaltsverzeichnis

1	Der zentrale Grenzwertsatz	2
1.1	Aussage	2
1.2	Erklärung der Standardisierung	2
1.3	Anwendungen	2
2	Bearbeitung zur Aufgabe 1	3

1 Der zentrale Grenzwertsatz

Der zentrale Grenzwertsatz (ZGS) ist ein fundamentales Resultat der Wahrscheinlichkeitstheorie, das die Verteilung von Summen unabhängiger, identisch verteilter (*i.i.d.*) Zufallsvariablen (ZV) beschreibt. Er besagt, dass unter bestimmten Voraussetzungen die Summe einer großen Anzahl solcher ZV annähernd normalverteilt ist, unabhängig von der Verteilung der einzelnen ZV. Dies ist besonders nützlich, da die Normalverteilung gut untersucht und mathematisch handhabbar ist.

1.1 Aussage

Sei X_1, X_2, \dots, X_n eine Folge von *i.i.d.* ZV mit dem Erwartungswert $\mu = E(X_i)$ und der Varianz $\sigma^2 = \text{var}(X_i)$, wobei $0 < \sigma^2 < \infty$ gelte. Dann konvergiert die standardisierte Summe Z_n dieser ZV für $n \rightarrow \infty$ in Verteilung gegen eine Standardnormalverteilung:¹

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0, 1). \quad (1)$$

Das bedeutet, dass große n die Summe der ZV näherungsweise normalverteilt ist mit Erwartungswert $n\mu$ und Varianz $n\sigma^2$:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2). \quad (2)$$

1.2 Erklärung der Standardisierung

Um die Summe der ZV in eine Standardnormalverteilung zu transformieren, subtrahiert man den Erwartungswert $n\mu$ und teilt durch die Standardabweichung $\sigma\sqrt{n}$. Dies führt zur obigen Formel (1). Die Darstellung (2) ist für $n \rightarrow \infty$ nicht wohldefiniert.

1.3 Anwendungen

Der ZGS wird in vielen Bereichen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie angewendet. Typische Beispiele sind:

- die Verteilung von Stichproben
- die Größe und das Gewicht von Individuen

¹Der zentrale Grenzwertsatz hat verschiedene Verallgemeinerungen. Eine davon ist der **Lindeberg-Feller-Zentrale-Grenzwertsatz** [1, Seite 328], der schwächere Bedingungen an die Unabhängigkeit und die identische Verteilung der ZV stellt.

2 Bearbeitung zur Aufgabe 1

Bearbeitung zur Aufgabe 1 Gruppenarbeit von Tasnim Boufarza 4346584 und Melanie Ivanovic 4343933

Thema Datenverarbeitung

- Tabelle angeguckt um Überblick zu bekommen
- gesamte Tabelle markiert
- mithilfe des Datenfilters nur die Infos für unsere Gruppe herausgefiltert und in ein neues Excel sheet hinzugefügt
- Spalte A gewählt, dann auf Daten>Text in Spalten gegangen und Komma ausgewählt und formatiert
- zum Schluss durch Verschiebung der Spalten alle Infos sichtbar gemacht
- zur Berechnung eine leere Zelle gesucht, worin das Ergebnis der höchsten mittleren Temperatur angezeigt werden soll
- dort die Formel $MAX(J2 : J365)$ eingegeben, somit kamen wir auf das Ergebnis 83°

Thema Datenhaltung

Station	Date	Precipitation	min_temperature	Average_temperature	Max_temperature	Count
E 1 St & Bowery	01.01.2023	0	42	50	56	64

Abbildung 1: 1.Normalform= Trennung von nicht-atomarer Attribute.

2. Normalform = Auftrennung in mehrere Tabellen und Fremdschlüssel Beziehungen mit den passenden Abhängigkeiten. Die Primärschlüssel wurden doppelt unterstrichen in der Tabelle und die Schlüsselattribute sind mit einer Raute gekennzeichnet.

Tabelle Fahrradverlei					
<u>ID#</u>	Date#	StationID#	Count		
Tabelle Station					
<u>StationID#</u>	Station				
Tabelle Messungen					
<u>MessungsID#</u>	Date#	StationID#	Precipitation		
Tabelle Temperaturen					
<u>TemperatureID#</u>	Date#	StationsID#	Average_temperature	Min_temperature	Max_temperature

Literatur

- [1] Achim Klenke. *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Springer, 3. edition, 2013.