ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΕΣ #1,#2,#3,#4

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Μουρατίδης Αναστάσιος

Α.Ε.Μ. : 9040

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$fp = 1.1 \cdot (3+\mu) = 5.5\ KHz$, $fs = 1.7 \cdot f_p = 9.35\ KHz$,

και

$a_{max} = 0.25\ dB$, $a_{min} = 24.25\ dB$.

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 34558\ rad/\sec \quad και \quad \omega_s = 2\pi f_s = 58748\ rad/sec$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega_s = 1 \ και\ \Omega_p = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 0.5882$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{cosh^{-1}\left[\left(10^{\alpha_{min}/10}-1\right)/\left(10^{\alpha_{max}/10}-1\right)\right]^{1/2}}{cosh^{-1}(\frac{1}{\Omega_p})} = 4.3589$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 4.3589, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

n = 5

Υπολογίζουμε τους συντελεστές ε και α από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \left(10^{\alpha_{min}/_{10}} - 1\right)^{-1/2} = 0.0614 \; και \; a = \frac{1}{n} \; sinh^{-1}\left(\frac{1}{e}\right) = 0.6968$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\left[\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]} = 0.7984$$

Η τάξη του φίλτρου είναι 5, οπότε οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_\kappa = 0°, \pm 36°, \pm 72°$

Οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους:

$$p_k = -\sinh a \cdot \cos \psi_\kappa + \cosh a \cdot \sin \psi_\kappa \; ,$$

όπου: $-\sigma_\kappa = \sinh a \cdot \cos \psi_\kappa \; και \; \pm\omega_\kappa = \cosh a \cdot \sin \psi_\kappa$

$$\Omega_{o_k} = \sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2} \; και \; Q_k = \frac{1}{2 \cdot cos\left\{\tan^{-1}\left(\frac{\omega_k}{\sigma_k}\right)\right\}}$$

Οπότε:

$$p_1 = -0.7546, \Omega_{0_1} = 0.7546 \; και \; Q_1 = 0.5$$

$$p_{2,3} = -0.6105 \pm j0.7364 \, , \Omega_{0_{2,3}} = 0.9565 \; και \; Q_{2,3} = 0.7384$$

$$p_{4,5} = -0.2332 \pm j1.1914 \, , \Omega_{0_{4,5}} = 1.2141 \; και \; Q_{4,5} = 2.6032$$

Οι πόλοι φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

K	σ_k	$j\omega_k$	Ω_{o_k}	Q_k
1	-0.7546	0	0.7546	0.5
2,3	-0.6105	$\pm j0.7364$	0.9565	0.7384
4,5	-0.2332	$\pm j1.1914$	1.2141	2.6032

Υπολογίζουμε του αντίστροφους πόλους του φίλτρου Chebyshev. Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

$\boldsymbol{\psi_k}$	**Q**	$\boldsymbol{p_k}$	$\boldsymbol{\Omega_{o_k}}$
$0°$	0.5	-1.3252	1.3252
$\pm 36°$	0.7384	$-0.6672 \pm j0.8048$	1.0455
$\pm 72°$	2.6032	$-0.1582 \pm j0.8083$	0.8237

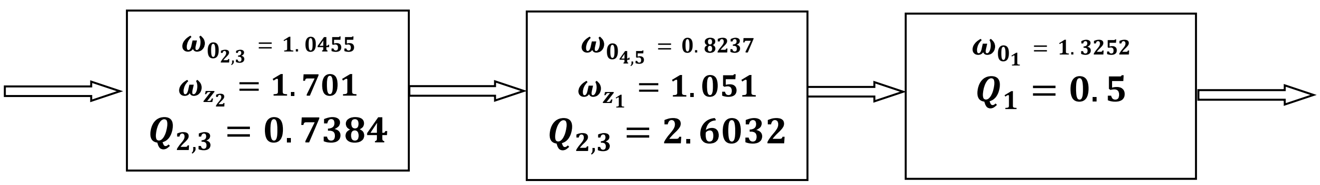
Σε επόμενο στάδιο, από την παρακάτω σχέση βρίσκουμε τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς

$$\omega_{z_k} = sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$$

και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

k	ω_{z_k}
1	1.051
3	1.701
5	∞

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 3 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Μονάδα 1 (I) Μονάδα 2 (II) Μονάδα 3 (III)

• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των μονάδων (I) και (II) χρησιμοποιούμε το κύκλωμα Boctor -Low-pass Notch , ενώ η τρίτη μονάδα αποτελεί μονάδα πρώτης τάξης.

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{1.701}{1.0455} = 1.6273$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{11} < 1 \Rightarrow 0.3776 < k_{11} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{11} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{11} = \frac{2}{k_{11}\omega_z^2 - 1} = 1.4458$$

$$R_{12} = \frac{1}{1 - k_{11}} = 10$$

$$R_{13} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{11}}{Q_{2,3}^2} + k_{11}\omega_z^2 - 1\right) = 1.4249$$

$$R_{14} = \frac{1}{k_{11}} = 1.1111$$

$$R_{15} = R_{16} = 1$$

$$C_{11} = \frac{k_{11}}{2Q_{2,3}} = 0.5744$$

$$C_{12} = 2Q_{2,3} = 1.5688$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{11}}{Q_{2,3}^2} + k_{11}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.4124$$

Το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι $k_L^1 = 0.4124^2 \cdot \left(\frac{1.701}{1.0455}\right)^2 = 1.0921$

Κλιμακοποίηση

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_s = 58748$, προκύπτει $k_{f1} = 58748 \cdot 1.0455 = 61419$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m1} = \frac{C_{11}}{k_{f1} \cdot C} = 93.5237$.

Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{11} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{12} = \frac{C_{12}}{k_{f1} \cdot k_{m1}} = 0.2727\ \mu F$$

$$R_{11} = R_{11} \cdot k_{m1} = 135.2175\ \Omega$$

$$R_{12} = R_{12} \cdot k_{m1} = 935.2374\ \Omega$$

$$R_{13} = R_{13} \cdot k_{m1} = 133.2603\ \Omega$$

$$R_{14} = R_{14} \cdot k_{m1} = 103.9153\ \Omega$$

$$R_{15} = R_{15} \cdot k_{m1} = 93.5237\ \Omega$$

$$R_{16} = R_{16} \cdot k_{m1} = 93.5237\ \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{1.051}{0.8237} = 1.2765$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{21} < 1 \Rightarrow 0.6137 < k_{11} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{21} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{21} = \frac{2}{k_{21}\omega_z^2 - 1} = 4.2866$$

$$R_{22} = \frac{1}{1 - k_{21}} = 10$$

$$R_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{21}}{Q_{4,5}^2} + k_{21}\omega_z^2 - 1\right) = 0.2997$$

$$R_{24} = \frac{1}{k_{11}} = 1.1111$$

$$R_{25} = R_{26} = 1$$

$$C_{21} = \frac{k_{21}}{2Q_{4,5}} = 0.1729$$

$$C_{22} = 2Q_{4,5} = 5.2064$$

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{21}}{Q_{4,5}^2} + k_{21}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.7964$$

Το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι $k_L^2 = 0.7964 \cdot \left(\frac{1.051}{0.8237}\right)^2 = 1.2538$

Κλιμακοποίηση

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_s = 58748$, προκύπτει $k_{f2} = 58748 \cdot 8237 = 48390.$ Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_{21}}{k_{f2} \cdot C} = 35.7228.$ Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{21} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{22} = \frac{C_{22}}{k_{f2} \cdot k_{m2}} = 3.019\ \mu F$$

$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 153.1287 \Omega$$

$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 357.2289\ \Omega$$

$$R_{23} = R_{23} \cdot k_{m2} = 10.7058\ \Omega$$

$$R_{24} = R_{24} \cdot k_{m2} = 39.6921\ \Omega$$

$$R_{25} = R_{25} \cdot k_{m2} = 35.7228\ \Omega$$

$$R_{26} = R_{26} \cdot k_{m2} = 35.7228\ \Omega$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙΙ)</u>

Η πρώτη μονάδα είναι πρώτης τάξης.

$$R_1 = \frac{1}{C_{31}\omega_{0_1}}, \qquad C_{31} = 1$$

Το κέρδος είναι μονάδα.

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Είναι $\omega_s = 58748\ rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f3} = 58748$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{31}}{k_{f3} \cdot C} = 170.2192$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{31} = 0.01\ \mu F$$

$$R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 128.4463\ \Omega$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα $0\ dB$. Το συνολικό κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι $k = k_L^1 \cdot k_L^2 = 1.3692.$ Οπότε για να φτάσουμε τα 0 dB θα πρέπει:

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 0 \implies a \cdot 5.9796 = 1 \implies a = 0.73035$$

Εφόσον το α είναι μικρότερο του 1, πρέπει να γίνει εξασθένηση του κέρδους παθητικά. Οπότε, χρησιμοποιούμε μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -\frac{r_2}{r_1} = -0.73035$. Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega\ και\ r_2 = 7{,}3035\ k\Omega$. Επειδή, η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης, εισάγουμε μία επί πλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος μονάδα.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \cdot \frac{s^2+\left(\omega_{z_2}\omega_s\right)^2}{s^2+\frac{\omega_{o_{2,3}}\omega_s}{Q_{2,3}}+\left(\omega_{o_{2,3}}\omega_s\right)^2} = \frac{0.4124 \cdot s^2+4.12 \cdot 10^9}{s^2+7.84 \cdot 10^4 \cdot s+3.772 \cdot 10^9}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_2 \cdot \frac{s^2+\left(\omega_{z_1}\omega_s\right)^2}{s^2+\frac{\omega_{o_{4,5}}\omega_s}{Q_{4,5}}+\left(\omega_{o_{4,5}}\omega_s\right)^2} = \frac{0.7694 \cdot s^2+2.936 \cdot 10^9}{s^2+1.859 \cdot 10^4 \cdot s+2.342 \cdot 10^9}$$

3. Για την τρίτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

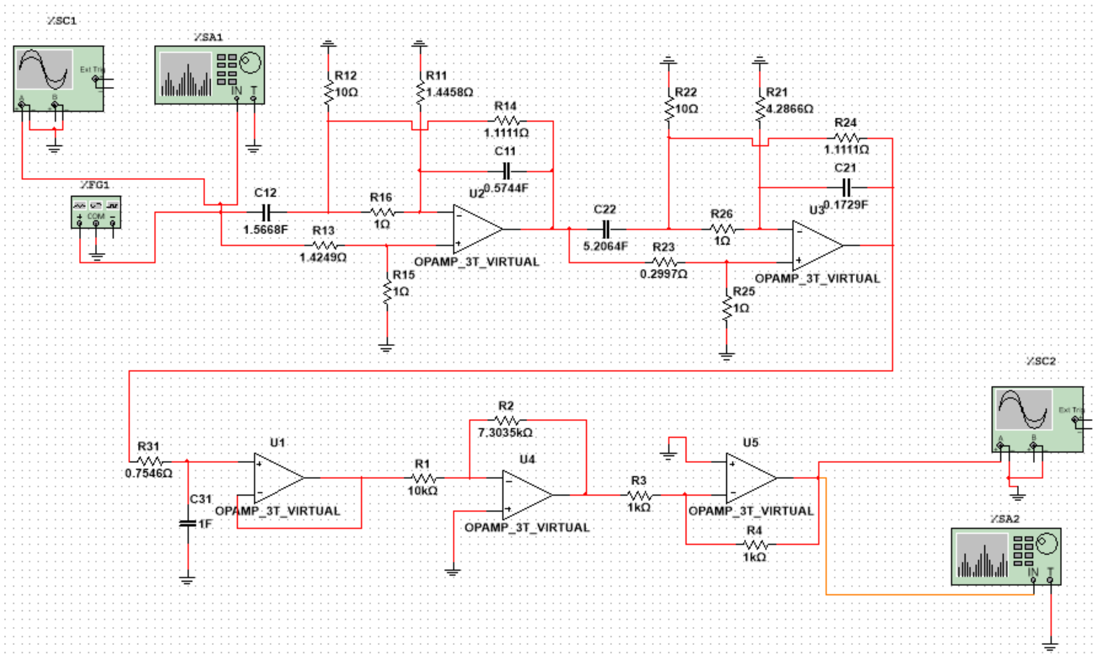
$$T_3(s) = \frac{\omega_{0_1}\omega_s}{s+\omega_{0_1}\omega_s} = \frac{7.785 \cdot 10^4}{s+7.785 \cdot 10^4}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου:

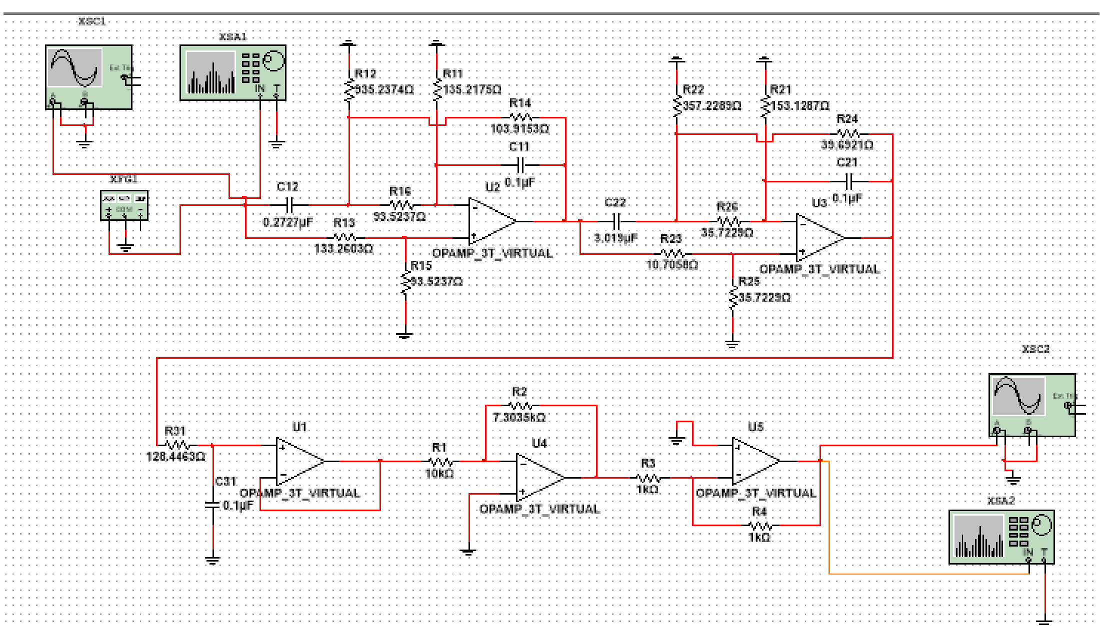
$$T_{LP}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

$$T_{LP}(s) = \frac{1.804 \cdot 10^4 \cdot s^4 + 2.491 \cdot 10^{14} \cdot s^2 + 6.877 \cdot 10^{23}}{s^5 + 1.748 \cdot 10^5 \cdot s^4 + 1.512 \cdot 10^{10} \cdot s^3 + 8.431 \cdot 10^{14} \cdot s^2 + 2.858 \cdot 10^{19} \cdot s + 6.877 \cdot 10^{23}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες . Επίσης, φαίνεται και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους, καθώς κι η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία που συνδέθηκε για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



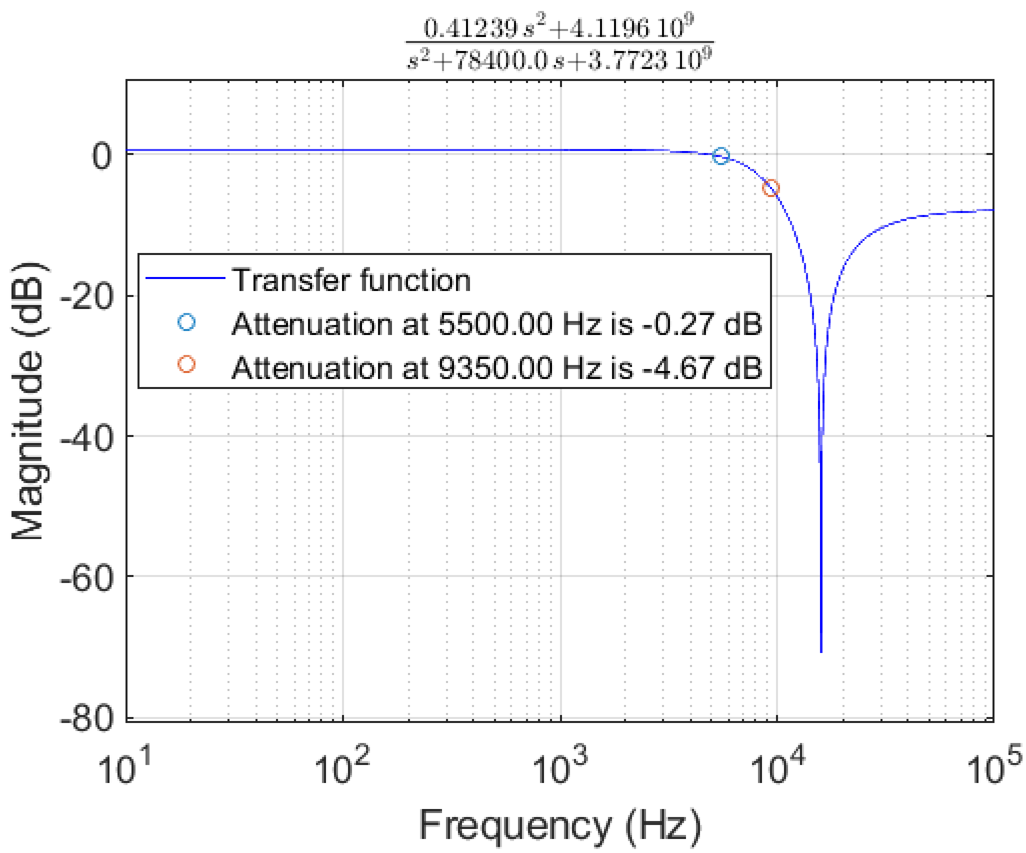
Παρακάτω φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



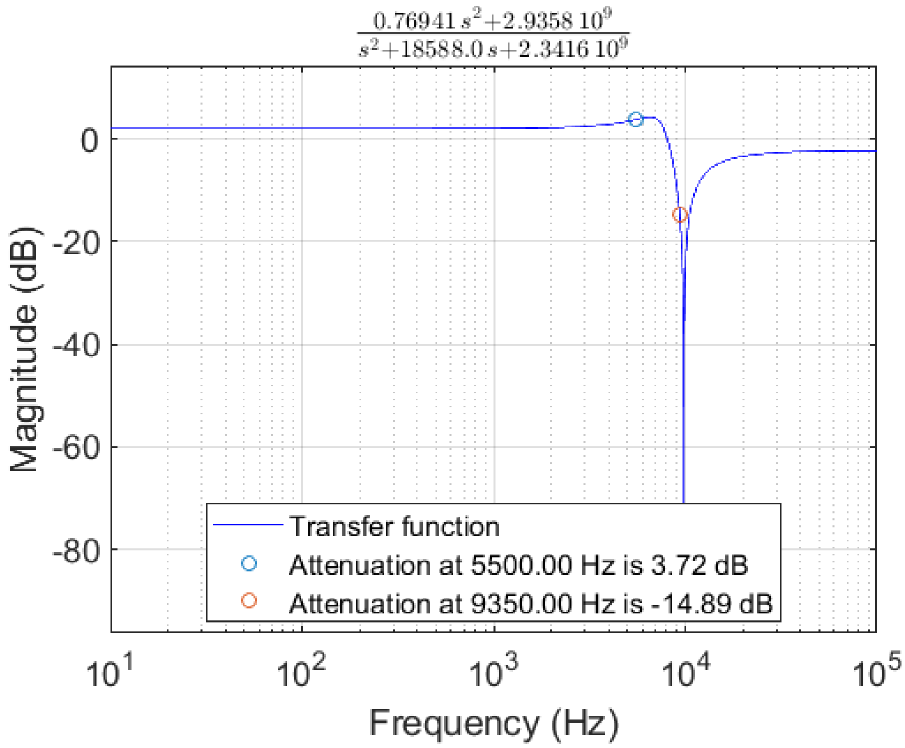
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

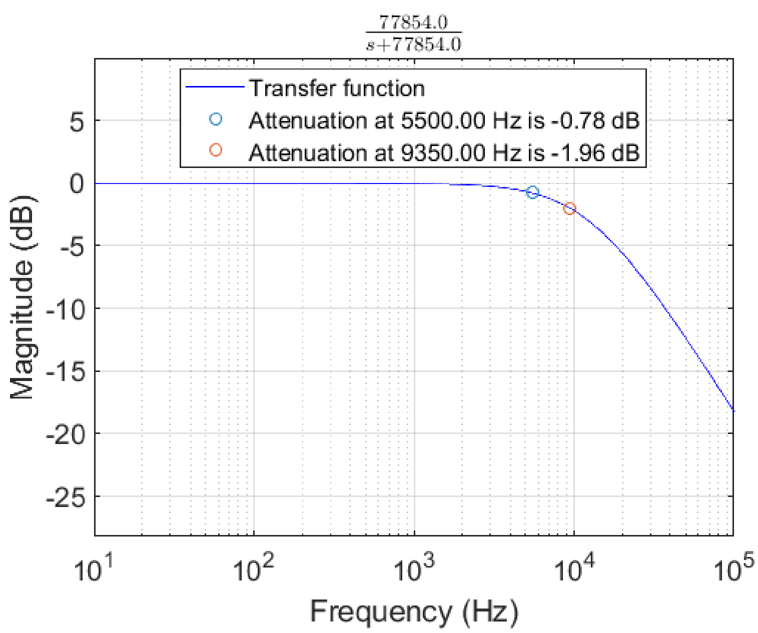
1η Μονάδα : LPN-Boctor



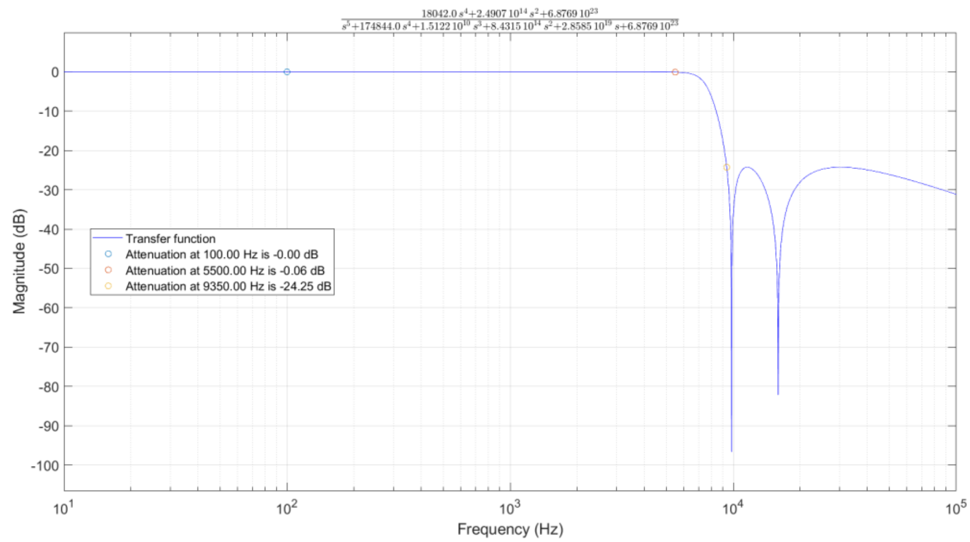
2^{η} Μονάδα LPN-Boctor



3^{η} Μονάδα : Πρωτοβάθμια μονάδα RC

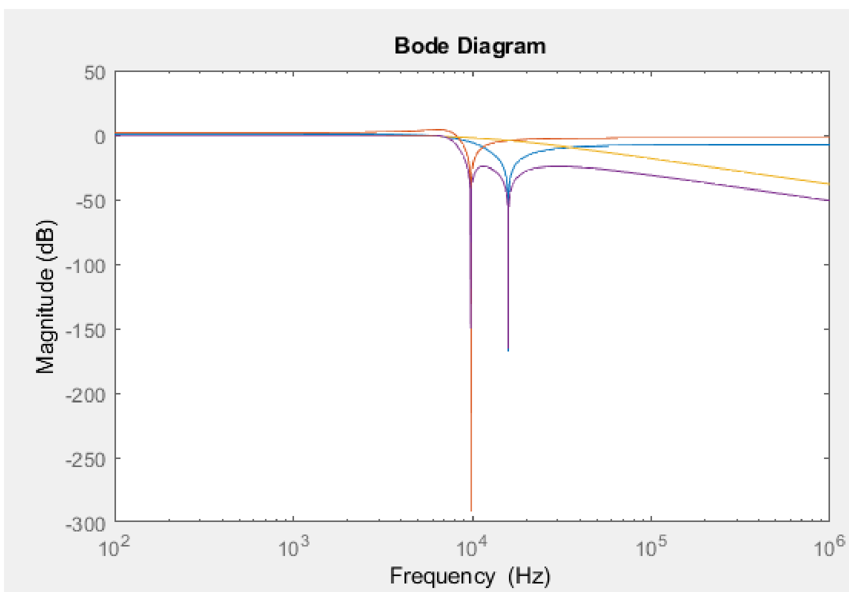


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

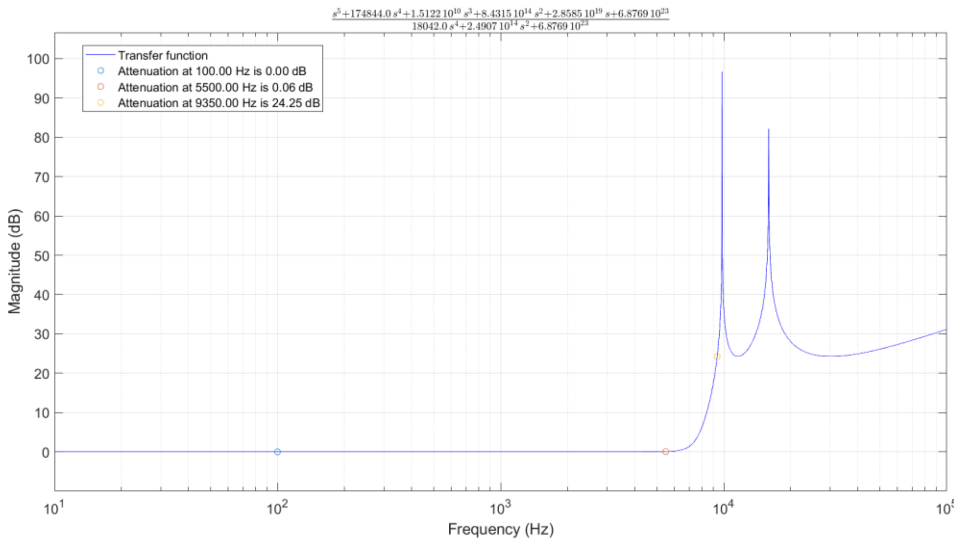


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο κίτρινο και η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο μωβ.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την $fp = 5500\ Hz$ και την $fs = 9350\ Hz$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα $f_p = 5500\ Hz$ είναι $0 + 0.06 = +0.06\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.25\ dB$ υπερκαλύπτεται.

Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα $f_s = 9350\ Hz$ είναι $0 + 24.25 = 24.25\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 24.25\ dB$ καλύπτεται οριακά.

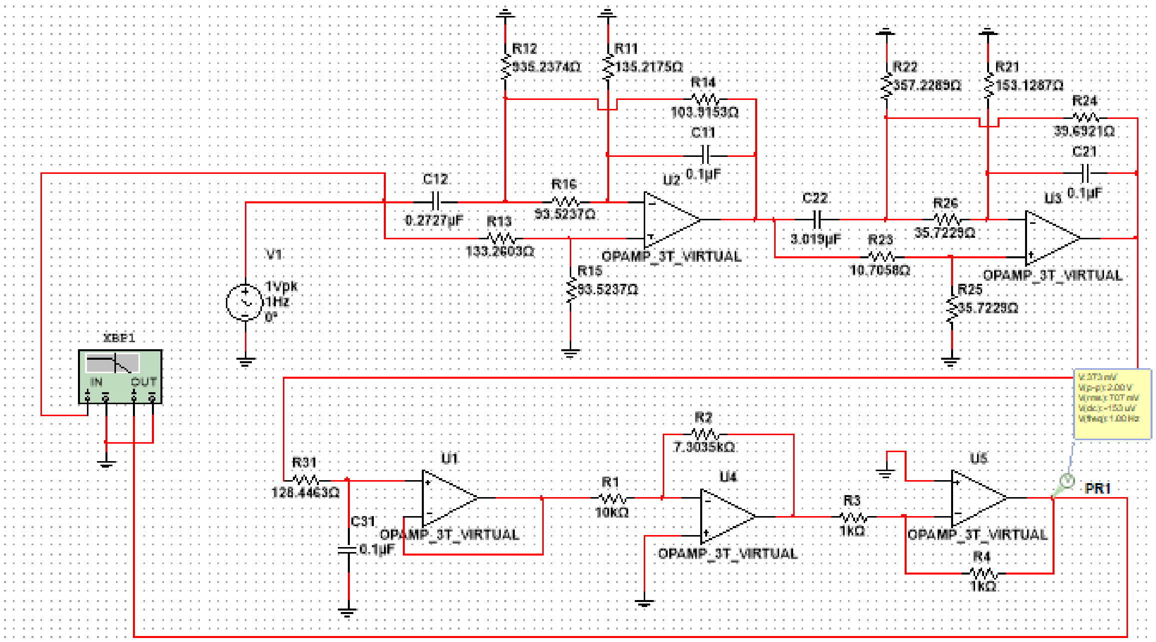
Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

Η ρύθμιση κέρδους είναι ήδη στα 0dB, οπότε δεν χρειάζεται να παραθέσω κάποιο άλλο διάγραμμα με τη συνάρτηση απόσβεσης.

