ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #3

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Μουρατίδης Αναστάσιος

Α.Ε.Μ. : 9040

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ
ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1.75\ kHz$$

$$f_1 = 1000 + 50 \cdot a_4 = 1\ kHz$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = 3.0625 kHz$$

$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4 \cdot f_0^2}}{2} = 1.48\ kHz, \qquad \mu\varepsilon\ D = \frac{1}{3.5} \cdot \frac{f_0^2 - f_1^2}{f_1} = 589.2857$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3} = 2.0693\ kHz$$

και

$$a_{min} = 32 + a_3 \cdot \frac{5}{9} = 34.2222\ dB\ ,\ \kappa\alpha\iota\ a_{max} = 0.4 + \alpha_4 \cdot \frac{0.25}{9} = 0.4\ dB\ , \qquad .$$

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 10996 \frac{rad}{sec}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 6283.2 \frac{rad}{\text{sec}}, \omega_2 = 2\pi f_2 = 19242 \frac{rad}{sec}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 9299 \frac{rad}{sec}, \qquad \omega_4 = 2\pi f_4 = 13002\ \frac{rad}{sec}$$

Επίσης, $bw = \omega_2 - \omega_1 = 12959\ \frac{rad}{sec}$

Οι προδιαγραφές του πρότυπου κατωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\Omega_p = 1 \; και \; \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 3.5$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο (Εξ.9-52) :

$$n = \frac{log\left[\left(10^{\alpha_{min}/10} - 1\right)/\left(10^{\alpha_{max}/10} - 1\right)\right]}{log\frac{\Omega_s}{\Omega_p}} = 4.0782$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 4.0782, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

n = 5

Από την Εξ.(9-53) για $\Omega_p = 1$ η συχνότητα 3 dB, Ω_o είναι

$\Omega_o = \frac{\Omega_p}{(10^{\frac{\alpha_{max}}{10}} - 1)^{\frac{1}{2n}}} = 1.2634$

Οι πόλοι της κανονικοποιημένης απόκρισης Butterworth για $n = 5$ είναι

$$p_1 = -1$$

$$p_{2,3} = -0.809 \pm j0.5877$$

$$p_{4,5} = -0.309 \pm 0.951$$

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\Omega_o = 1$. Σε αυτή την περίπτωση η $T_{LP}(s)$ είναι: $T_{LP}(s) = \frac{1}{s^5 + 3.236 \cdot s^4 + 5.236 \cdot s^3 + 5.236 \cdot s^2 + 3.236 \cdot s + 1}$

Εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό $s = \frac{1}{\hat{s}}$ κι έχουμε:

$T_{HP}(\hat{s}) = \frac{\hat{s}^5}{\hat{s}^5 + 3.236 \cdot \hat{s}^4 + 5.236 \cdot \hat{s}^3 + 5.236 \cdot \hat{s}^2 + 3.236 \cdot \hat{s} + 1}$

Οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι ίδιοι με της $T_{LP}(s)$, δηλαδή, κείνται πάνω σε έναν μοναδιαίο κύλκλο. Επίσης, η $T_{HP}(\hat{s})$ έχει και 5 μηδενικά στην αρχή. Η συχνότητα 3 dB της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι $\widehat{\Omega_o} = 1$. Στην πραγματικότητα όμως η $\widehat{\Omega_o}$ είναι $\widehat{\Omega_o} = \frac{1}{\Omega_o} = \frac{1}{1.2634} = 0.7915 \; rad/sec$

Με άλλα λόγια, οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ κείνται σε ένα κύκλο με ακτίνα $\widehat{\Omega_o} = 0.7915 \; rad/sec$

Οπότε, οι πόλοι της $T_{HP}(\hat{s})$ είναι:

$$\widehat{p_1} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_1 = -0.7915$$

$$\widehat{p_{2,3}} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_{2,3} = -0.6403 \pm j0.4652$$

$$\widehat{p_{4,5}} = \widehat{\Omega_o} \cdot p_{4,5} = -0.2446 \pm j0.7527$$

Μετασχηματίζουμε τους παραπάνω πόλους σύμφωνα με την μέθοδο Geffe.

Μετασχηματισμός πραγματικού πόλου $\boldsymbol{\widehat{p_1} = -0.7915}$

$$\Sigma_1 = 0.7915$$

$$qc = \frac{\omega_0}{bw} = \frac{10996}{12959} = 0.8485$$

$$Q_1 = \frac{qc}{\Sigma_1} = \frac{0.8485}{0.7915} = 1.0720$$

$$\psi_1 = \cos^{-1}(\frac{1}{2Q_1}) = \cos^{-1}(\frac{1}{2 \cdot 1.0720}) = 62.1984°$$

$$\omega_{01} = 10996\ rad/sec$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\boldsymbol{\widehat{p_{2,3}} = -0.6403 \pm j0.4652}$

$$\Sigma_2 = 0.6403\ \kappa\alpha\iota\ \Omega_2 = 0.4652$$

$$C_2 = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 0.6403^2 + 0.4652^2 = 0.6264$$

$$D_2 = \frac{2 \cdot \Sigma_2}{qc} = \frac{2 \cdot 0.6403}{0.8485} = 1.5093$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{qc^2} = 4 + \frac{0.6264}{0.8485^2} = 4.87$$

$$G_2 = \sqrt{E_2^2 - 4D_2^2} = \sqrt{4.8741^2 - 4 \cdot 1.5093^2} = 3.8217$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (E_2 + G_2)} = \frac{1}{1.5093} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (4.8741 + 3.8217)} = 1.3812$$

$$\psi_2 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q_2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2 \cdot 1.3812}\right) = 68.7769\,°$$

$$K_2 = \frac{\Sigma_2 \cdot Q_2}{qc} = \frac{0.6403 \cdot 1.3812}{0.8485} = 1.0423$$

$$\Omega_2 = K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1} = 1.0423 + \sqrt{1.0423^2 - 1} = 1.3364$$

$$\omega_{02} = \Omega_2 \cdot \omega_0 = 1.3364 \cdot 10996 = 14694 \frac{rad}{\sec}$$

$$\omega_{03} = \frac{\omega_0}{\Omega_2} = \frac{10996}{1.3364} = 8227.8 \frac{rad}{\sec}$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $\widehat{p_{4,5}} = -0.2446 \pm j0.7527$

$$\Sigma_3 = 0.2446 \; και \; \Omega_3 = 0.7527$$

$$C_3 = \Sigma_3^2 + \Omega_3^2 = 0.2446^2 + 0.7527^2 = 0.6264$$

$$D_3 = \frac{2 \cdot \Sigma_3}{qc} = \frac{2 \cdot 0.2446}{0.8485} = 0.5765$$

$$E_3 = 4 + \frac{C_3}{qc^2} = 4 + \frac{0.6264}{0.8485^2} = 4.8701$$

$$G_3 = \sqrt{E_3^2 - 4D_3^2} = \sqrt{4.8701^2 - 4 \cdot 0.5765^2} = 4.7316$$

$$Q_3 = \frac{1}{D_3} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (E_3 + G_3)} = \frac{1}{0.5765} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot (4.8701 + 4.7316)} = 3.8008$$

$$\psi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q_3}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2 \cdot 3.8008}\right) = 82.4407\,°$$

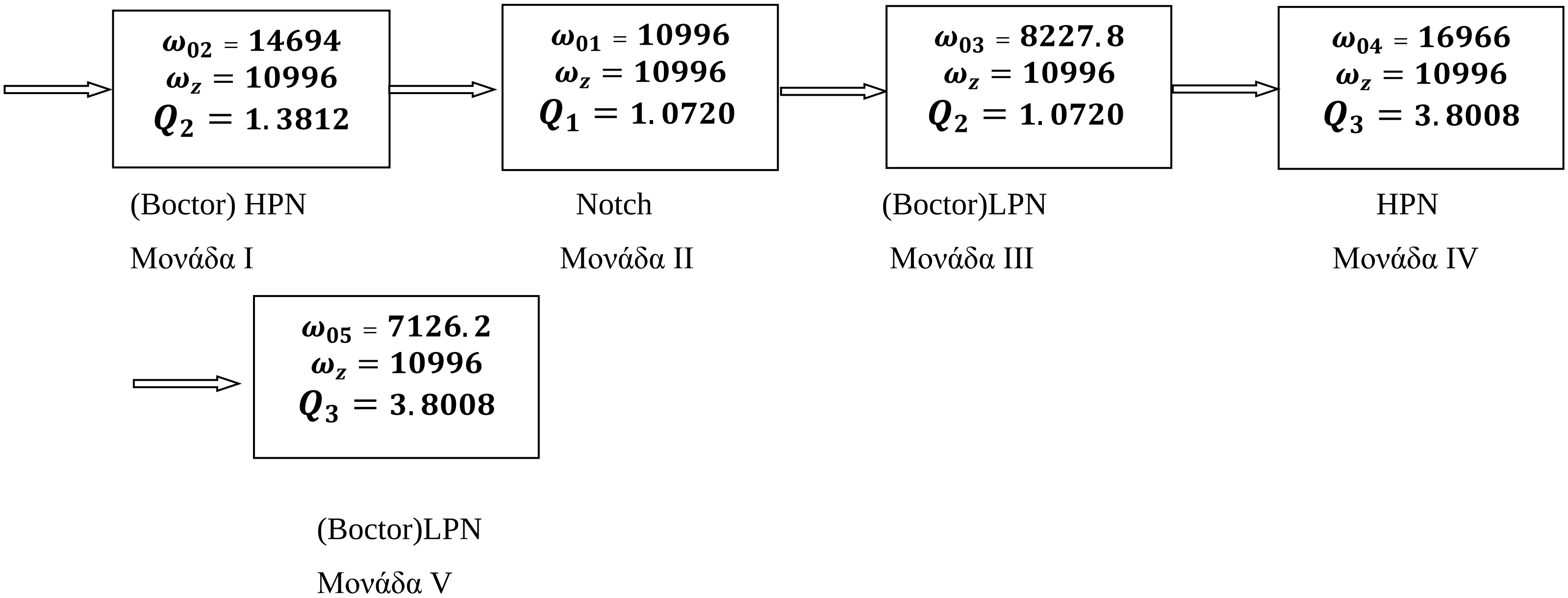
$$K_3 = \frac{\Sigma_3 \cdot Q_3}{qc} = \frac{0.2446 \cdot 3.8008}{0.8485} = 1.0955$$

