

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ
ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ
ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #2

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Μουρατίδης Αναστάσιος

A.E.M. : 9040

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	8
• Ρύθμιση Κέρδους.....	13
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	15
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	20

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1 \text{ kHz}$$

$$f_1 = 650 + 25 \cdot a_4 = 650 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = 1.5385 \text{ kHz}$$

$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4 \cdot f_0^2}}{2} = 434.6949 \text{ Hz}, \quad \mu\epsilon \ D = 2.1 \cdot \frac{f_0^2 - f_1^2}{f_1} = 1.8658 \cdot 10^3$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3} = 2.3005 \text{ kHz}$$

και

$$a_{min} = 35 - a_3 = 31 \text{ dB}, \text{ και } a_{max} = 0.4 + \frac{a_4}{36} = 0.4 \text{ dB} , \quad .$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Μετατρέπουμε τις συχνότητες σε κυκλικές συχνότητες:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 6283 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 4084 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \quad \omega_2 = 2\pi f_2 = 9666 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2731 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \quad \omega_4 = 2\pi f_4 = 14454 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega_p = 1 \text{ και } \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Έπειτα θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1} \left[\left(10^{\alpha_{min}/10} - 1 \right) / \left(10^{\alpha_{max}/10} - 1 \right) \right]^{1/2}}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.9559$$

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα στον τύπο και προκύπτει η τιμή 3.9559, που δεν είναι ακέραια, οπότε πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε στην αμέσως μεγαλύτερη ακέραια τιμή, δηλαδή:

$$\mathbf{n = 4}$$

Υπολογίζουμε τους συντελεστές ε και a από τους παρακάτω τύπους:

$$\varepsilon = \left(10^{\alpha_{min}/10} - 1 \right)^{-1/2} = 0.0282 \text{ και } a = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 1.0655$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \left[\frac{1}{n} \cdot \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right]} = 0.616$$

Η τάξη του φίλτρου είναι 4, οπότε οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$

Οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν από τους τύπους:

$$p_k = -\sinh a \cdot \cos \psi_k + \cosh a \cdot \sin \psi_k ,$$

$$\text{όπου: } -\sigma_k = \sinh a \cdot \cos \psi_k \text{ και } \pm \omega_k = \cosh a \cdot \sin \psi_k$$

$$\Omega_{o_k} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} \text{ και } Q_k = \frac{\Omega_{o_k}}{2 \cdot \sigma_k}$$

Οπότε:

$$p_{1,2} = -1.1815 \pm j0.6213, \Omega_{0,1,2} = 1.3349 \text{ και } Q_{1,2} = 0.5649$$

$$p_{3,4} = -0.4894 \pm j1.4998, \Omega_{0,3,4} = 1.5777 \text{ και } Q_{3,4} = 1.6118$$

Οι πόλοι φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

K	σ_k	$j\omega_k$	Ω_{o_k}	Q_k
1,2	-1.1815	$\pm j0.6213$	1.3349	0.5649
3,4	-0.4894	$\pm j1.4998$	1.5777	1.6118

Οι πόλοι της απόκρισης Inverse Chebyshev προκύπτουν δια αντιστροφής των πόλων της απόκρισης Chebyshev:

$$\tilde{\Omega}_{0,1,2} = \frac{1}{\Omega_{0,1,2}} = 0.7491$$

$$\tilde{\Omega}_{0,3,4} = \frac{1}{\Omega_{0,3,4}} = 0.6339$$

Κλιμακοποιούμε τις συχνότητες έτσι ώστε η μορφή των προδιαγραφών να ταιριάζει για σχεδίαση φίλτρου Chebyshev.

$$\tilde{\Omega}_{0,1,2} = \tilde{\Omega}_{0,1,2} \cdot \Omega_s = 1.5732$$

$$\tilde{\Omega}_{0,3,4} = \tilde{\Omega}_{0,3,4} \cdot \Omega_s = 1.3311$$

Βρίσκουμε τη θέση των πόλων:

$$\Sigma_{1,2} = \frac{\tilde{\Omega}_{0,1,2}}{2Q_{1,2}} = 1.3924 \text{ και } \Omega_{1,2} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{0,1,2}^2 - \Sigma_{1,2}^2} = 0.7322$$

$$p_{1,2} = -1.3924 \pm j0.7322, \tilde{\Omega}_{0,1,2} = 1.5732, Q_{1,2} = 0.5649$$

$$\Sigma_{3,4} = \frac{\tilde{\Omega}_{0,3,4}}{2Q_{3,4}} = 0.4129 \text{ και } \Omega_{3,4} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{0,3,4}^2 - \Sigma_{3,4}^2} = 1.2654$$

$$p_{3,4} = -0.4129 \pm 1.2654, \tilde{\Omega}_{0,3,4} = 0.6339, Q_{3,4} = 1.6118$$

Σε επόμενο στάδιο, από την παρακάτω σχέση βρίσκουμε τα μηδενικά της απόκρισης Inverse Chebyshev:

$$\omega_{z_k} = \sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \text{ για } k = 1,3$$

$$\Omega_{z_1} = 1.0824 \text{ και } \Omega_{z_2} = 2.6131$$

Κλιμακοποιούμε, αντιστοίχως, και τα μηδενικά:

$$\tilde{\Omega}_{z_1} = \tilde{\Omega}_{z_1} \cdot \Omega_s = 2.273$$

$$\tilde{\Omega}_{z_2} = \tilde{\Omega}_{z_2} \cdot \Omega_s = 5.4876$$

Επίσης υπολογίζουμε το εύρος ζώνης bw και τον συντελεστή ποιότητας qc:

$$bw = \omega_2 - \omega_1 = 5582.4 \frac{rad}{sec}$$

$$qc = \frac{\omega_o}{bw} = 1.1255$$

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $-1.3924 \pm j0.7322$

$$\begin{aligned}\Sigma_{1,2} &= 1.3924 \text{ και } \Omega_{1,2} = 0.7322 \\ C_1 &= \Sigma_{1,2}^2 + \Omega_{1,2}^2 = 1.3924^2 + 0.7322^2 = 2.4749 \\ D_1 &= \frac{2 \cdot \Sigma_{1,2}}{qc} = \frac{2 \cdot 1.3924}{1.1255} = 2.4742 \\ E_1 &= 4 + \frac{C_1}{qc^2} = 4 + \frac{2.4749}{1.1255^2} = 5.9536 \\ G_1 &= \sqrt{E_1^2 - 4D_1^2} = \sqrt{5.9536^2 - 4 \cdot 2.4742^2} = 3.3103 \\ Q_{12} &= \frac{1}{D_1} \sqrt{\frac{1}{2}(E_1 + G_1)} = \frac{1}{2.4742} \sqrt{\frac{1}{2}(5.9536 + 3.3103)} = 0.8698 \\ k_1 &= \frac{\Sigma_{12} \cdot Q_{12}}{qc} = \frac{1.3924 \cdot 0.8698}{1.1255} = 1.0761 \\ W_1 &= k_1 + \sqrt{k_1^2 - 1} = 1.0761 + \sqrt{1.0761^2 - 1} = 1.4736 \\ \omega_{01} &= \frac{1}{W_1} \cdot \omega_0 = \frac{6283.2}{1.4736} = 4263.9 \\ \omega_{02} &= W_1 \cdot \omega_0 = 6283.2 \cdot 1.4736 = 9258.7\end{aligned}$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $-0.4129 \pm j1.2654$

$$\begin{aligned}\Sigma_{3,4} &= 0.4129 \text{ και } \Omega_{3,4} = 1.2654 \\ C_2 &= \Sigma_{3,4}^2 + \Omega_{3,4}^2 = 0.4129^2 + 1.2654^2 = 1.7718 \\ D_2 &= \frac{2 \cdot \Sigma_{3,4}}{qc} = \frac{2 \cdot 0.4129}{1.1255} = 0.7337 \\ E_2 &= 4 + \frac{C_2}{qc^2} = 4 + \frac{1.7718}{1.1255^2} = 5.3986 \\ G_2 &= \sqrt{E_2^2 - 4D_2^2} = \sqrt{5.3986^2 - 4 \cdot 0.7337^2} = 5.1953\end{aligned}$$

$$Q_{34} = \frac{1}{D_2} \sqrt{\frac{1}{2}(E_2 + G_2)} = \frac{1}{0.7337} \sqrt{\frac{1}{2}(5.3986 + 5.1953)} = 3.1368$$

$$k_2 = \frac{\Sigma_{34} \cdot Q_{34}}{qc} = \frac{0.4129 \cdot 3.1368}{1.1255} = 1.1508$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1} = 1.1508 + \sqrt{1.1508^2 - 1} = 1.7202$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{W_2} \cdot \omega_0 = \frac{6283.2}{1.7202} = 3652.6$$

$$\omega_{04} = W_2 \cdot \omega_0 = 6283.2 \cdot 1.7202 = 10808$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων και δύο μηδενικά στο μηδέν.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού $\tilde{\Omega}_{z_1} = 2.273$

$$K_1 = 2 + \frac{\tilde{\Omega}_{z_1}^2}{qc^2} = 2 + \frac{2.273^2}{1.1255^2} = 6.0784$$

$$x_1 = \frac{K_1 + \sqrt{K_1^2 - 4}}{2} = \frac{6.0784 + \sqrt{6.0784^2 - 4}}{2} = 5.9091$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_1} = 6283.2 \cdot \sqrt{5.9091} = 15274$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_1}} = \frac{6283.2}{\sqrt{5.9091}} = 2584.7$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Μετασχηματισμός φανταστικού μηδενικού $\tilde{\Omega}_{z_2} = 5.4876$

$$K_2 = 2 + \frac{\tilde{\Omega}_{z_2}^2}{qc^2} = 2 + \frac{5.4876^2}{1.1255^2} = 25.7704$$

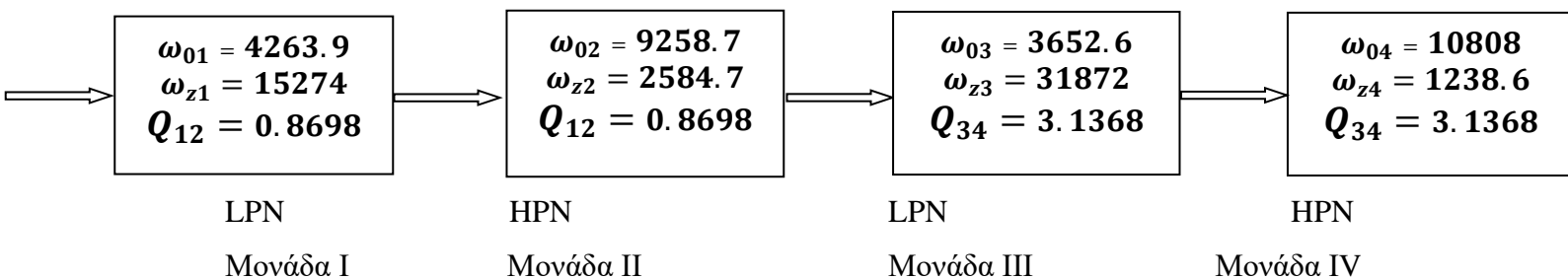
$$x_2 = \frac{K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4}}{2} = \frac{25.7704 + \sqrt{25.7704^2 - 4}}{2} = 25.7315$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \cdot \sqrt{x_2} = 6283.2 \cdot \sqrt{25.7315} = 31872$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_2}} = \frac{6283.2}{\sqrt{25.7315}} = 1238.6$$

Από τον μετασχηματισμό αυτόν προκύπτουν δύο ζεύγη φανταστικών μηδενικών και δύο πόλοι στο μηδέν.

Ομαδοποιούμε τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοδιαβατής απόκρισης σε 4 μονάδες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι $\omega_{01} < \omega_{z1}$ και $\omega_{03} < \omega_{z3}$ οπότε οι μονάδες 1 και 3 υλοποιούνται με φίλτρο LPN, κι επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ και $\omega_{04} > \omega_{z4}$ οι μονάδες 2 και 4 υλοποιούνται με φίλτρο HPN.



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση των μονάδων (I) και (II) χρησιμοποιούμε το κύκλωμα LPN του σχήματος 7.23 των σημειώσεων, ενώ για την υλοποίηση των μονάδων (III) και (IV) χρησιμοποιούμε το κύκλωμα HPN του σχήματος 7.21 των σημειώσεων. Εφόσον πρόκειται για υλοποίηση Inversre Chebyshev φίλτρου, κάθε πόλος έχει το δικό του μέτρο, κι οπότε η κλιμακοποίηση θα γίνει για κάθε μονάδα ξεχωριστά. Θεωρούμε προσωρινά $\omega_0 = 1$, ώστε να υλοποιηθούν οι κανονικοποιημένες μονάδες και η κλιμακοποίηση θα γίνει με βάση την κεντρική συχνότητα κάθε μονάδας. .

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.23.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{\omega_{01}} = \frac{15274}{4263.9} = 3.5821$. Από παραπάνω

έχουμε ότι $Q_{12} = 0.8698$

$$\begin{aligned}
R_{11} &= 1 \\
R_{12} &= 4Q_{12}^2 = 4 \cdot 0.8698^2 = 3.0265 \\
R_{13} &= \frac{\omega_{z1}^2}{4Q_{12}^2} = \frac{3.5821^2}{4 \cdot 0.8698^2} = 8.4791 \\
R_{14} &= 1 \\
R_{15} &= \frac{4Q_{12}^2}{\omega_{z1}^2 - 1} = \frac{4 \cdot 0.8698^2}{3.5821^2 - 1} = 0.2558 \\
C_{11} &= \frac{1}{2Q_{12}} = \frac{1}{2 \cdot 0.8698} = 0.5748
\end{aligned}$$

και το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{\omega_{z1}^2}{2Q_{12}^2} + 1} = \frac{1}{\frac{3.5821^2}{2 \cdot 0.8698^2} + 1} = 0.1055$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{01} = 4263.9 \text{ rad/sec}$, οπότε επιλέγουμε $k_{f1} = 4263.9$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01 \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m1} = \frac{C_{11}}{k_{f1} \cdot C} = 13841$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$\begin{aligned}
C_{11} &= 0.01 \mu F \\
R_{11} &= R_{11} \cdot k_{m1} = 13.4808 \text{ } k\Omega \\
R_{12} &= R_{12} \cdot k_{m1} = 40.8003 \text{ } k\Omega \\
R_{13} &= R_{13} \cdot k_{m1} = 114.4808 \text{ } k\Omega \\
R_{14} &= R_{14} \cdot k_{m1} = 13.4808 \text{ } k\Omega \\
R_{15} &= R_{15} \cdot k_{m1} = 3.4486 \text{ } k\Omega
\end{aligned}$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{\omega_{02}} = \frac{2584.7}{9258.7} = 0.2792$. Από παραπάνω

έχουμε ότι $Q_{12} = 0.8698$

$$k_{21} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{z2}^2} - 1 = \frac{1}{0.2792^2} - 1 = 11.8311$$

$$k_{22} = \frac{(k_{21} + 2) \cdot Q_{12}^2}{(k_{21} + 2) \cdot Q_{12}^2 + 1} = \frac{(11.8311 + 2) \cdot 0.8698^2}{(11.8311 + 2) \cdot 0.8698^2 + 1} = 0.9128$$

$$R_{21} = 1$$

$$R_{22} = Q_{12}^2 \cdot (k_{21} + 2)^2 = 0.8698^2 \cdot (11.8311 + 2)^2 = 144.7439$$

$$R_{23} = 1$$

$$R_{24} = Q_{12}^2 \cdot (k_{21} + 2) = 0.8698^2 \cdot (11.8311 + 2) = 10.4651$$

$$C_{22} = \frac{1}{Q_{12} \cdot (2 + k_{21})} = \frac{1}{0.8698 \cdot (2 + 11.8311)} = 0.0831$$

$$C_{21} = k_{21} \cdot C_{22} = 11.8311 \cdot 0.0831 = 0.9834$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_2 = k_{22} \left(\frac{1}{\omega_{z2}} \right)^2 = 0.9128 \cdot \left(\frac{1}{0.2792} \right)^2 = 11.712$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{02} = 9258.7 \text{ rad/sec}$, οπότε επιλέγουμε $k_{f2} = 9258.7$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01 \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m2} = \frac{C_{22}}{k_{f2} \cdot C} = 897.7371$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{22} = C = 0.01 \mu F$$

$$C_{21} = \frac{C_{21}}{k_{f2} \cdot k_{m2}} = 0.1183 \mu F$$

$$R_{21} = R_{21} \cdot k_{m2} = 897.7371 \Omega$$

$$R_{22} = R_{22} \cdot k_{m2} = 129.9419 k\Omega$$

$$R_{23} = R_{23} \cdot k_{m2} = 897.7371 \Omega$$

$$R_{24} = R_{24} \cdot k_{m2} = 9.3949 k\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο Low-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.23.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z3} = \frac{\omega_{z3}}{\omega_{03}} = \frac{31872}{3652.6} = 8.7258$. Από παραπάνω έχουμε ότι $Q_{34} = 3.1368$

$$\begin{aligned}R_{31} &= 1 \\R_{32} &= 4Q_{32}^2 = 4 \cdot 3.1368^2 = 39.3591 \\R_{33} &= \frac{\omega_{z3}^2}{4Q_{34}^2} = \frac{8.7258^2}{4 \cdot 3.1368^2} = 3.869 \\R_{34} &= 1 \\R_{35} &= \frac{4Q_{34}^2}{\omega_{z3}^2 - 1} = \frac{4 \cdot 3.1368^2}{8.7258^2 - 1} = 0.5238 \\C_{31} &= \frac{1}{2Q_{34}} = \frac{1}{2 \cdot 3.1368} = 0.1594\end{aligned}$$

και το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_3 = \frac{1}{\frac{\omega_{z3}^2}{2Q_{34}^2} + 1} = \frac{1}{\frac{8.7258^2}{2 \cdot 3.1368^2} + 1} = 0.2054$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{03} = 3652.6 \text{ rad/sec}$, οπότε επιλέγουμε $k_{f3} = 3652.6$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01 \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m3} = \frac{C_{31}}{k_{f3} \cdot C} = 4363.9$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$\begin{aligned}C_{31} &= 0.01 \mu F \\R_{31} &= R_{31} \cdot k_{m3} = 4.3639 \text{ k}\Omega \\R_{32} &= R_{32} \cdot k_{m3} = 171.7575 \text{ k}\Omega \\R_{33} &= R_{33} \cdot k_{m3} = 16.8836 \text{ k}\Omega \\R_{34} &= R_{34} \cdot k_{m3} = 4.3639 \text{ k}\Omega \\R_{35} &= R_{35} \cdot k_{m3} = 2.2858 \text{ k}\Omega\end{aligned}$$

ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η μονάδα αυτή υλοποιείται από ένα φίλτρο High-pass Notch, σύμφωνα με το σχήμα 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και $\omega_{z4} = \frac{\omega_{z4}}{\omega_{04}} = \frac{1238.6}{10808} = 0.1146$. Από παραπάνω