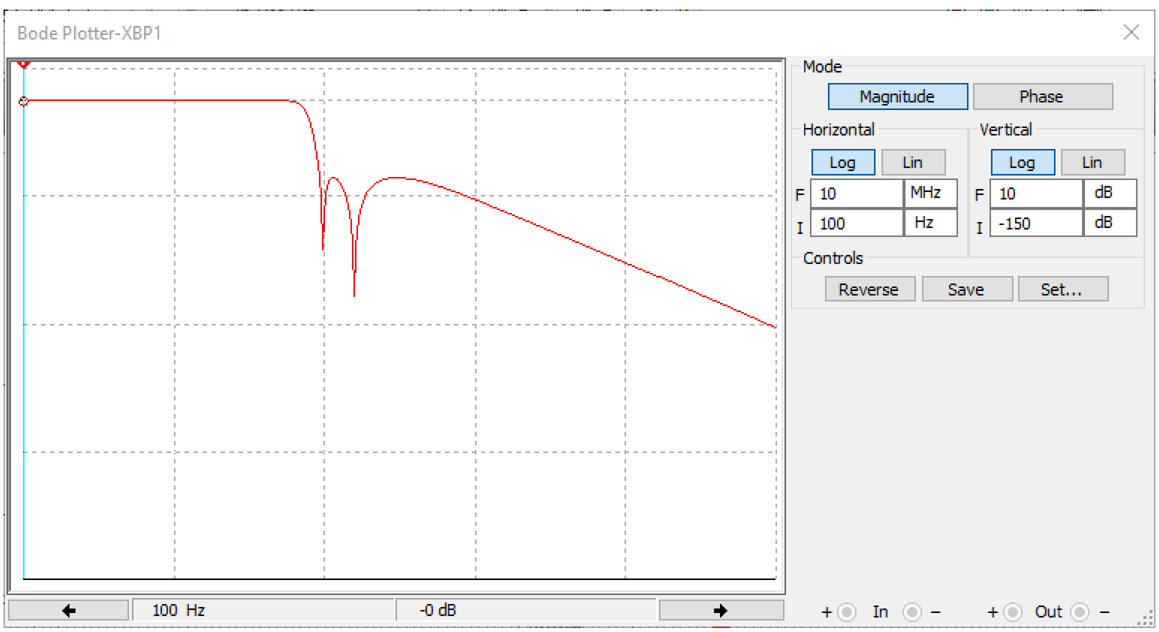
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

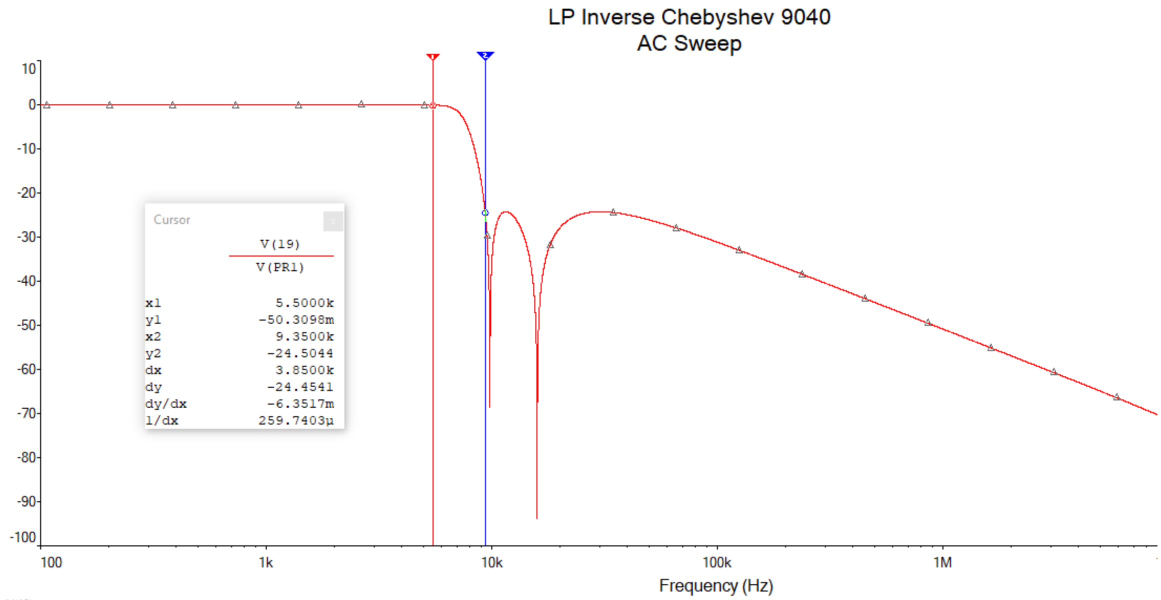
Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

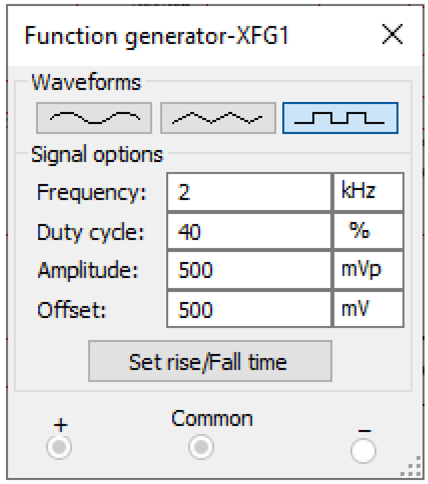


Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

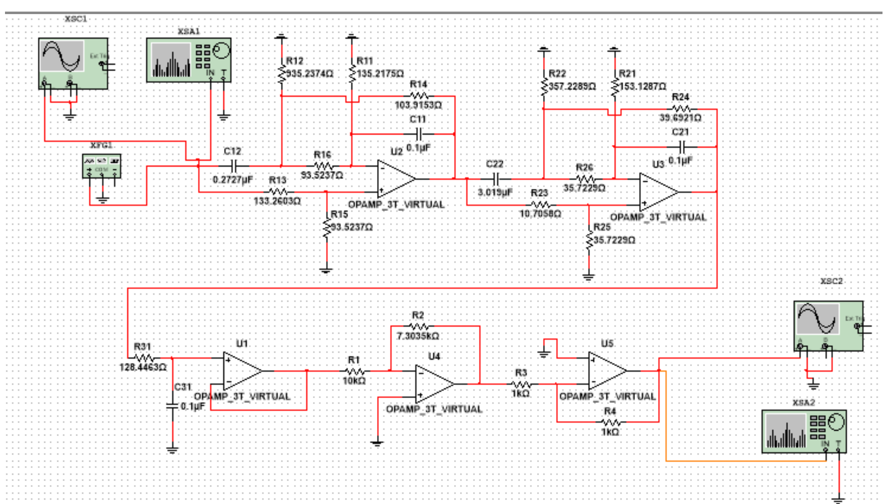


Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα 5.5 kHz η ενίσχυση είναι $-0.053\ dB$, στα 9.35 kHz η απόσβεση είναι $-24.5dB$ και το κέρδος στα $0dB$. Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις από τις αντίστοιχες τιμές του MATLAB, λόγω των στρογγυλοποιήσεων που έγιναν, τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

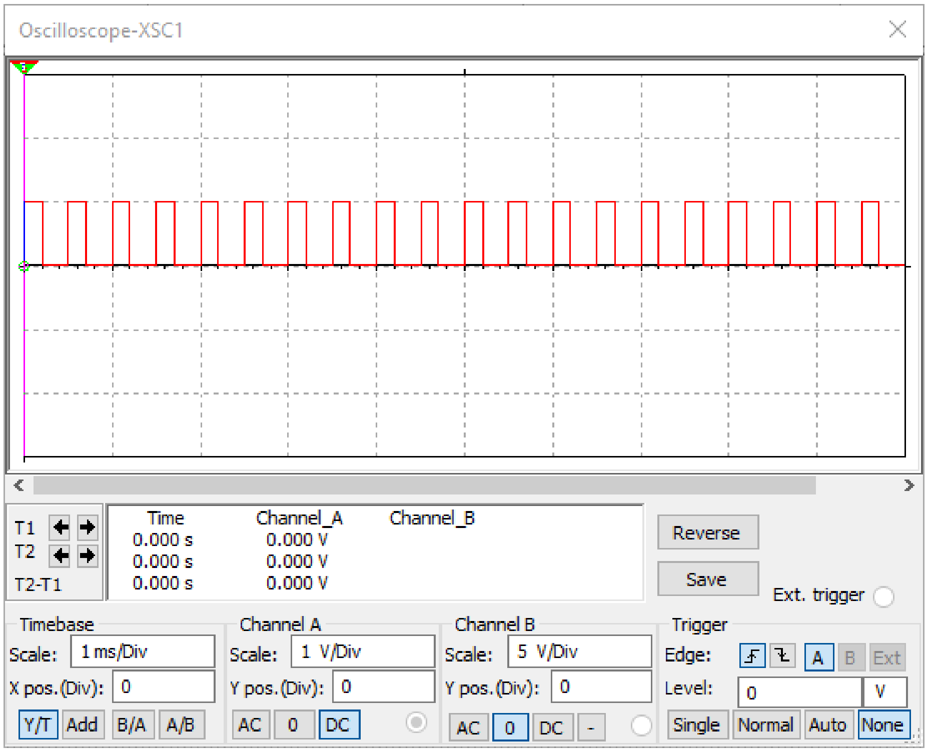
Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με πηγή διέγερσης τετραγωνικό περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα 2 kHz.
Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε το εργαλείο του Multisim, Function Generator, όπως φαίνεται παρακάτω:



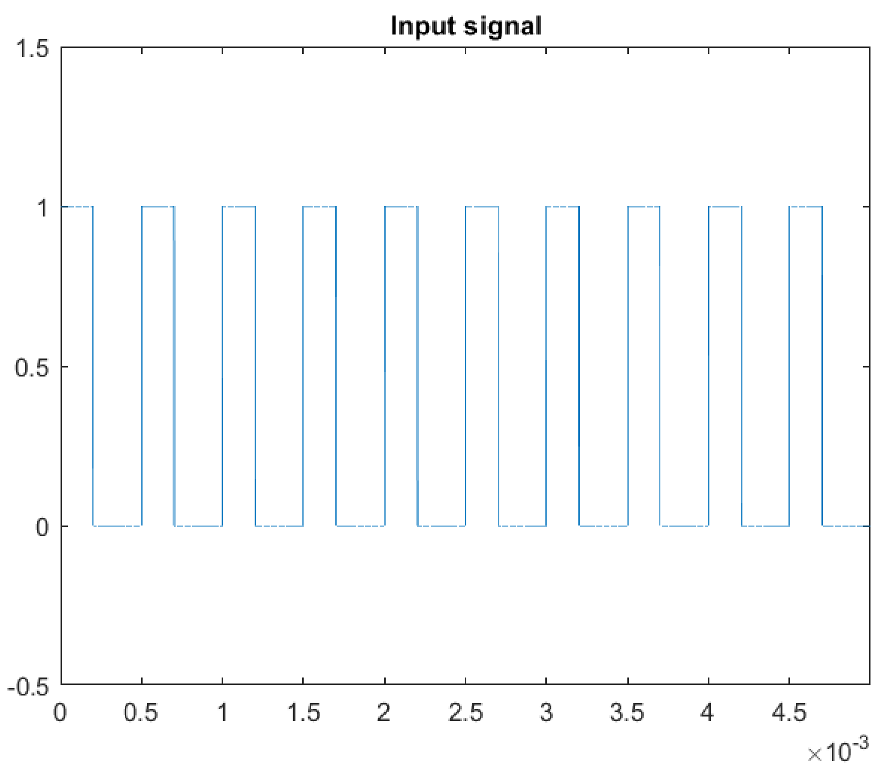
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Για τα φάσματα που ζητούνται συνδέουμε και τα Spectrum Analyzer. Το κύκλωμα με τα απαραίτητα όργανα για τις μετρήσεις φαίνεται παρακάτω:



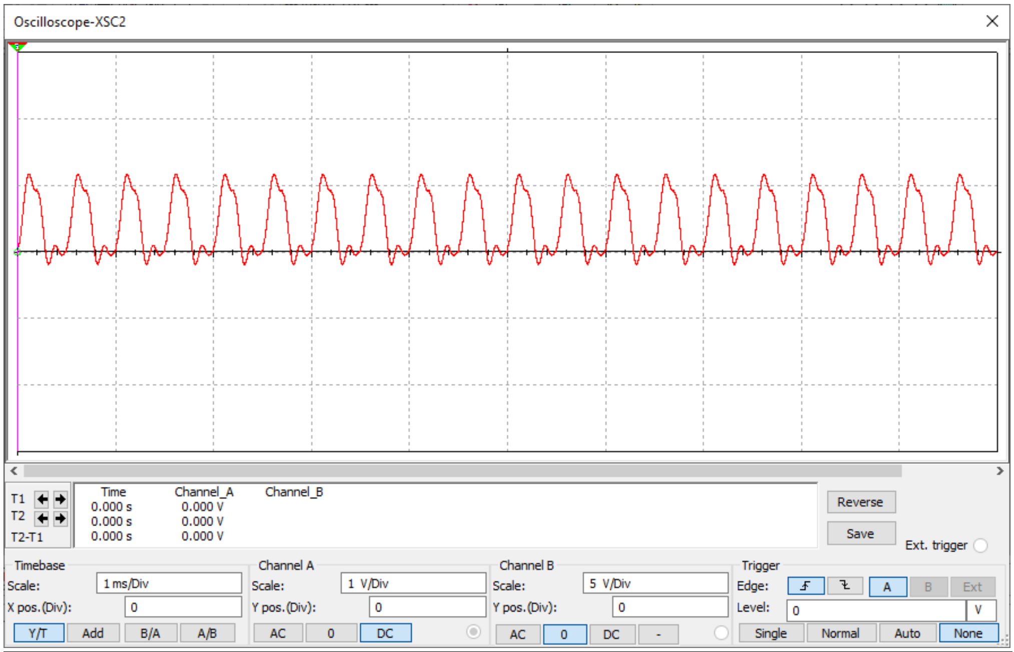
<u>Σήμα Εισόδου :</u>



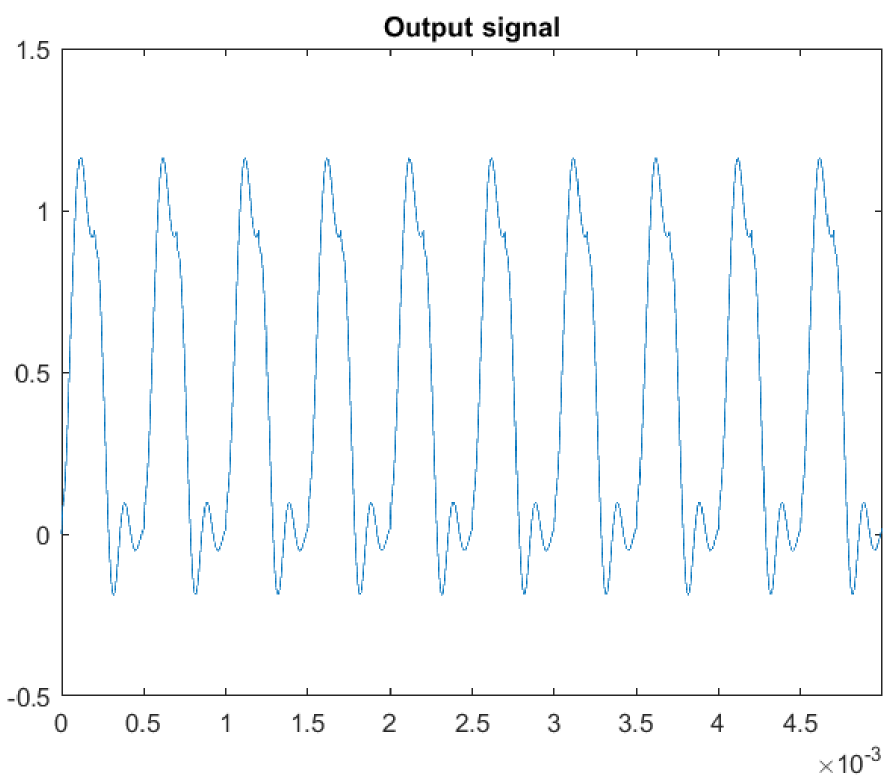
Και στο MATLAB:



Σήμα Εξόδου :



Και στο MATLAB:



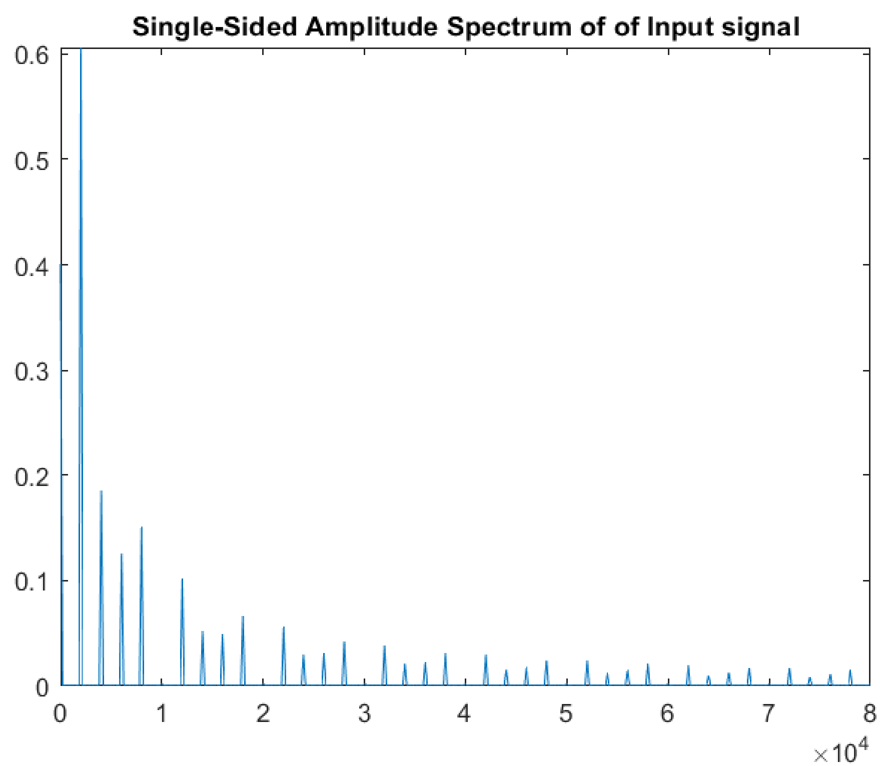
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του κατωδιαβατού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

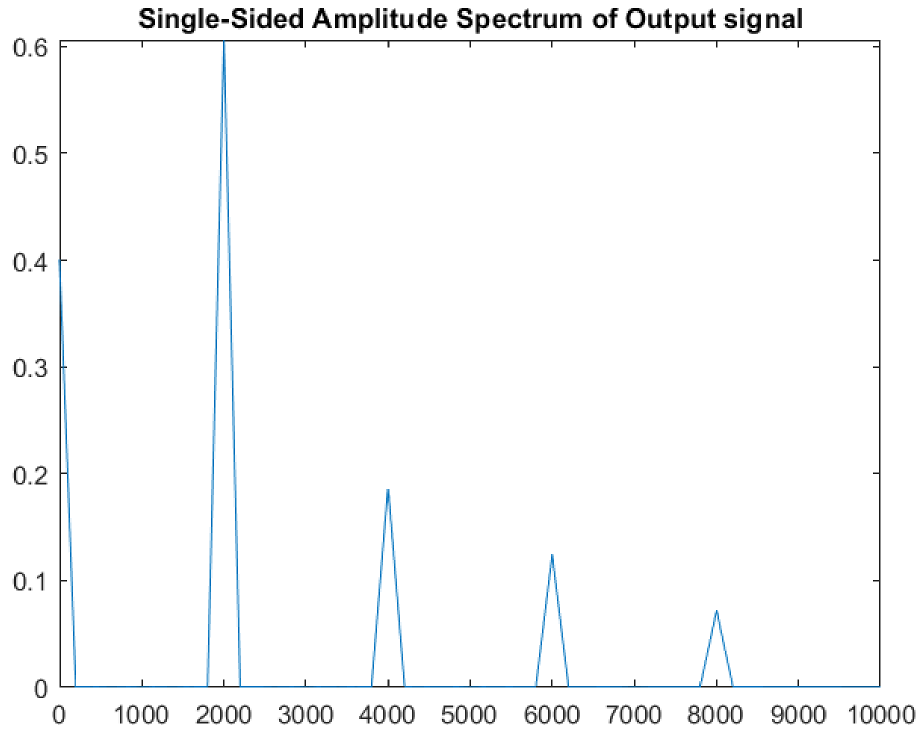
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του κατωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

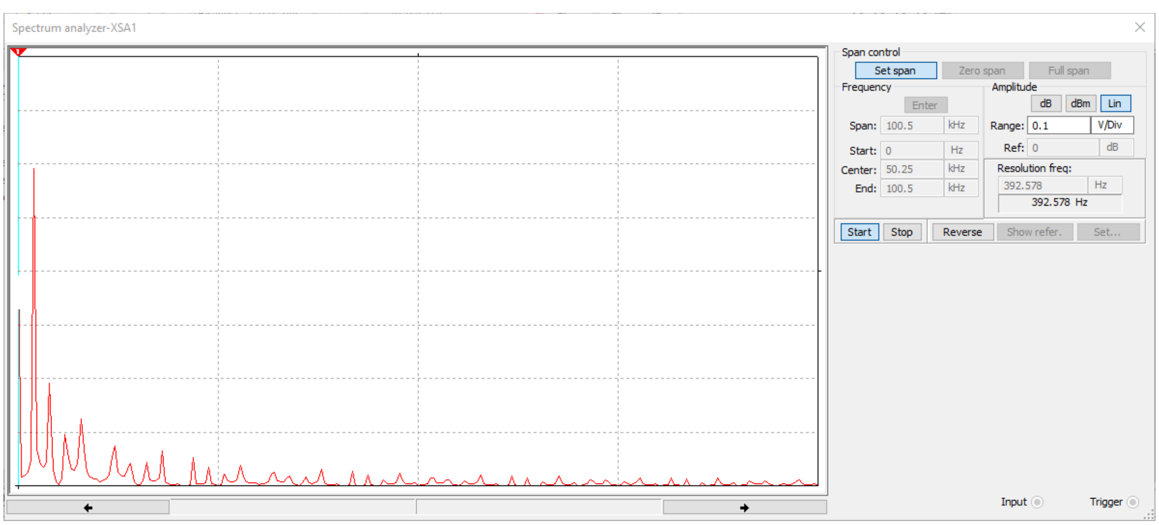
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



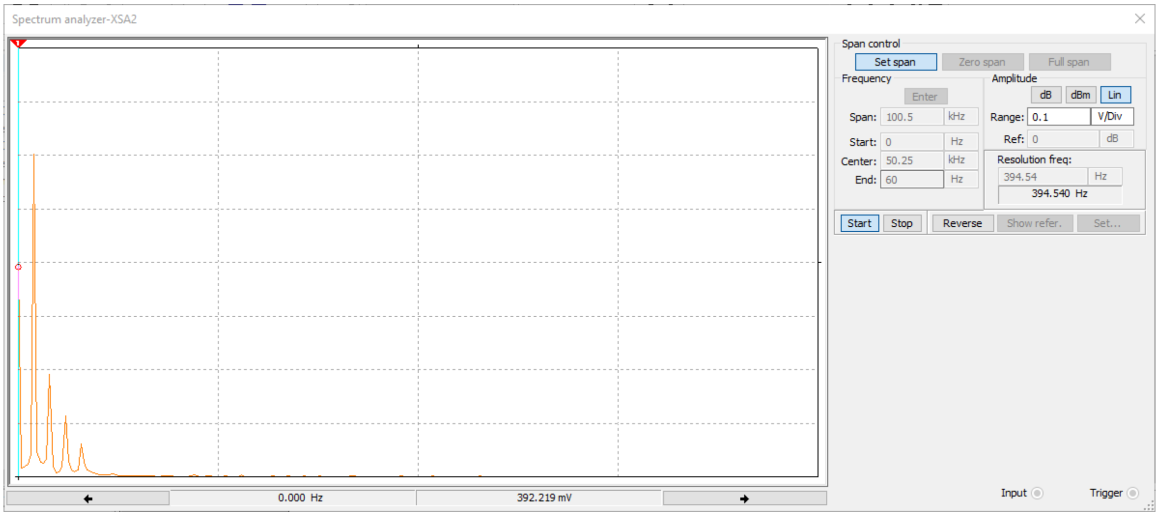
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, την ώση της θεμελιώδους συχνότητας στα $2\ kHz$, αλλά και μικρότερες ώσεις στις αρμονικές συχνότητες αυτής.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται οι ώσεις μετά τη συχνότητα αποκοπής στα $9.35\ kHz$, κάτι το οποίο επιβεβαιώνει πως το φίλτρο μας είναι χαμηλοπερατό.

Επίσης, παρατηρούμε ότι η στη θεμελιώδη συχνότητα το πλάτος του φάσματος, τόσο στην είσοδο, όσο και στην έξοδο είναι το ίδιο, κάτι που αναμένεται εφόσον το ζητούμενο κέρδος είναι στα $0\ dB$.

Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές.

Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1\ kHz$$

$$f_1 = 650 + 25 \cdot a_4 = 650\ Hz$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = 1.5385\ kHz$$

$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4 \cdot f_0^2}}{2} = 434.6949\ Hz, \qquad \mu\varepsilon\ D = 2.1 \cdot \frac{f_0^2 - f_1^2}{f_1} = 1.8658 \cdot 10^3$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3} = 2.3005\ kHz$$

και

$a_{min} = 35 - a_3 = 31\ dB$, $\kappa\alpha\iota$ $a_{max} = 0.4 + \frac{\alpha_4}{36} = 0.4\ dB$, .

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6283\frac{rad}{sec}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 4084\frac{rad}{sec}, \omega_2 = 2\pi f_2 = 9666\frac{rad}{sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2731\frac{rad}{sec}, \qquad \omega_4 = 2\pi f_4 = 14454\ \frac{rad}{sec}$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega_p = 1\ \kappa\alpha\iota\ \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{cosh^{-1}\left[\left(10^{\alpha_{min}/_{10}} - 1\right)/\left(10^{\alpha_{max}/_{10}} - 1\right)\right]^{1/2}}{cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.9559$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 3.9559, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

n = 4

Υπολογίζουμε τους συντελεστές ε και α από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \left(10^{\alpha_{min}/_{10}} - 1\right)^{-1/_{2}} = 0.0282 \kappa\alpha\iota\ a = \frac{1}{n}\ sinh^{-1}\left(\frac{1}{e}\right) = 1.0655$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\left[\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right]} = 0.616$$

Η τάξη του φίλτρου είναι 4, οπότε οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_\kappa = \pm 22.5°, \pm 67.5°$

Οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους:

$$p_k = -\sinh a \cdot \cos\psi_\kappa + \cosh a \cdot \sin\psi_\kappa\ ,$$

όπου: $-\sigma_\kappa = \sinh a \cdot \cos\psi_\kappa\ \kappa\alpha\iota\ \pm\omega_\kappa = \cosh a \cdot \sin\psi_\kappa$

$$\Omega_{o_k} = \sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2}\ \kappa\alpha\iota\ Q_k = \frac{\Omega_{o_k}}{2 \cdot \sigma_k}$$

Οπότε:

$$p_{1,2} = -1.1815 \pm j0.6213\ , \Omega_{0_{1,2}} = 1.3349\ \kappa\alpha\iota\ Q_{1,2} = 0.5649$$

$$p_{3,4} = -0.4894 \pm j1.4998\ , \Omega_{0_{3,4}} = 1.5777\ \kappa\alpha\iota\ Q_{3,4} = 1.6118$$

Οι πόλοι φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

K	σ_k	$j\omega_k$	Ω_{o_k}	Q_k
1,2	-1.1815	$\pm j0.6213$	1.3349	0.5649
3,4	-0.4894	$\pm j1.4998$	1.5777	1.6118

Οι πόλοι της απόκρισης Inverse Chebyshev προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης Chebyshev:

$$\tilde{\Omega}_{0_{1,2}} = \frac{1}{\Omega_{0_{1,2}}} = 0.7491$$

$$\tilde{\Omega}_{0_{3,4}} = \frac{1}{\Omega_{0_{3,4}}} = 0.6339$$

Κλιμακοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε η μορφή των προδιαγραφών να ταιριάζει για σχεδίαση φίλτρου Chebyshev.

$$\tilde{\Omega}_{0_{1,2}} = \tilde{\Omega}_{0_{1,2}} \cdot \Omega_s = 1.5732$$

$$\tilde{\Omega}_{0_{3,4}} = \tilde{\Omega}_{0_{3,4}} \cdot \Omega_s = 1.3311$$

Βρίσκουμε τη θέση των πόλων:

$$\Sigma_{1,2} = \frac{\tilde{\Omega}_{0_{1,2}}}{2Q_{1,2}} = 1.3924 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_{1,2} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{0_{1,2}}^2 - \Sigma_{1,2}^2} = 0.7322$$

$$p_{1,2} = -1.3924 \pm j0.7322, \; \tilde{\Omega}_{0_{1,2}} = 1.5732, Q_{1,2} = 0.5649$$

$$\Sigma_{3,4} = \frac{\tilde{\Omega}_{0_{3,4}}}{2Q_{3,4}} = 0.4129 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_{3,4} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{0_{3,4}}^2 - \Sigma_{3,4}^2} = 1.2654$$

$$p_{3,4} = -0.4129 \; \pm 1.2654, \; \tilde{\Omega}_{0_{3,4}} = 0.6339, Q_{3,4} = 1.6118$$

Σε επόμενο στάδιο, από την παρακάτω σχέση βρίσκουμε τα μηδενικά της απόκρισης Inverse Chebyshev:

$$\omega_{z_k} = sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \; \gamma\iota\alpha \; k = 1,3$$

$$\Omega_{z_1} = 1.0824 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_{z_2} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε, αντιστοίχως, και τα μηδενικά:

$$\tilde{\Omega}_{z_1} = \tilde{\Omega}_{z_1} \cdot \Omega_s = 2.273$$

$$\tilde{\Omega}_{z_2} = \tilde{\Omega}_{z_2} \cdot \Omega_s = 5.4876$$

Επίσης υπολογίζουμε το εύρος ζώνης bw και τον συντελεστή ποιότητας qc:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 5582.4 \frac{rad}{sec}$$

$$qc = \frac{\omega_o}{bw} = 1.1255$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\boldsymbol{-1.3924 \pm j0.7322}$

$$\Sigma_{1,2} = 1.3924 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_{1,2} = 0.7322$$

$$C_1 = \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 1.3924^2 + 0.7322^2 = 2.4749$$

$$D_1 = \frac{2 \cdot \Sigma_{1,2}}{qc} = \frac{2 \cdot 1.3924}{1.1255} = 2.4742$$

$$E_1 = 4 + \frac{C_1}{qc^2} = 4 + \frac{2.4749}{1.1255^2} = 5.9536$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^2 - 4D_1^2} = \sqrt{5.9536^2 - 4 \cdot 2.4742^2} = 3.3103$$

$$Q_{12} = \frac{1}{D_1}\sqrt{\frac{1}{2}(E_1 + G_1)} = \frac{1}{2.4742}\sqrt{\frac{1}{2}(5.9536 + 3.3103)} = 0.8698$$

$$k_1 = \frac{\Sigma_{12} \cdot Q_{12}}{qc} = \frac{1.3924 \cdot 0.8698}{1.1255} = 1.0761$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 1.0761 + \sqrt{1.0761^2 - 1} = 1.4736$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W_1} \cdot \omega_0 = \frac{6283.2}{1.4736} = 4263.9$$

$$\omega_{02} = W_1 \cdot \omega_0 = 6283.2 \cdot 1.4736 = 9258.7$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\boldsymbol{-0.4129 \pm \mathrm{j}1.2654}$

$$\Sigma_{3,4} = 0.4129 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_{3,4} = 1.2654$$

$$C_2 = \Sigma_{3,4}^2 + \Omega_{3,4}^2 = 0.4129^{\,2} + 1.2654^2 = 1.7718$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot \Sigma_{3,4}}{qc} = \frac{2 \cdot 0.4129}{1.1255} = 0.7337$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{qc^2} = 4 + \frac{1.7718}{1.1255^2} = 5.3986$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 - 4D_2^2} = \sqrt{5.3986^2 - 4 \cdot 0.7337^2} = 5.1953$$

$$Q_{34} = \frac{1}{D_2}\sqrt{\frac{1}{2}(E_2 + G_2)} = \frac{1}{0.7337}\sqrt{\frac{1}{2}(5.3986 + 5.1953)} = 3.1368$$

$$k_2 = \frac{\Sigma_{34} \cdot Q_{34}}{qc} = \frac{0.4129 \cdot 3.1368}{1.1255} = 1.1508$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1508 + \sqrt{1.1508^2 - 1} = 1.7202$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{W_2} \cdot \omega_0 = \frac{6283.2}{1.7202} = 3652.6$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 6283.2 \cdot 1.7202 = 10808$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού $\tilde{\Omega}_{z_1} = 2.273$

$$K_1 = 2 + \frac{\tilde{\Omega}_{z_1}^2}{qc^2} = 2 + \frac{2.273^2}{1.1255^2} = 6.0784$$

$$x_1 = \frac{K_1 + \sqrt{K_1^2 - 4}}{2} = \frac{6.0784 + \sqrt{6.0784^2 - 4}}{2} = 5.9091$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_1} = 6283.2 \cdot \sqrt{5.9091} = 15274$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_1}} = \frac{6283.2}{\sqrt{5.9091}} = 2584.7$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού $\tilde{\Omega}_{z_2} = 5.4876$

$$K_2 = 2 + \frac{\tilde{\Omega}_{z_2}^2}{qc^2} = 2 + \frac{5.4876^2}{1.1255^2} = 25.7704$$

$$x_2 = \frac{K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4}}{2} = \frac{25.7704 + \sqrt{25.7704^2 - 4}}{2} = 25.7315$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_2} = 6283.2 \cdot \sqrt{25.7315} = 31872$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_2}} = \frac{6283.2}{\sqrt{25.7315}} = 1238.6$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης σε 4 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι $\omega_{01} < \omega_{z1}$ $και$ $\omega_{03} < \omega_{z3}$ οπότε οι μονάδες 1 και 3 υλοποιούνται με φίλτρο LPN, κι επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ $και$ $\omega_{04} > \omega_{z4}$ οι μονάδες 2 και 4 υλοποιούνται με φίλτρο HPN.