$$\Omega_3 = K_3 + \sqrt{K_3^2 - 1} = 1.0955 + \sqrt{1.0955^2 - 1} = 1.543$$

$$\omega_{04} = \Omega_3 \cdot \omega_0 = 1.543 \cdot 10996 = 16966 \frac{rad}{\sec}$$

$$\omega_{05} = \frac{\omega_0}{\Omega_3} = \frac{10996}{1.543} = 7126.2 \frac{rad}{\sec}$$

Ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά σε 5 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι $\omega_{02} > \omega_z \; και \; \omega_{04} > \omega_z$ οπότε οι μονάδες 1 και 4 υλοποιούνται με φίλτρο HPN, κι επειδή $\omega_{03} < \omega_z \; και \; \omega_{04} < \omega_{z4}$ οι μονάδες 2 και 5 υλοποιούνται με φίλτρο LPN. Είναι $\omega_{01} = \omega_z$, οπότε υλοποιείται με φίλτρο Notch.



- Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

<u>ΜΟΝΑΔΑ (I)</u>

Η μονάδα υλοποιείται με κύκλωμα Boctor HPN, εφόσον ισχύει η συνθήκη

$$Q_2 < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_{02}^2}} \Rightarrow 1.3812 < 2.2724$$

Υπολογίζονται από την συνάρτηση *BoctorHighPass.m* οι πραγματικές τιμές των αντιστάσεων και πυκνωτών του κυκλώματος.

$$R_{11} = 7.4207\ k\Omega$$

$$R_{12} = 11.146\ k\Omega$$

$$R_{13} = 40.0523\ k\Omega$$

$$R_{14} = 100\Omega$$

$$R_{15} = 100\ k\Omega$$

$$R_{16} = 39.8831\ \Omega$$

$$C_{11} = C_{12} = 0.01\ \mu F$$

και κέρδος $k_1 = H = 2$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα κανονικό Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21. Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{zo1} = 1$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_1 = 1.0695$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{zo2}^2} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

$$k_{22} = \frac{(k_{21} + 2\,) \cdot Q_1^2}{(k_{21} + 2\,) \cdot Q_1^2 + 1} = \frac{(0 + 2\,) \cdot 1.0720^2}{(0 + 2\,) \cdot 1.0720^2 + 1} = 0.6968$$

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = Q_1^2 \cdot (k_{21} + 2)^2 = 1.0695^2 \cdot (0 + 2)^2 = 4.5969$$

$$R_{23} = 1$$

$$R_{24} = Q_1^2 \cdot (k_{21} + 2) = 1.0720^2 \cdot (0 + 2) = 2.2984$$

$$C_2 = \frac{1}{Q_1 \cdot (2 + k_{21})} = \frac{1}{1.0720 \cdot (2 + 11.8311)} = 0.4664$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_2 = k_{22} = 0.6968$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{01} = 10996\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 10996$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_2}{k_{f2} \cdot C} = 4241.8$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_2 = C = 0.01\, \mu F$$

$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 4.2418\, k\Omega$$

$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 19.499\, k\Omega$$

$$R_{23} = R_{23} \cdot k_{m2} = 4.2418\, k\Omega$$

$$R_{24} = R_{24} \cdot k_{m2} = 9.7495\, k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{10996}{8227.8} = 1.3364$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{31} < 1 \Rightarrow 0.5591 < k_{31} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{31} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{31} = \frac{2}{k_{31}\omega_z^2 - 1} = 3.2930$$

$$R_{32} = \frac{1}{1 - k_{31}} = 10$$

$$R_{33} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31}\omega_z^2 - 1\right) = 0.5396$$

$$R_{34} = \frac{1}{k_{31}} = 1.1111$$

$$R_{35} = R_{36} = 1$$

$$C_{31} = \frac{k_{31}}{2Q_2} = 0.3258$$

$$C_{32} = 2Q_2 = 2.7624$$

$$k_3 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{31}}{Q_2^2} + k_{31}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.6495$$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_o = 8227.8$, προκύπτει $k_{f3} = 8227.8$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{31}}{k_{f3} \cdot C} = 3959.7$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{31} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{32} = \frac{C_{32}}{k_{f3} \cdot k_{m3}} = 84.789\ nF$$

$$R_{31} = R_{31} \cdot k_{m3} = 13.04\ k\Omega$$

$$R_{32} = R_{32} \cdot k_{m3} = 39.597\ k\Omega$$

$$R_{33} = R_{33} \cdot k_{m3} = 2.1365 k\Omega$$

$$R_{34} = R_{34} \cdot k_{m3} = 4.3997\ k\Omega$$
$$R_{35} = R_{35} \cdot k_{m3} = 3.9597\ k\Omega$$
$$R_{36} = R_{36} \cdot k_{m3} = 3.9597\ k\Omega$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (IV)</u>

Η μονάδα θα έπρεπε να υλοποιηθεί με φίλτρο Boctor HPN, αλλά δεν ισχύει η συνθήκη:

$$Q_3 < \frac{1}{1 - \frac{\omega_{zo4}^2}{\omega_{04}^2}}\ \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ Q_3 = 3.8008 > 1.7242$$

Επομένως υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{zo4} = \frac{\omega_z}{\omega_{04}} = \frac{10996}{16982} = 0.6471$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_3 = 3.7935$

$$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{zo4}^2} - 1 = \frac{1}{0.6471^2} - 1 = 1.3808$$

$$k_{42} = \frac{(k_{41} + 2\ ) \cdot Q_3^2}{(k_{41} + 2\ ) \cdot Q_3^2 + 1} = \frac{(1.3808 + 2\ ) \cdot 3.8008^2}{(1.3808 + 2\ ) \cdot 3.8008^2 + 1} = 0.9799$$

$$R_{41} = 1$$

$$R_{42} = Q_3^2 \cdot (k_{41} + 2)^2 = 3.8008^2 \cdot (1.3808 + 2)^2 = 165.1132$$

$$R_{43} = 1$$

$$R_{44} = Q_3^2 \cdot (k_{41} + 2) = 3.8008^2 \cdot (1.3808 + 2) = 48.8384$$

$$C_4 = \frac{1}{Q_3 \cdot (2 + k_{41})} = \frac{1}{3.8008 \cdot (2 + 1.3808)} = 0.0778$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_4 = 1.3808 \cdot 0.0778 = 0.1075$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_4 = k_{42} \left(\frac{1}{\omega_{zo4}}\right)^2 = 0.9799 \cdot \left(\frac{1}{0.6471}\right)^2 = 2.333$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{04} = 16982\, rad/sec$, οπότε επιλέγουμε $k_{f4} = 16966$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\, \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m4} = \frac{C_{42}}{k_{f4} \cdot C} = 458.7007$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_4 = C = 0.01\, \mu F$$

$$C_{41} = \frac{C_{41}}{k_{f4} \cdot k_{m4}} = 13.808\, nF$$

$$R_{41} = R_{41} \cdot k_{m4} = 458.7007 \Omega$$

$$R_{42} = R_{42} \cdot k_{m4} = 75.738\, k\Omega$$

$$R_{43} = R_{43} \cdot k_{m4} = 458.7007\, \Omega$$

$$R_{44} = R_{44} \cdot k_{m4} = 22.402\, k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (V)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Boctor -Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.24(α). Το ω_o κλιμακοποιείται έτσι ώστε $\omega_o = 1$, ενώ το ω_z κλιμακοποείται σε σχέση με το ω_o. Έτσι προκύπτει

$$\omega_z = \frac{10996}{7126.2} = 1.5430$$

Για τις ανάγκες της σχεδίασης εισάγουμε την μεταβλητή η οποία επιλέγεται στο διάστημα:

$$\frac{\omega_o^2}{\omega_z^2} < k_{51} < 1 \Rightarrow 0.42 < k_{51} < 1$$

Επιλέγουμε $k_{51} = 0.9$ και υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με βάση τη θεωρία.