έχουμε ότι $Q_{34} = 3.1368$

$$k_{41} = \frac{\omega_0^2}{\omega_{z4}^2} - 1 = \frac{1}{0.1146^2} - 1 = 75.1398$$

$$k_{42} = \frac{(k_{41} + 2) \cdot Q_{34}^2}{(k_{41} + 2) \cdot Q_{34}^2 + 1} = \frac{(75.1398 + 2) \cdot 3.1368^2}{(75.1398 + 2) \cdot 3.1368^2 + 1} = 0.9987$$

$$R_{41} = 1$$

$$R_{42} = Q_{34}^2 \cdot (k_{41} + 2)^2 = 3.1368^2 \cdot (75.1398 + 2)^2 = 75.1398$$

$$R_{43} = 1$$

$$R_{44} = Q_{34}^2 \cdot (k_{21} + 2) = 3.1368^2 \cdot (75.1398 + 2) = 759.0392$$

$$C_{42} = \frac{1}{Q_{34} \cdot (2 + k_{41})} = \frac{1}{3.1368 \cdot (2 + 75.1398)} = 0.0041$$

$$C_{41} = k_{41} \cdot C_{42} = 75.1398 \cdot 0.0041 = 0.3105$$

Το κέρδος της ζωνοφρακτικής μονάδας στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_4 = k_{42} \left(\frac{1}{\omega_{z4}} \right)^2 = 0.9987 \cdot \left(\frac{1}{0.1146} \right)^2 = 760.396$$

Κλιμακοποίηση

Είναι $\omega_{04} = 10808 \text{ rad/sec}$, οπότε επιλέγουμε $k_{f4} = 10808$. Επίσης, θέλουμε $C = 0.01 \mu F$, άρα η σταθερά κλιμακοποίησης του πλάτους υπολογίζεται ως εξής $k_{m4} = \frac{C_{42}}{k_{f4} \cdot C} = 38.2363$. Επομένως, κλιμακοποιούμε ως εξής:

$$C_{42} = C = 0.01 \mu F$$

$$C_{41} = \frac{C_{41}}{k_{f4} \cdot k_{m4}} = 0.7514 \mu F$$

$$R_{41} = R_{41} \cdot k_{m4} = 38.2363 \Omega$$

$$R_{42} = R_{42} \cdot k_{m4} = 2.2388 M\Omega$$

$$R_{43} = R_{43} \cdot k_{m4} = 38.2363 \Omega$$

$$R_{44} = R_{44} \cdot k_{m4} = 29.0228 k\Omega$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στα 10 dB

Το συνολικό κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς (υπολογίζεται αναλυτικά παρακάτω), στην κεντρική συχνότητα $\omega_0 = 6283.2 \text{ rad/sec}$ είναι:

$$|T_{BP}(j\omega_0)| = 684.6450$$

$$20 \cdot \log(a \cdot k) = 10 \Rightarrow a \cdot 684.6450 = 10^{0.5} \Rightarrow a = 0.00461886$$

Εφόσον το a είναι μικρότερο του 1, πρέπει να γίνει εξασθένηση του κέρδους παθητικά.

Οπότε, χρησιμοποιούμε μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $k = -\frac{r_2}{r_1} =$

-0.00461886 . Επιλέγουμε $r_1 = 10k\Omega$ και $r_2 = 46.1886 \Omega$. Επειδή, η λύση αυτή εισάγει αλλαγή φάσης, εισάγουμε μία επί πλέον αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος μονάδα.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = k_1 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z1}^2}{s^2 + \frac{\omega_{01}}{Q_{12}} + \omega_{01}^2} = \frac{01055 \cdot s^2 + 2.461 \cdot 10^7}{s^2 + 4902 \cdot s + 1.818 \cdot 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_2(s) = k_2 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \frac{\omega_{02}}{Q_{12}} + \omega_{02}^2} = \frac{11.71 \cdot s^2 + 7.825 \cdot 10^7}{s^2 + 1.064 \cdot 10^4 \cdot s + 8.572 \cdot 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_3(s) = k_3 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z3}^2}{s^2 + \frac{\omega_{03}}{Q_{34}} + \omega_{03}^2} = \frac{0.2054 \cdot s^2 + 2.086 \cdot 10^8}{s^2 + 1164 \cdot s + 1.334 \cdot 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα, που είναι πρώτης τάξης, όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_4(s) = k_4 \cdot \frac{s^2 + \omega_{z4}^2}{s^2 + \frac{\omega_{04}}{Q_{34}} + \omega_{04}^2} = \frac{76.04 \cdot s^2 + 1.167 \cdot 10^8}{s^2 + 3446 \cdot s + 1.168 \cdot 10^8}$$

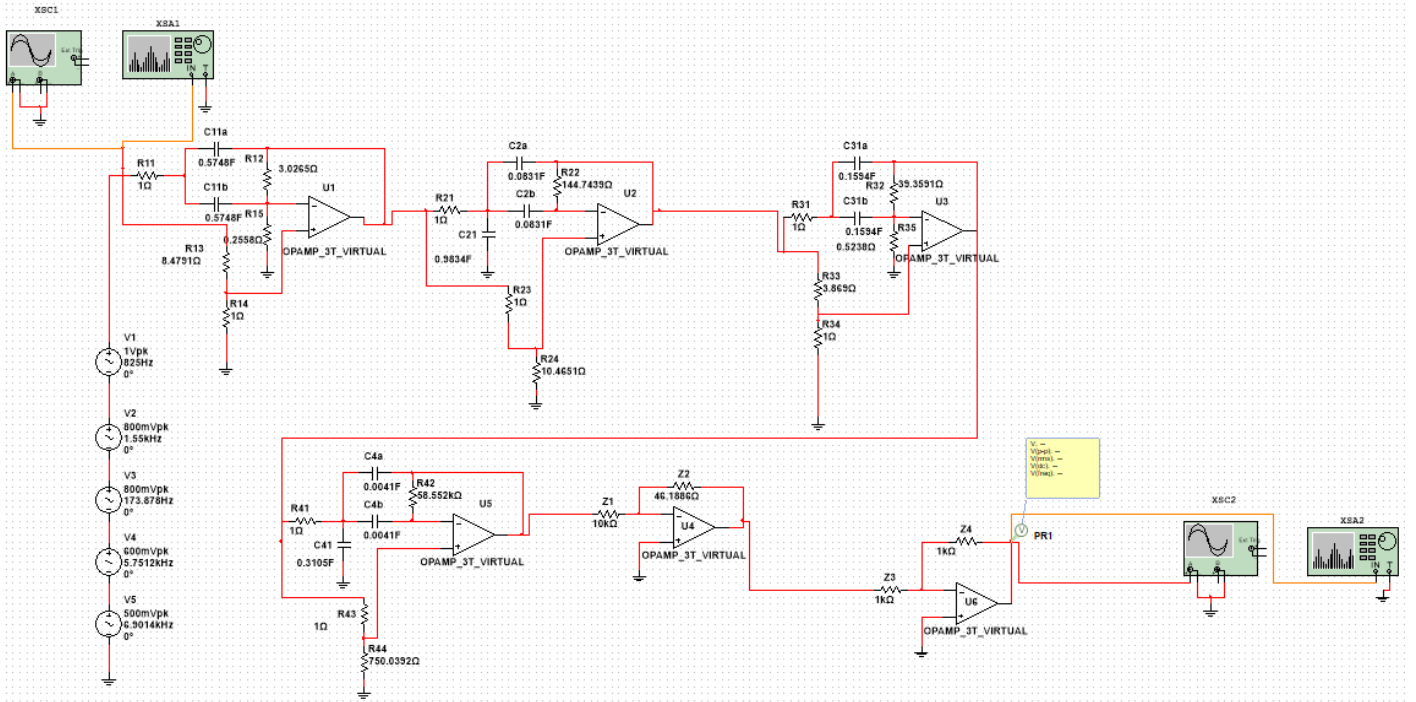
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου:

$$T_{BE}(s) = k \cdot T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot T_3(s) \cdot T_4(s)$$

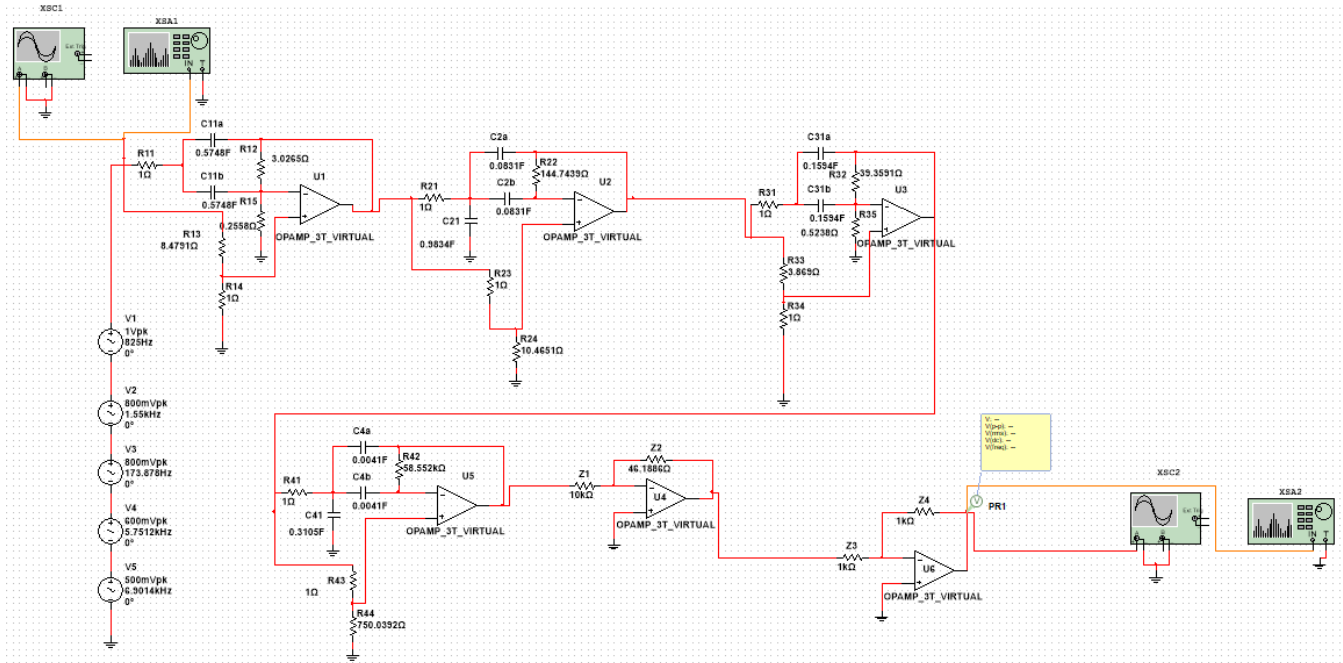
$T_{BE}(s)$

$$= \frac{0.08913 \cdot s^8 + 1.121 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 2.204 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 1.747 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 2.165 \cdot 10^{29}}{s^8 + 2.016 \cdot 10^4 \cdot s^7 + 3.619 \cdot 10^8 \cdot s^6 + 3.601 \cdot 10^{12} \cdot s^5 + 2.972 \cdot 10^{16} \cdot s^4 + 1.422 \cdot 10^{20} \cdot s^3 + 5.641 \cdot 10^{23} \cdot s^2 + 1.24 \cdot 10^{27} \cdot s + 2.429 \cdot 10^{30}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις. Επίσης, φαίνεται και η πρώτη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους, καθώς κι η δεύτερη αναστρέφουσα συνδεσμολογία που συνδέθηκε για να αναιρέσει την αλλαγή φάσης που εισάγει η πρώτη.



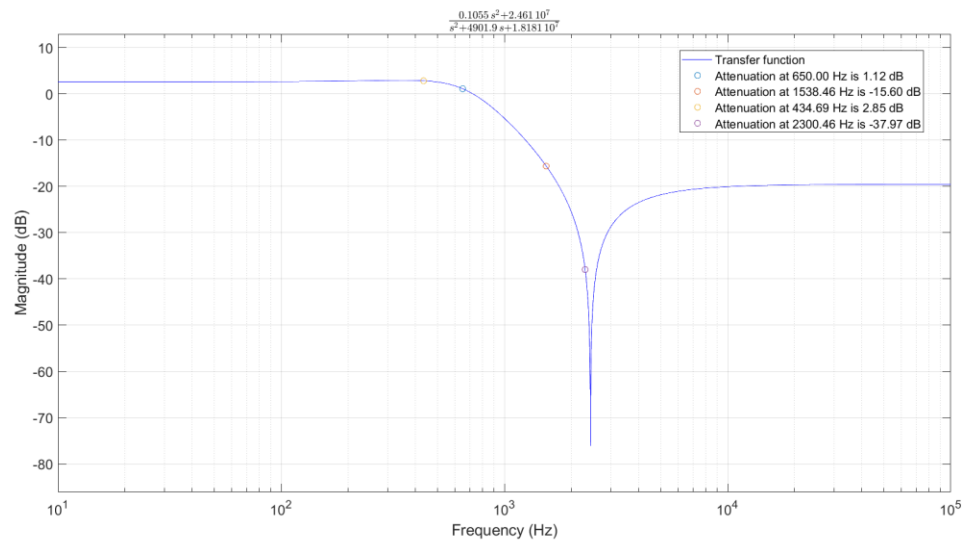
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



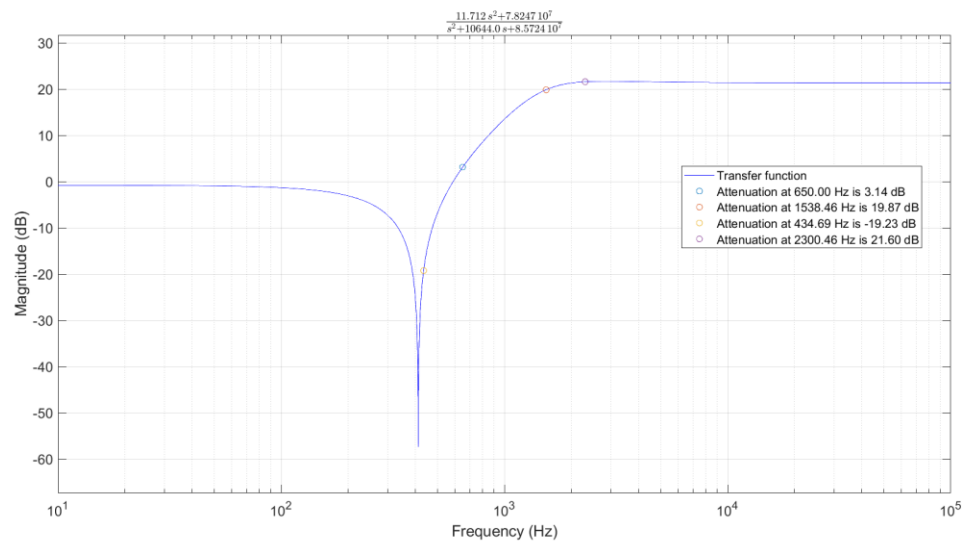
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

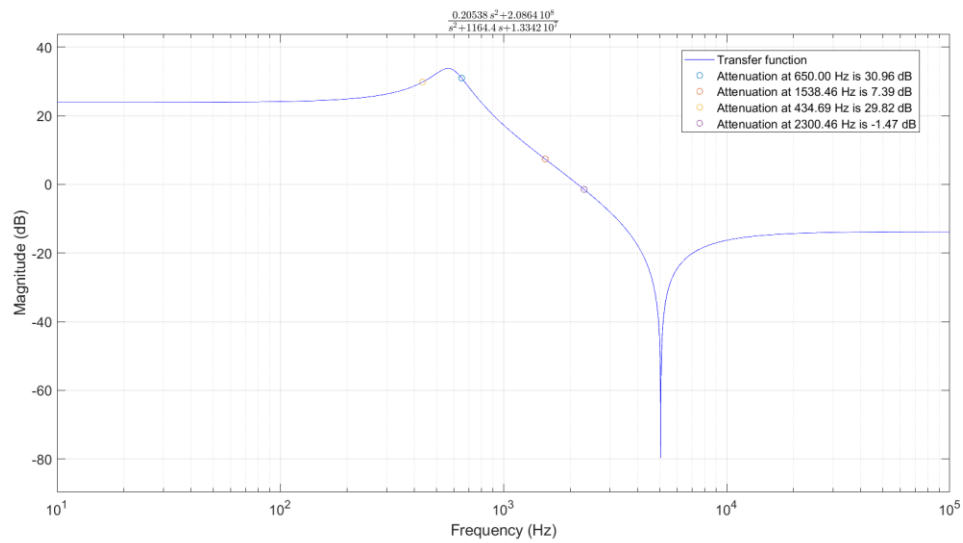
1^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN



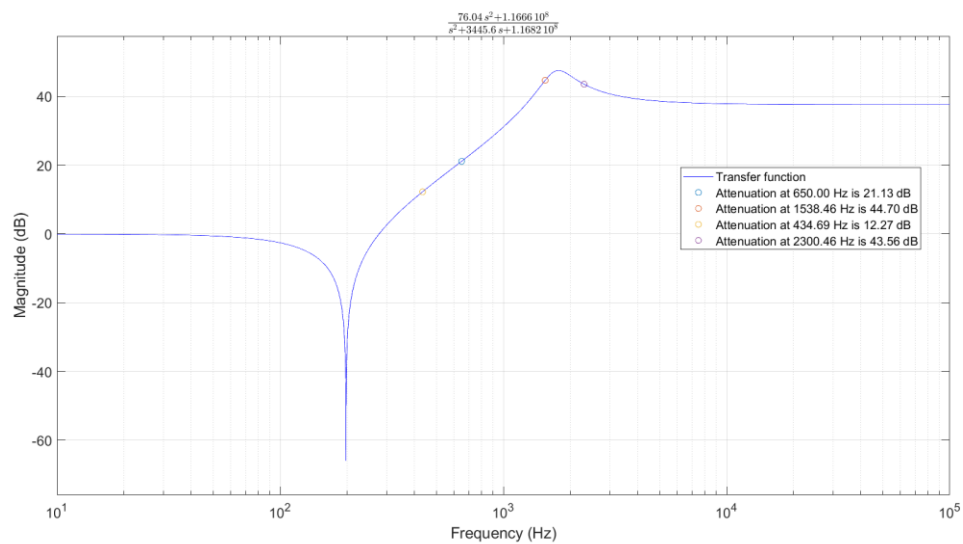
2^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN



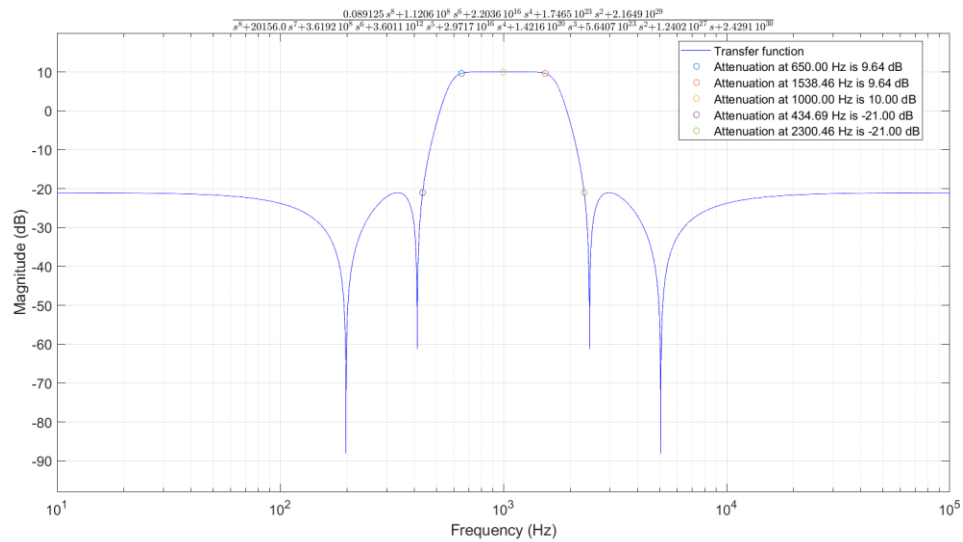
3^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο LPN



4^η Μονάδα : Ζωνοφρακτικό φίλτρο HPN

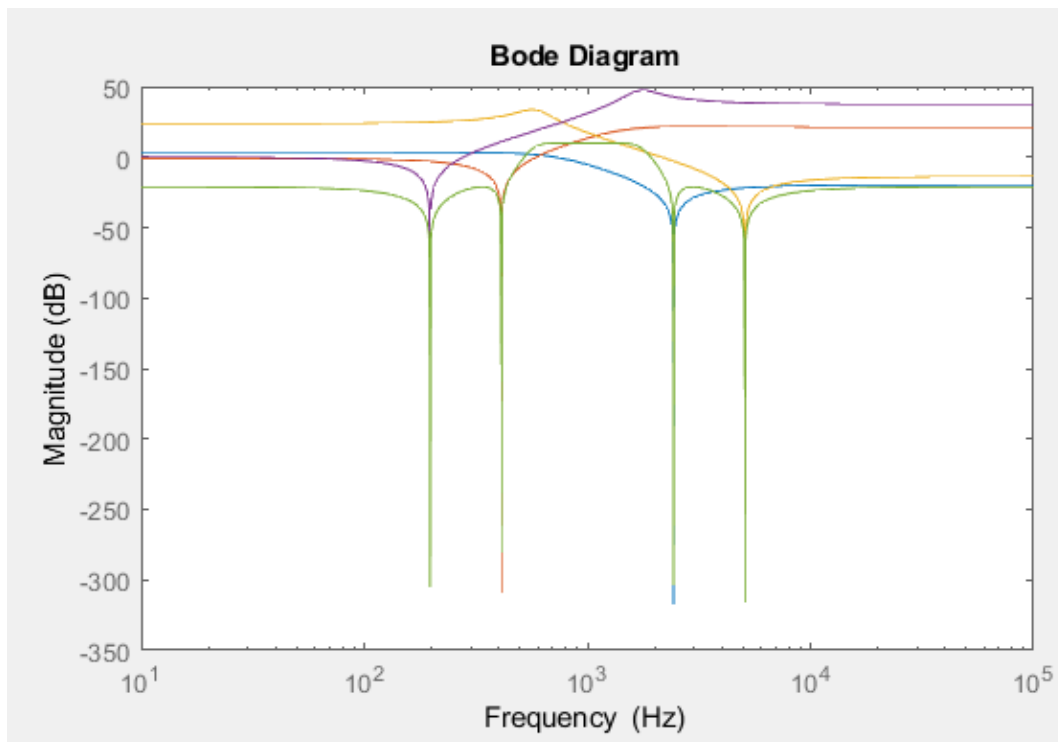


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

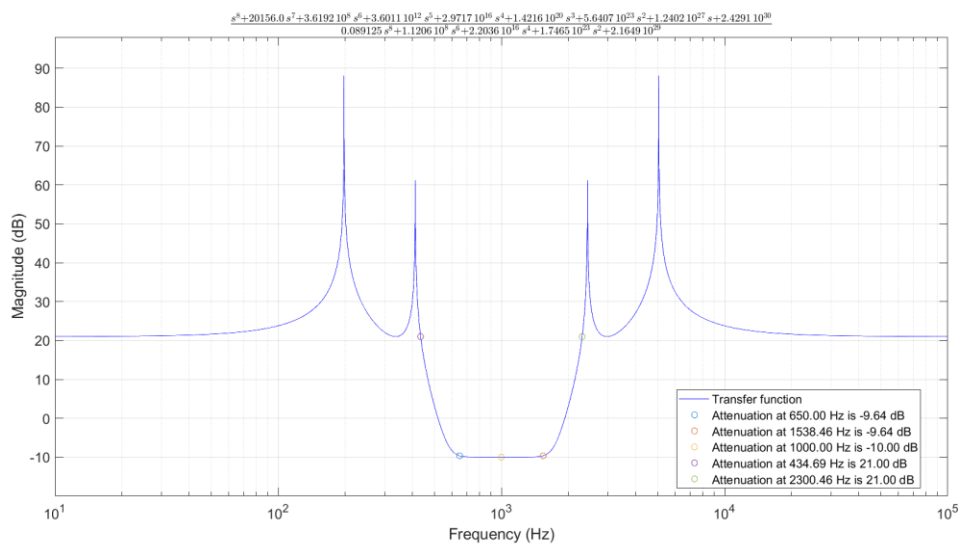


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

Η T_1 αντιστοιχεί στο μπλε χρώμα, η T_2 στο κόκκινο, η T_3 στο κίτρινο η T_4 στο μωβ και η συνολική συνάρτηση μεταφοράς στο πράσινο.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή τις $f_0 = 1 \text{ kHz}$, $f_1 = 650 \text{ Hz}$, $f_2 = 1.5385 \text{ kHz}$, $f_3 = 434.6949 \text{ Hz}$, $f_4 = 2.3005 \text{ kHz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις.

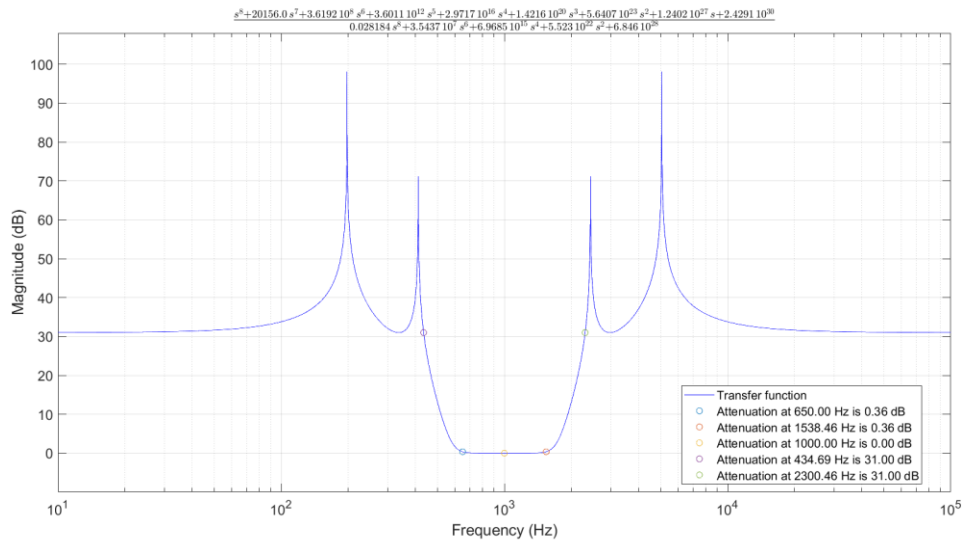
Αρχικά, παρατηρούμε ότι το φίλτρο έχει κέρδος 10 dB , όπως ζητείται.

Παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_1 = 650 \text{ Hz}$ και $f_2 = 1.5385 \text{ kHz}$ είναι $10 - 9.64 = 0.36 \text{ dB}$. Άρα η προδιαγραφή $a_{max} = 0.4 \text{ dB}$ πληρείται.

Παρομοίως, παρατηρούμε ότι η απόκριση στις συχνότητες $f_3 = 434.6949 \text{ Hz}$, $f_4 = 2.3005 \text{ kHz}$ είναι $10 + 21 = 31 \text{ dB}$. Άρα η προδιαγραφή $a_{min} = 31 \text{ dB}$ καλύπτεται οριακά.

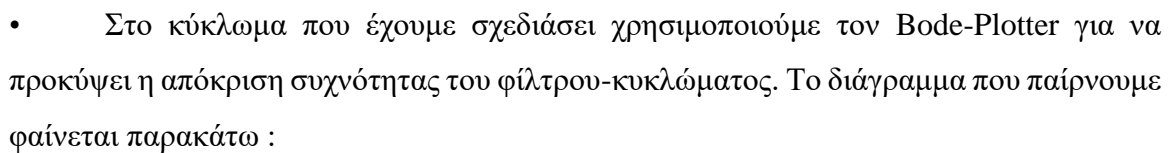
Επομένως, καλύπτονται οι προδιαγραφές που ζητούνται.

Με ρύθμιση κέρδους στα 0 dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

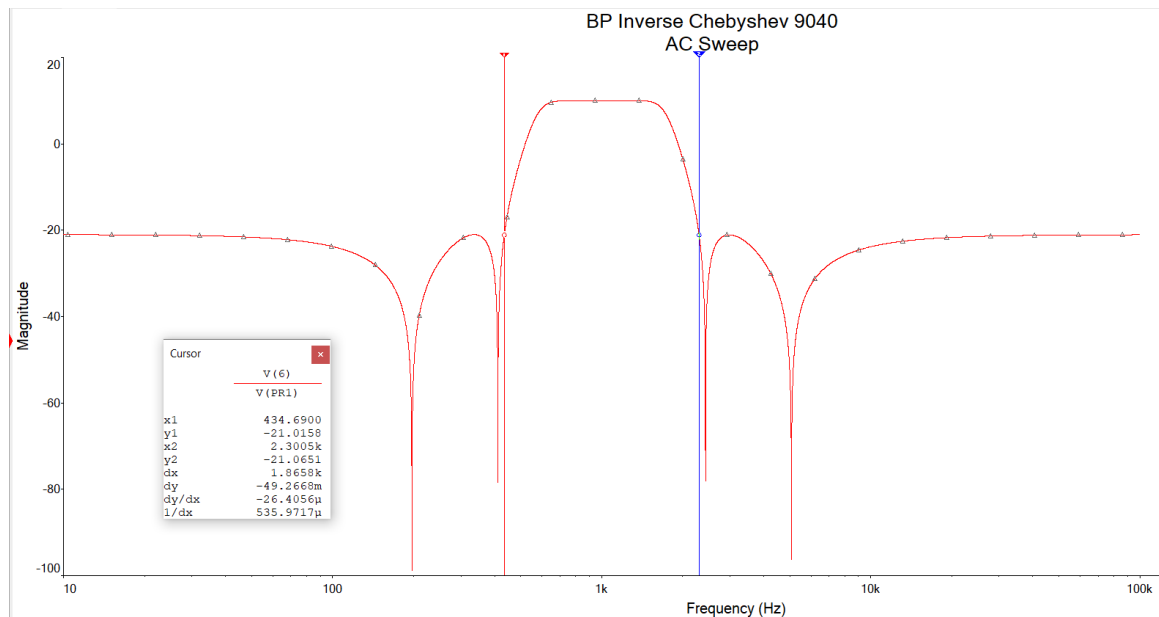
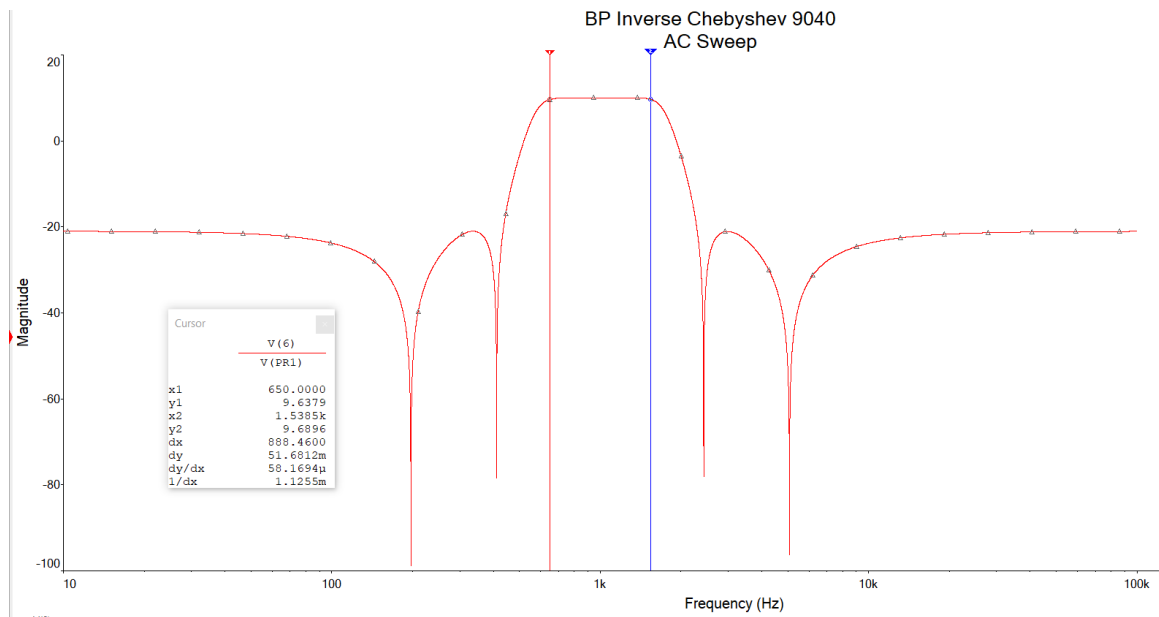


Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Εισάγουμε λοιπόν τις τέσσερις μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



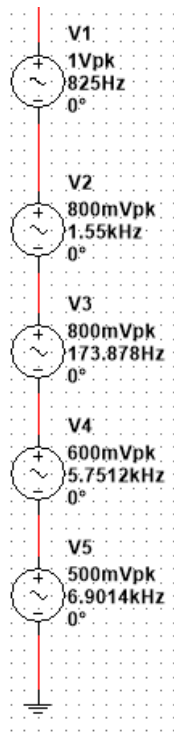
Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι καλύπτονται στο κύκλωμα οι προαναφερθείσες προδιαγραφές καλύπτονται στο κύκλωμα. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε πως στα 650 Hz και 1538.46 Hz η ενίσχυση είναι 9.6379 dB και 9.6896 αντίστοιχα, στα 434.69 Hz και 2300.46 Hz η απόσβεση είναι -21.0158 dB και -21.0651 dB αντίστοιχα και το κέρδος στα 10dB. Υπάρχουν μικρές αποκλίσεις από τις

αντίστοιχες τιμές του MATLAB, λόγω των στρογγυλοποιήσεων που έγιναν, τις οποίες θεωρούμε αμελητέες.

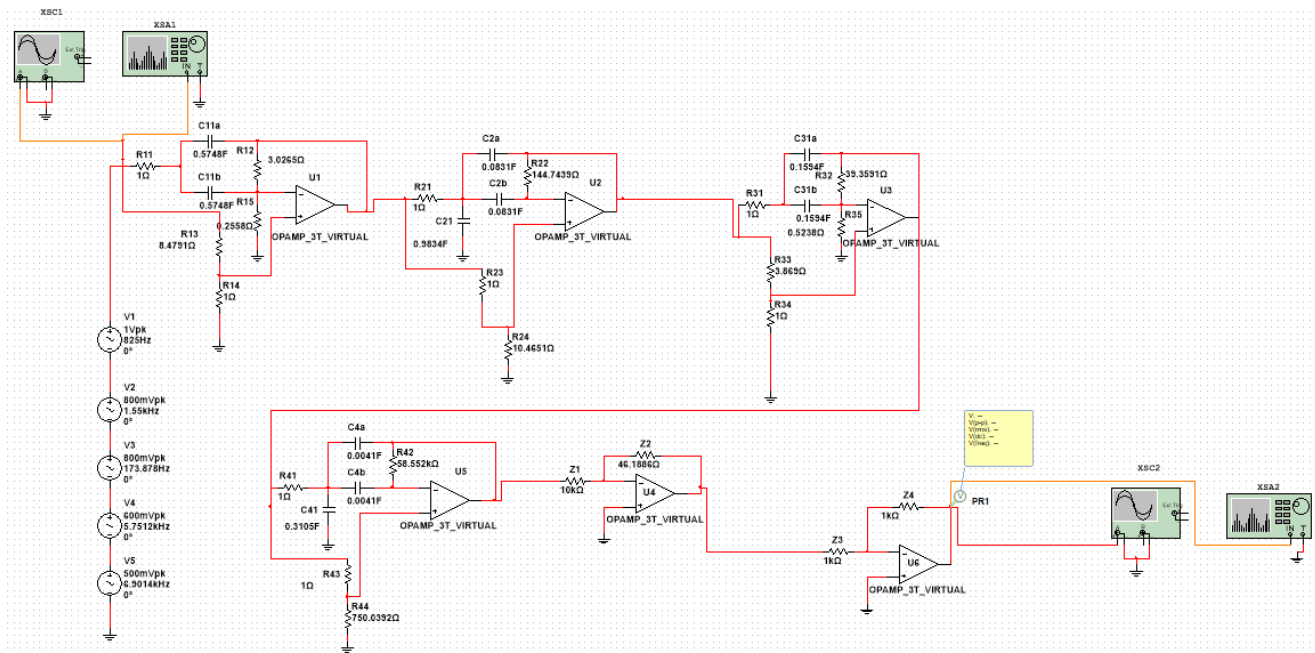
Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια σειρά πηγών διέγερσης το περιοδικό σήμα:

$$f(t) = \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right)t\right) + 0.8 \cdot \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3}\right)t\right) + 0.8 \cdot \cos(0.4 \cdot \omega_3 t) \\ + 0.6 \cdot \cos(2.5 \cdot \omega_4 t) + 0.5 \cdot \cos(3 \cdot \omega_4 t) = \\ \cos(825t) + 0.8 \cdot \cos(1550t) + 0.8 \cdot \cos(173.878t) \\ + 0.6 \cdot \cos(5751.2t) + 0.5 \cdot \cos(6901.4t)$$

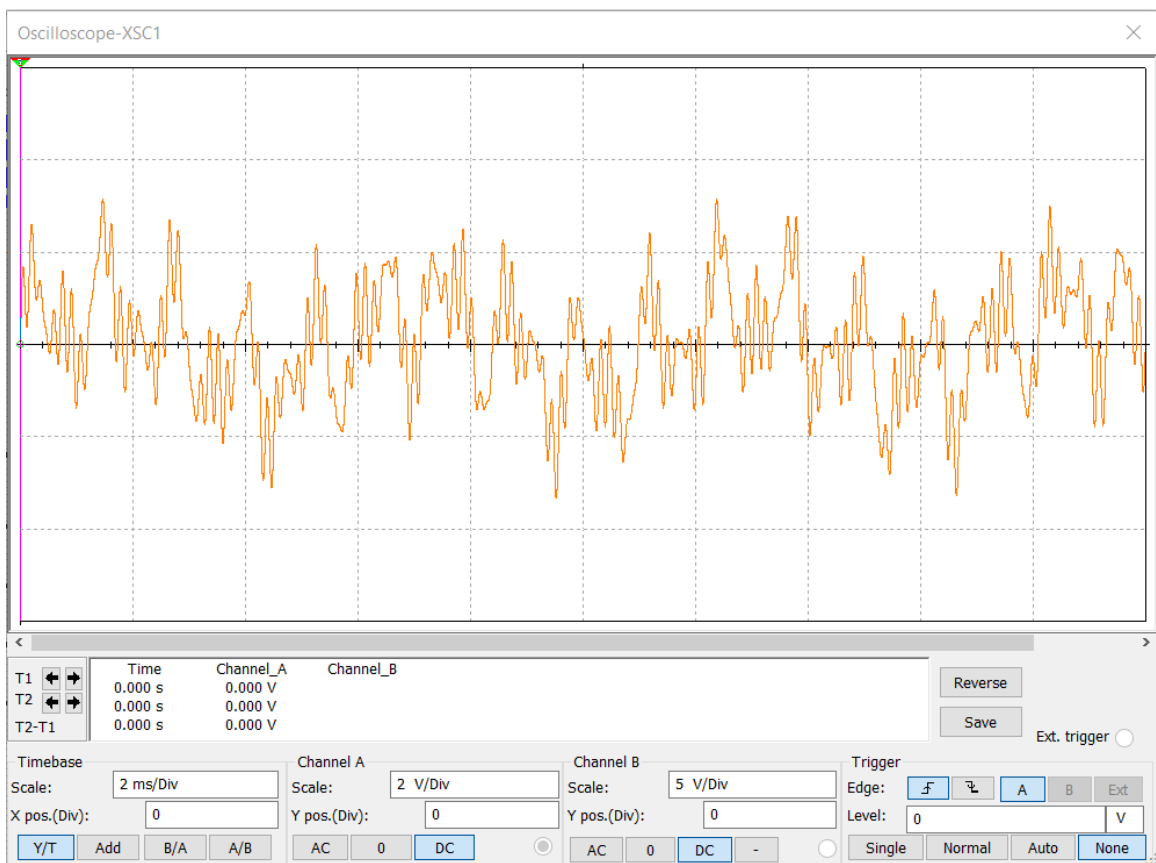
Για να δημιουργήσουμε αυτό το σήμα χρησιμοποιούμε 5 AC πηγές τάσης συνδεδεμένες στη σειρά. Σε κάθε μία πηγή χρησιμοποιήθηκε μία συχνότητα και δόθηκε το αντίστοιχο πλάτος για προσομοιωθεί το παραπάνω σήμα, και ο συνδυασμός τους σε σειρά συνδέθηκε στην είσοδο του κυκλώματος.



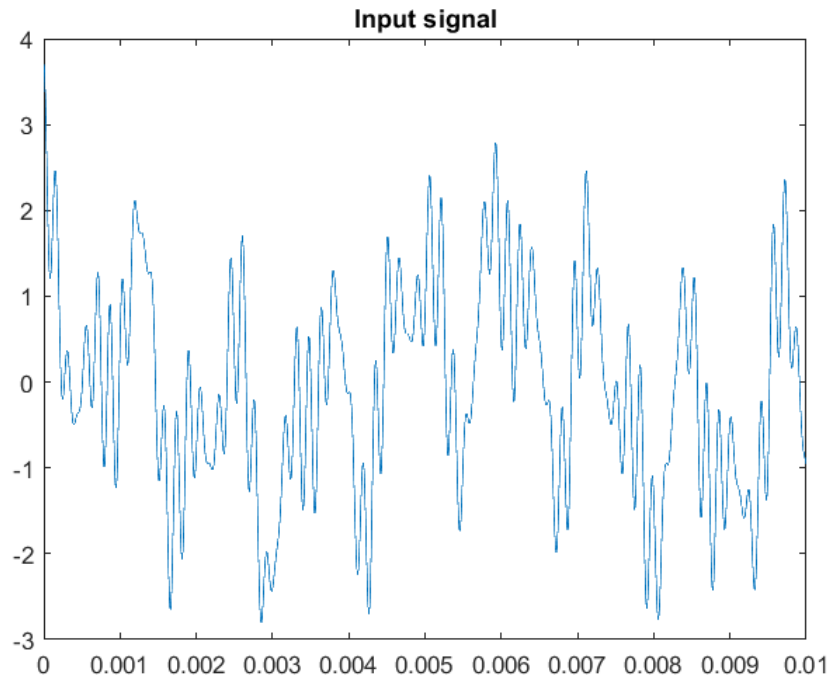
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Για τα φάσματα που ζητούνται συνδέουμε και τα Spectrum Analyzer. Το κύκλωμα με τα απαραίτητα όργανα για τις μετρήσεις φαίνεται παρακάτω:



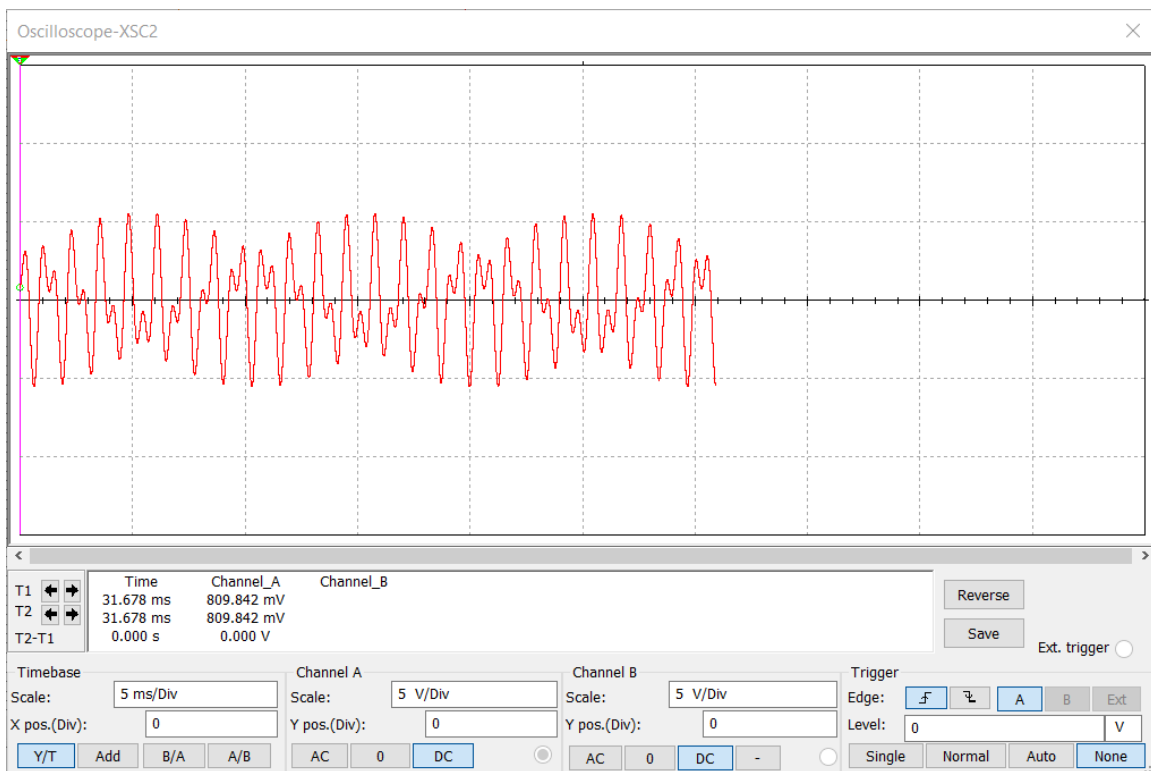
Σήμα Εισόδου :



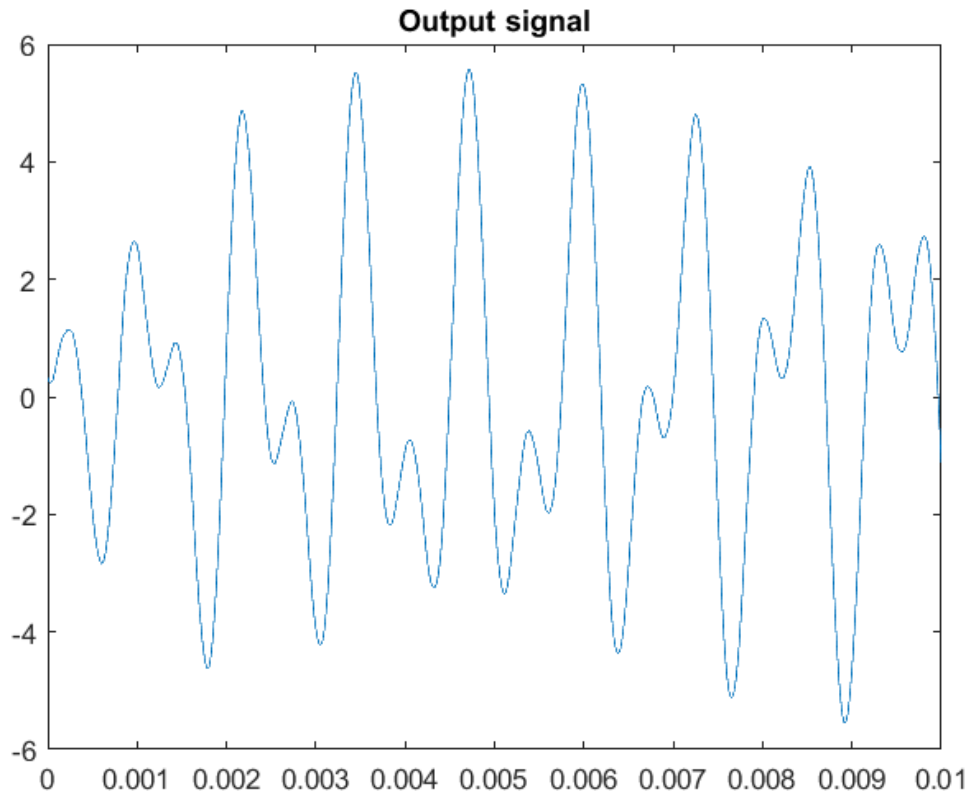
Και στο MATLAB:



Σήμα Εξόδου :



Και στο MATLAB:



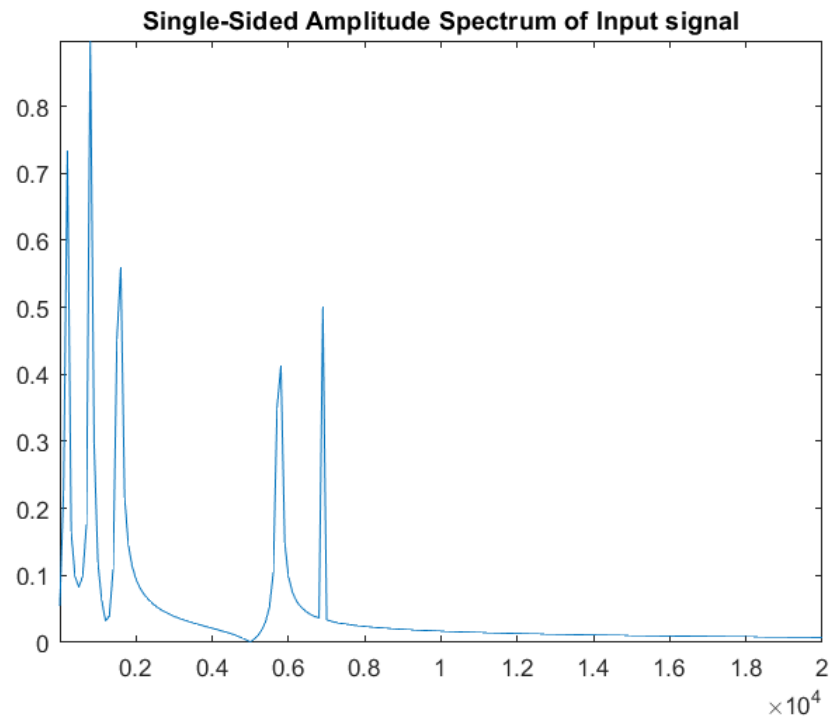
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου του ζωνοδιαβατού φίλτρου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, παρατηρούμε ότι το σήμα εξόδου είναι ενισχυμένο σε σχέση με το σήμα εισόδου. Το κέρδος του φίλτρου γίνεται φανερό, καθώς οι τιμές στα πλάτη των σημάτων στα παραπάνω διαγράμματα επιβεβαιώνουν την επιθυμητή ενίσχυση κι επομένως πληρούνται οι ζητούμενες προδιαγραφές.

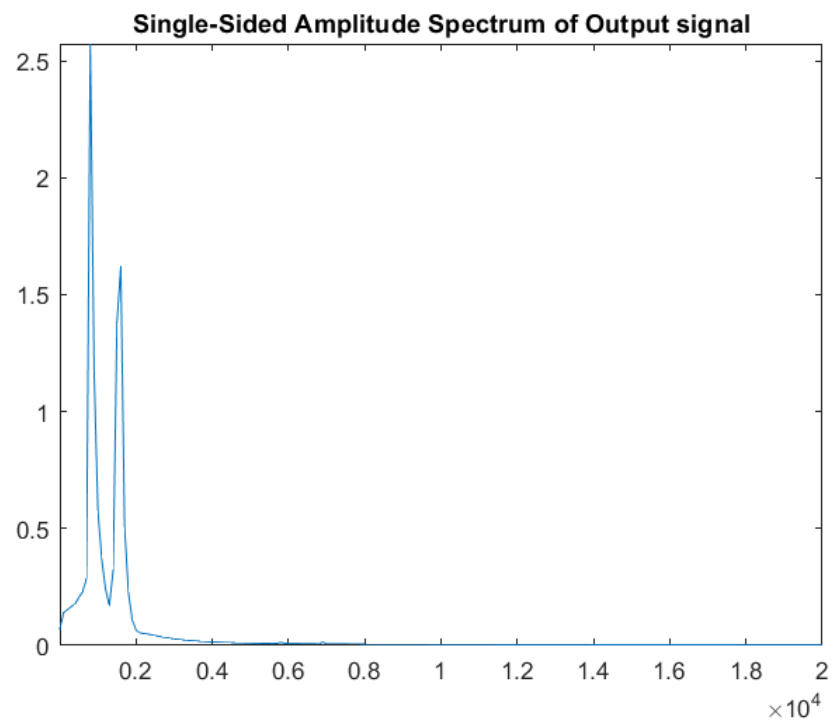
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου, του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

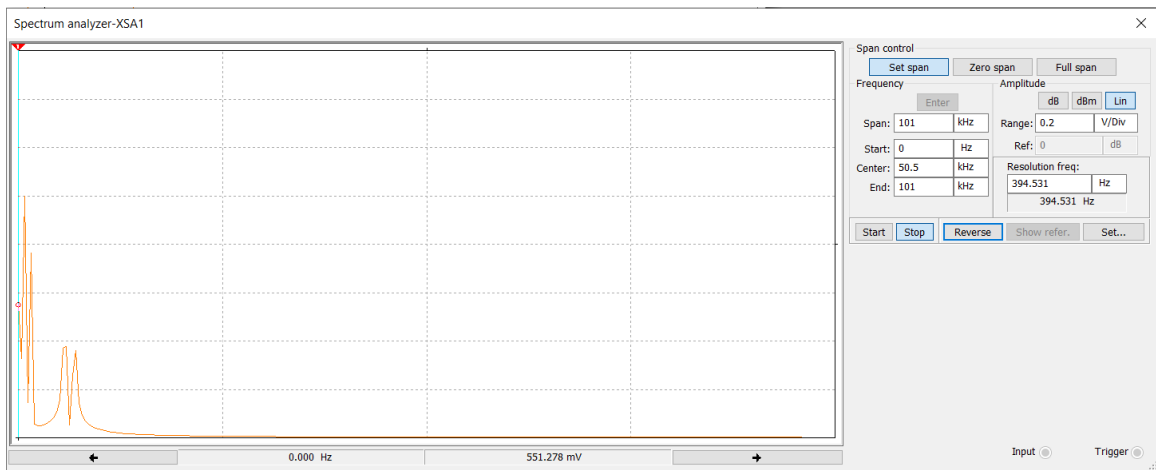
Φάσμα Σήματος Εισόδου :



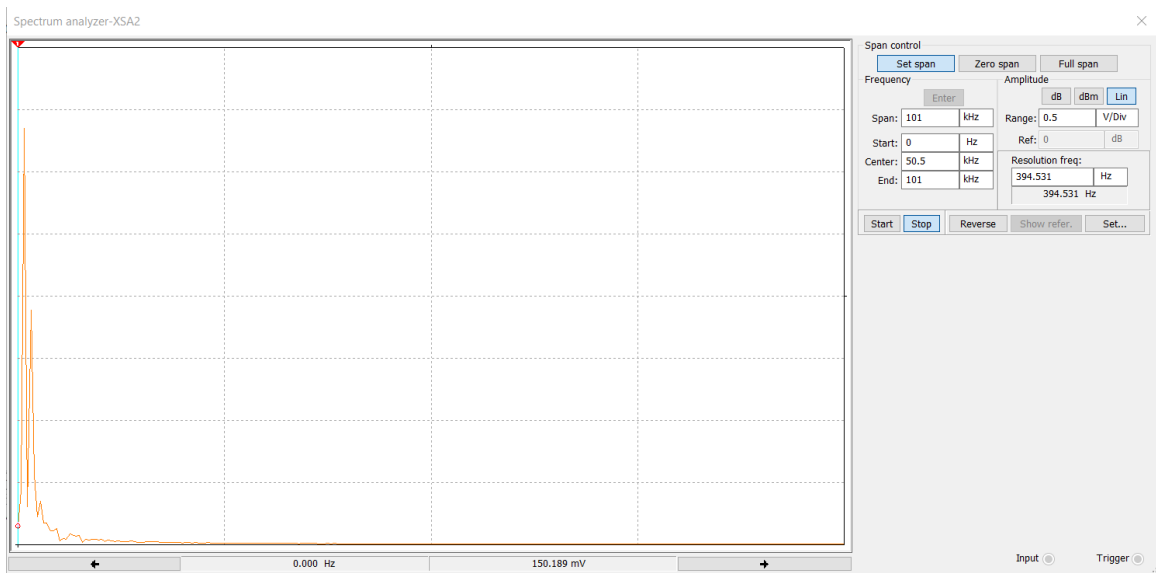
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Παρατηρούμε στο φάσμα εισόδου, τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim, τις 5 ώσεις, οι οποίες προκύπτουν από τις 5 θεμελιώδεις συχνότητες του σήματος που θέσαμε ως είσοδο.

Όσον αφορά το φάσμα εξόδου, παρατηρούμε ότι αποκόπτονται αρμονικές χαμηλών συχνοτήτων, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Συγκεκριμένα, αποσβένονται οι θεμελιώδεις συχνότητες 173.878 Hz , 5751.2 Hz και 6901.4 Hz που βρίσκονται στη ζώνη αποκοπής του φίλτρου, ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες διατηρούνται κανονικά.

Σημειώνεται πως τα δύο σήματα, εισόδου και εξόδου, καθώς και τα φάσματα παρουσιάζονται με διαφορετική τιμή V/Div για λόγους ευκρίνειας. Παρατηρούμε, λοιπόν, την ενίσχυση της εξόδου σε σχέση με την είσοδο, άρα το φίλτρο μας έχει κέρδος 10db, όπως ζητείται στις προδιαγραφές. Έτσι συνάγεται το συμπέρασμα ότι το φίλτρο λειτουργεί σωστά, καθώς πληροί όλες τις προδιαγραφές.

Τέλος, σημειώνεται πως ρυθμίστηκαν με trial & error οι τιμές των τάσεων τροφοδοσίας στους τελεστικούς ενισχυτές της δεύτερης, τρίτης και τέταρτης μονάδας, έως ότου να εμφανίζεται ορθά το σήμα τόσο μετά την κάθε μονάδα, όσο τελικά και στην έξοδο του φίλτρου γιατί με τις προκαθορισμένες τιμές του προγράμματος το σήμα «ψαλιδιζόταν»