$\boldsymbol{\omega_{01} = 4263.9}$ $\boldsymbol{\omega_{z1} = 15274}$ $\boldsymbol{Q_{12} = 0.8698}$	$\boldsymbol{\omega_{02} = 9258.7}$ $\boldsymbol{\omega_{z2} = 2584.7}$ $\boldsymbol{Q_{12} = 0.8698}$	$\boldsymbol{\omega_{03} = 3652.6}$ $\boldsymbol{\omega_{z3} = 31872}$ $\boldsymbol{Q_{34} = 3.1368}$	$\boldsymbol{\omega_{04} = 10808}$ $\boldsymbol{\omega_{z4} = 1238.6}$ $\boldsymbol{Q_{34} = 3.1368}$
LPN	HPN	LPN	HPN
Μονάδα I	Μονάδα II	Μονάδα III	Μονάδα IV

• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των μονάδων (I) και (II) χρησιμοποιούμε το κύκλωμα LPN του σχήματος 7.23 των σημειώσεων, ενώ για την για την υλοποίηση των μονάδων (II) και (IV) χρησιμοποιούμε το κύκλωμα HPN του σχήματος 7.21 των σημειώσεων. Εφόσον πρόκειται για υλοποίηση Inversre Chebyshev φίλτρου, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο, κι οπότε η κλιμακοποίηση θα γίνει για κάθε μονάδα ξεχωριστά. Θεωρούμε προσωρινά $\omega_0 = 1$, ώστε να υλοποιηθούν οι κανονικοποιημένες μονάδες και η κλιμακοποίηση θα γίνει με βάση την κεντρική συχνότητα κάθε μονάδας. .

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.23.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{\omega_{01}} = \frac{15274}{4263.9} = 3.5821$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_{12} = 0.8698$

$$R_{11} = 1$$

$$R_{12} = 4Q_{12}^2 = 4 \cdot 0.8698^2 = 3.0265$$

$$R_{13} = \frac{\omega_{z1}^2}{4Q_{12}^2} = \frac{3.5821^2}{4 \cdot 0.8698^2} = 8.4791$$

$$R_{14} = 1$$

$$R_{15} = \frac{4Q_{12}^2}{\omega_{z1}^2 - 1} = \frac{4 \cdot 0.8698^2}{3.5821^2 - 1} = 0.2558$$

$$C_{11} = \frac{1}{2Q_{12}} = \frac{1}{2 \cdot 0.8698} = 0.5748$$

και το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{\omega_{z1}^2}{2Q_{12}^2} + 1} = \frac{1}{\frac{3.5821^2}{2 \cdot 0.8698^2} + 1} = 0.1055$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{01} = 4263.9 rad/sec,$ οπότε επιλέγουμε $k_{f1} = 4263.9$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m1} = \frac{C_{11}}{k_{f1} \cdot C} = 13841$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{11} = 0.01\ \mu F$$

$$R_{11} = R_{11} \cdot k_{m1} = 13.4808\ \ k\Omega$$

$$R_{12} = R_{12} \cdot k_{m1} = 40.8003\ k\Omega$$

$$R_{13} = R_{13} \cdot k_{m1} = 114.4808\ k\Omega$$

$$R_{14} = R_{14} \cdot k_{m1} = 13.4808\ k\Omega$$

$$R_{15} = R_{15} \cdot k_{m1} = 3.4486\ k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{\omega_{02}} = \frac{2584.7}{9258.7} = 0.2792$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_{12} = 0.8698$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{z2}^2} - 1 = \frac{1}{0.2792^2} - 1 = 11.8311$$

$$k_{22} = \frac{(k_{21} + 2) \cdot Q_{12}^2}{(k_{21} + 2) \cdot Q_{12}^2 + 1} = \frac{(11.8311 + 2) \cdot 0.8698^2}{(11.8311 + 2) \cdot 0.8698^2 + 1} = 0.9128$$

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = Q_{12}^2 \cdot (k_{21} + 2)^2 = 0.8698^2 \cdot (11.8311 + 2)^2 = 144.7439$$

$$R_{23} = 1$$

$$R_{24} = Q_{12}^2 \cdot (k_{21} + 2) = 0.8698^2 \cdot (11.8311 + 2) = 10.4651$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q_{12} \cdot (2 + k_{21})} = \frac{1}{0.8698 \cdot (2 + 11.8311)} = 0.0831$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 11.8311 \cdot 0.0831 = 0.9834$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_2 = k_{22} \left(\frac{1}{\omega_{z2}}\right)^2 = 0.9128 \cdot \left(\frac{1}{0.2792}\right)^2 = 11.712$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Είναι $\omega_{02} = 9258.7 rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 9258.7$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_{22}}{k_{f2} \cdot C} = 897.7371$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{22} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{21} = \frac{C_{21}}{k_{f2} \cdot k_{m2}} = 0.1183\ \mu F$$

$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 897.7371 \Omega$$

$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 129.9419\ k\Omega$$

$$R_{23} = R_{23} \cdot k_{m2} = 897.7371\ \Omega$$

$$R_{24} = R_{24} \cdot k_{m2} = 9.3949\ k\Omega$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (III)</u>

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.23.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z3} = \frac{\omega_{z3}}{\omega_{03}} = \frac{31872}{3652.6} = 8.7258$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_{34} = 3.1368$

$$R_{31} = 1$$

$$R_{32} = 4Q_{32}^2 = 4 \cdot 3.1368^2 = 39.3591$$

$$R_{33} = \frac{\omega_{z3}^2}{4Q_{34}^2} = \frac{8.7258^2}{4 \cdot 3.1368^2} = 3.869$$

$$R_{34} = 1$$

$$R_{35} = \frac{4Q_{34}^2}{\omega_{z3}^2 - 1} = \frac{4 \cdot 3.1368^2}{8.7258^2 - 1} = 0.5238$$

$$C_{31} = \frac{1}{2Q_{34}} = \frac{1}{2 \cdot 3.1368} = 0.1594$$

και το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_3 = \frac{1}{\frac{\omega_{z3}^2}{2Q_{34}^2} + 1} = \frac{1}{\frac{8.7258^2}{2 \cdot 3.1368^2} + 1} = 0.2054$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{03} = 3652.6 rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f3} = 3652.6$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{31}}{k_{f3} \cdot C} = 4363.9$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{31} = 0.01\ \mu F$$

$$R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 4.3639\ k\Omega$$

$$R_{32} = R_{32} \cdot k_{m3} = 171.7575\ k\Omega$$

$$R_{33} = R_{33} \cdot k_{m3} = 16.8836\ k\Omega$$

$$R_{34} = R_{34} \cdot k_{m3} = 4.3639\ k\Omega$$

$$R_{35} = R_{35} \cdot k_{m3} = 2.2858\ k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z4} = \frac{\omega_{z4}}{\omega_{04}} = \frac{1238.6}{10808} = 0.1146$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_{34} = 3.1368$

$$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{z4}^2} - 1 = \frac{1}{0.1146^2} - 1 = 75.1398$$

$$k_{42} = \frac{(k_{41} + 2\,) \cdot Q_{34}^2}{(k_{41} + 2\,) \cdot Q_{34}^2 + 1} = \frac{(75.1398 + 2\,) \cdot 3.1368^2}{(75.1398 + 2\,) \cdot 3.1368^2 + 1} = 0.9987$$

$$R_{41} = 1$$

$$R_{42} = Q_{34}^2 \cdot (k_{41} + 2)^2 = 3.1368^2 \cdot (75.1398 + 2)^2 = 75.1398$$

$$R_{43} = 1$$

$$R_{44} = Q_{12}^2 \cdot (k_{21} + 2) = 3.1368^2 \cdot (75.1398 + 2) = 759.0392$$

$$C_{42} = \frac{1}{Q_{34} \cdot (2 + k_{41})} = \frac{1}{3.1368 \cdot (2 + 75.1398)} = 0.0041$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{42} = 75.1398 \cdot 0.0041 = 0.3105$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_4 = k_{42} \left(\frac{1}{\omega_{z4}}\right)^2 = 0.9987 \cdot \left(\frac{1}{0.1146}\right)^2 = 760.396$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Είναι $\omega_{04} = 10808\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f4} = 10808$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m4} = \frac{C_{42}}{k_{f4} \cdot C} = 38.2363$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{42} = C = 0.01\, \mu F$$

$$C_{41} = \frac{C_{41}}{k_{f4} \cdot k_{m4}} = 0.7514\, \mu F$$

$$R_{41} = R_{41} \cdot k_{m4} = 38.2363\, \Omega$$

$$R_{42} = R_{42} \cdot k_{m4} = 2.2388\, M\Omega$$

$$R_{43} = R_{43} \cdot k_{m4} = 38.2363\, \Omega$$

$$R_{44} = R_{44} \cdot k_{m4} = 29.0228\, k\Omega$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα 10 dB

Το συνολικό κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς (υπολογίζεται αναλυτικά παρακάτω), στην κεντρική συχνότητα $\omega_0 = 6283.2\ rad/sec$ είναι:

$$|T_{BP}(j\omega_0)| = 684.6450$$

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 10 \Rightarrow a \cdot 684.6450 = 10^{0.5} \Rightarrow a = 0.00461886$$

Εφόσον το α είναι μικρότερο του 1, πρέπει να γίνει εξασθένηση του κέρδους παθητικά. Οπότε, χρησιμοποιούμε μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -\frac{r_2}{r_1} = -0.00461886$. Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega\ και\ r_2 = 46.1886\ \Omega$. Επειδή, η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης, εισάγουμε μία επί πλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος μονάδα.

<u>Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{12}} + \omega_{01}^2} = \frac{01055 \cdot s^2 + 2.461 \cdot 10^7}{s^2 + 4902 \cdot s + 1.818 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_2 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_{12}} + \omega_{02}^2} = \frac{11.71 \cdot s^2 + 7.825 \cdot 10^7}{s^2 + 1.064 \cdot 10^4 \cdot s + 8.572 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = k_3 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{34}} + \omega_{03}^2} = \frac{0.2054 \cdot s^2 + 2.086 \cdot 10^8}{s^2 + 1164 \cdot s + 1.334 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

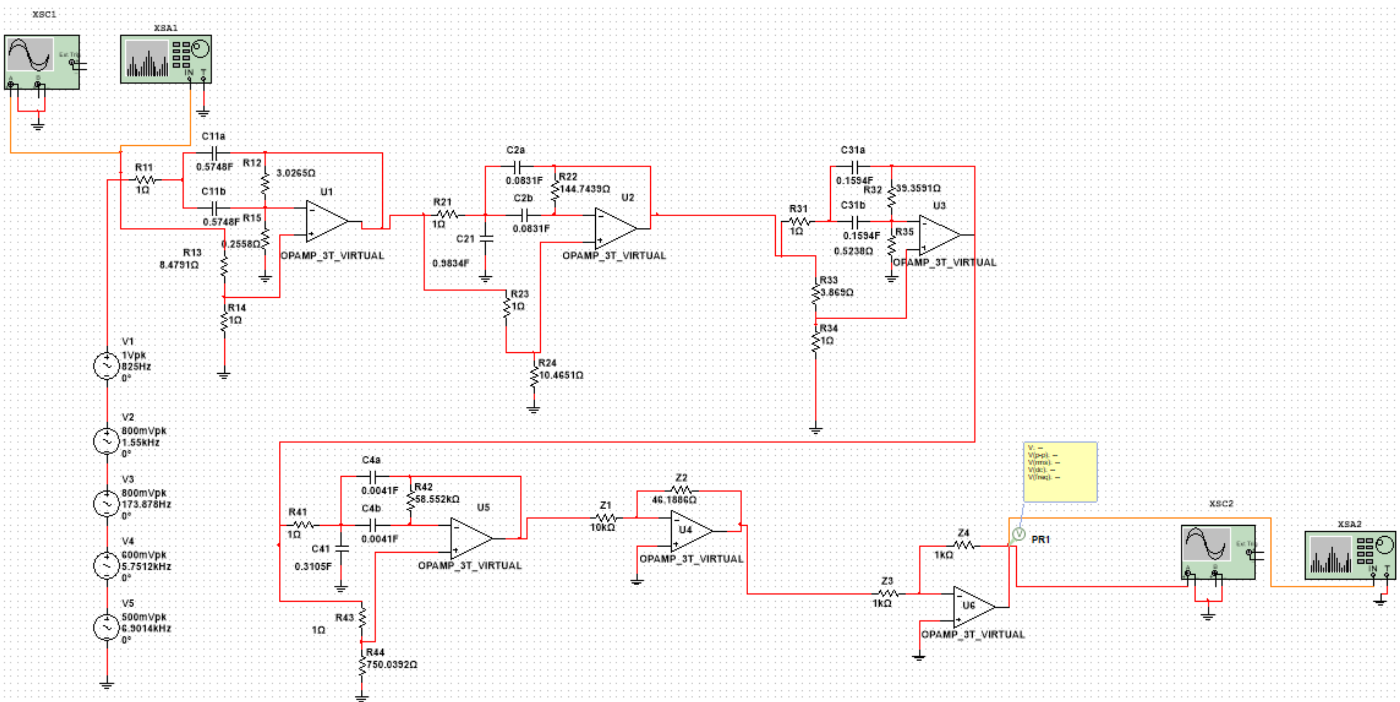
$$T_4(s) = k_4 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z4}^2}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_{34}} + \omega_{04}^2} = \frac{76.04 \cdot s^2 + 1.167 \cdot 10^8}{s^2 + 3446 \cdot s + 1.168 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου:

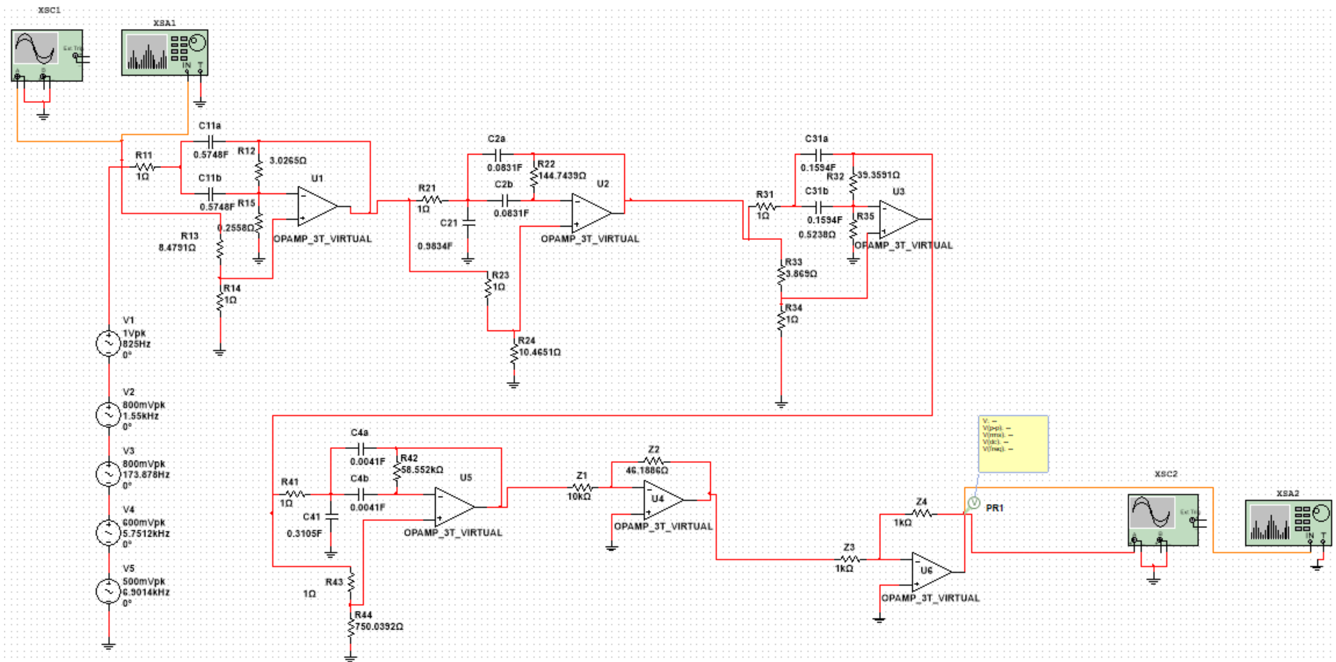
$$T_{BE}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s)$$

$$T_{BE}(s) = \frac{0.08913 \cdot s^8 + 1.121 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 2.204 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 1.747 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 2.165 \cdot 10^{29}}{s^8 + 2.016 \cdot 10^4 \cdot s^7 + 3.619 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 3.601 \cdot 10^{12} \cdot s^5 + 2.972 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 1.422 \cdot 10^{20} \cdot s^3 + 5.641 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 1.24 \cdot 10^{27} \cdot s + 2.429 \cdot 10^{30}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις. Επίσης, φαίνεται και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους, καθώς κι η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία που συνδέθηκε για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



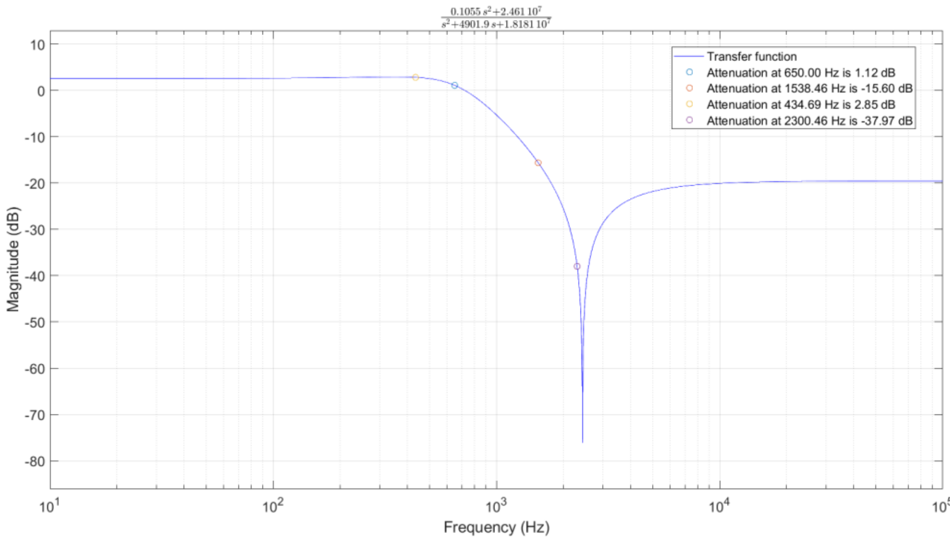
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



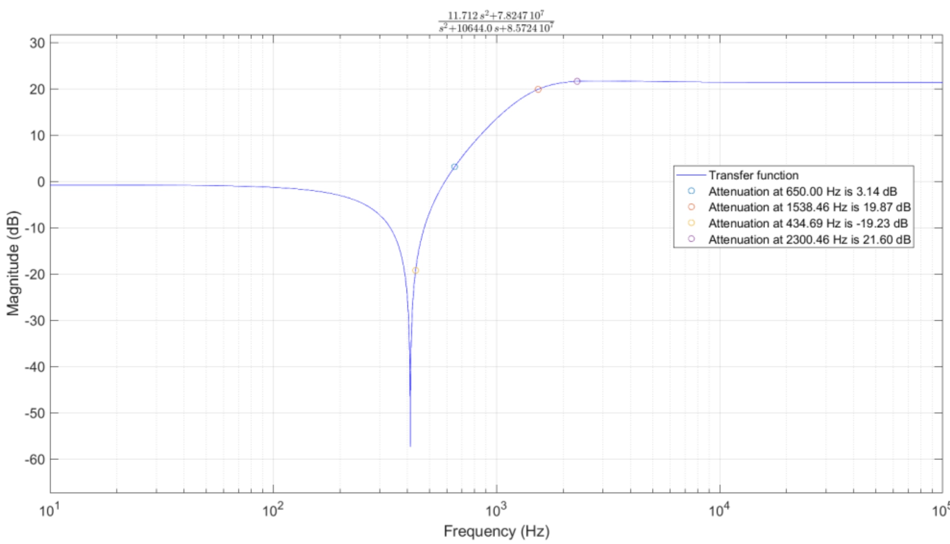
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

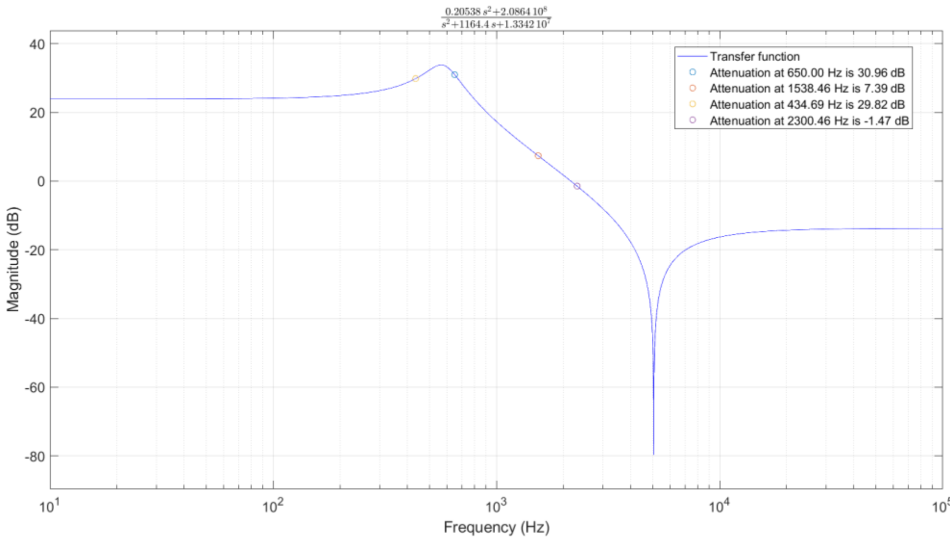
1η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN



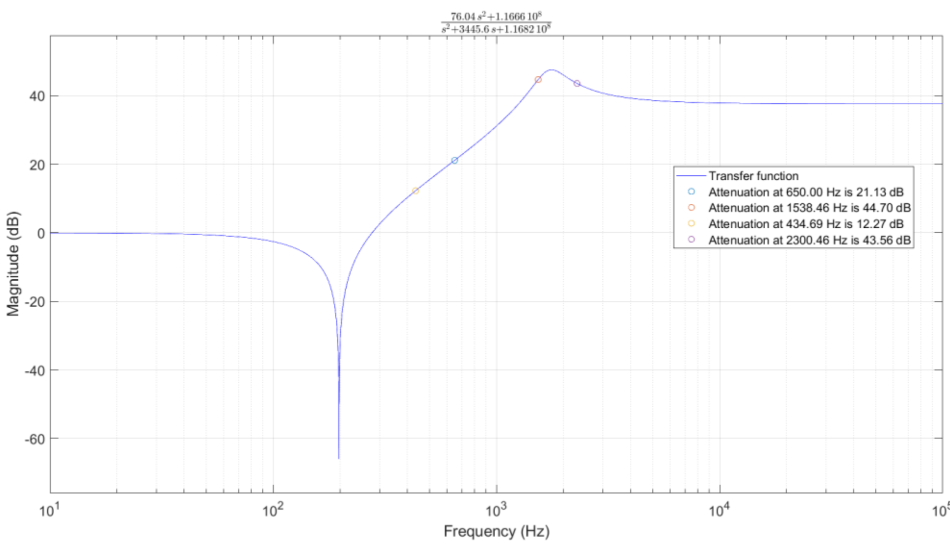
2η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN



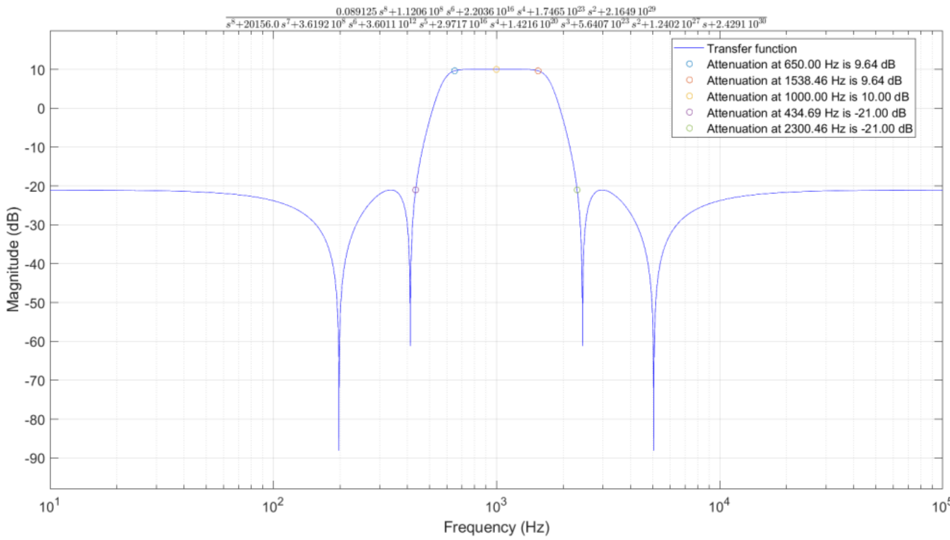
3η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN



4η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

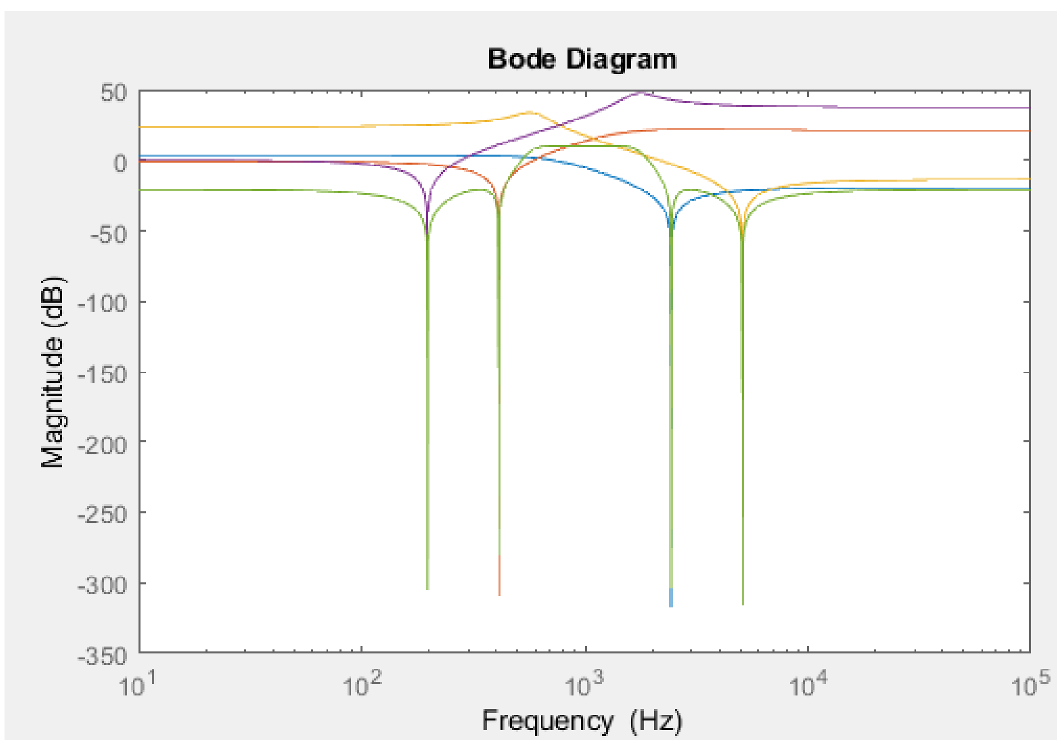


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

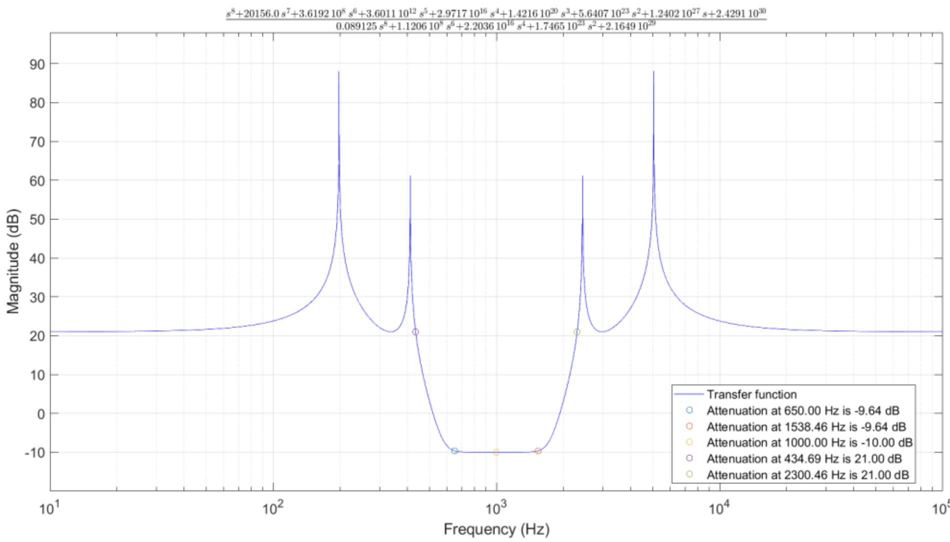


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο κίτρινο η T_4 στο μωβ και η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο πράσινο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή τις $f_0 = 1\ kHz,\ f_1 = 650\ Hz,\ f_2 = 1.5385\ kHz$ $f_3 = 434.6949\ Hz,\ \ f_4 = 2.3005\ kHz$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

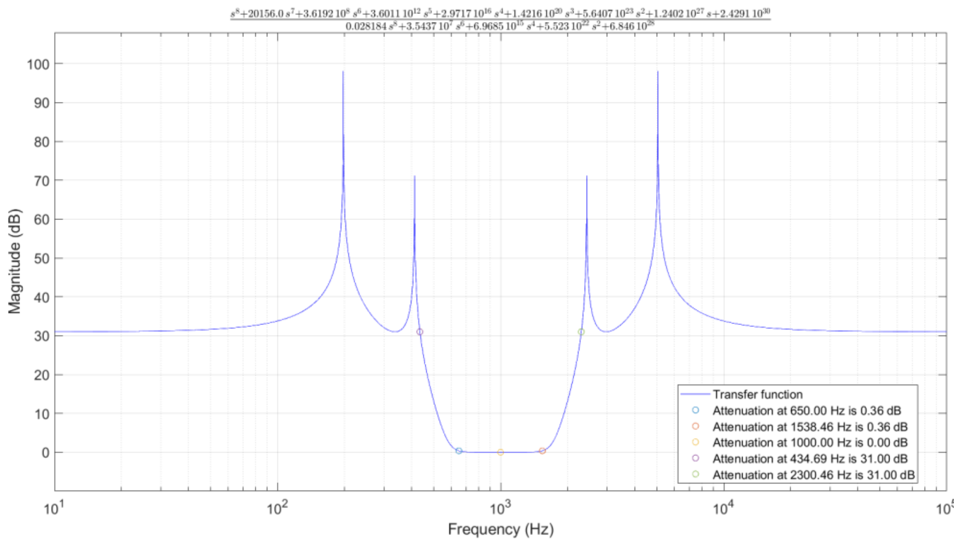
Αρχικά, παρατηρούμε ότι το φίλτρο έχει κέρδος $10\ dB$, όπως ζητείται.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_1 = 650\ Hz\ και\ f_2 = 1.5385\ kHz$ είναι $10 - 9.64 = 0.36\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.4dB$ πληρείται.

Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες$f_3 = 434.6949\ Hz,\ \ f_4 = 2.3005\ kHz$ είναι $10 + 21 = 31\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 31\ dB$ καλύπτεται οριακά.

Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

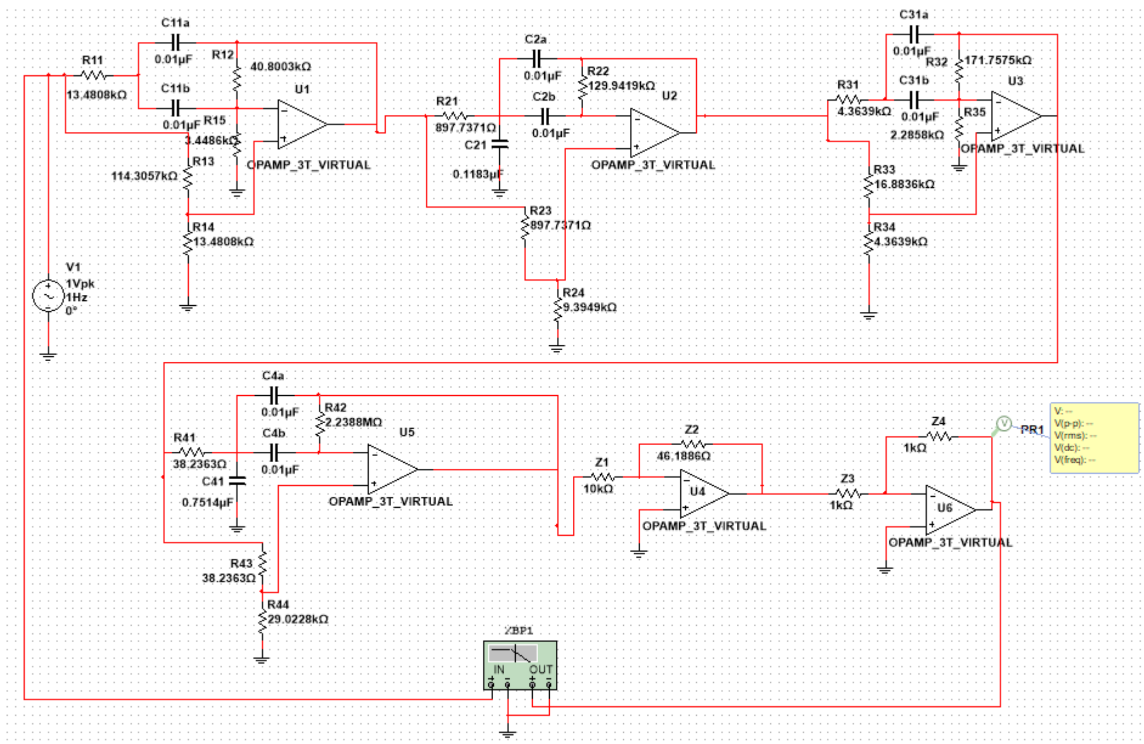
Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.



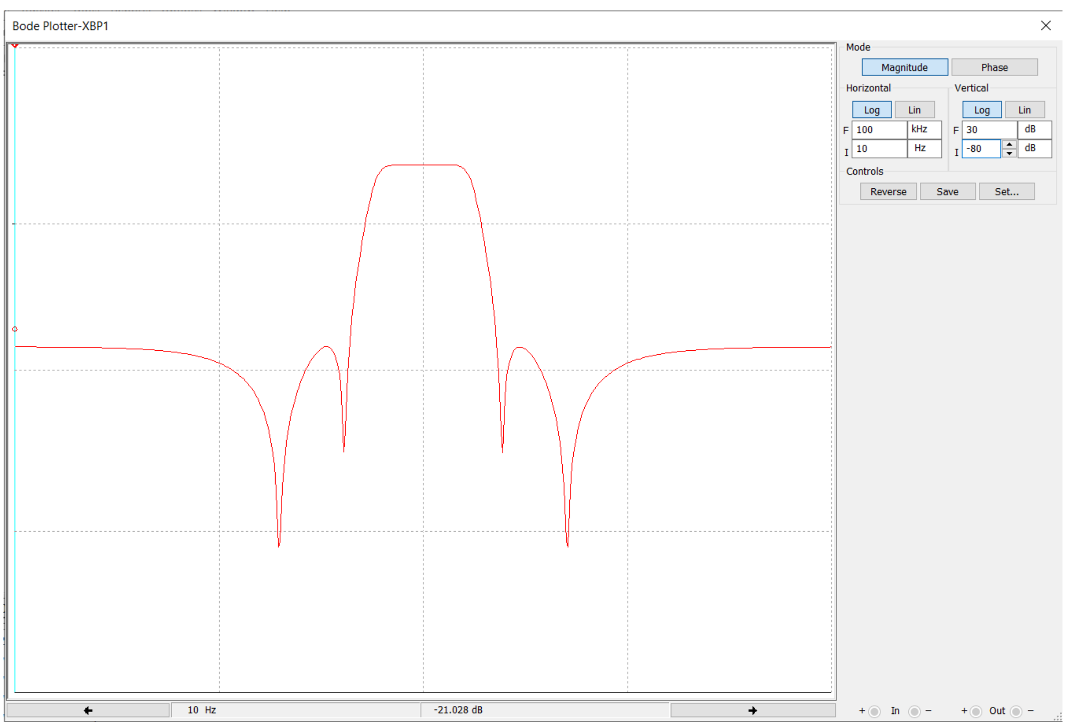
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

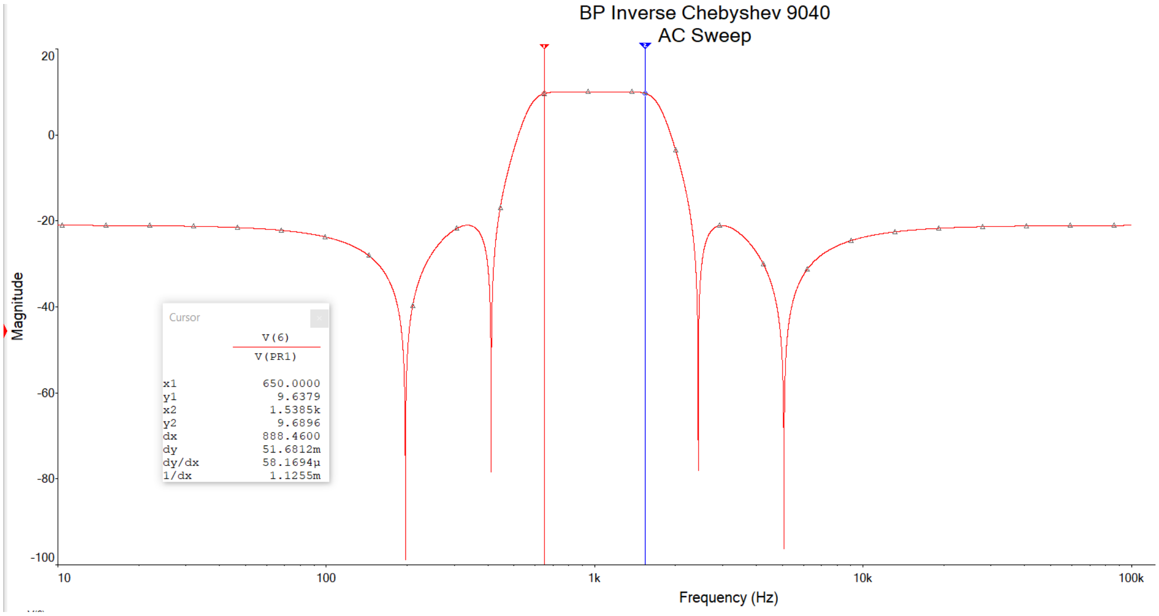
Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

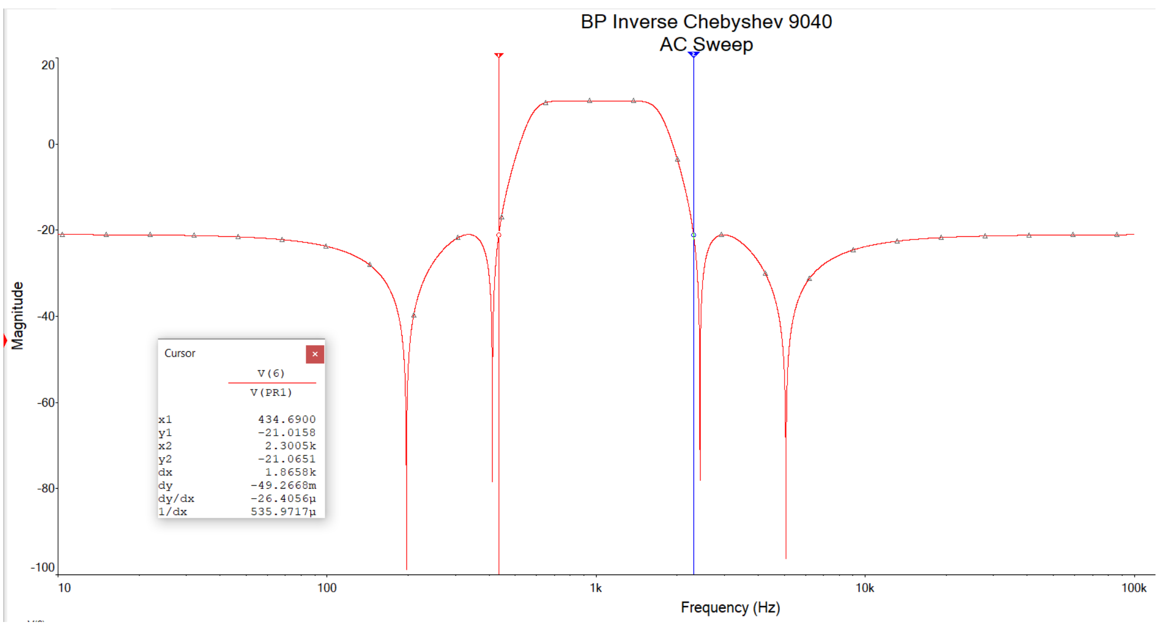


• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.





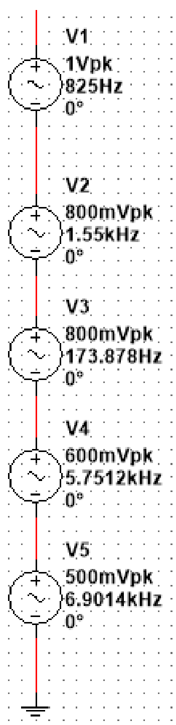
Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα $650\ Hz\ και\ \ 1538.46\ Hz$ η ενίσχυση είναι $9.6379\ dB\ και\ 9.6896\ αντίστοιχα$, στα $434.69\ Hz\ και\ 2300.46\ Hz$ η απόσβεση είναι $-21.0158\ dB\ και\ -21.0651\ dB\ αντίστοιχα$ και το κέρδος στα $10dB$. Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις από τις αντίστοιχες τιμές του MATLAB, λόγω των στρογγυλοποιήσεων που έγιναν, τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια σειρά πηγών διέγερσης το περιοδικό σήμα:

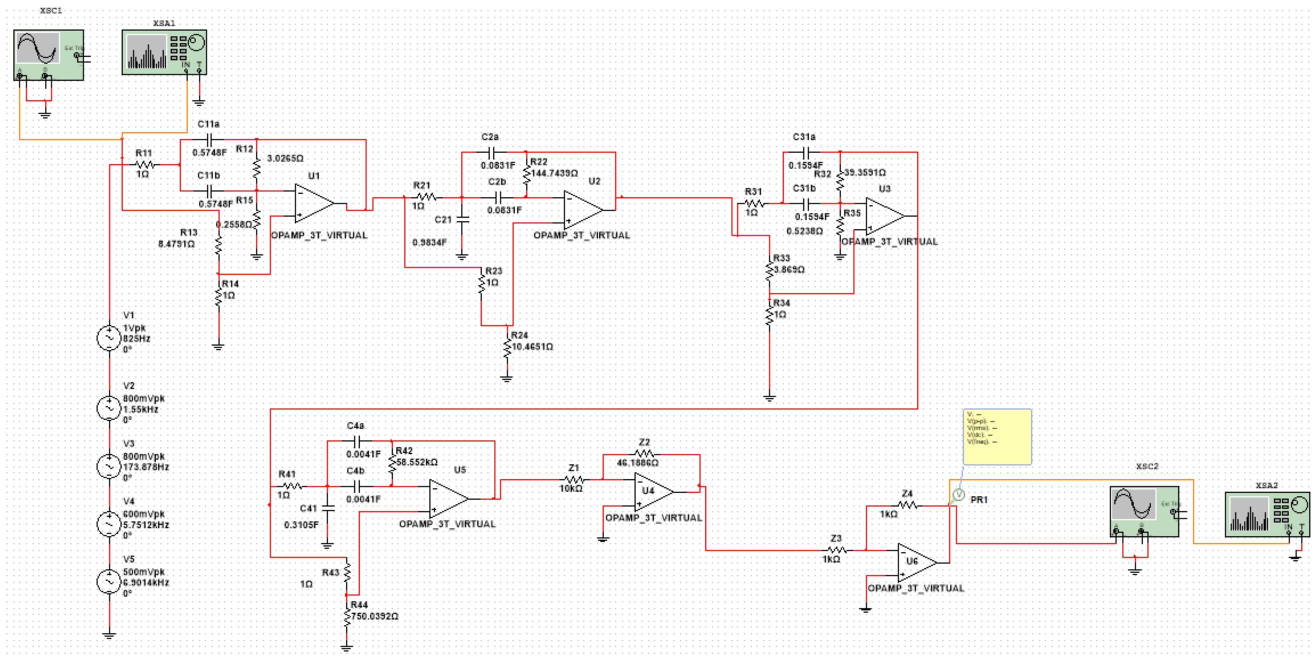
$$f(t) = \cos\left((\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2})t\right) + 0.8 \cdot \cos\left((\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3})t\right) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_3 t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_4 t) + 0.5 \cdot \cos(3 \cdot \omega_4 t) =$$

$$\cos(825t) + 0.8 \cdot \cos(1550t) + 0.8 \cdot \cos(173.878t) + 0.6 \cdot \cos(5751.2t) + 0.5 \cdot \cos(6901.4t)$$

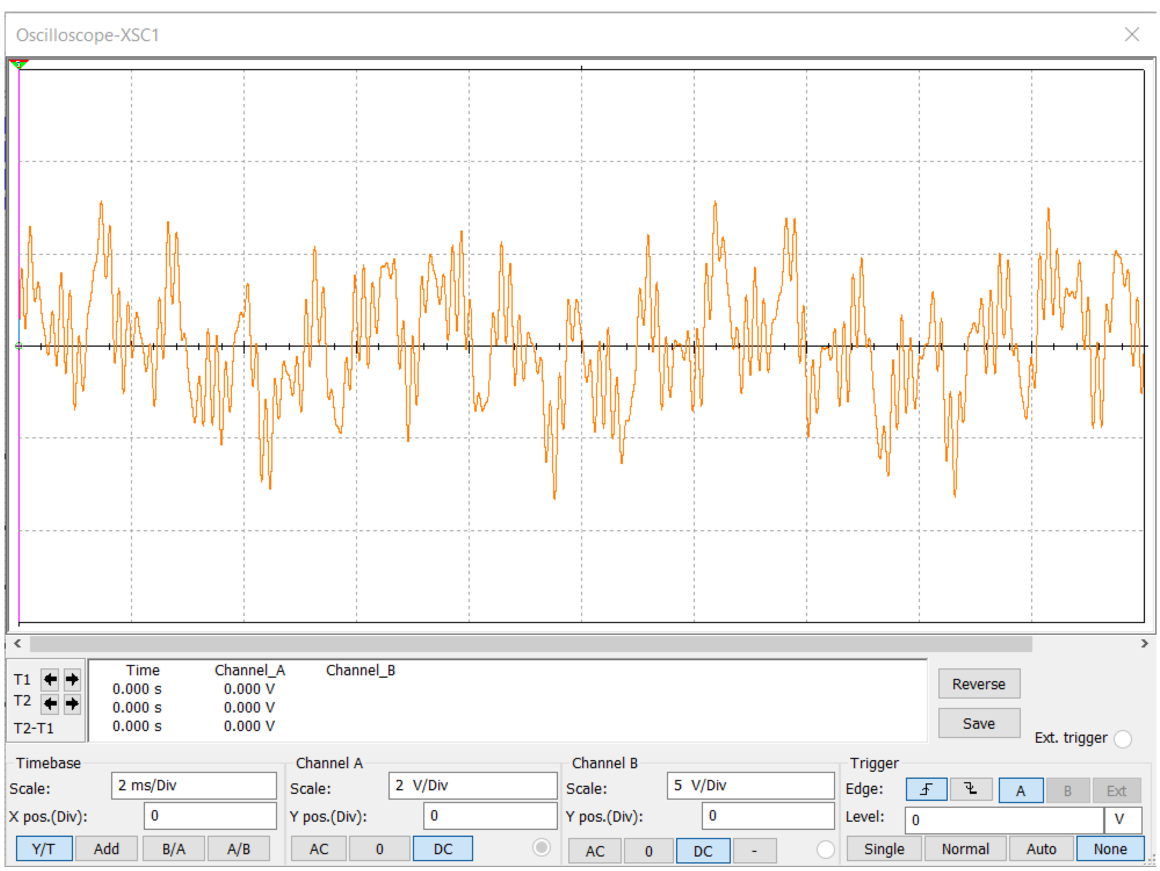
Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε 5 AC πηγές τάσης συνδεμένες στη σειρά. Σε κάθε μία πηγή χρησιμοποιήθηκε μία συχνότητα και δόθηκε το αντίστοιχο πλάτος για προσομοιωθεί το παραπάνω σήμα, και ο συνδυασμός τους σε σειρά συνδέθηκε στην είσοδο του κυκλώματος.



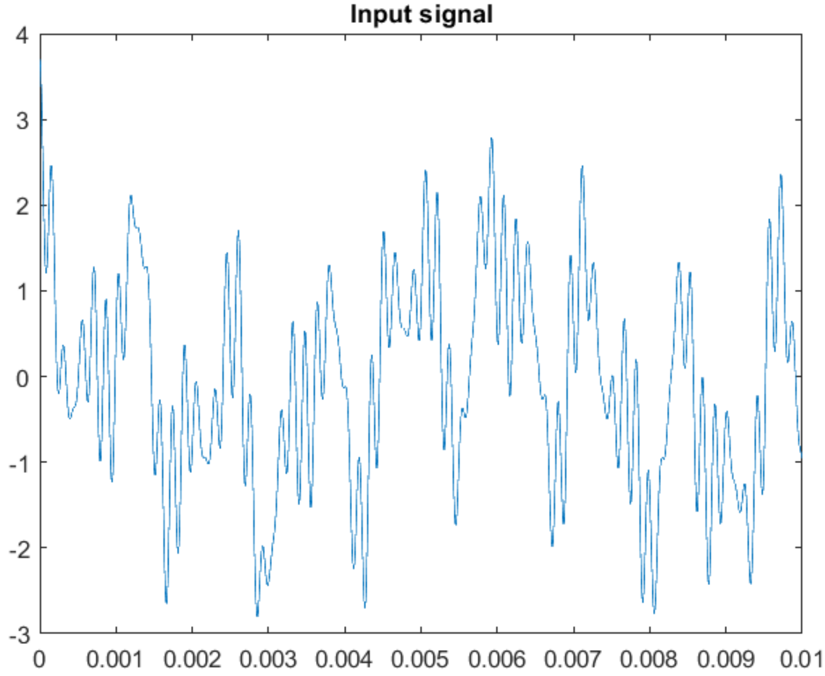
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Για τα φάσματα που ζητούνται συνδέουμε και τα Spectrum Analyzer. Το κύκλωμα με τα απαραίτητα όργανα για τις μετρήσεις φαίνεται παρακάτω:



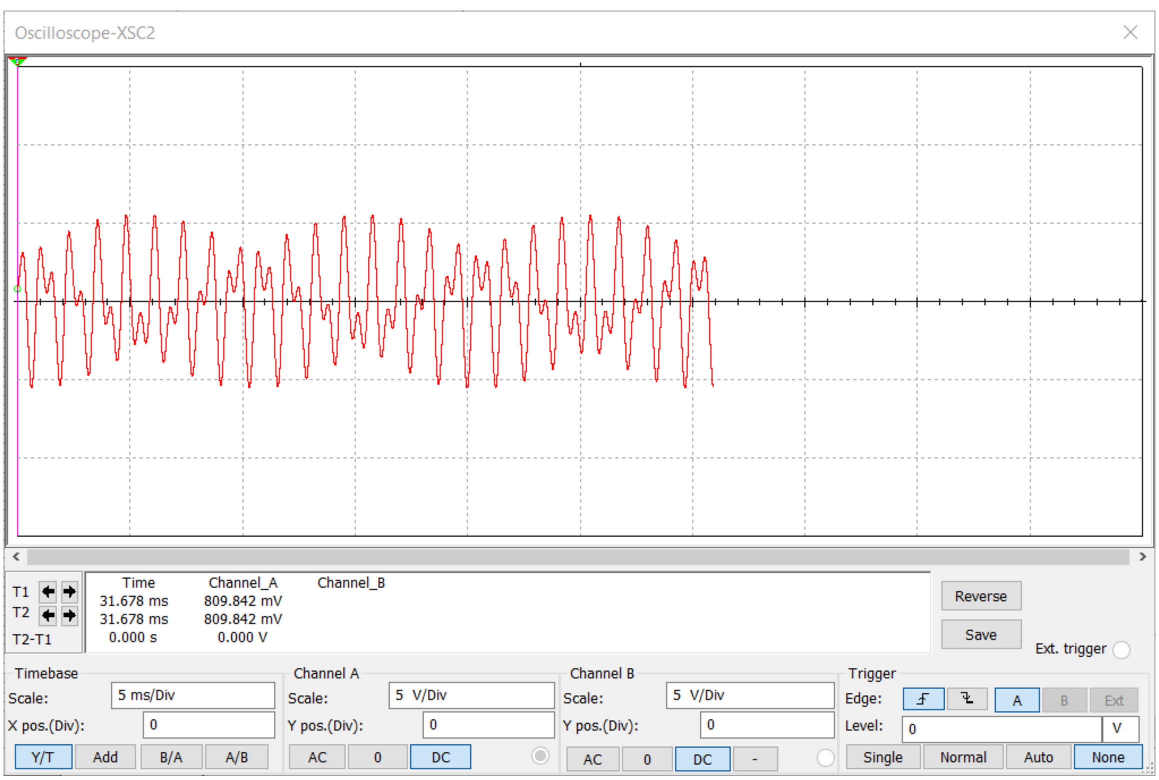
Σήμα Εισόδου :



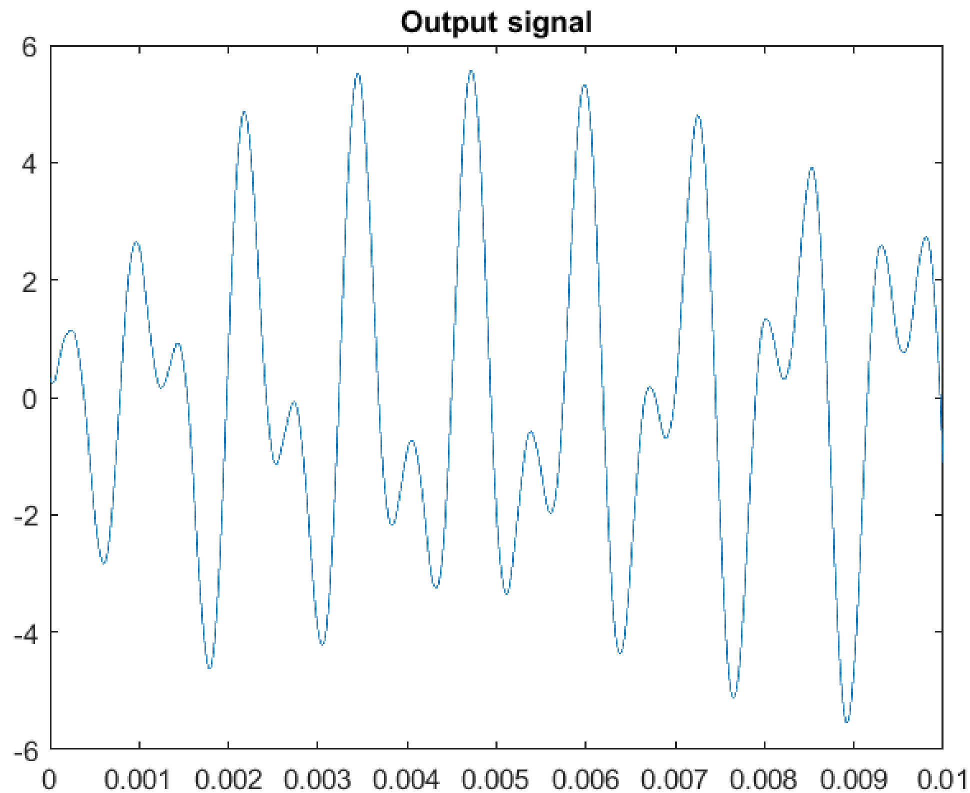
Και στο MATLAB:



<u>Σήμα Εξόδου :</u>



Και στο MATLAB:



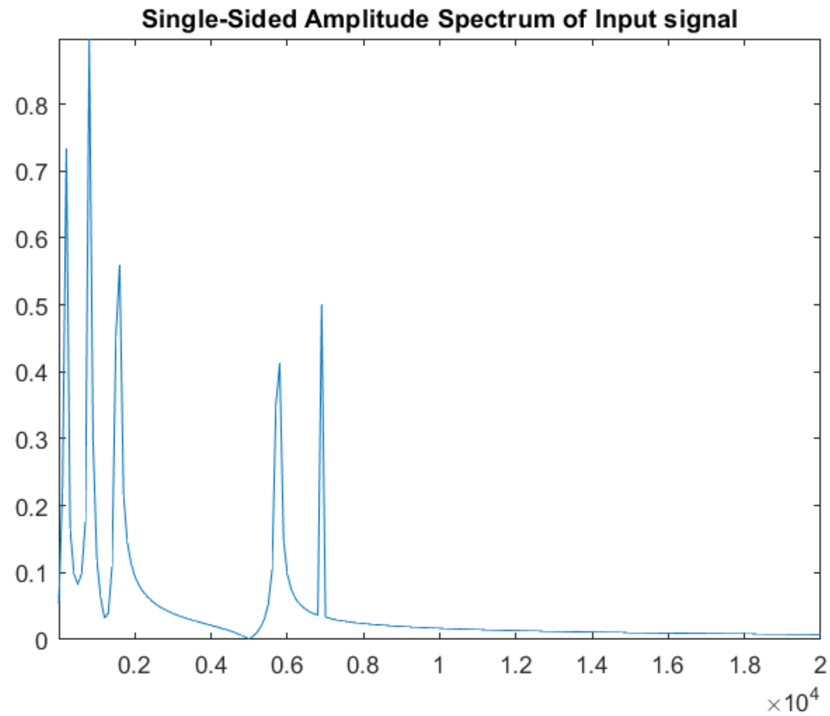
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του ζωνοδιαβατού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

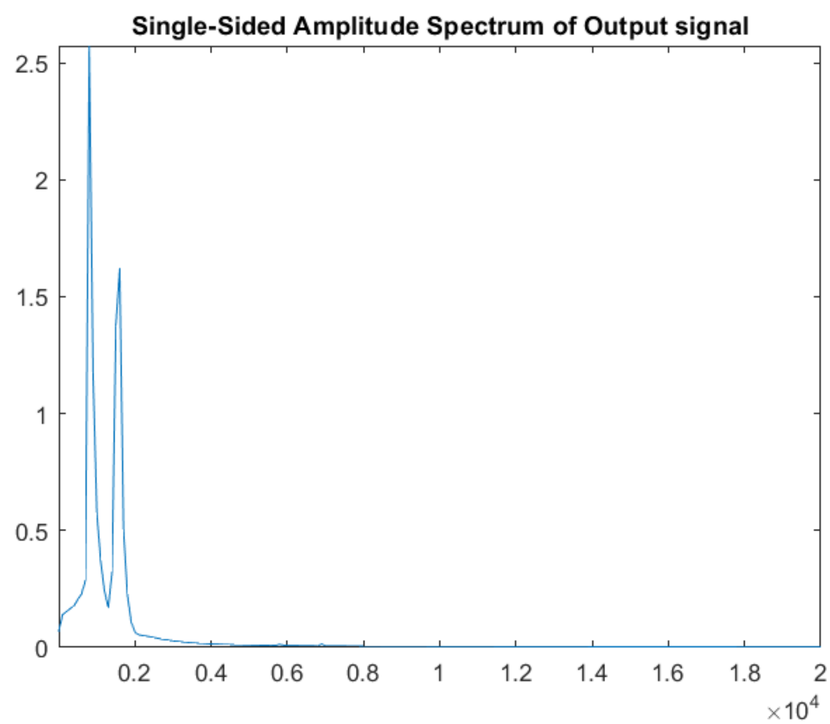
• Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

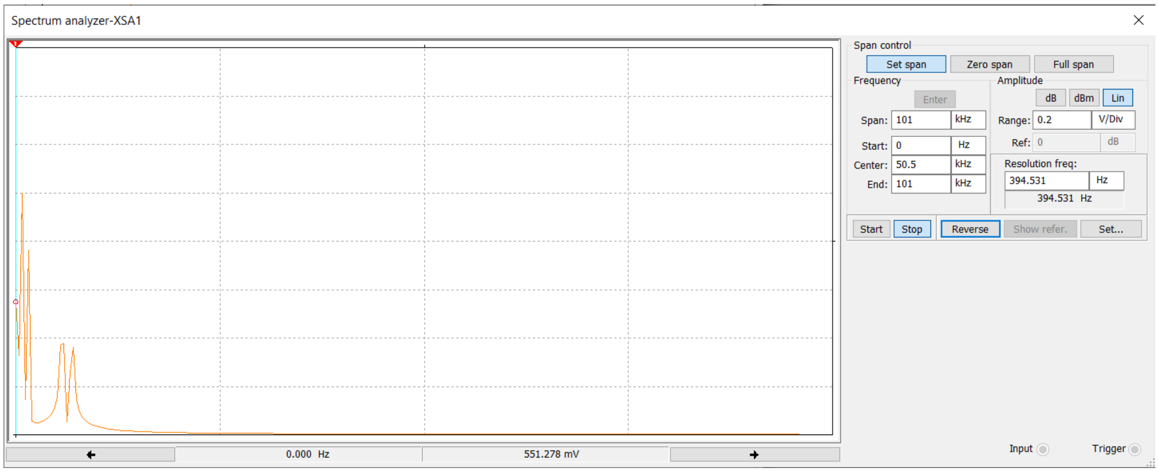
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



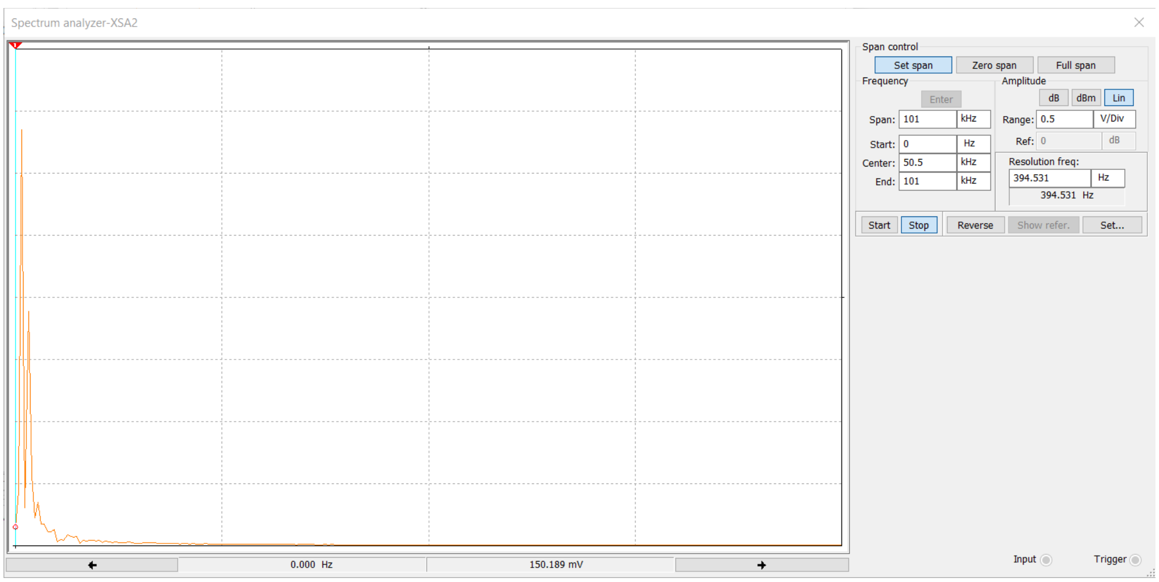
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, τις 5 ώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τις 5 θεμελιώδεις συχνότητες του σήματος που θέσαμε ως είσοδο.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται αρμονικές χαμηλών συχνοτήτων, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Συγκεκριμένα, αποσβένονται οι θεμελιώδεις συχνότητες $173.878\ Hz$, $5751.2\ Hz\ και\ 6901.4\ Hz$ που βρίσκονται στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου, ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες διατηρούνται κανονικά.

Σημειώνεται πως τα δύο σήματα, εισόδου και εξόδου, καθώς και τα φάσματα παρουσιάζονται με διαφορετική τιμή V/Div για λόγους ευκρίνειας. Παρατηρούμε, λοιπόν, την ενίσχυση της εξόδου σε σχέση με την είσοδο, άρα το φίλτρο μας έχει κέρδος 10db, όπως ζητείται στις προδιαγραφές. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές,

Τέλος, σημειώνεται πως ρυθμίστηκαν με trial & error οι τιμές των τάσεων τροφοδοσίας στους τελεστικούς ενισχυτές της δεύτερης, τρίτης και τέταρτης μονάδας, έως ότου να εμφανίζεται ορθά το σήμα τόσο μετά την κάθε μονάδα, όσο τελικά και στην έξοδο του φίλτρου γιατί με τις προκαθορισμένες τιμές του προγράμματος το σήμα «ψαλιδιζόταν»

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1.75\ kHz$$

$$f_1 = 1000 + 50 \cdot a_4 = 1\ kHz$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = 3.0625 kHz$$

$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4 \cdot f_0^2}}{2} = 1.48\ kHz, \qquad \mu\varepsilon\ D = \frac{1}{3.5} \cdot \frac{f_0^2 - f_1^2}{f_1} = 589.2857$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3} = 2.0693\ kHz$$

και

$a_{min} = 32 + a_3 \cdot \frac{5}{9} = 34.2222\ dB$, $\kappa\alpha\iota\ a_{max} = 0.4 + \alpha_4 \cdot \frac{0.25}{9} = 0.4\ dB$, .

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 10996 \frac{rad}{sec}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 6283.2 \frac{rad}{\sec}, \omega_2 = 2\pi f_2 = 19242 \frac{rad}{sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 9299 \frac{rad}{sec}, \qquad \omega_4 = 2\pi f_4 = 13002\ \frac{rad}{sec}$$

Επίσης, $bw = \omega_2 - \omega_1 = 12959\ \frac{rad}{sec}$

Οι προδιαγραφές του πρότυπου κατωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\Omega_p = 1\ \kappa\alpha\iota\ \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 3.5$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο (Εξ.9-52) :

$$n = \frac{log\left[\left(10^{\alpha_{min}/_{10}} - 1\right)/\left(10^{\alpha_{max}/_{10}} - 1\right)\right]}{log\frac{\Omega_s}{\Omega_p}} = 4.0782$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 4.0782, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

$$\underline{\mathbf{n = 5}}$$

Από την Εξ.(9-53) για $\Omega_p = 1$ η συχνότητα 3 dB, Ω_o είναι

$\Omega_o = \frac{\Omega_p}{(10^{\frac{\alpha_{max}}{10}}-1)^{\frac{1}{2n}}} = 1.2634$

Οι πόλοι της κανονικοποιημένης απόκρισης Butterworth για $n = 5$ είναι

$$p_1 = -1$$

$$p_{2,3} = -0.809 \pm j0.5877$$

$$p_{4,5} = -0.309 \pm 0.951$$

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\Omega_o = 1$. Σε αυτή την περίπτωση η $T_{LP}(s)$ είναι: $T_{LP}(s) = \frac{1}{s^5+3.236\cdot s^4+5.236\cdot s^3+5.236\cdot s^2+3.236\cdot s+1}$

Εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό $s = \frac{1}{\hat{s}}$ κι έχουμε:

$T_{HP}(\hat{s}) = \frac{\hat{s}^5}{\hat{s}^5+3.236\cdot\hat{s}^4+5.236\cdot\hat{s}^3+5.236\cdot\hat{s}^2+3.236\cdot\hat{s}+1}$

Οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι ίδιοι με της $T_{LP}(s)$, δηλαδή, κείνται πάνω σε έναν μοναδιαίο κύλκλο. Επίσης, η $T_{HP}(\hat{s})$ έχει και 5 μηδενικά στην αρχή. Η συχνότητα 3 dB της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι $\widehat{\Omega_o} = 1$. Στην πραγματικότητα όμως η $\widehat{\Omega_o}$ είναι $\widehat{\Omega_o} = \frac{1}{\Omega_o} = \frac{1}{1.2634} = 0.7915\, rad/sec$

Με άλλα λόγια, οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ κείνται σε ένα κύκλο με ακτίνα $\widehat{\Omega_o} = 0.7915\, rad/sec$

Οπότε, οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι:

$$\widehat{p_1} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_1 = -0.7915$$

$$\widehat{p_{2,3}} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_{2,3} = -0.6403 \pm j0.4652$$

$$\widehat{p_{4,5}} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_{4,5} = -0.2446 \pm j0.7527$$

Μετασχηματίζουμε τους παραπάνω πόλους σύμφωνα με την μέθοδο Geffe.

Μετασχηματισμός πραγματικού πόλου $\widehat{p_1} = -0.7915$

$$\Sigma_1 = 0.7915$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = \frac{10996}{12959} = 0.8485$$

$$Q_1 = \frac{qc}{\Sigma_1} = \frac{0.8485}{0.7915} = 1.0720$$

$$\psi_1 = \cos^{-1}(\frac{1}{2Q_1}) = \cos^{-1}(\frac{1}{2 \cdot 1.0720}) = 62.1984°$$

$$\omega_{01} = 10996\, rad/sec$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\widehat{p_{2,3}} = -0.6403 \pm j0.4652$

$$\Sigma_2 = 0.6403\ και\ \Omega_2 = 0.4652$$

$$C_2 = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 0.6403^2 + 0.4652^2 = 0.6264$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot \Sigma_2}{qc} = \frac{2 \cdot 0.6403}{0.8485} = 1.5093$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{qc^2} = 4 + \frac{0.6264}{0.8485^2} = 4.87$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 - 4D_2^2} = \sqrt{4.8741^2 - 4 \cdot 1.5093^2} = 3.8217$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (E_2 + G_2)} = \frac{1}{1.5093} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (4.8741 + 3.8217)} = 1.3812$$

$$\psi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2 \cdot 1.3812}\right) = 68.7769\,°$$

$$K_2 = \frac{\Sigma_2 \cdot Q_2}{qc} = \frac{0.6403 \cdot 1.3812}{0.8485} = 1.0423$$

$$\Omega_2 = K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1} = 1.0423 + \sqrt{1.0423^2 - 1} = 1.3364$$

$$\omega_{02} = \Omega_2 \cdot \omega_0 = 1.3364 \cdot 10996 = 14694\, \frac{rad}{\text{sec}}$$

$$\omega_{03} = \frac{\omega_0}{\Omega_2} = \frac{10996}{1.3364} = 8227.8\, \frac{rad}{\text{sec}}$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\widehat{p_{4,5}} = -0.2446 \pm j0.7527$

$$\Sigma_3 = 0.2446 \; \kappa\alpha\iota \; \Omega_3 = 0.7527$$

$$C_3 = \Sigma_3^2 + \Omega_3^2 = 0.2446^2 + 0.7527^2 = 0.6264$$

$$D_3 = \frac{2 \cdot \Sigma_3}{qc} = \frac{2 \cdot 0.2446}{0.8485} = 0.5765$$

$$E_3 = 4 + \frac{C_3}{qc^2} = 4 + \frac{0.6264}{0.8485^2} = 4.8701$$

$$G_3 = \sqrt{E_3^2 - 4D_3^2} = \sqrt{4.8701^2 - 4 \cdot 0.5765^2} = 4.7316$$

$$Q_3 = \frac{1}{D_3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (E_3 + G_3)} = \frac{1}{0.5765} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (4.8701 + 4.7316)} = 3.8008$$

$$\psi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q_3}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2 \cdot 3.8008}\right) = 82.4407\,°$$

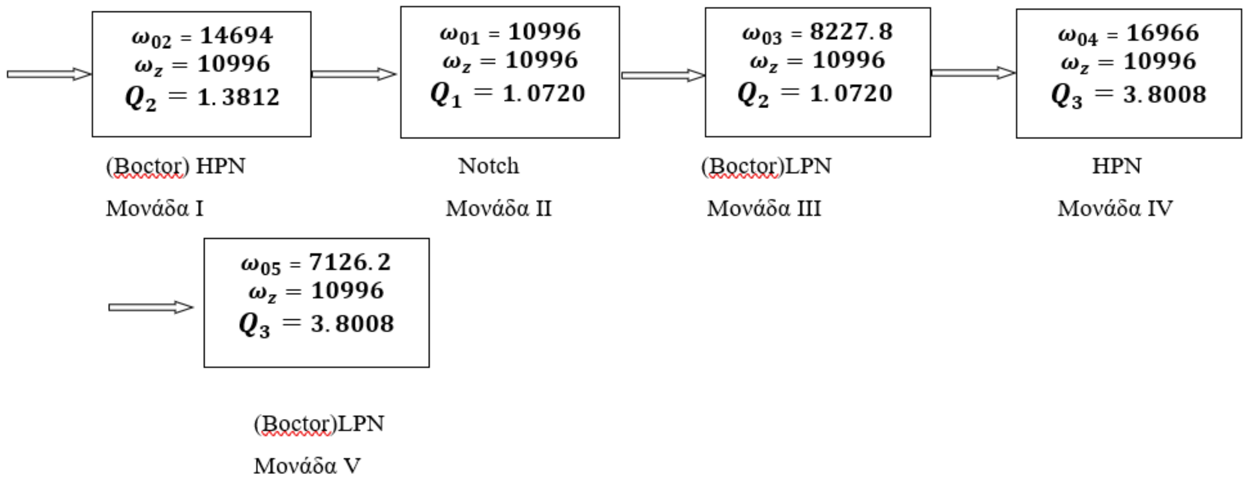
$$K_3 = \frac{\Sigma_3 \cdot Q_3}{qc} = \frac{0.2446 \cdot 3.8008}{0.8485} = 1.0955$$

$$\Omega_3 = K_3 + \sqrt{K_3^2 - 1} = 1.0955 + \sqrt{1.0955^2 - 1} = 1.543$$

$$\omega_{04} = \Omega_3 \cdot \omega_0 = 1.543 \cdot 10996 = 16966 \frac{rad}{\sec}$$

$$\omega_{05} = \frac{\omega_0}{\Omega_3} = \frac{10996}{1.543} = 7126.2 \frac{rad}{\sec}$$

Ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά σε 5 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι $\omega_{02} > \omega_z \; \kappa\alpha\iota \; \omega_{04} > \omega_z$ οπότε οι μονάδες 1 και 4 υλοποιούνται με φίλτρο HPN, κι επειδή $\omega_{03} < \omega_z \; \kappa\alpha\iota \; \omega_{04} < \omega_{z4}$ οι μονάδες 2 και 5 υλοποιούνται με φίλτρο LPN. Είναι $\omega_{01} = \omega_z$, οπότε υλοποιείται με φίλτρο Notch.



- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Η μονάδα υλοποιείται με κύκλωμα Boctor HPN, εφόσον ισχύει η συνθήκη

$$Q_2 < \frac{1}{1-\frac{\omega_z^2}{\omega_{02}^2}} \Rightarrow 1.3812 < 2.2724$$

Υπολογίζονται από την συνάρτηση *BoctorHighPass.m* οι πραγματικές τιμές των αντιστάσεων και πυκνωτών του κυκλώματος.

$$R_{11} = 7.4207\ k\Omega$$

$$R_{12} = 11.146\ k\Omega$$

$$R_{13} = 40.0523\ k\Omega$$

$$R_{14} = 100\Omega$$

$$R_{15} = 100\ k\Omega$$

$$R_{16} = 39.8831\ \Omega$$

$$C_{11} = C_{12} = 0.01\ \mu F$$

$$\text{και κέρδος } k_1 = H = 2$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (II)</u>

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα κανονικό Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{zo1} = 1$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_1 = 1.0695$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{zo2}^2} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

$$k_{22} = \frac{(k_{21} + 2\,) \cdot Q_1^2}{(k_{21} + 2\,) \cdot Q_1^2 + 1} = \frac{(0 + 2\,) \cdot 1.0720^2}{(0 + 2\,) \cdot 1.0720^2 + 1} = 0.6968$$

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = Q_1^2 \cdot (k_{21} + 2)^2 = 1.0695^2 \cdot (0 + 2)^2 = 4.5969$$

$$R_{23} = 1$$

$$R_{24} = Q_1^2 \cdot (k_{21} + 2) = 1.0720^2 \cdot (0 + 2) = 2.2984$$

$$C_2 = \frac{1}{Q_1 \cdot (2 + k_{21})} = \frac{1}{1.0720 \cdot (2 + 11.8311)} = 0.4664$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_2 = k_{22} = 0.6968$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Είναι $\omega_{01} = 10996\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 10996$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_2}{k_{f2} \cdot C} = 4241.8$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_2 = C = 0.01\, \mu F$$

$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 4.2418\, k\Omega$$

$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 19.499\, k\Omega$$

$$R_{23} = R_{23} \cdot k_{m2} = 4.2418\, k\Omega$$

$$R_{24} = R_{24} \cdot k_{m2} = 9.7495\, k\Omega$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (III)</u>

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{10996}{8227.8} = 1.3364$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{31} < 1 \Rightarrow 0.5591 < k_{31} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{31} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{31} = \frac{2}{k_{31}\omega_z^2 - 1} = 3.2930$$

$$R_{32} = \frac{1}{1 - k_{31}} = 10$$

$$R_{33} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31}\omega_z^2 - 1\right) = 0.5396$$

$$R_{34} = \frac{1}{k_{31}} = 1.1111$$

$$R_{35} = R_{36} = 1$$

$$C_{31} = \frac{k_{31}}{2Q_2} = 0.3258$$

$$C_{32} = 2Q_2 = 2.7624$$

$$k_3 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.6495$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_o = 8227.8$, προκύπτει $k_{f3} = 8227.8$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{31}}{k_{f3} \cdot C} = 3959.7$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{31} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{32} = \frac{C_{32}}{k_{f3} \cdot k_{m3}} = 84.789\ nF$$

$$R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 13.04\ k\Omega$$

$$R_{32} = R_{32} \cdot k_{m3} = 39.597\ k\Omega$$

$$R_{33} = R_{33} \cdot k_{m3} = 2.1365 k\Omega$$

$$R_{34} = R_{34} \cdot k_{m3} = 4.3997\ k\Omega$$

$$R_{35} = R_{35} \cdot k_{m3} = 3.9597\ k\Omega$$

$$R_{36} = R_{36} \cdot k_{m3} = 3.9597\ k\Omega$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (IV)</u>

Η μονάδα θα έπρεπε να υλοποιηθεί με φίλτρο Boctor HPN, αλλά δεν ισχύει η συνθήκη:

$$Q_3 < \frac{1}{1 - \frac{\omega_{z04}^2}{\omega_{04}^2}}\ \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ Q_3 = 3.8008 > 1.7242$$

Επομένως υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{zo4} = \frac{\omega_z}{\omega_{04}} = \frac{10996}{16982} = 0.6471$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_3 = 3.7935$

$$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{zo4}^2} - 1 = \frac{1}{0.6471^2} - 1 = 1.3808$$

$$k_{42} = \frac{(k_{41} + 2\,) \cdot Q_3^2}{(k_{41} + 2\,) \cdot Q_3^2 + 1} = \frac{(1.3808 + 2\,) \cdot 3.8008^2}{(1.3808 + 2\,) \cdot 3.8008^2 + 1} = 0.9799$$

$$R_{41} = 1$$

$$R_{42} = Q_3^2 \cdot (k_{41} + 2)^2 = 3.8008^2 \cdot (1.3808 + 2)^2 = 165.1132$$

$$R_{43} = 1$$

$$R_{44} = Q_3^2 \cdot (k_{41} + 2) = 3.8008^2 \cdot (1.3808 + 2) = 48.8384$$

$$C_4 = \frac{1}{Q_3 \cdot (2 + k_{41})} = \frac{1}{3.8008 \cdot (2 + 1.3808)} = 0.0778$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_4 = 1.3808 \cdot 0.0778 = 0.1075$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_4 = k_{42}\left(\frac{1}{\omega_{zo4}}\right)^2 = 0.9799 \cdot \left(\frac{1}{0.6471}\right)^2 = 2.333$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{04} = 16982\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f4} = 16966$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m4} = \frac{C_{42}}{k_{f4} \cdot C} = 458.7007$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_4 = C = 0.01\, \mu F$$

$$C_{41} = \frac{C_{41}}{k_{f4} \cdot k_{m4}} = 13.808\, nF$$

$$R_{41} = R_{41} \cdot k_{m4} = 458.7007 \Omega$$

$$R_{42} = R_{42} \cdot k_{m4} = 75.738\, k\Omega$$

$$R_{43} = R_{43} \cdot k_{m4} = 458.7007\, \Omega$$

$$R_{44} = R_{44} \cdot k_{m4} = 22.402\, k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (V)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{10996}{7126.2} = 1.5430$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{51} < 1 \Rightarrow 0.42 < k_{51} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{51} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{51} = \frac{2}{k_{51}\omega_z^2 - 1} = 1.7502$$

$$R_{52} = \frac{1}{1 - k_{51}} = 10$$

$$R_{53} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{51}}{Q_3^2} + k_{51}\omega_z^2 - 1\right) = 0.6025$$

$$R_{54} = \frac{1}{k_{51}} = 1.1111$$

$$R_{55} = R_{56} = 1$$

$$C_{51} = \frac{k_{51}}{2Q_3} = 0.1184$$

$$C_{52} = 2Q_3 = 7.6015$$

$$k_5 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{51}}{Q_3^2} + k_{51}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.6240$$

Κλιμακοποίηση

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_o = 7126.2$, προκύπτει $k_{f5} = 7126.2$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m5} = \frac{C_{51}}{k_{f5} \cdot C} = 1661.4$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{51} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{52} = \frac{C_{52}}{k_{f5} \cdot k_{m5}} = 0.64204\ \mu F$$

$$R_{51} = R_{51} \cdot k_{m5} = 2.9079\ k\Omega$$

$$R_{52} = R_{52} \cdot k_{m5} = 16.614\ k\Omega$$

$$R_{53} = R_{53} \cdot k_{m5} = 1.001\ k\Omega$$

$$R_{54} = R_{54} \cdot k_{m5} = 1.846\ k\Omega$$

$$R_{35} = R_{55} \cdot k_{m5} = 1.6614\ k\Omega$$

$$R_{56} = R_{56} \cdot k_{m5} = 1.6614\ k\Omega$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα $10\ dB$ στις υψηλές συχνότητες. Το συνολικό κέρδος είναι $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 = 1.3179$. Οπότε για να φτάσουμε τα 10 dB θα πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου:

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 10 \Rightarrow a \cdot 1.3179 = 10^{0.5} \Rightarrow a = 2.3995$$

Εφόσον το α είναι μεγαλύτερο του 1, πρέπει να εισάγουμε κέρδος 2.3995. Το κέρδος αυτό υλοποιείται με μια μή αναστρέφουσα συνδεσμολογία $1 + \frac{r_2}{r_1} = 2.3995$. Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega\ \kappa\alpha\iota\ r_2 = 13.995\ k\Omega$.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{02}}{Q_2}+\omega_{02}^2} = \frac{2 \cdot s^2+2.418 \cdot 10^8}{s^2+1.064 \cdot 10^4 \cdot s+2.159 \cdot 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_1 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{01}}{Q_1}+\omega_{01}^2} = \frac{0.6968 \cdot s^2+8.425 \cdot 10^7}{s^2+1.026 \cdot 10^4 \cdot s+1.209 \cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = k_3 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{03}}{Q_2}+\omega_{03}^2} = \frac{0.6495 \cdot s^2+7.853 \cdot 10^7}{s^2+5957 \cdot s+6.77 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_4(s) = k_4 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{04}}{Q_3}+\omega_{04}^2} = \frac{2.333 \cdot s^2+2.821 \cdot 10^8}{s^2+4464 \cdot s+2.878 \cdot 10^8}$$

5. Για την πέμπτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

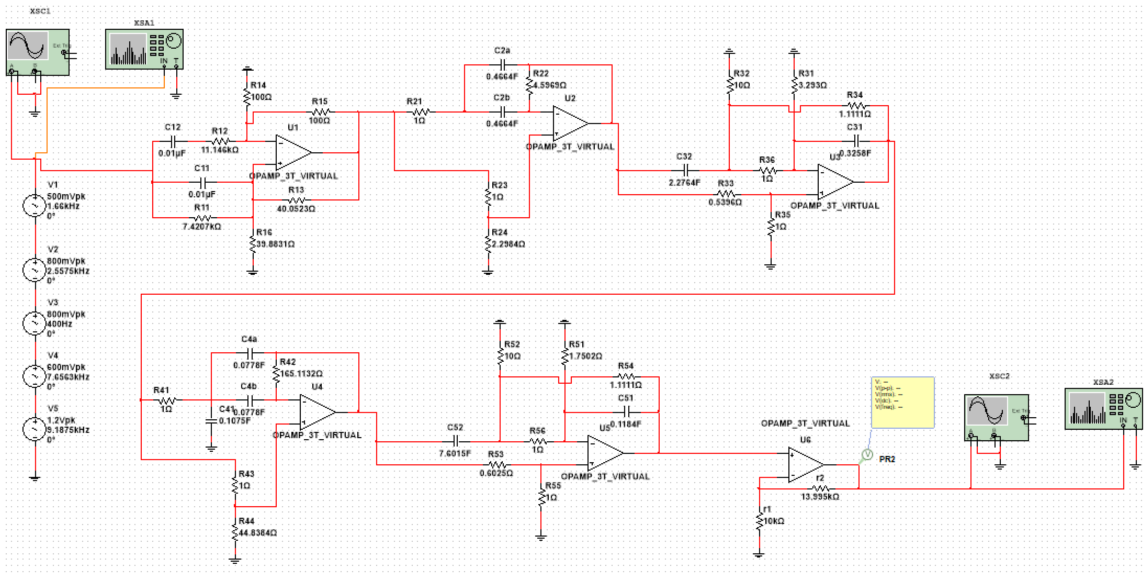
$$T_5(s) = k_5 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{05}}{Q_3}+\omega_{05}^2} = \frac{0.624 \cdot s^2+7.545 \cdot 10^7}{s^2+1875 \cdot s+5.078 \cdot 10^7}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου είναι:

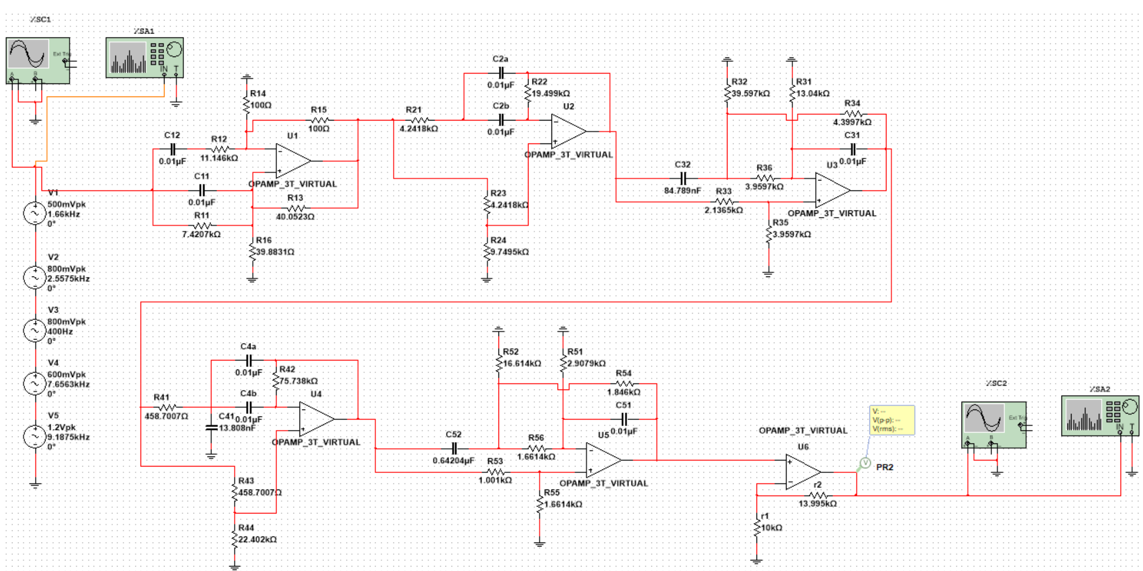
$$T_{BE}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \cdot T_5(s)$$

$$T_{BE}(s) = \frac{3.162 \cdot s^{10} + 1.912 \cdot 10^9 \cdot s^8 + 4.662 \cdot 10^{17} \cdot s^6 + 5.589 \cdot 10^{25} \cdot s^4 + 3.378 \cdot 10^{33} \cdot s^2 + 8.196 \cdot 10^{40}}{\begin{array}{c} s^{10} + 3.319 \cdot 10^4 \cdot s^9 + 1.155 \cdot 10^9 \cdot s^8 + 2.17 \cdot 10^{13} \cdot s^7 + 3.818 \cdot 10^{17} \cdot s^6 \\ +4.391 \cdot 10^{21} \cdot s^5 + 4.616 \cdot 10^{25} \cdot s^4 + 3.172 \cdot 10^{29} \cdot s^3 + 2.042 \cdot 10^{33} \cdot s^2 + 7.092 \cdot 10^{36} \cdot s + 2.583 \cdot 10^{40} \end{array}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι πέντε μονάδες. Τέλος, φαίνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



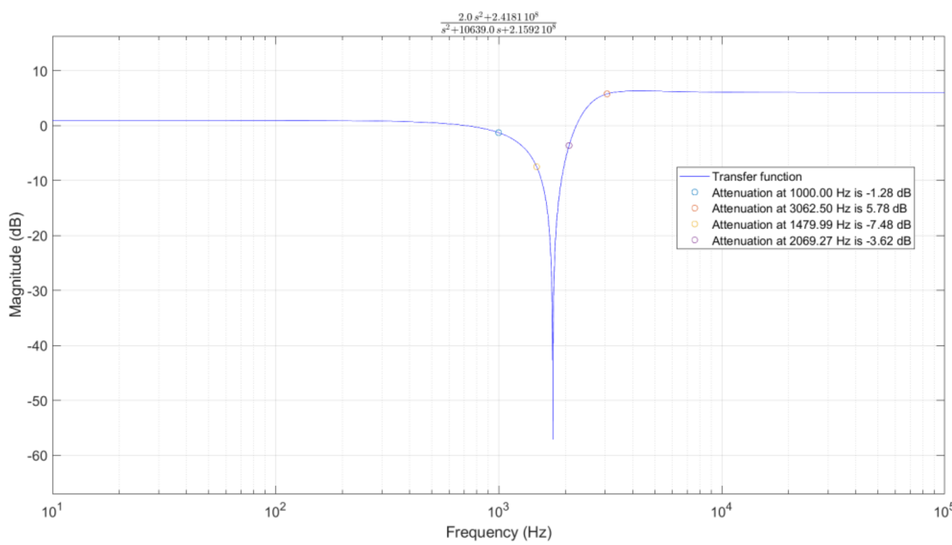
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Butterworth με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



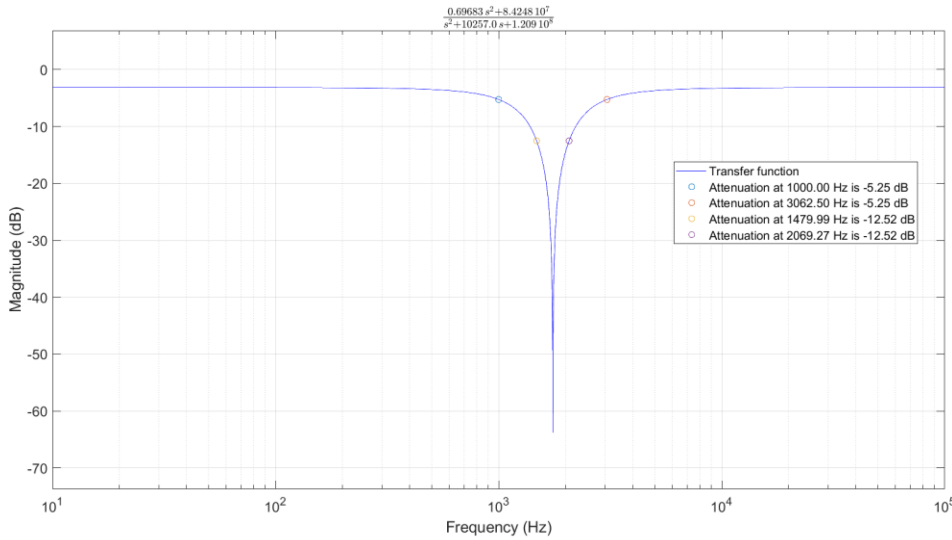
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των πέντε μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