$$R_{51} = \frac{2}{k_{51}\omega_z^2 - 1} = 1.7502$$

$$R_{52} = \frac{1}{1 - k_{51}} = 10$$

$$R_{53} = \frac{1}{2}\left(\frac{k_{51}}{Q_3^2} + k_{51}\omega_z^2 - 1\right) = 0.6025$$

$$R_{54} = \frac{1}{k_{51}} = 1.1111$$

$$R_{55} = R_{56} = 1$$

$$C_{51} = \frac{k_{51}}{2Q_3} = 0.1184$$

$$C_{52} = 2Q_3 = 7.6015$$

$$k_5 = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{k_{51}}{Q_3^2} + k_{51}\omega_z^2 + 1\right)} = 0.6240$$

Κλιμακοποίηση

Εφόσον, έχει γίνει κανονικοποίηση με βάση το ω_o κι είναι $\omega_o = 7126.2$, προκύπτει $k_{f5} = 7126.2.$ Επίσης, θέλουμε $C = 0.01\ \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m5} = \frac{C_{51}}{k_{f5} \cdot C} = 1661.4$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{51} = C = 0.01\ \mu F$$

$$C_{52} = \frac{C_{52}}{k_{f5} \cdot k_{m5}} = 0.64204\ \mu F$$

$$R_{51} = R_{51} \cdot k_{m5} = 2.9079\ k\Omega$$

$$R_{52} = R_{52} \cdot k_{m5} = 16.614\ k\Omega$$

$$R_{53} = R_{53} \cdot k_{m5} = 1.001\ k\Omega$$

$$R_{54} = R_{54} \cdot k_{m5} = 1.846\ k\Omega$$

$$R_{35} = R_{55} \cdot k_{m5} = 1.6614\ k\Omega$$

$$R_{56} = R_{56} \cdot k_{m5} = 1.6614\ k\Omega$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα $10\ dB$ στις υψηλές συχνότητες. Το συνολικό κέρδος είναι $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 = 1.3179$. Οπότε για να φτάσουμε τα 10 dB θα πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου:

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 10 \implies a \cdot 1.3179 = 10^{0.5} \implies a = 2.3995$$

Εφόσον το α είναι μεγαλύτερο του 1, πρέπει να εισάγουμε κέρδος 2.3995. Το κέρδος αυτό υλοποιείται με μια μή αναστρέφουσα συνδεσμολογία $1 + \frac{r_2}{r_1} = 2.3995$. Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega\ και\ r_2 = 13.995\ k\Omega$.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{02}}{Q_2}+\omega_{02}^2} = \frac{2\cdot s^2+2.418\cdot 10^8}{s^2+1.064\cdot 10^4\cdot s+2.159\cdot 10^8}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_1 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{01}}{Q_1}+\omega_{01}^2} = \frac{0.6968\cdot s^2+8.425\cdot 10^7}{s^2+1.026\cdot 10^4\cdot s+1.209\cdot 10^8}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = k_3 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{03}}{Q_2}+\omega_{03}^2} = \frac{0.6495\cdot s^2+7.853\cdot 10^7}{s^2+5957\cdot s+6.77\cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_4(s) = k_4 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{04}}{Q_3}+\omega_{04}^2} = \frac{2.333\cdot s^2+2.821\cdot 10^8}{s^2+4464\cdot s+2.878\cdot 10^8}$$

5. Για την πέμπτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

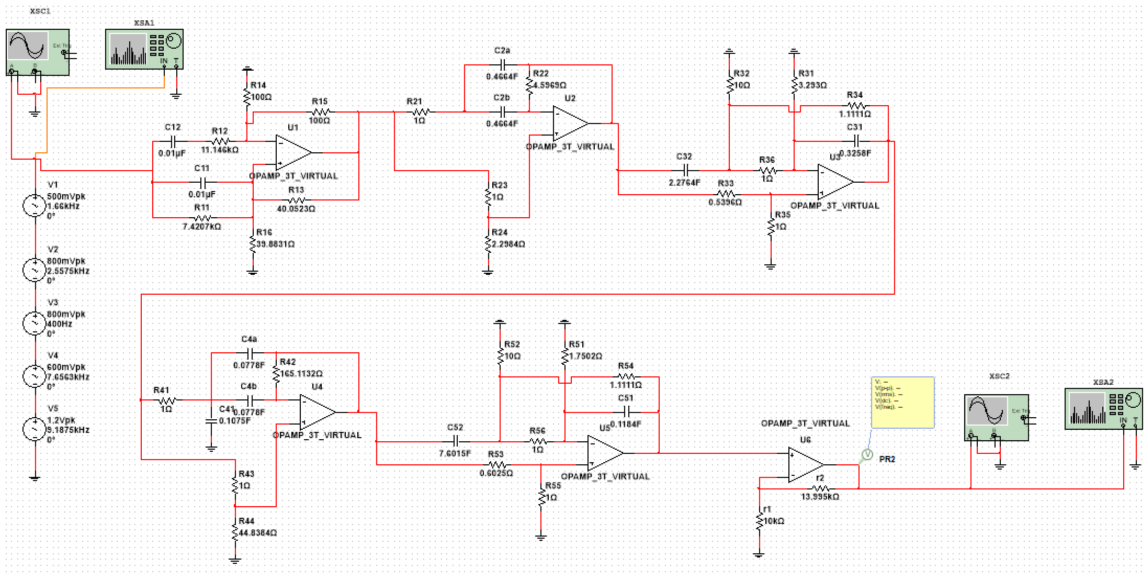
$$T_5(s) = k_5 \cdot \frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_{05}}{Q_3}+\omega_{05}^2} = \frac{0.624\cdot s^2+7.545\cdot 10^7}{s^2+1875\cdot s+5.078\cdot 10^7}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου είναι:

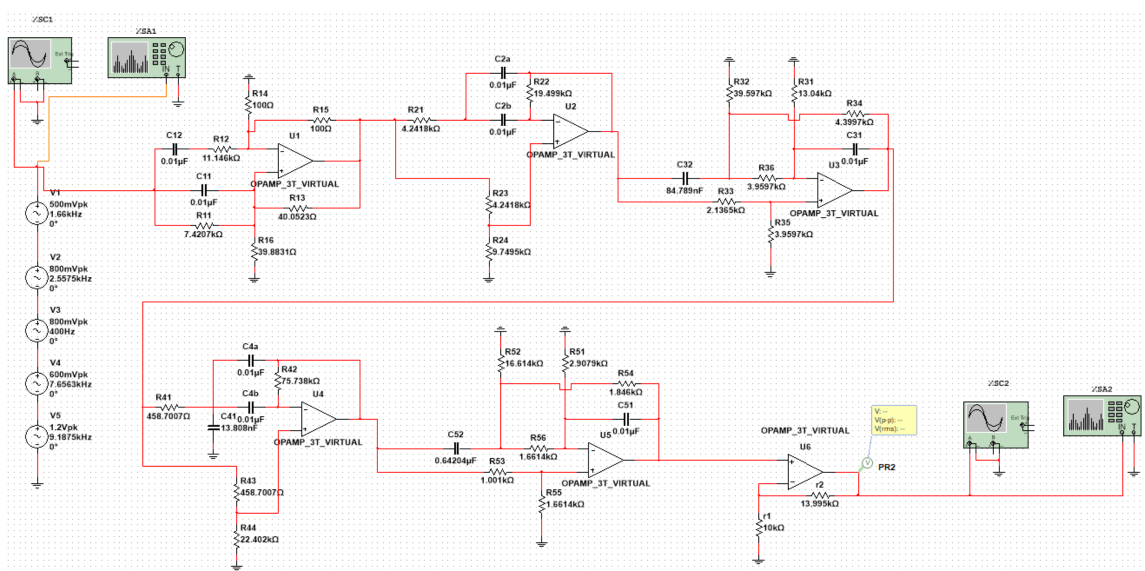
$$T_{BE}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s) \cdot T_5(s)$$

$$T_{BE}(s) = \frac{3.162 \cdot s^{10} + 1.912 \cdot 10^9 \cdot s^8 + 4.662 \cdot 10^{17} \cdot s^6 + 5.589 \cdot 10^{25} \cdot s^4 + 3.378 \cdot 10^{33} \cdot s^2 + 8.196 \cdot 10^{40}}{\begin{array}{c} s^{10} + 3.319 \cdot 10^4 \cdot s^9 + 1.155 \cdot 10^9 \cdot s^8 + 2.17 \cdot 10^{13} \cdot s^7 + 3.818 \cdot 10^{17} \cdot s^6 \\ +4.391 \cdot 10^{21} \cdot s^5 + 4.616 \cdot 10^{25} \cdot s^4 + 3.172 \cdot 10^{29} \cdot s^3 + 2.042 \cdot 10^{33} \cdot s^2 + 7.092 \cdot 10^{36} \cdot s + 2.583 \cdot 10^{40} \end{array}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι πέντε μονάδες. Τέλος, φαίνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



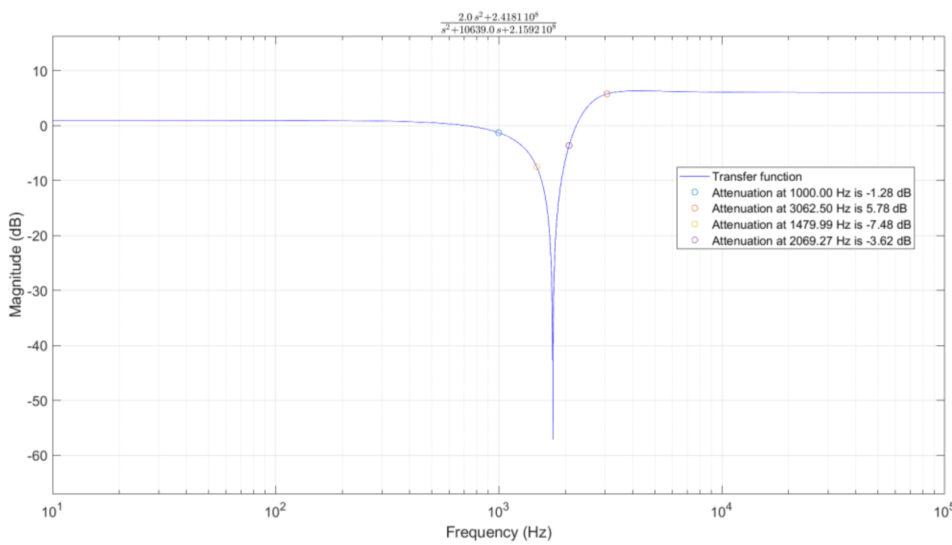
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοφρακτικό φίλτρο Butterworth με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



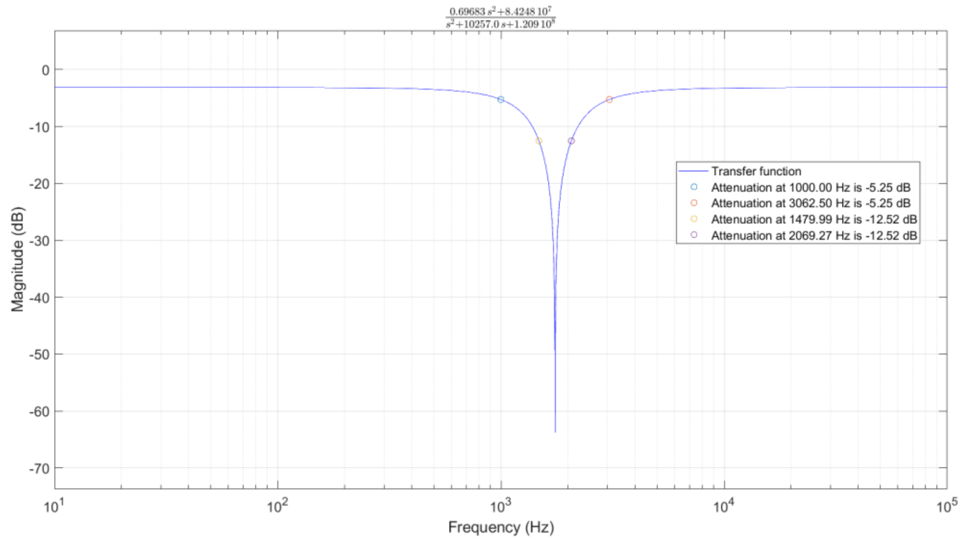
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των πέντε μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

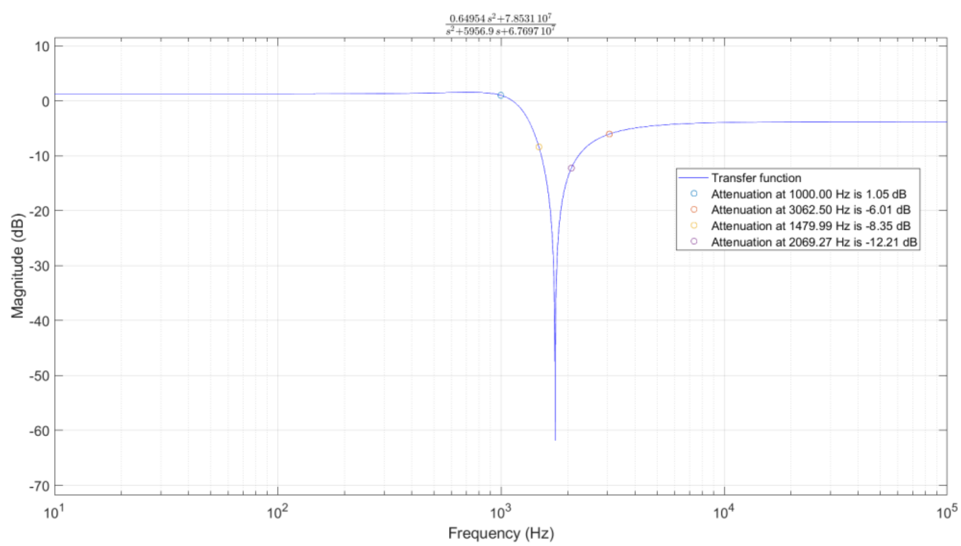
1η Μονάδα : Φίλτρο Boctor HPN



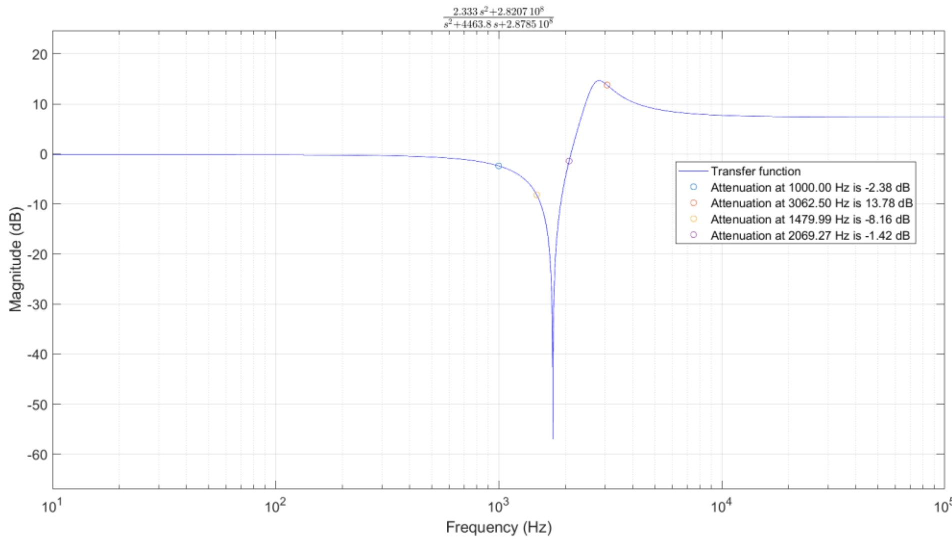
2η Μονάδα : Φίλτρο Notch



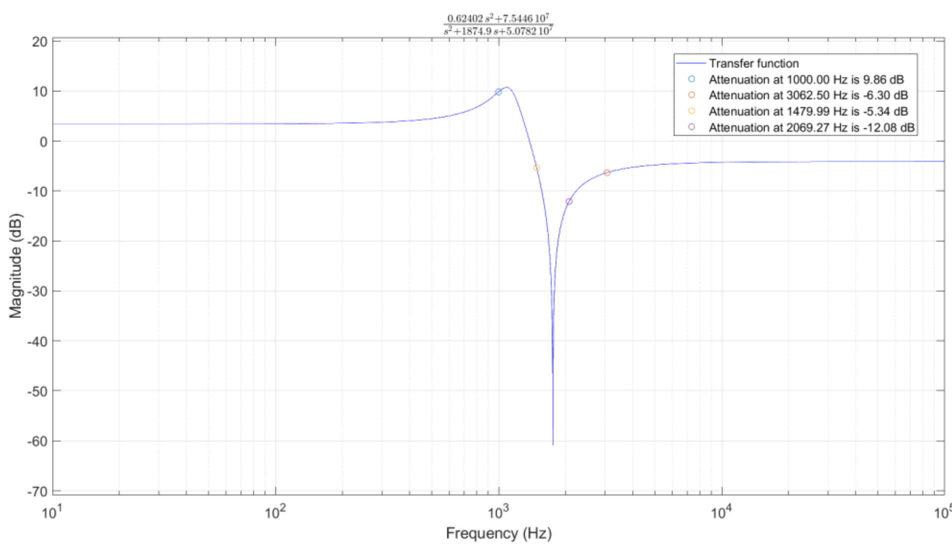
3η Μονάδα : Φίλτρο Boctor LPN



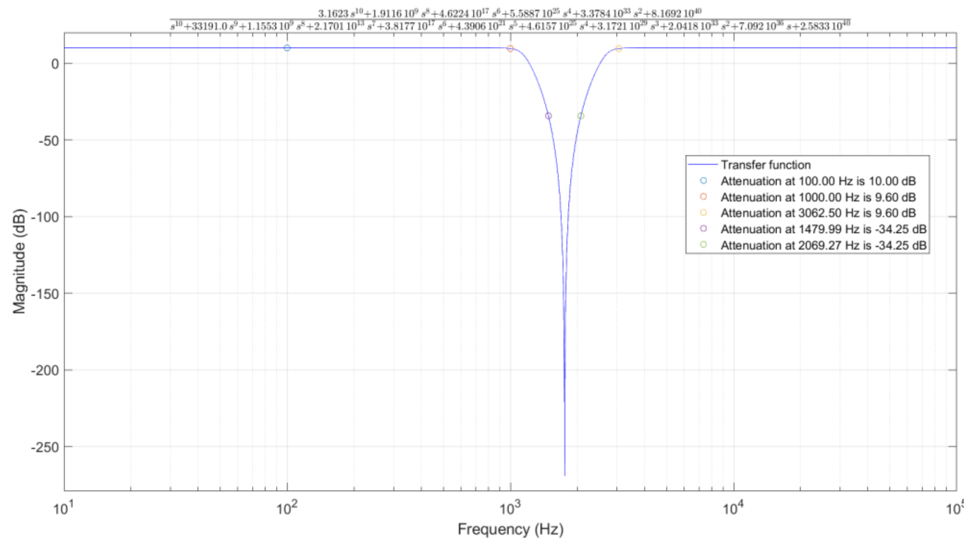
4η Μονάδα : Φίλτρο HPN



5η Μονάδα : Φίλτρο Boctor LPN

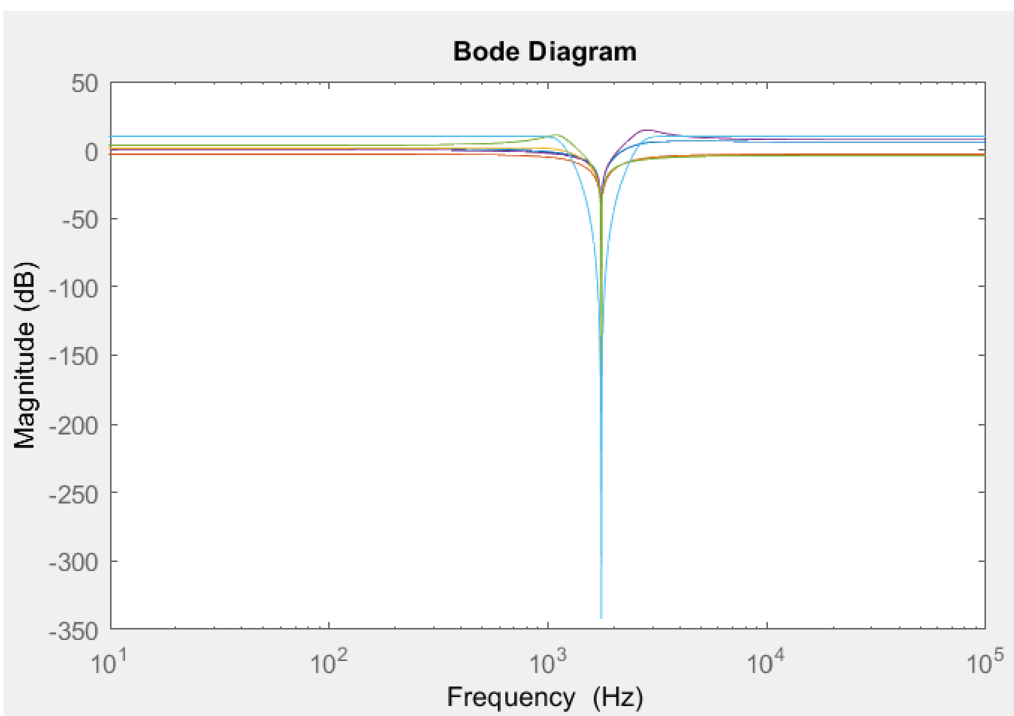


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

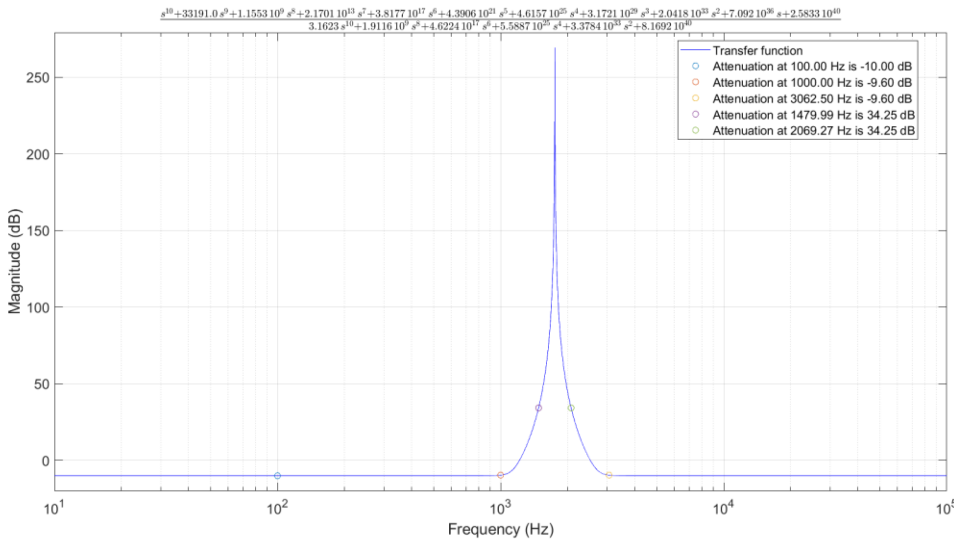


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο κίτρινο, η T_4 στο μωβ, η T_5 στο πράσινο και η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο γαλάζιο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή τις $f_0 = 1.75\ kHz, f_1 = 1\ kHz, f_2 = 3.0625\ kHz$ $f_3 = 1.48\ kHz,\ f_4 = 2.0693\ kHz$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

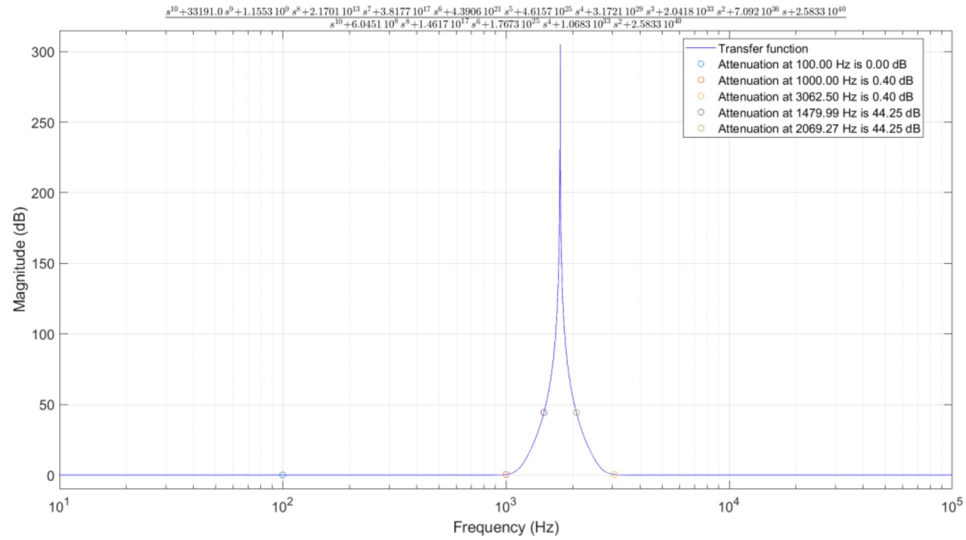
Αρχικά, παρατηρούμε ότι το φίλτρο έχει κέρδος $10\ dB$, όπως ζητείται.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_1 = 1\ kHz\ και\ f_2 = 3.0625\ kHz$ είναι $10 - 9.6 = 0.4\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.4dB$ καλύπτεται οριακά.

Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_3 = 1.48\ kHz\ και\ f_4 = 2.06927\ kHz$ είναι $10 + 34.25 = 44.25\ dB$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 34.22\ dB$ πληρείται.

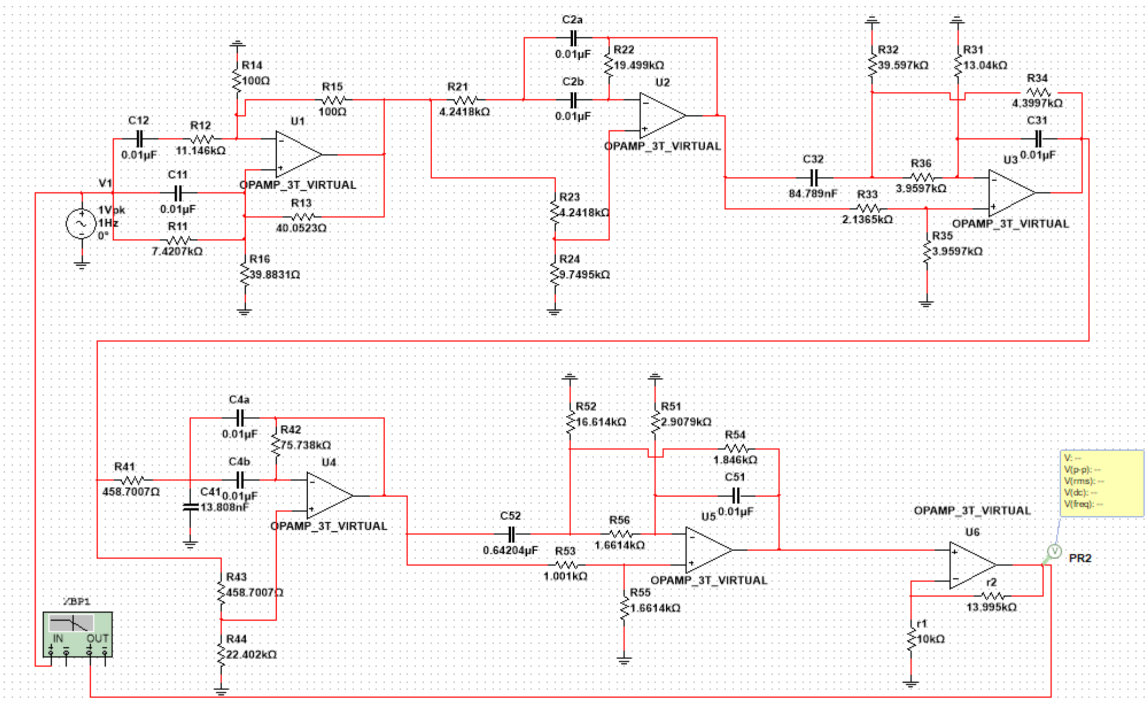
Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

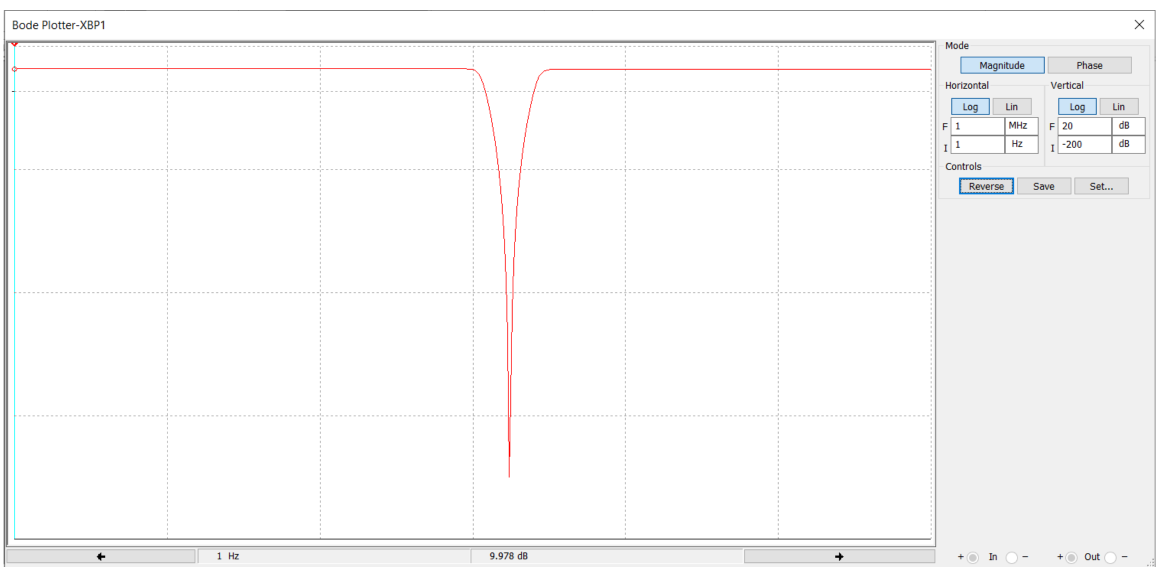


Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

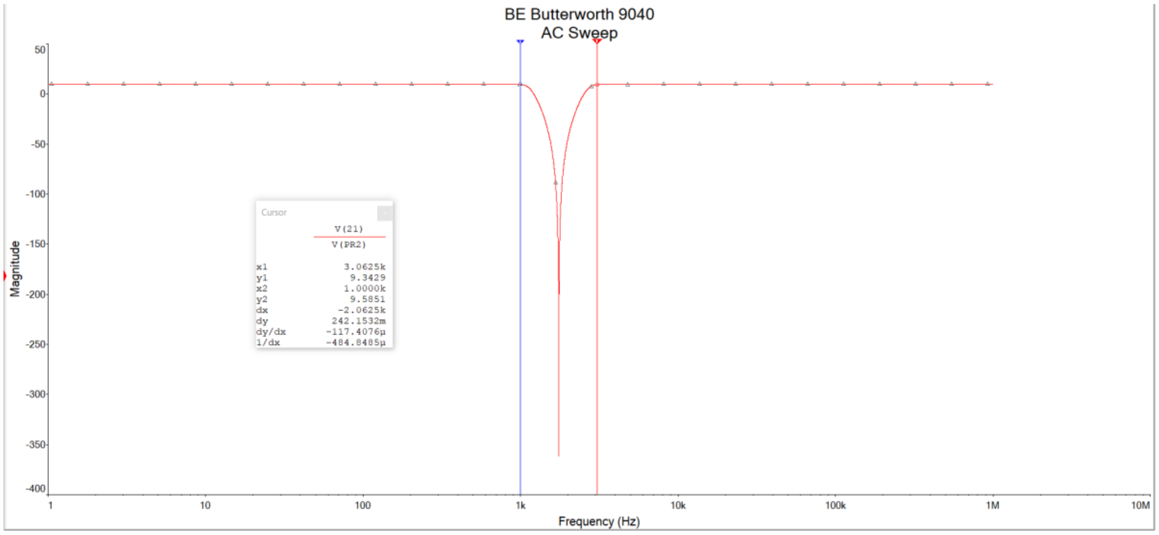
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.
Εισάγουμε λοιπόν τις πέντε μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

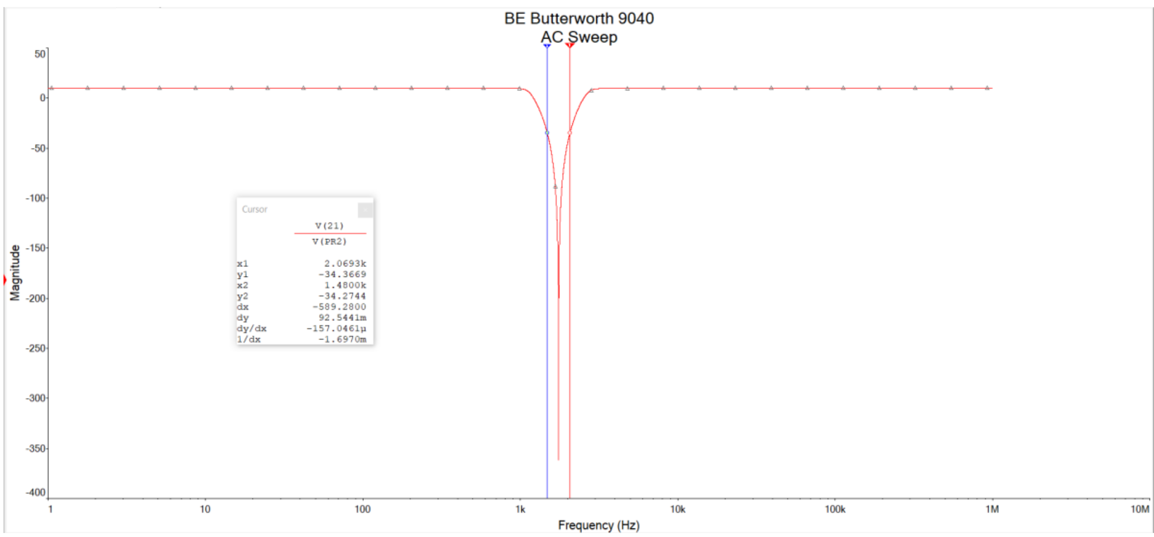


• Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.





Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα $1kHz$ και $3.0625\ kHz$ η απόκριση είναι $9.5851\ dB\ και\ 9.3429\ dB$, ενώ στα $1.48\ kHz\ και\ 2.0693\ kHz$ η απόκριση είναι $-34.2744\ dB\ και -34.3669\ dB,$ και το κέρδος σχεδόν στα $10dB.$ Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις, που προέκυψαν λόγω των στρογγυλοποιήσεων τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια σειρά πηγών διέγερσης το περιοδικό σήμα:

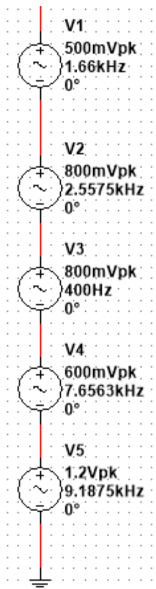
$$f(t) = 0.5 \cdot \cos\left((\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_3}{2})t\right) + 0.8 \cdot \cos\left((\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_3}{3})t\right)$$

$$+ 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_1 t) + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_2 t) + 1.2 \cdot \cos(3 \cdot \omega_2 t) =$$

$$0.5 \cdot \cos(1660t) + 0.8 \cdot \cos(2557.5t) + 0.8 \cdot \cos(400t)$$

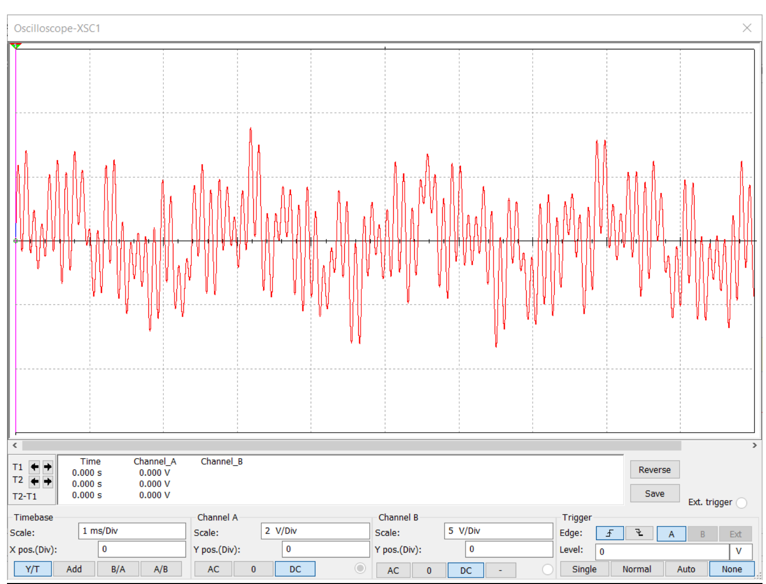
$$+0.6 \cdot \cos(7656.3t) + 1.2 \cdot \cos(9187.5t)$$

Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε 5 AC πηγές τάσης συνδεμένες στη σειρά. Σε κάθε μία πηγή χρησιμοποιήθηκε μία συχνότητα και δόθηκε το αντίστοιχο πλάτος για προσομοιωθεί το παραπάνω σήμα, και ο συνδυασμός τους σε σειρά συνδέθηκε στην είσοδο του κυκλώματος.

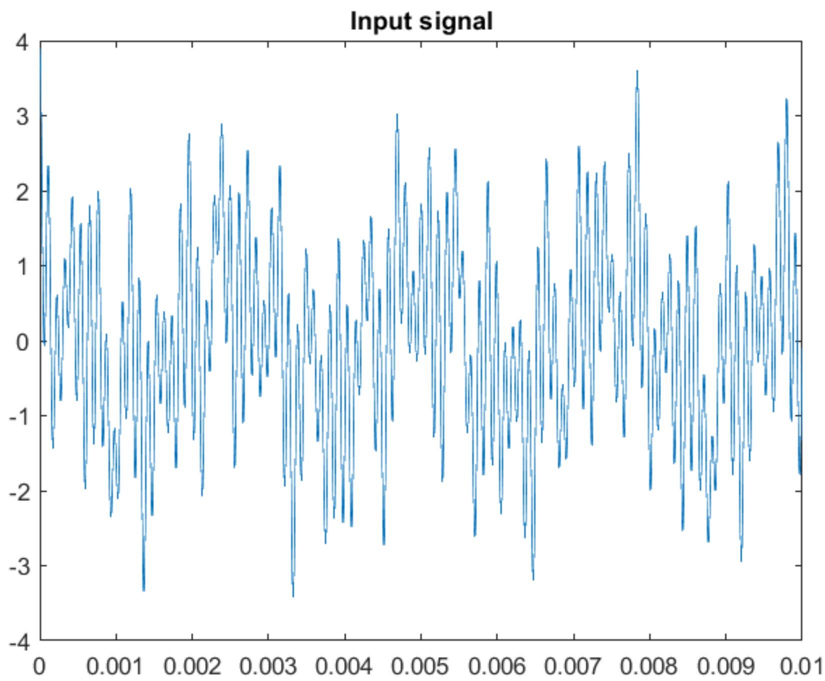


Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

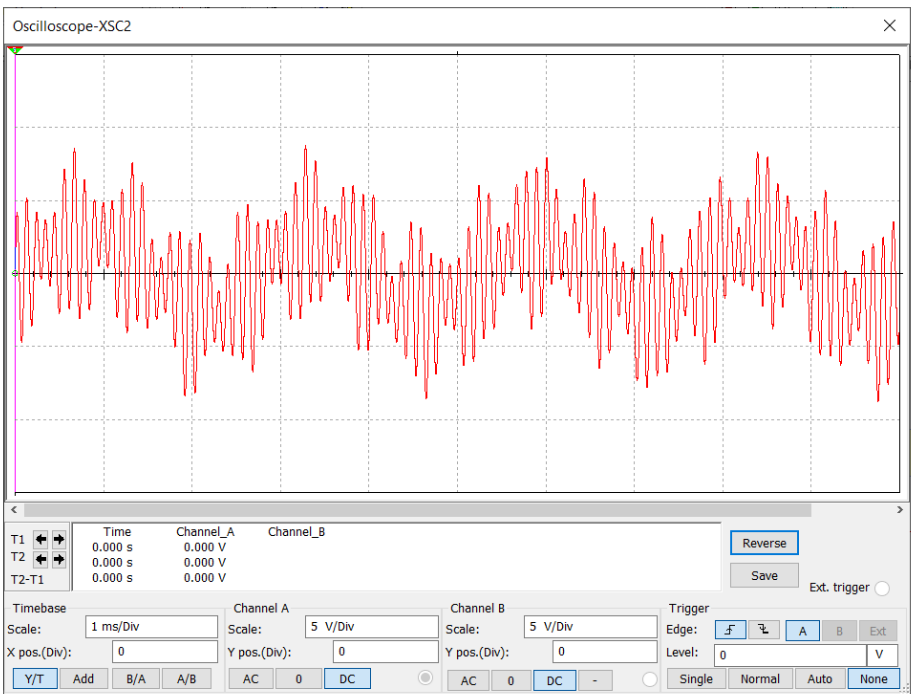
Σήμα Εισόδου :



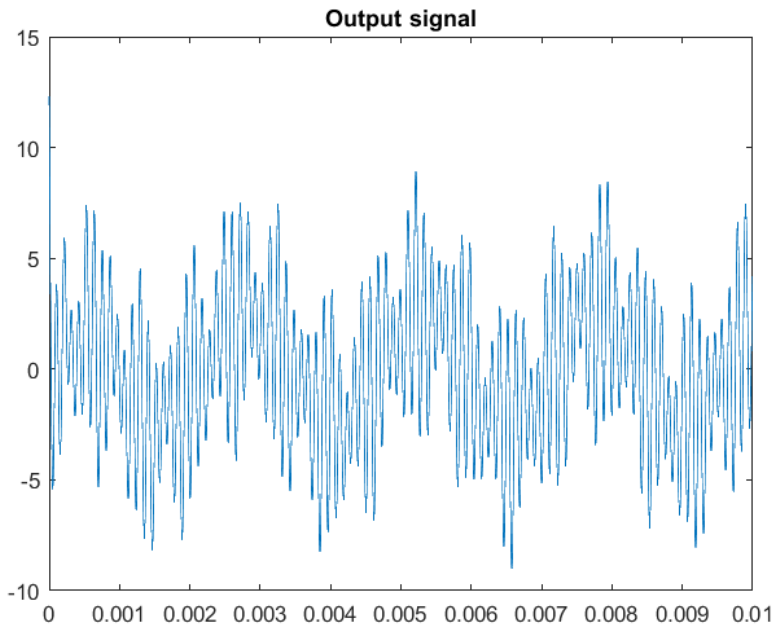
Και στο MATLAB:



<u>Σήμα Εξόδου :</u>



Και στο MATLAB:



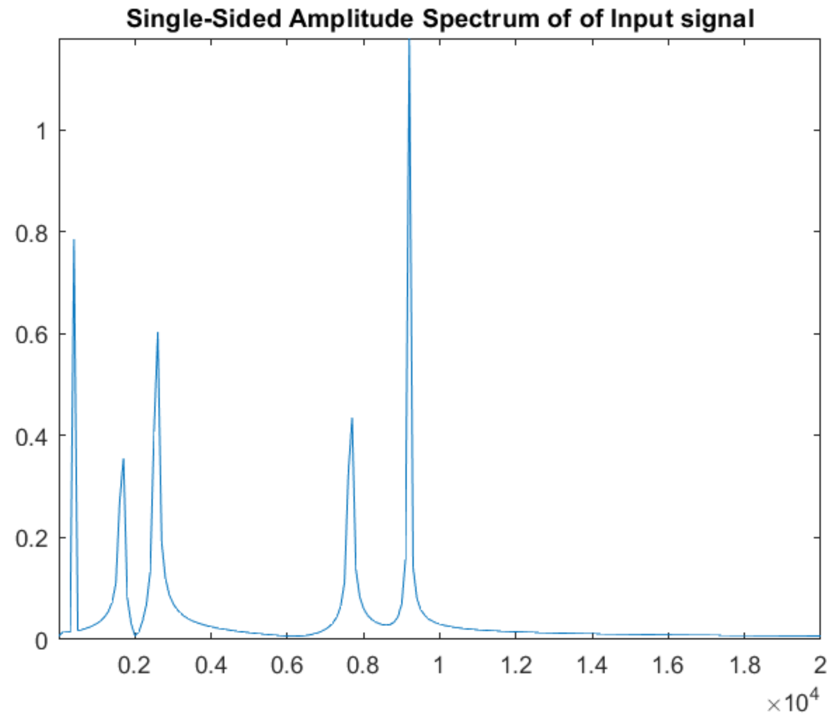
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του ζωνοφρακτικού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

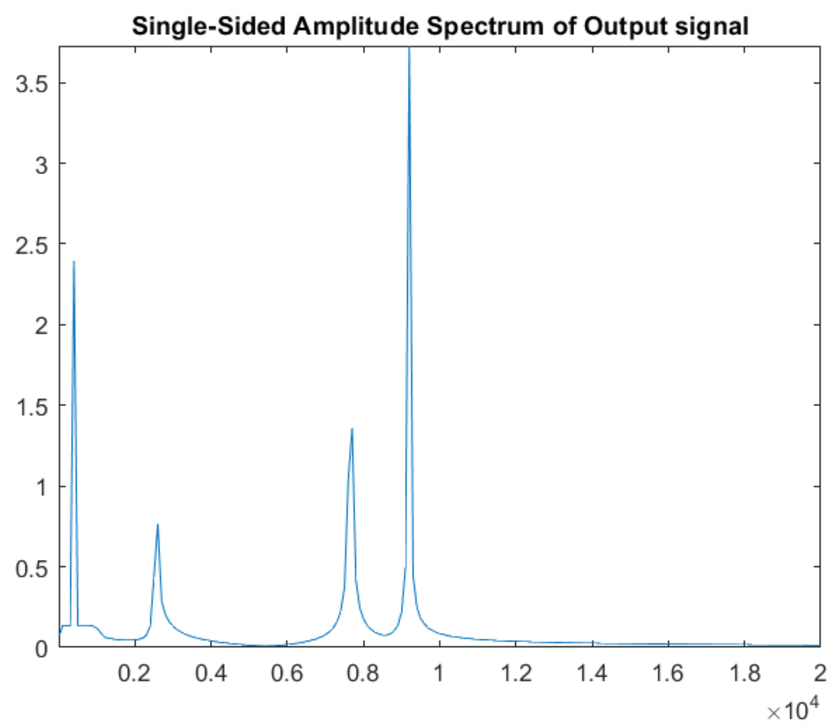
• Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του ζωνοφρακτικού φίλτρου Buttwerworth. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

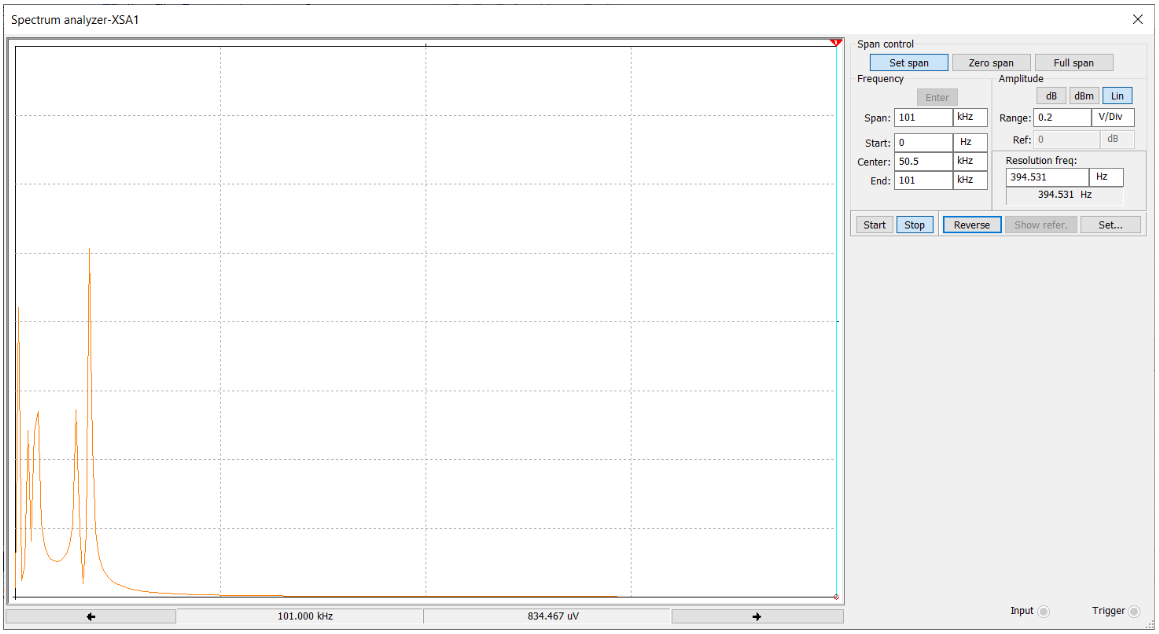
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



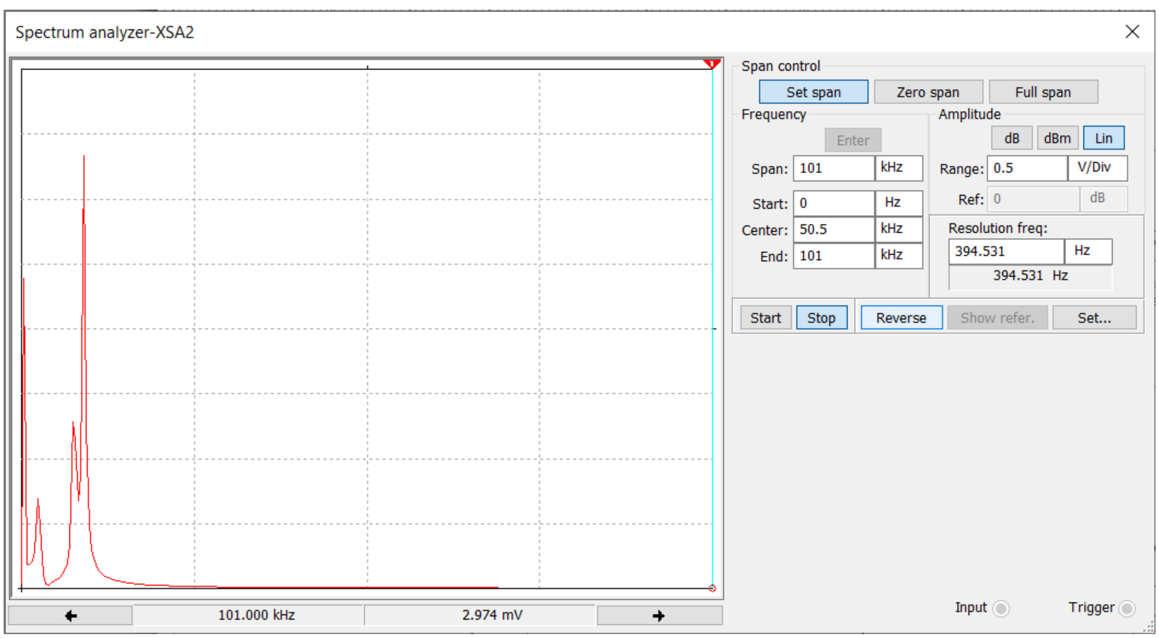
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, τις 5 ώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τις 5 θεμελιώδεις συχνότητες του σήματος που θέσαμε ως είσοδο.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται αρμονικές χαμηλών συχνοτήτων, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Συγκεκριμένα, αποσβένεται η θεμελιώδης συχνότητα $1.66\ kHz$ που βρίσκεται στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου, ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες διατηρούνται κανονικά.

Σημειώνεται πως τα δύο σήματα, εισόδου και εξόδου, παρουσιάζονται με διαφορετική τιμή V/Div για λόγους ευκρίνειας. Παρατηρούμε, λοιπόν, την ενίσχυση της εξόδου σε σχέση με την είσοδο, άρα το φίλτρο μας έχει κέρδος 10dB, όπως ζητείται στις προδιαγραφές. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές