

Esercizio n.5

Si converta l'equazione $(x^2 - 5) = 0$ nel problema di punto fisso

$$x = x - c(x^2 - 5) \equiv g(x)$$

Si scelgano diversi valori di c che assicurino la convergenza di $x_{k+1} = x_k - c(x_k^2 - 5)$ alla radice $\alpha = \sqrt{5}$.

$$g'(x) = 1 - 2cx$$

Per il teorema di convergenza deve verificarsi che

$$|g'(\alpha)| < 1 \Leftrightarrow -1 < 1 - 2\alpha c < 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2\alpha c > -1 \\ 1 - 2\alpha c < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\alpha c > -2 \\ -2\alpha c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha c < 1 \\ \alpha c > 0 \end{cases}$$

$$|g'(\alpha)| < 1 \Leftrightarrow 0 < \alpha c < 1$$

Essendo $\alpha = \sqrt{5}$, $\Leftrightarrow 0 < c < \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 0.447$

Valori di c che si possono utilizzare

$c = [1/20, 1/6, 3/10, 2/5];$