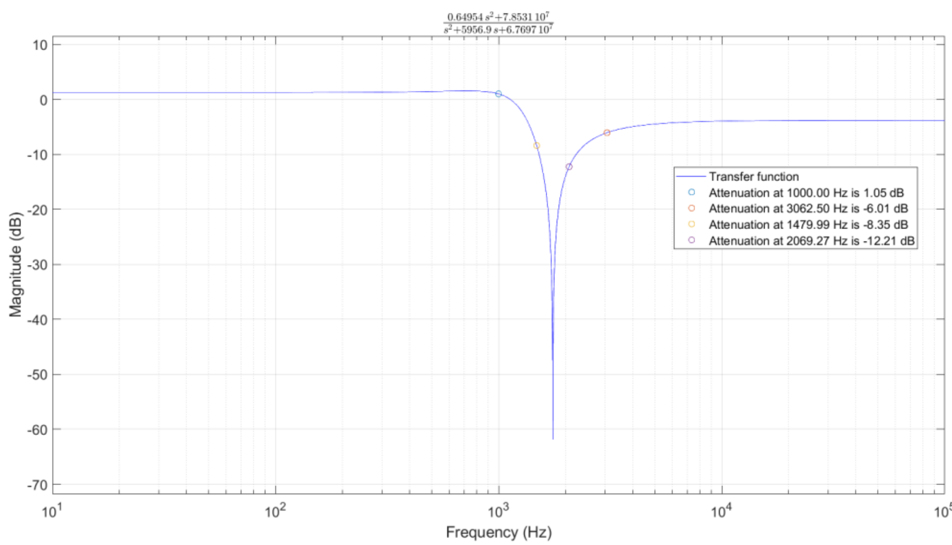
1η Μονάδα : Φίλτρο Boctor HPN



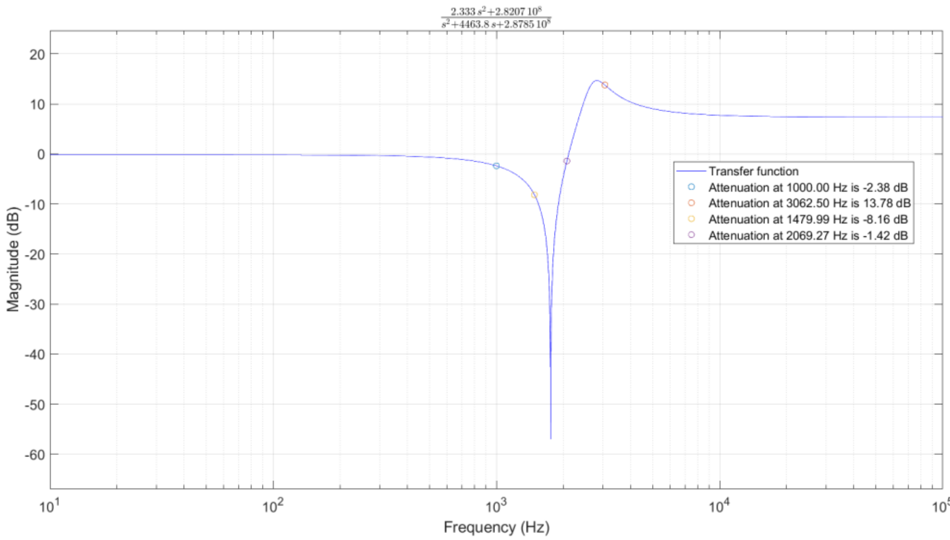
2η Μονάδα : Φίλτρο Notch



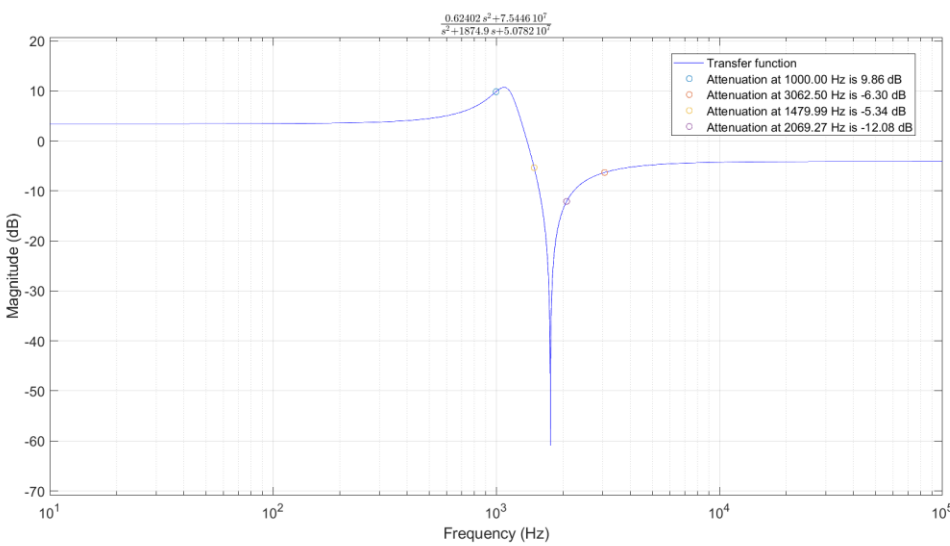
3η Μονάδα : Φίλτρο Boctor LPN



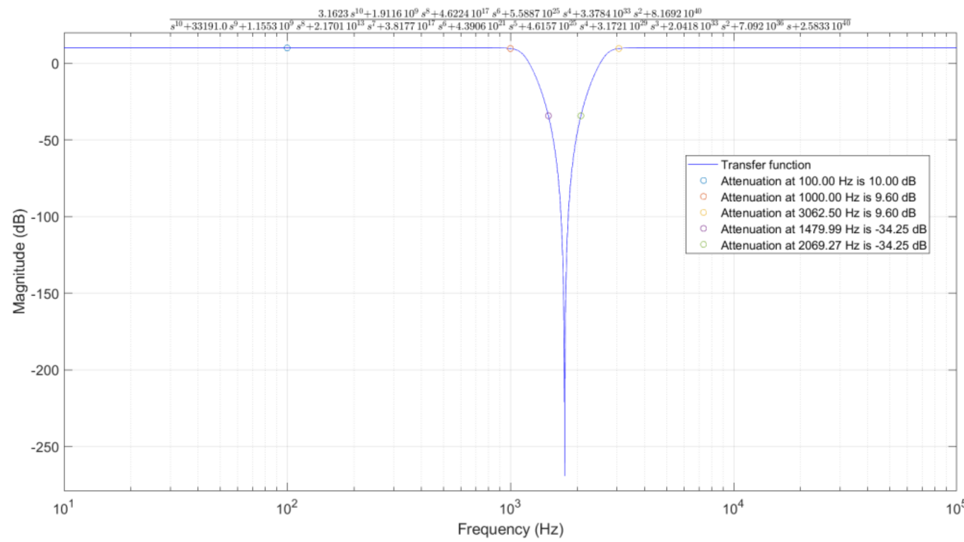
4^{η} Μονάδα : Φίλτρο HPN



5^{η} Μονάδα : Φίλτρο Boctor LPN

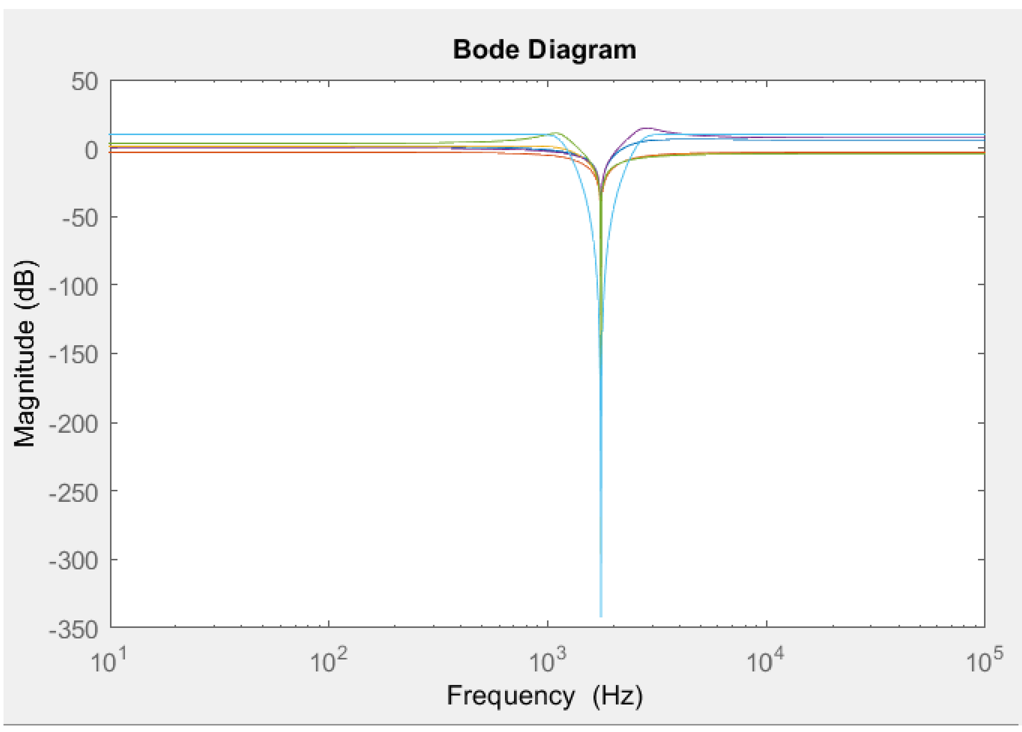


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

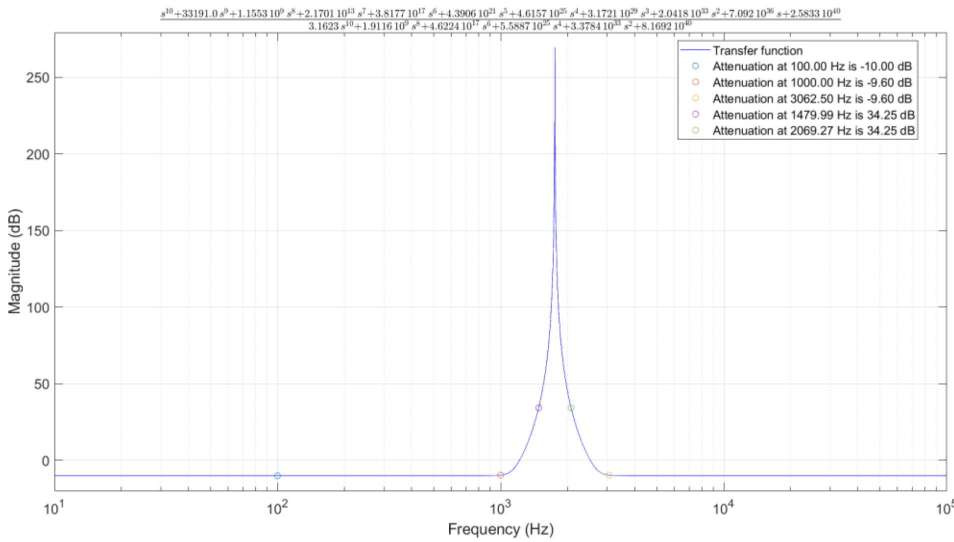


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο κίτρινο, η T_4 στο μωβ, η T_5 στο πράσινο και η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο γαλάζιο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή τις $f_0 = 1.75\ kHz$, $f_1 = 1\ kHz$, $f_2 = 3.0625\ kHz$ $f_3 = 1.48\ kHz$, $f_4 = 2.0693\ kHz$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

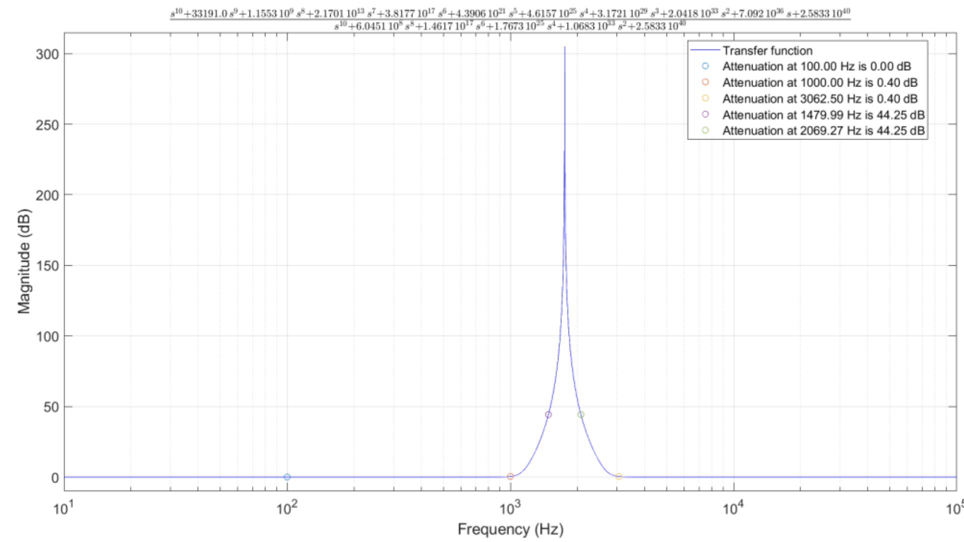
Αρχικά, παρατηρούμε ότι το φίλτρο έχει κέρδος $10\ dB$, όπως ζητείται.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_1 = 1\ kHz\ και\ f_2 = 3.0625\ kHz$ είναι $10 - 9.6 = 0.4\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.4 dB$ καλύπτεται οριακά.

Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_3 = 1.48\ kHz\ και\ f_4 = 2.06927\ kHz$ είναι $10 + 34.25 = 44.25\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 34.22\ dB$ πληρείται.

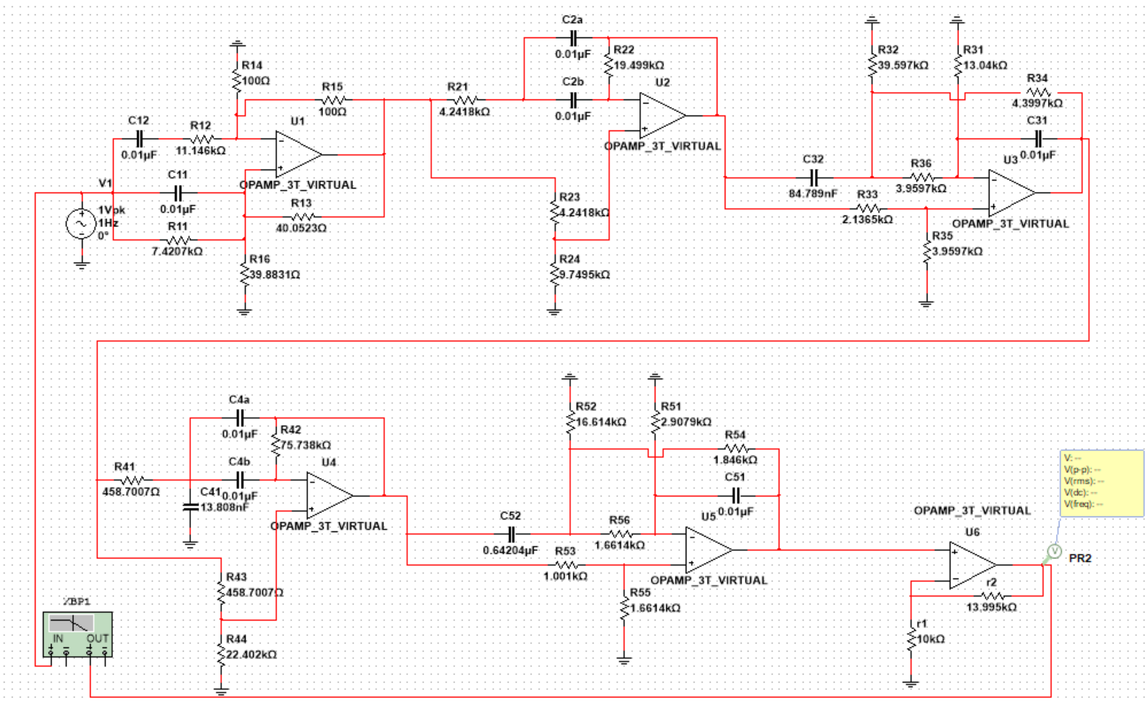
Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

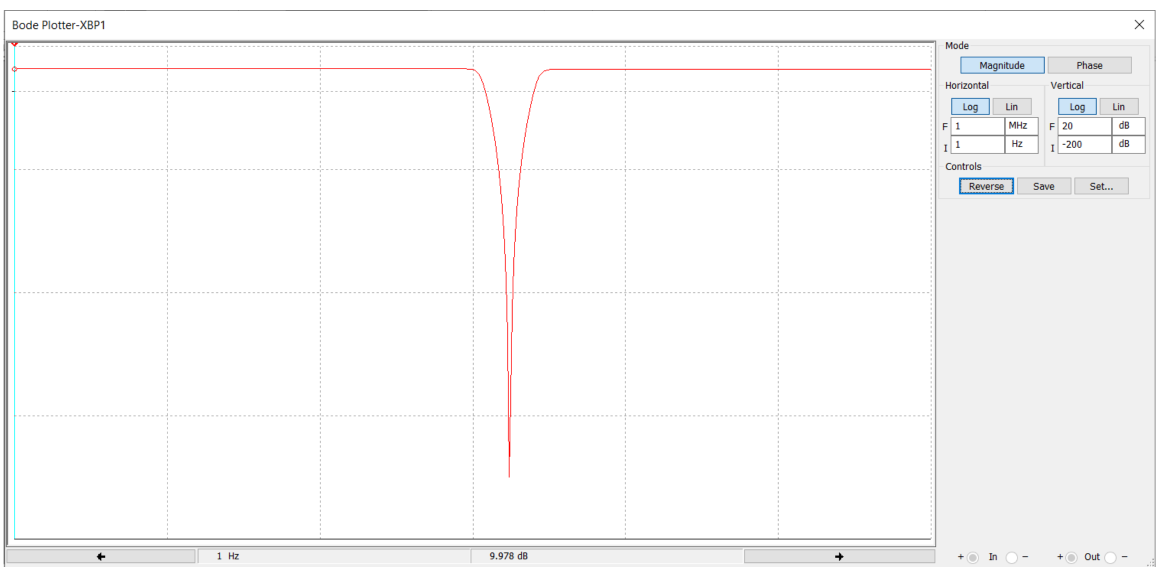


Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

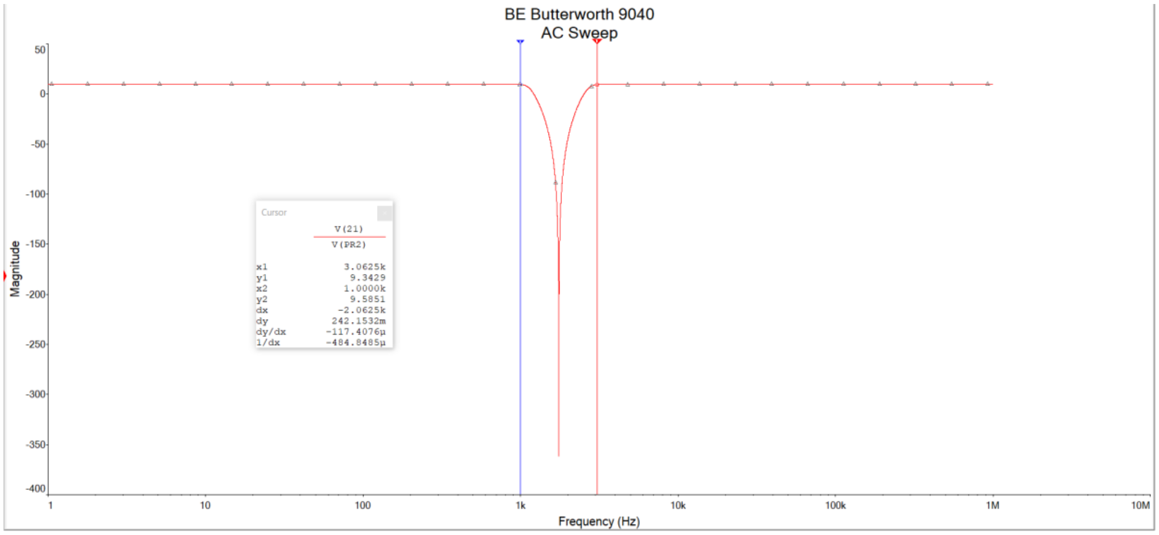
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.
Εισάγουμε λοιπόν τις πέντε μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

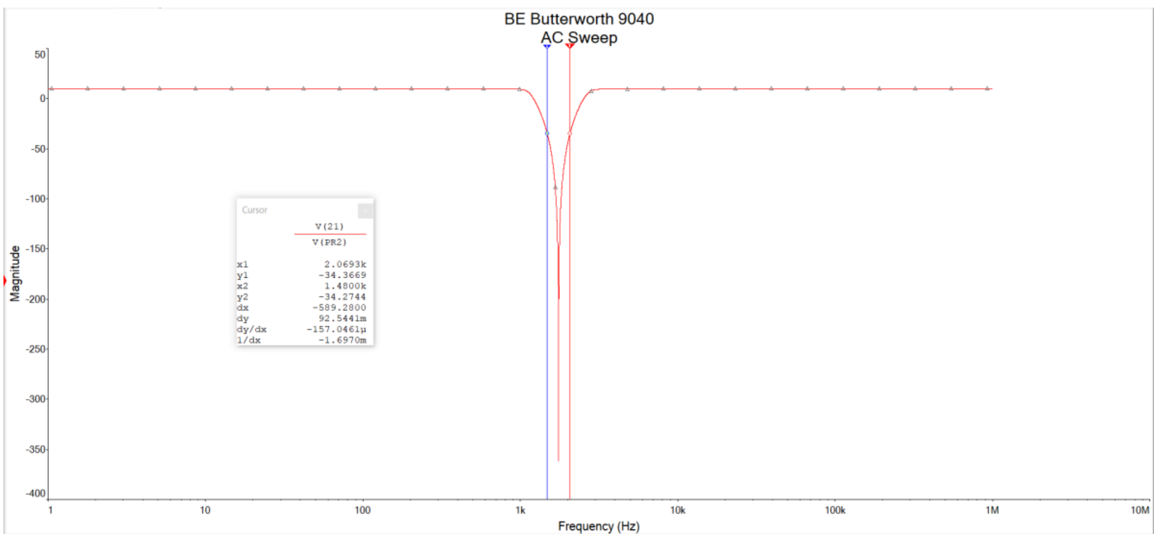


• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.





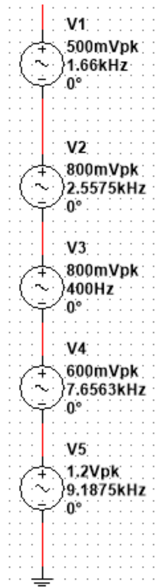
Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα $1kHz$ και $3.0625\ kHz$ η απόκριση είναι $9.5851\ dB\ και\ 9.3429\ dB$, ενώ στα $1.48\ kHz\ και\ 2.0693\ kHz$ η απόκριση είναι $-34.2744\ dB\ και - 34.3669\ dB,$ και το κέρδος σχεδόν στα $10dB.$ Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις, που προέκυψαν λόγω των στρογγυλοποιήσεων τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια σειρά πηγών διέγερσης το περιοδικό σήμα:

$$f(t) = 0.5 \cdot \cos\left((\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2})t\right) + 0.8 \cdot \cos\left((\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{3})t\right)$$
$$+ 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_1 t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_2 t) + 1.2 \cdot \cos(3 \cdot \omega_2 t) =$$
$$0.5 \cdot \cos(1660t) + 0.8 \cdot \cos(2557.5t) + 0.8 \cdot \cos(400t)$$

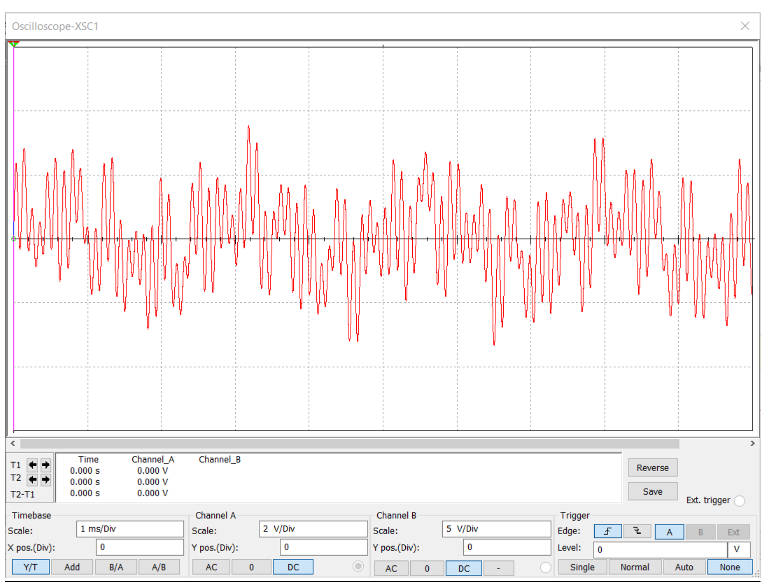
$$+0.6 \cdot \cos(7656.3t) + 1.2 \cdot \cos(9187.5t)$$

Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε 5 AC πηγές τάσης συνδεμένες στη σειρά. Σε κάθε μία πηγή χρησιμοποιήθηκε μία συχνότητα και δόθηκε το αντίστοιχο πλάτος για προσομοιωθεί το παραπάνω σήμα, και ο συνδυασμός τους σε σειρά συνδέθηκε στην είσοδο του κυκλώματος.

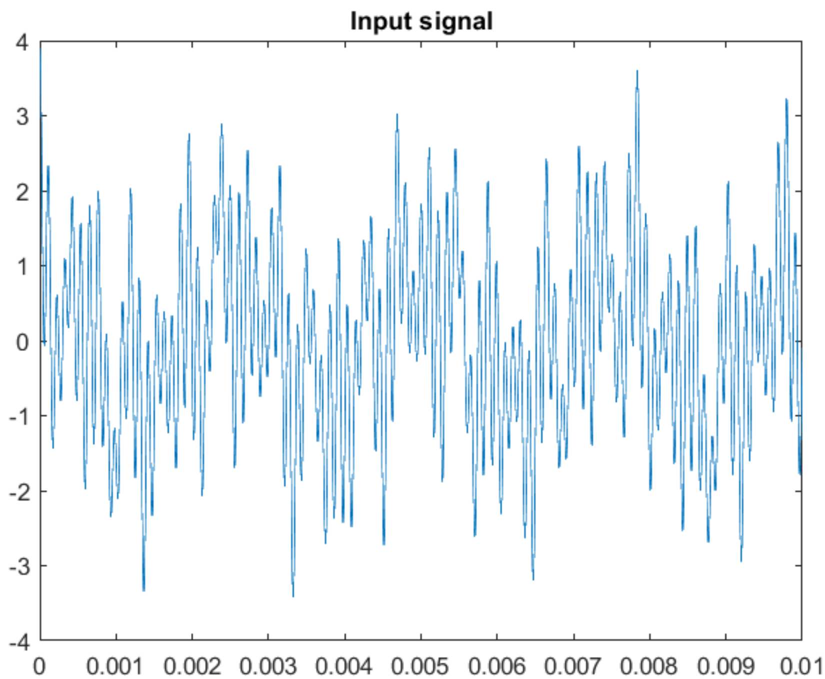


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

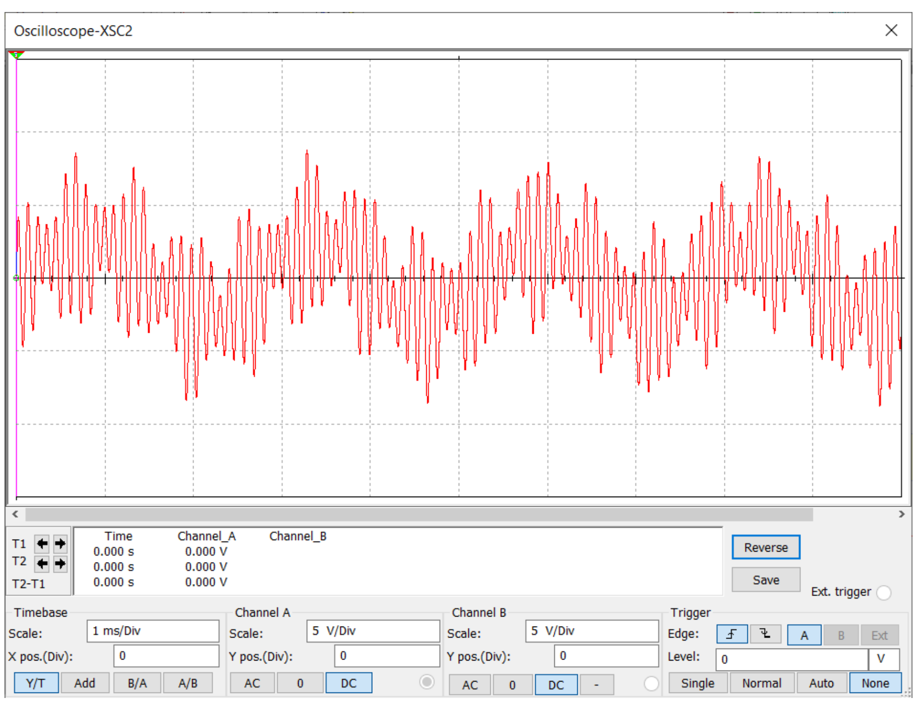
<u>Σήμα Εισόδου :</u>



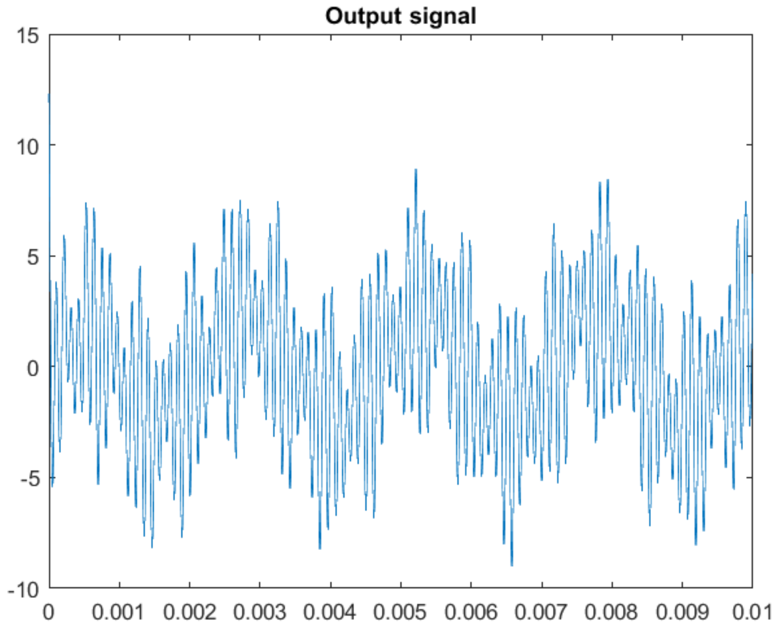
Και στο MATLAB:



<u>Σήμα Εξόδου :</u>



Και στο MATLAB:



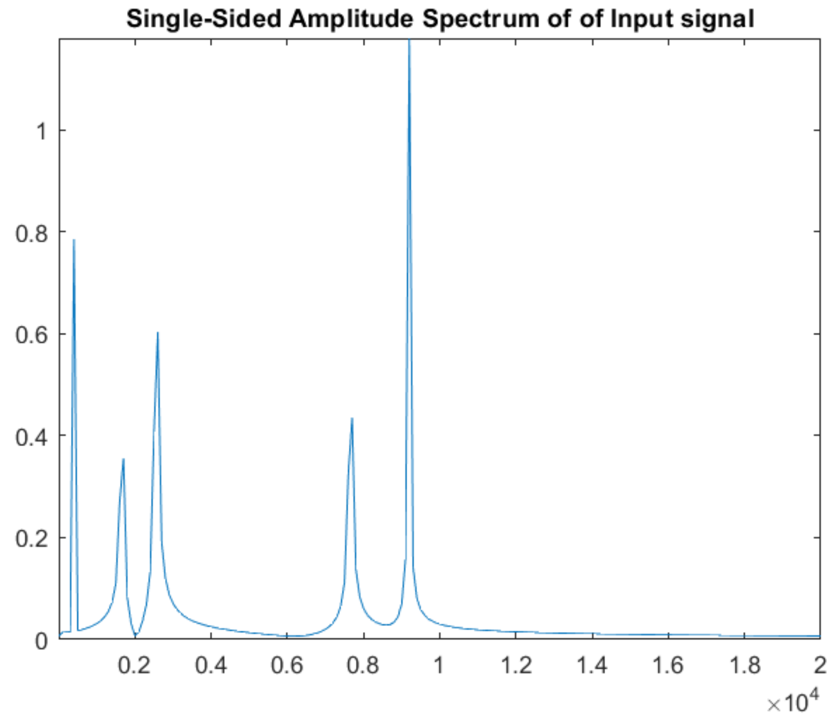
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του ζωνοφρακτικού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

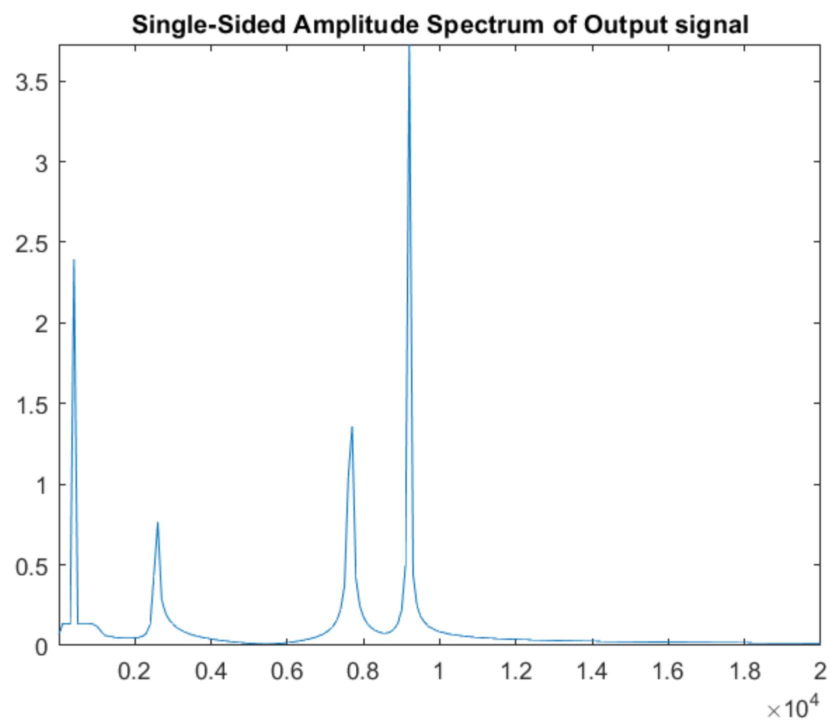
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του ζωνοφρακτικού φίλτρου Buttwerworth. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

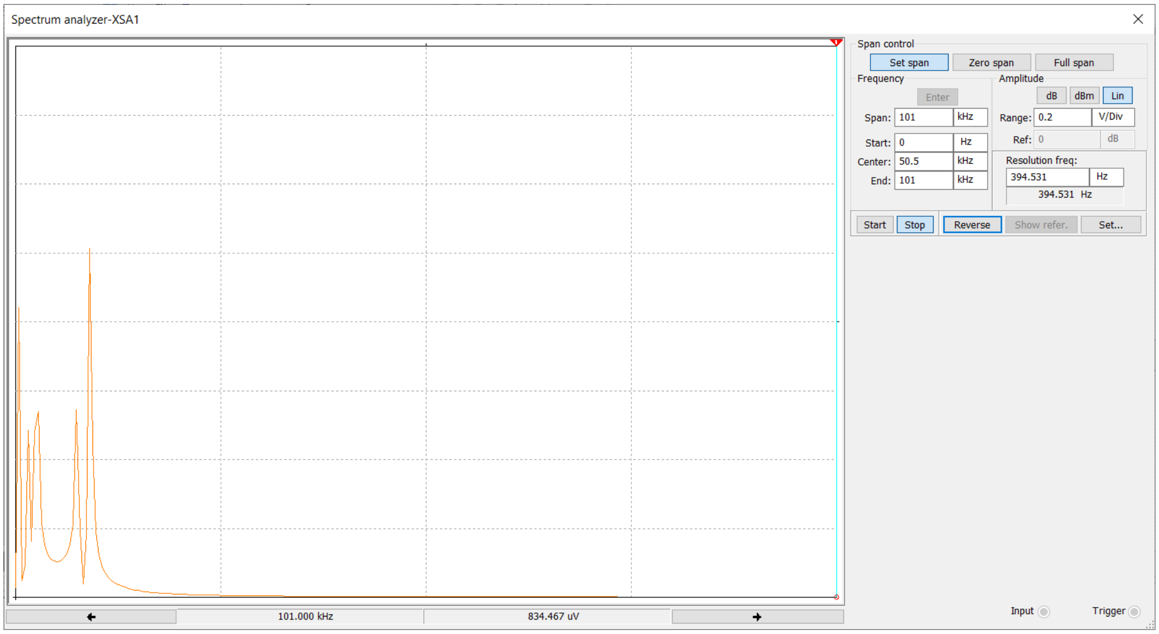
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



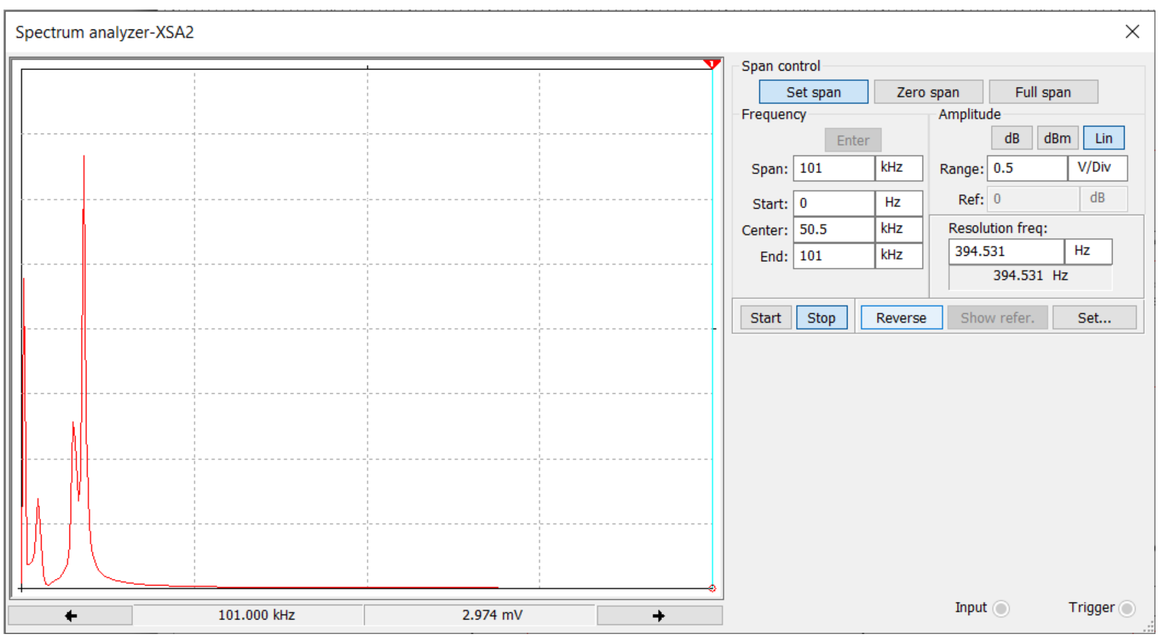
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, τις 5 ώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τις 5 θεμελιώδεις συχνότητες του σήματος που θέσαμε ως είσοδο.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται αρμονικές χαμηλών συχνοτήτων, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Συγκεκριμένα, αποσβένεται η θεμελιώδης συχνότητα $1.66\ kHz$ που βρίσκεται στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου, ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες διατηρούνται κανονικά.

Σημειώνεται πως τα δύο σήματα, εισόδου και εξόδου, παρουσιάζονται με διαφορετική τιμή V/Div για λόγους ευκρίνειας. Παρατηρούμε, λοιπόν, την ενίσχυση της εξόδου σε σχέση με την είσοδο, άρα το φίλτρο μας έχει κέρδος 10dB, όπως ζητείται στις προδιαγραφές. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

f_p = 3 KHz , f_s = 1.6667 KHz ,

και

a_{max} = 0.5 dB , a_{min} = 26.7778 dB .

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 18849\, rad/\sec \quad \kappa\alpha\iota \quad \omega_s = 2\pi f_s = 10471\, rad/sec$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega_p = 1\ \kappa\alpha\iota\ \Omega_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} = 1.8$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{cosh^{-1}\left[\left(10^{\alpha_{min}/10} - 1\right)/\left(10^{\alpha_{max}/10} - 1\right)\right]}{cosh^{-1}\Omega_s} = 4.0462$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 4.0462, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

n = 5

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\Omega_{hp} = cosh\left\{\frac{1}{n} cosh^{-1}\left(10^{\alpha_{max}/10} - 1\right)^{-1/2}\right\} = 1.0593$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τους συντελεστές ε και α από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \left(10^{\alpha_{max}/10} - 1\right)^{1/2} = 0.3493 \; \kappa\alpha\iota \; a = \frac{1}{n} \; sinh^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 0.3548$$

Η τάξη του φίλτρου είναι 5, οπότε οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_\kappa = 0°, \pm 36°, \pm 72°$

Οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους:

$$p_k = -\sinh a \cdot \cos\psi_\kappa + \cosh a \cdot \sin\psi_\kappa \; ,$$

όπου: $-\sigma_\kappa = \sinh a \cdot \cos\psi_\kappa \; \kappa\alpha\iota \; \pm\omega_\kappa = \cosh a \cdot \sin\psi_\kappa$

$$\Omega = \sqrt{\sigma_\kappa^2 + \omega_\kappa^2} \; \kappa\alpha\iota \; Q = \frac{\Omega}{2 \cdot \sigma_\kappa}$$

Οπότε:

$$p_1 = -0.3623 \; , \Omega_{0_1} = 0.3623 \; \kappa\alpha\iota \; Q_1 = 0.5$$

$$p_{2,3} = -0.2931 \pm j0.6252 \; , \Omega_{0_{2,3}} = 0.6905 \; \kappa\alpha\iota \; Q_{2,3} = 1.1778$$

$$p_{4,5} = -0.112 \pm j1.0116 \; , \Omega_{0_{4,5}} = 1.0117 \; \kappa\alpha\iota \; Q_{4,5} = 4.545$$

Αντιστροφή των πόλων

Η συχνότητα ημίσειας ισχύος της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\omega_{hp} = \frac{\omega_p}{\Omega_{hp}} = \frac{18849}{1.0593} = 17795 \; rad/sec$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι:

$$\sigma_1 = \frac{\omega_p}{\Sigma_1} = \frac{18849}{0.3623} = 52025 \; rad/sec$$

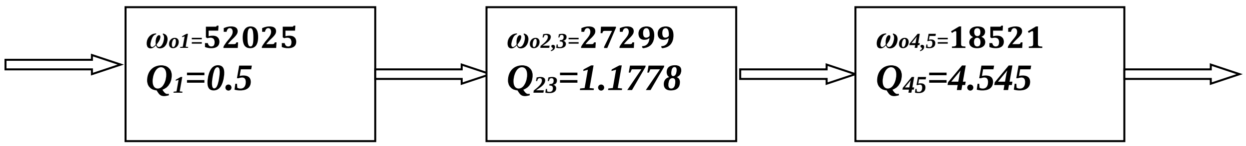
$$\omega_{o_{2,3}} = \frac{\omega_p}{\Omega_{0_{2,3}}} = \frac{18849}{0.6905} = 27299 \; rad/sec$$

$$\omega_{o_{4,5}} = \frac{\omega_p}{\Omega_{0_{4,5}}} = \frac{18849}{1.0116} = 18521 \; rad/sec$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ψκ	**Q**	**pκ**
$0°$	0.5	-0.3623
$\pm 36°$	1.1778	$-0.2931 \pm j0.6252$
$\pm 72°$	4.545	$-0.112 \pm j1.0116$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 3 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Μονάδα 1 (I) Μονάδα 2 (II) Μονάδα 3 (III)

- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των μονάδων (II) και (III) χρησιμοποιούμε το ανωδιαβατό φίλτρο Sallen - Key με την στρατηγική σχεδίασης (1), ενώ η πρώτη μονάδα αποτελεί μονάδα πρώτης τάξης. Η στρατηγική σχεδίασης επιλέχθηκε για να έχουμε κέρδος 10 dB στις υψηλές συχνότητες. Εφόσον, υλοποιούμε το φίλτρο κατά Chebyshev, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο και επομένως η κλιμακοποίηση γίνεται για κάθε μονάδα ξεχωριστά. Για τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων μονάδων, θα θεωρήσουμε ότι $\omega_o = 1$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Η πρώτη μονάδα είναι πρώτης τάξης. Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_o = 1$ κι έχουμε:

$$R_{11} = 1, \qquad C_{11} = 1, \qquad k_1 = 1$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Είναι $\omega_{o_1} = 52025\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f1} = 52025$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\,\mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m1} = \frac{C_{11}}{k_{f1} \cdot C} = 1922$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{11} = 0.01\ \mu F$$
$$R_{11} = R_{11} \cdot k_{m1} = 1.922\ k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key. Σύμφωνα με την στρατηγική σχεδίασης (1) προκύπτει:

$$C_{21} = C_{22} = 1\ \kappa\alpha\iota\ R_{21} = R_{22} = 1$$
$$r_{21} = 1, \qquad r_{22} = 2 - \frac{1}{Q_{23}} = 1.151\ \kappa\alpha\iota\ k_2 = 3 - \frac{1}{Q_{23}} = 2.151$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{o_2} = 27299\ rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 27299$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_{21}}{k_{f2} \cdot C} = 3663.1$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{21} = C_{22} = C = 0.01\ \mu F$$
$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 3.6631\ k\Omega$$
$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 3.6631\ k\Omega$$
$$r_{21} = r_{21} \cdot k_{m2} = 3.6631\ k\Omega$$
$$r_{22} = r_{22} \cdot k_{m2} = 4.2161\ k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙΙ)

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα ανωδιαβατό φίλτρο Sallen – Key. Σύμφωνα με την στρατηγική σχεδίασης (1) προκύπτει:

$$C_{31} = C_{32} = 1\ \kappa\alpha\iota\ R_{31} = R_{32} = 1$$
$$r_{31} = 1, \qquad r_{32} = 2 - \frac{1}{Q_{45}} = 1.78\ \kappa\alpha\iota\ k_3 = 3 - \frac{1}{Q_{45}} = 2.78$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{o_3} = 18521\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 18521$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{21}}{k_{f2} \cdot C} = 5399.3$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{31} = C_{32} = C = 0.01\, \mu F$$

$$R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 5.3993\, k\Omega$$

$$R_{32} = R_{32} \cdot k_{m3} = 5.3993\, k\Omega$$

$$r_{31} = r_{31} \cdot k_{m3} = 5.3993\, k\Omega$$

$$r_{32} = r_{32} \cdot k_{m3} = 9.6105\, k\Omega$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα $10\, dB$ στις υψηλές συχνότητες. Το συνολικό κέρδος είναι $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 5.9796$. Οπότε για να φτάσουμε τα 10 dB θα πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου:

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 10 \implies a \cdot 5.9796 = 10^{0.5} \implies a = 0.52884$$

Εφόσον το α είναι μικρότερο του 1, πρέπει να γίνει εξασθένηση του κέρδους παθητικά. Οπότε, χρησιμοποιούμε μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -\frac{r_2}{r_1} = -0.52884$. Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega\ \kappa\alpha\iota\ r_2 = 5.2284\, k\Omega$. Επειδή, η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης, εισάγουμε μία επί πλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος μονάδα.

<u>Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>

1. Για την πρώτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{s}{s + 52025}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = k_2 \cdot \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_{o2,3}}{Q_{2,3}} + \omega_{o2,3}^2} = \frac{2.151 \cdot s^2}{s^2 + 2.318 \cdot 10^4 \cdot s + 7.452 \cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

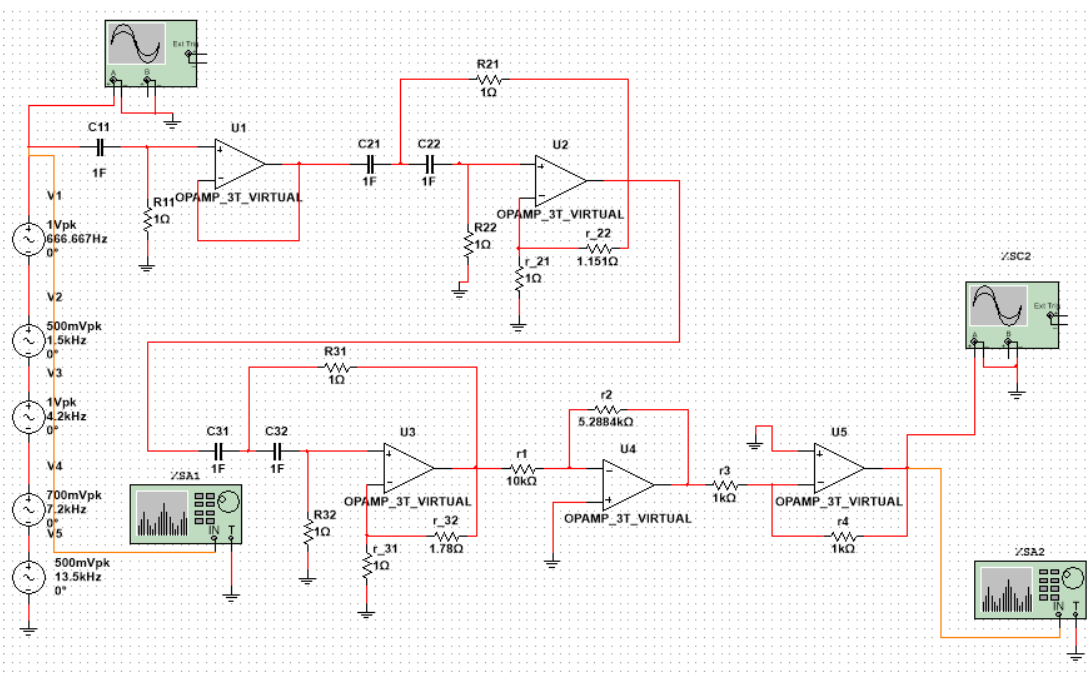
$$T_3(s) = \ k_3 \cdot \frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_{o_{4,5}}}{Q_{4,5}}+\omega_{o_{4,5}}^2} = \frac{2.78 \cdot s^2}{s^2+4075 \cdot s+3.43 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου:

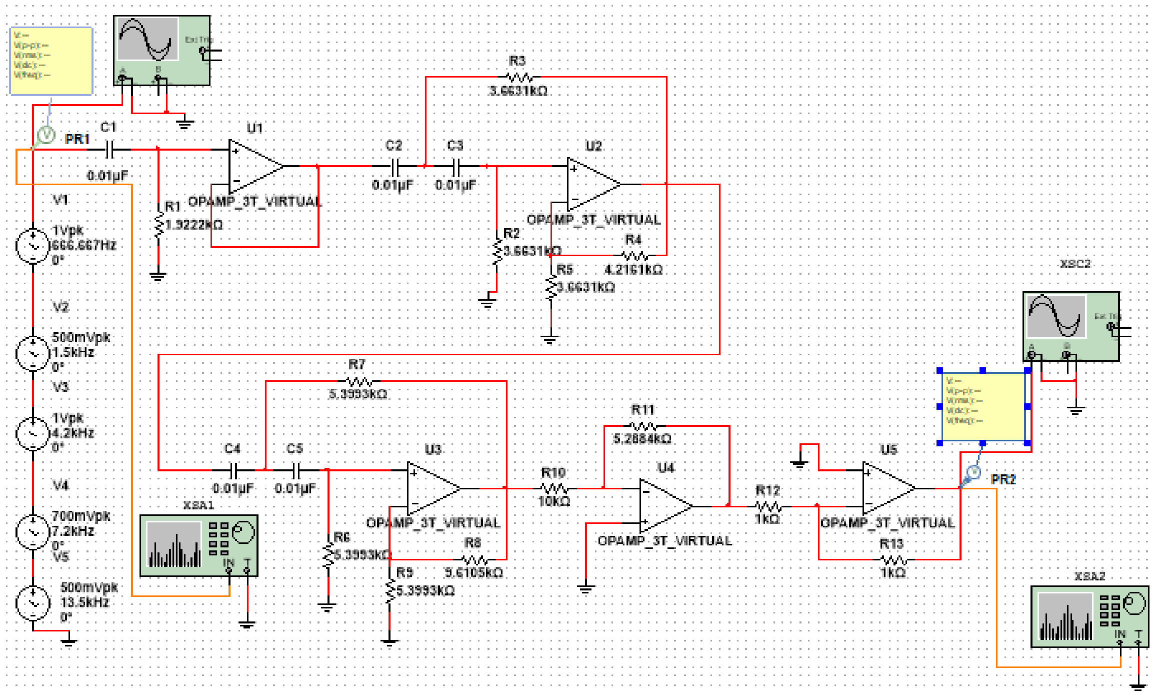
$$T_{HP}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s)$$

$$T_{HP}(s) = \frac{3.162 \cdot s^5}{s^5 + 7.928 \cdot 10^4 \cdot s^4 + 2.601 \cdot 10^9 \cdot s^3 + 7.252 \cdot 10^{13} \cdot s^2 + 8.273 \cdot 10^{17} \cdot s + 1.33 \cdot 10^{22}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Τέλος, φαίνεται και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους, καθώς κι η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία που συνδέθηκε για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



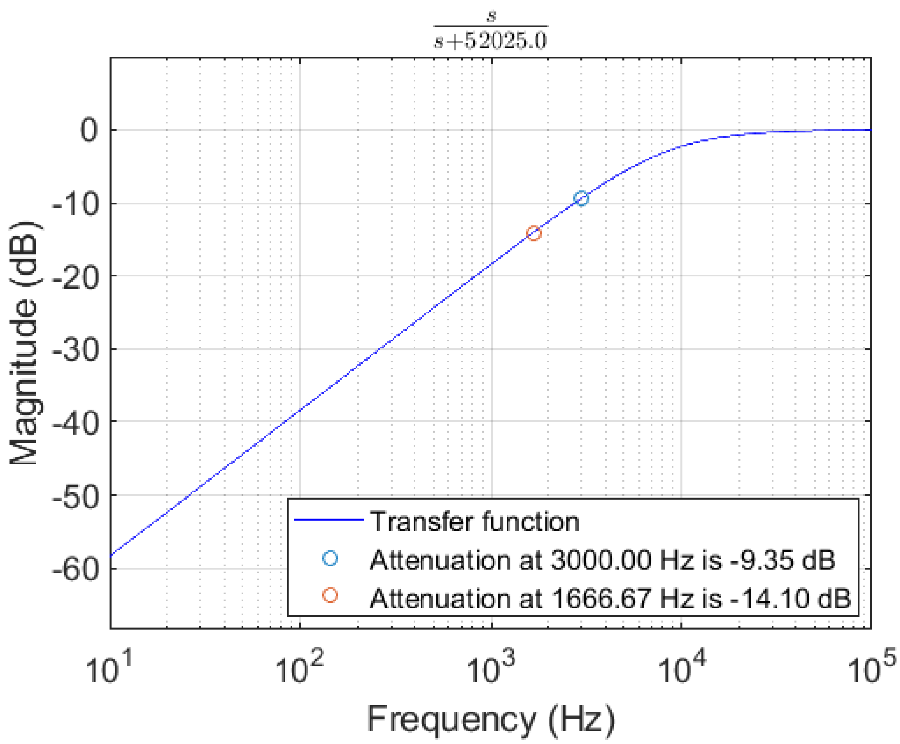
Παρακάτω φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



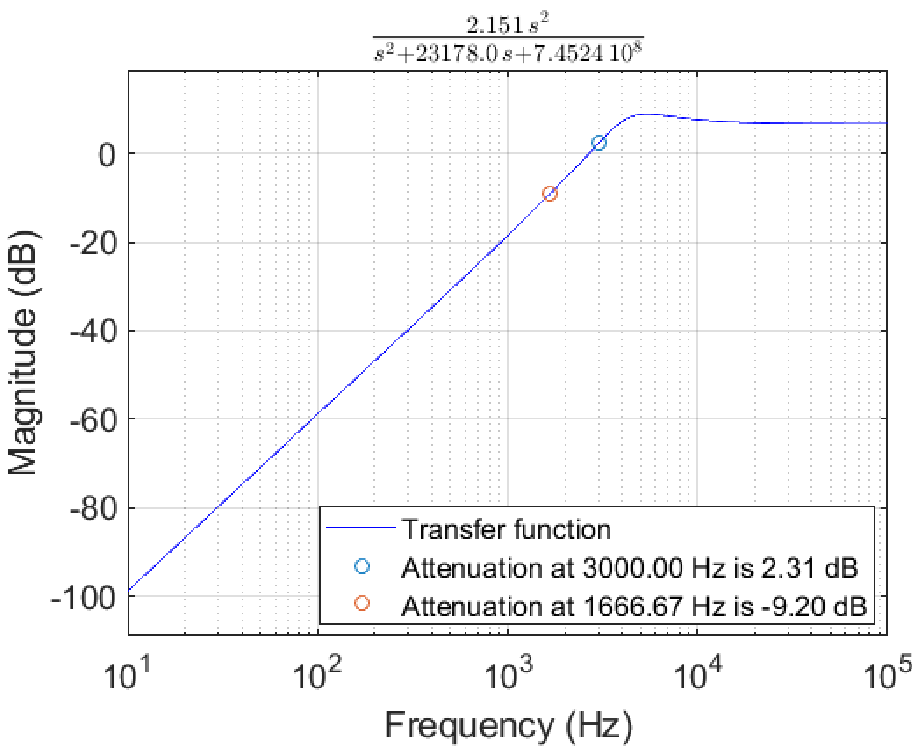
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

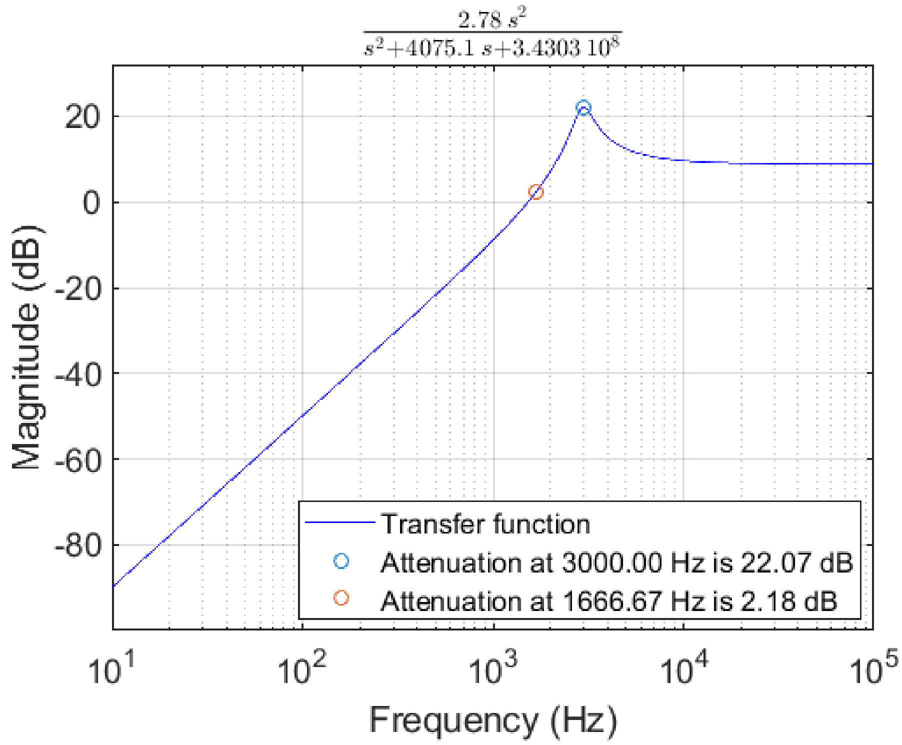
1η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.



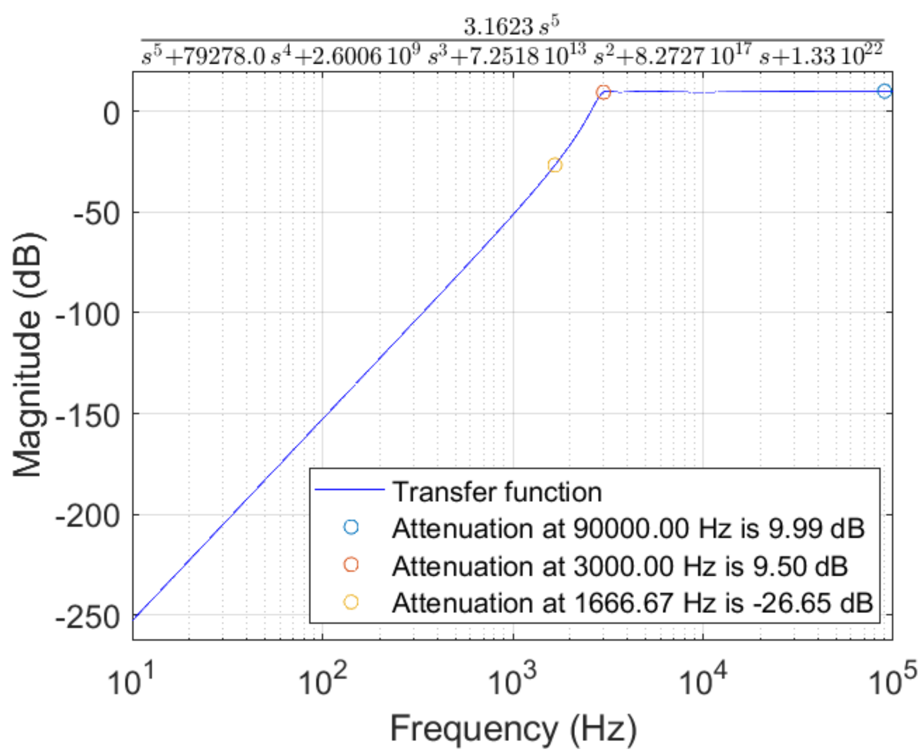
2η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



3η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key

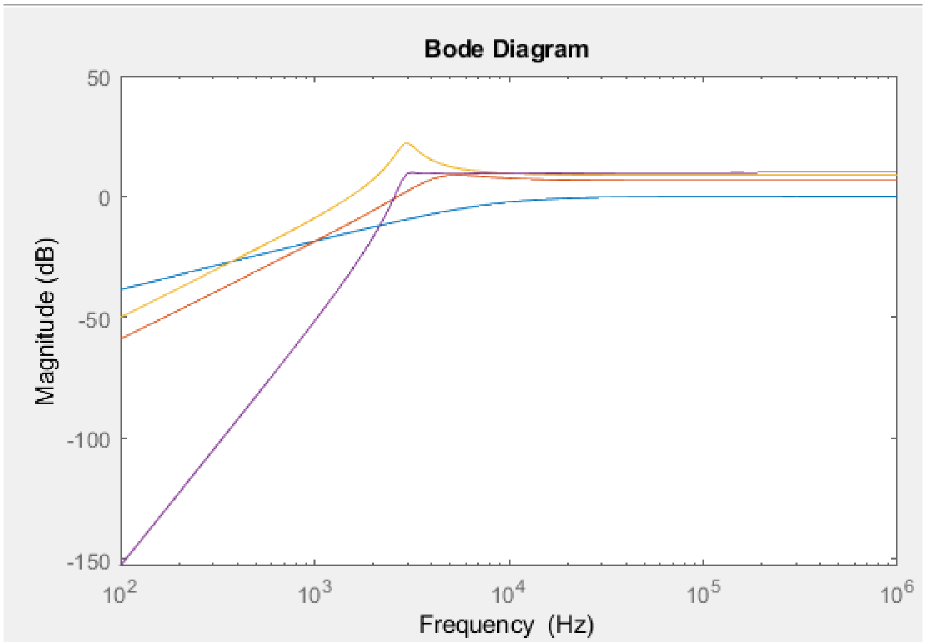


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

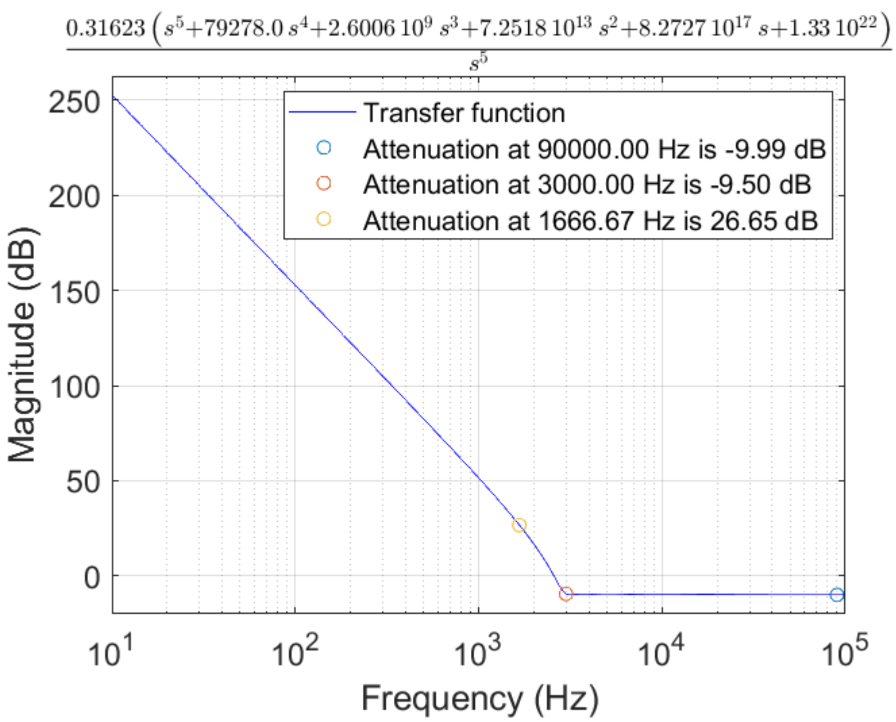


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, T_3 στο κίτρινο, ενώ η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο μωβ χρώμα.

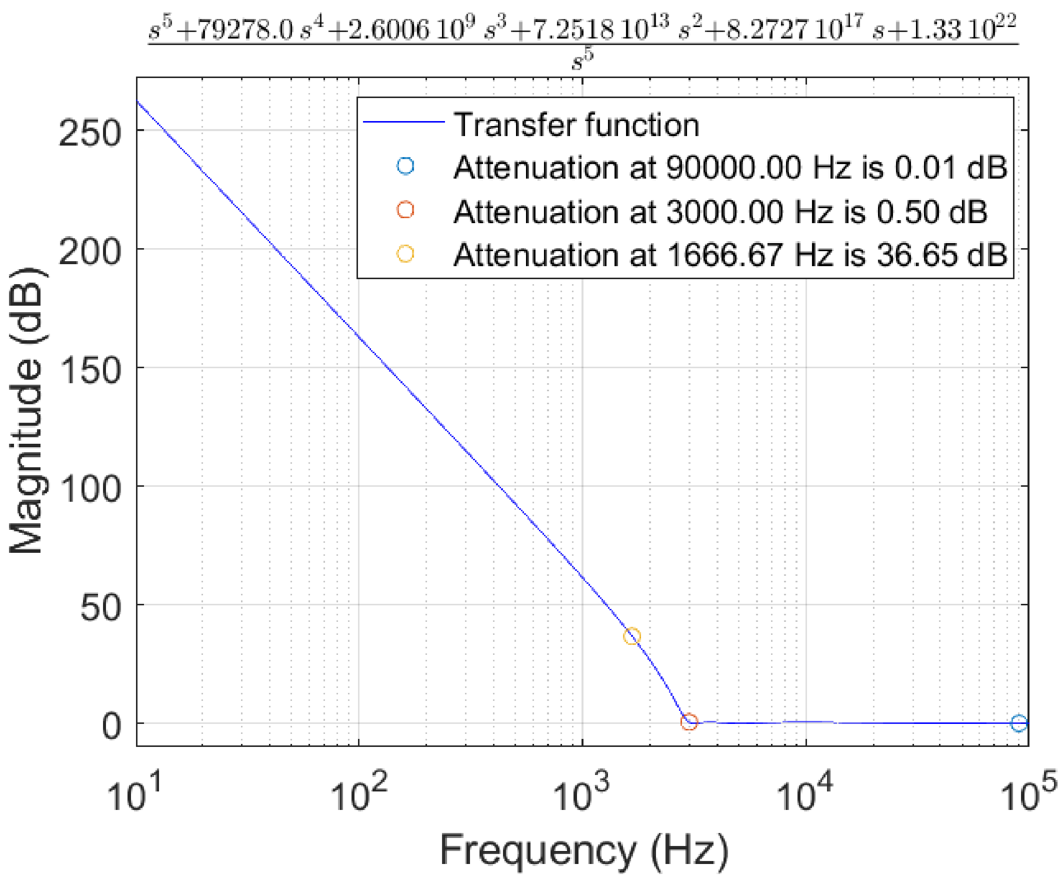


Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



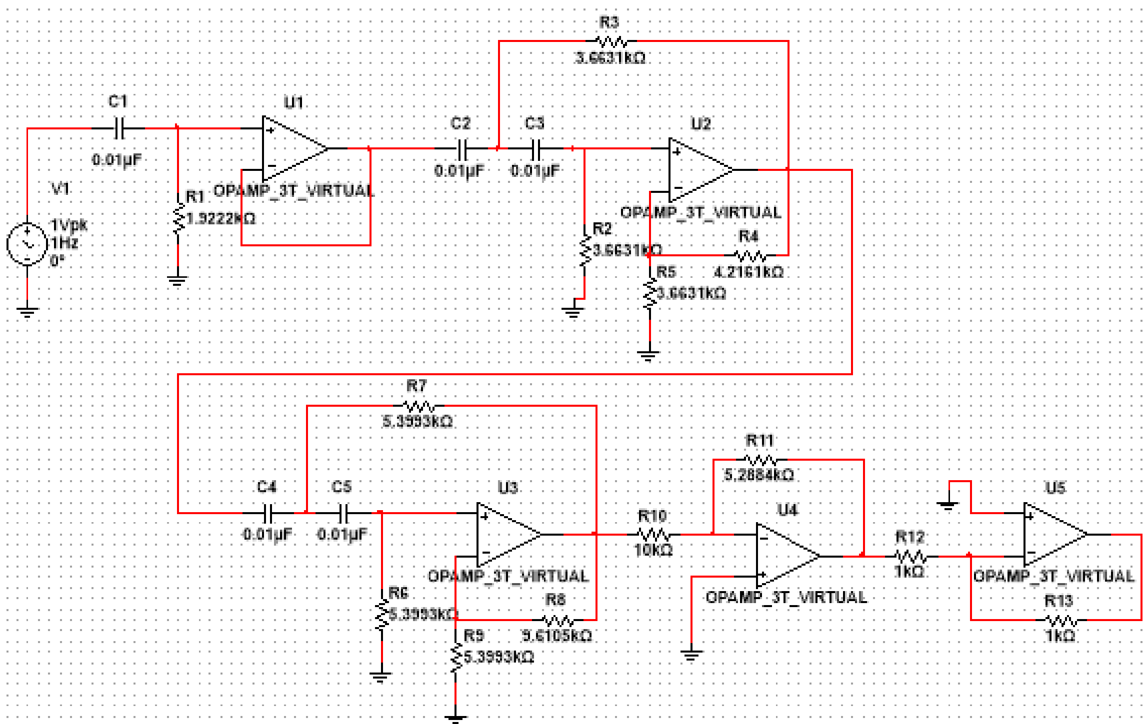
Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την f_p=3000 Hz και την f_s= 1666.67Hz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.
Παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα $f_p = 3000\ Hz$ είναι $10 - 9.5 = 0.5\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.5\ dB$ πληρείται οριακά.
Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στη συχνότητα $f_s = 1666.67\ Hz$ είναι $10 + 26.65 = 36.65\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 26.7778\ dB$ υπερκαλύπτεται.
Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

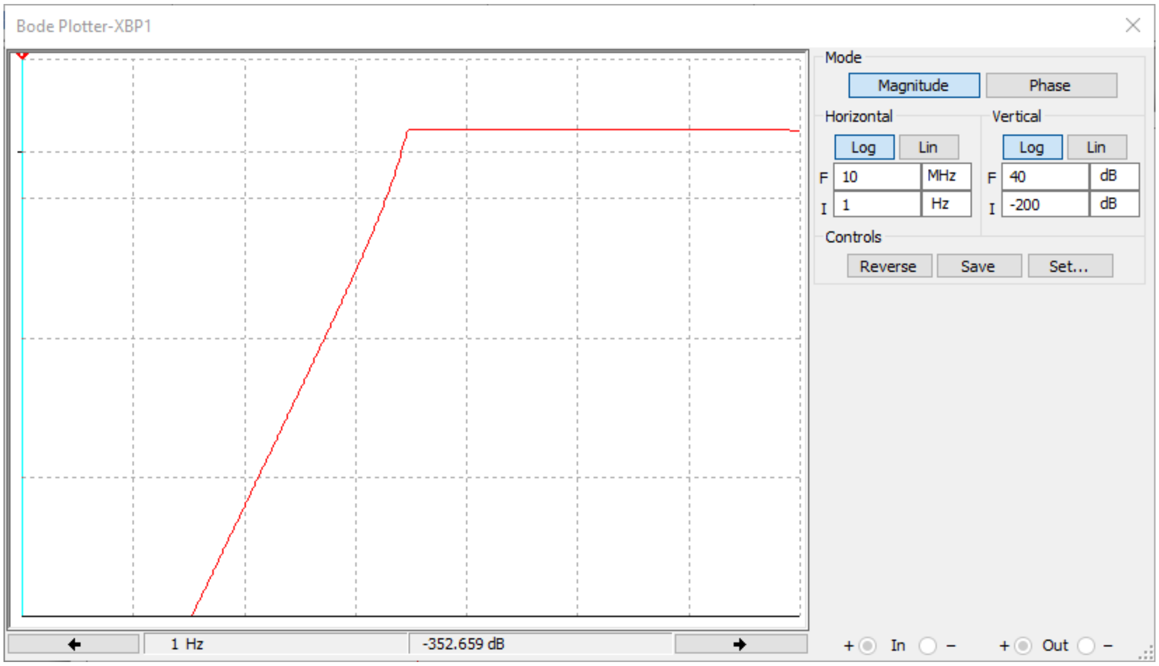


Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

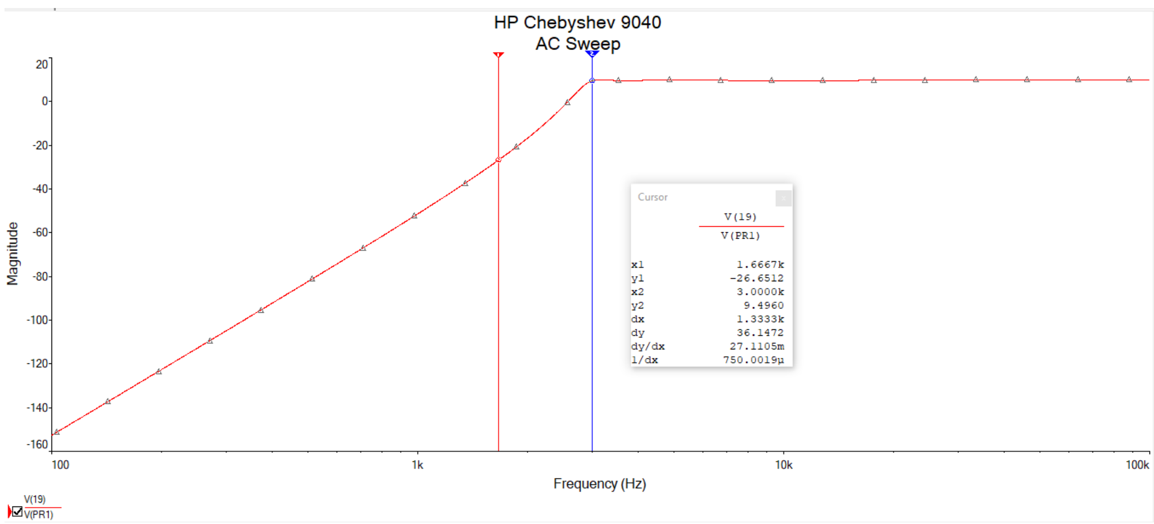
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.
Εισάγουμε λοιπόν τις τρεις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

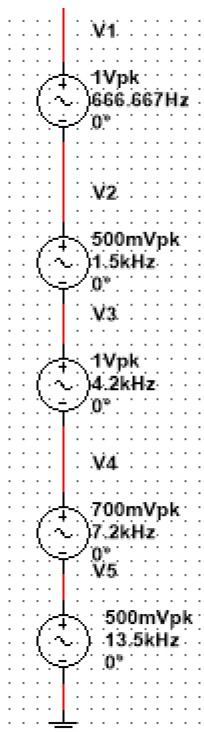


Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα $3\,kHz$ η ενίσχυση είναι $9.496\,dB$, στα $1666.67\,Hz$ η απόσβεση είναι $-26.6512dB$ και το κέρδος σχεδόν στα $10dB$. Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις, τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια σειρά πηγών διέγερσης το περιοδικό σήμα:

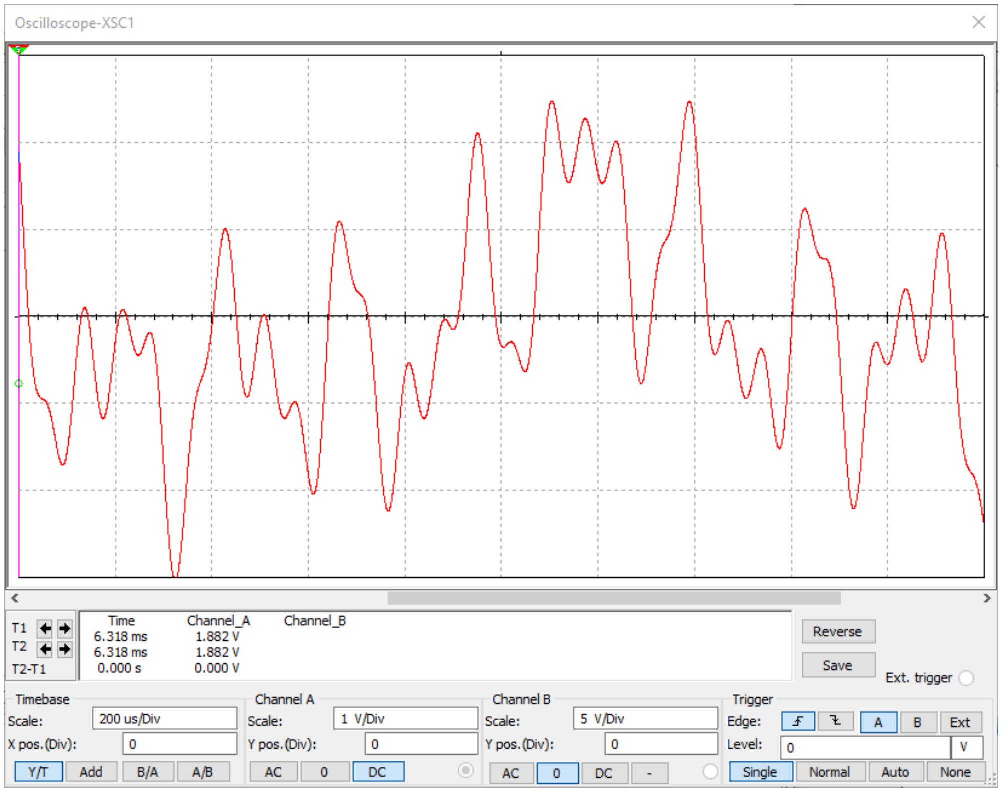
$$f(t) = \cos(0.4 \cdot \omega_s t) + 0.5 \cdot \cos(0.9 \cdot \omega_s t) + \cos(1.4 \cdot \omega_s t)$$
$$+2.4 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_s t) + 0.5 \cdot \cos(4.5 \cdot \omega_s t) =$$
$$\cos(4.188 \cdot \omega_s t) + 0.5 \cdot \cos(9424 \cdot \omega_s t) + \cos(26389 \cdot \omega_s t)$$
$$+2.4 \cdot \cos(45239 \cdot \omega_s t) + 0.5 \cdot \cos(84823 \cdot \omega_s t)$$

Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε 5 AC πηγές τάσης συνδεμένες στη σειρά. Σε κάθε μία πηγή χρησιμοποιήθηκε μία συχνότητα και δόθηκε το αντίστοιχο πλάτος για προσομοιωθεί το παραπάνω σήμα, και ο συνδυασμός τους σε σειρά συνδέθηκε στην είσοδο του κυκλώματος.

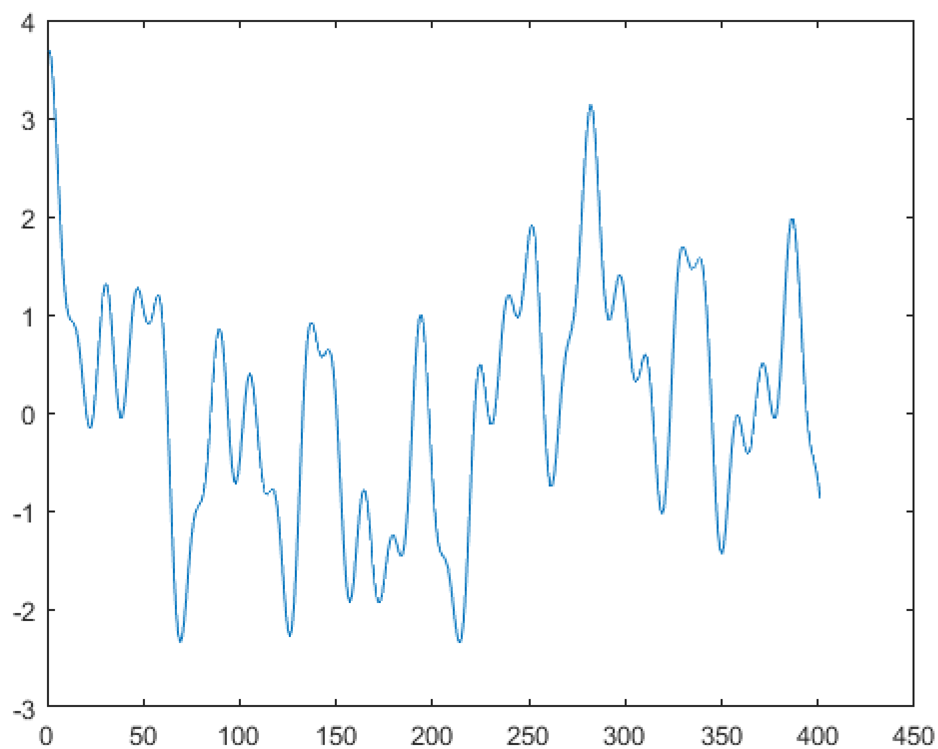


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

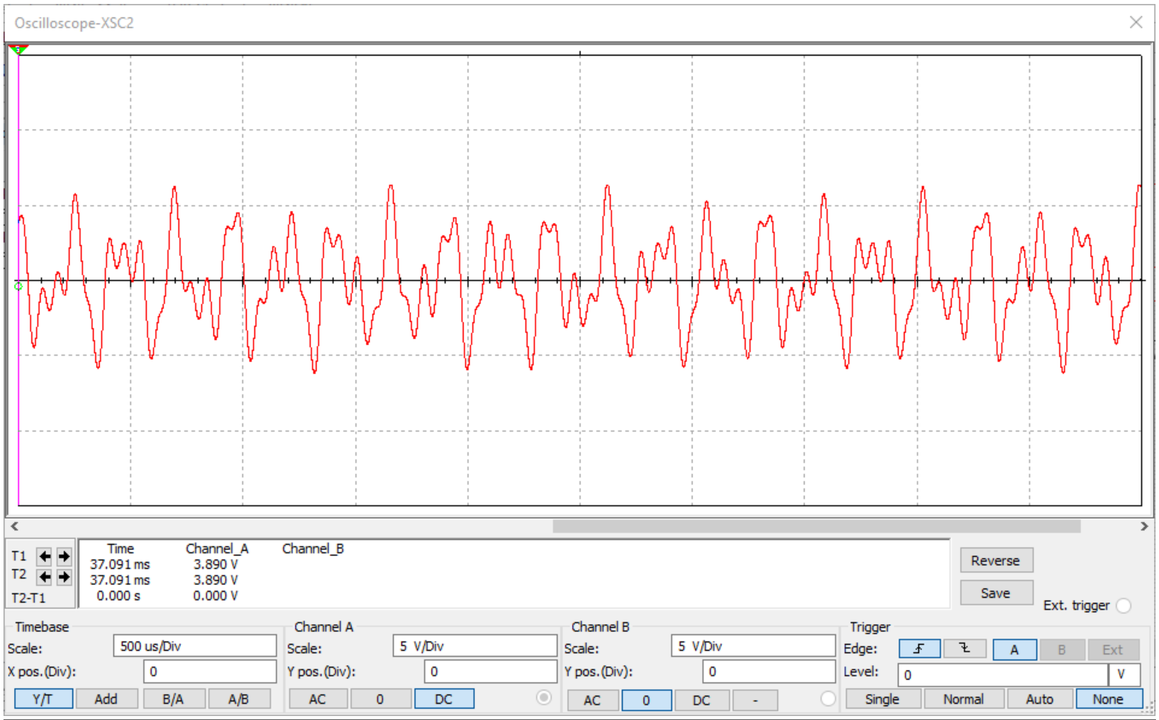
Σήμα Εισόδου :



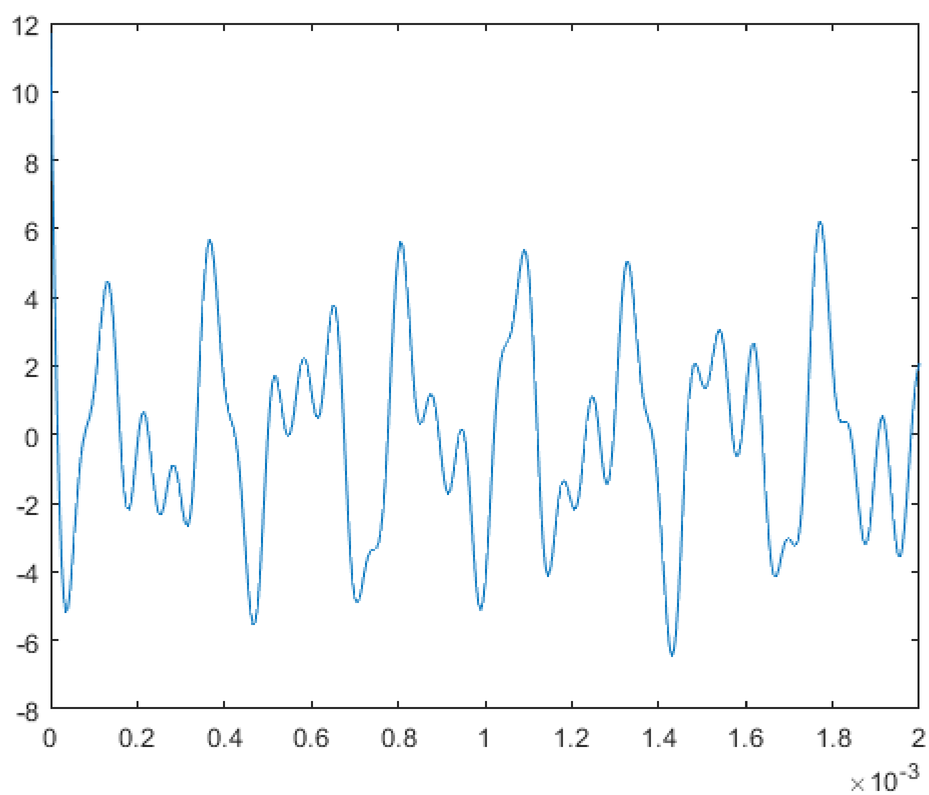
Και στο MATLAB:



Σήμα Εξόδου :



Και στο ΜΑΤΛΑΒ:



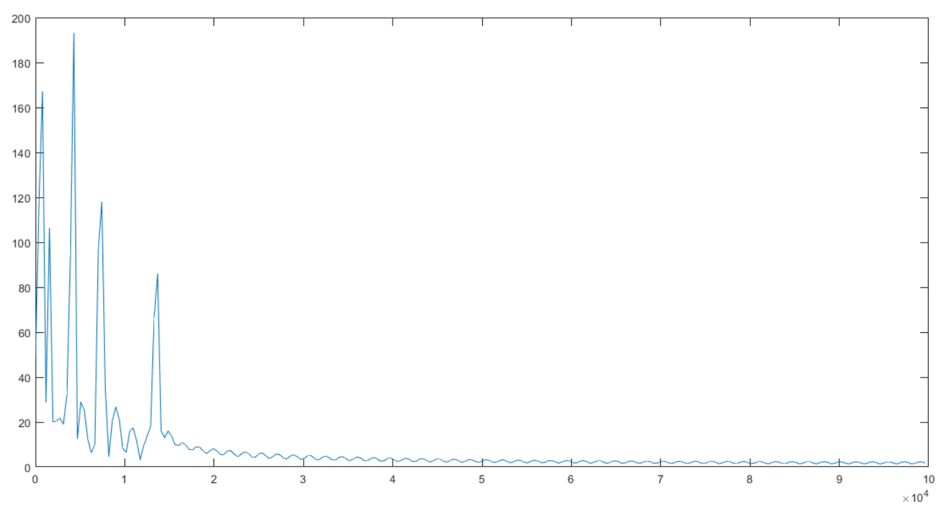
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του ανωδιαβατού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

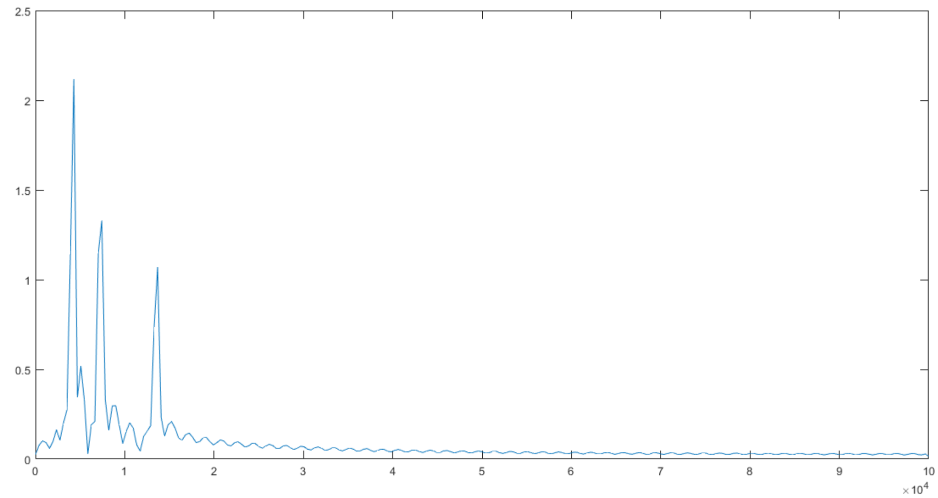
• Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του ανωδιαβατού φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

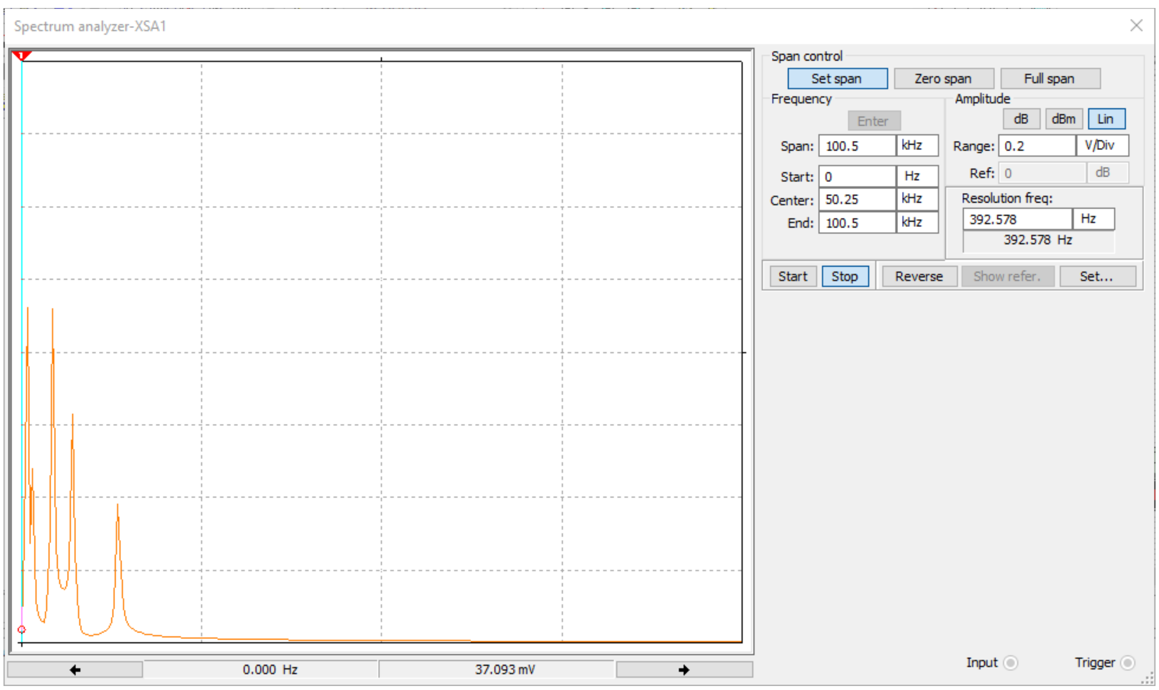
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



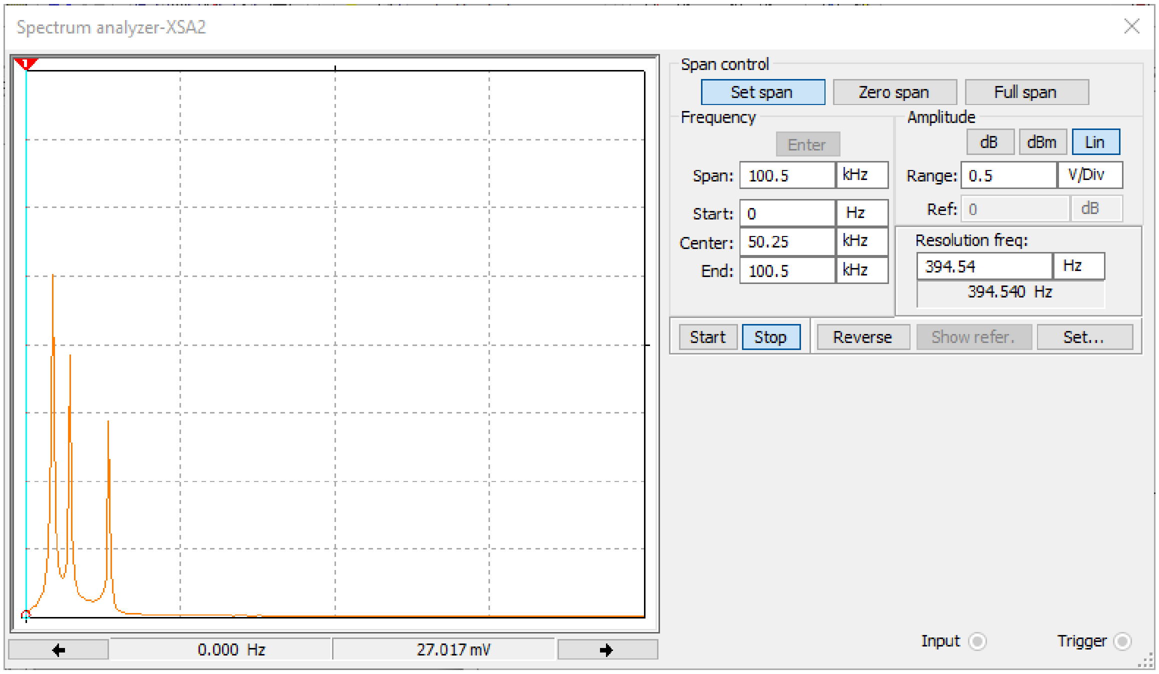
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, τις 5 ώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τις 5 θεμελιώδεις συχνότητες του σήματος που θέσαμε ως είσοδο.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται αρμονικές χαμηλών συχνοτήτων, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ανωδιαβατό φίλτρο. Συγκεκριμένα, αποσβένονται οι θεμελιώδεις συχνότητες 666,67 Hz και 1.5 KHz που βρίσκονται πριν την ζώνη διόδου των 1666.67Hz, ενώ ταυτόχρονα διατηρούνται οι συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από την f_p. Οι κρίσιμες συχνότητες για το συγκεκριμένο φίλτρο είναι f_p=3 kHz και f_s=1666.67 Hz.

Σημειώνεται πως τα δύο σήματα, εισόδου και εξόδου, παρουσιάζονται με διαφορετική τιμή V/Div για λόγους ευκρίνειας. Παρατηρούμε, λοιπόν, την ενίσχυση της εξόδου σε σχέση με την είσοδο, άρα το φίλτρο μας έχει κέρδος 10db, όπως ζητείται στις προδιαγραφές. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές