

# Insegnamento di Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

Docenti: Lucia Romani e Damiana Lazzaro

---

15 Gennaio 2021 - 9:00  
ESAME ONLINE

---

1. Siano

$$u_i = \frac{15 \left( (3/5)^i + 1 \right)}{5 (3/5)^i + 3}, \quad i \geq 1 \quad (1)$$

i termini di una successione che soddisfa  $\lim_{i \rightarrow +\infty} u_i = 5$  e verifica le relazioni ricorrenti

$$\begin{aligned} u_1 &= 4 \\ u_i &= 8 - \frac{15}{u_{i-1}}, \quad i \geq 2 \end{aligned} \quad (2)$$

e

$$\begin{aligned} u_1 &= 4, \\ u_2 &= \frac{17}{4}, \\ u_i &= 108 - \frac{815}{u_{i-1}} + \frac{1500}{u_{i-1} u_{i-2}}, \quad i \geq 3. \end{aligned} \quad (3)$$

Scrivere lo script Matlab **es1.m** in cui

- a) dopo aver implementato la successione  $\{u_i\}_{i=1,\dots,35}$  con la formula ricorrente (2), si osserva che tutti gli  $u_i$  calcolati dalla (2) coincidono con i valori in (1), e la successione converge effettivamente a 5;

Punti: 3

- b) dopo aver implementato la successione  $\{u_i\}_{i=1,\dots,35}$  con la formula ricorrente (3), si osserva che, al crescere di  $i$ , gli  $u_i$  calcolati dalla (3) si discostano sempre più dai valori definiti dalla (1), e la successione converge a 100 anziché a 5;

Punti: 3

- c) al variare di  $i$  nel range  $1 \leq i \leq 35$ , si mostrano in un grafico in scala semilogaritmica sulle  $y$  gli errori relativi generati dalle formule ricorrenti a due e a tre termini in (2) e (3), utilizzando come valori esatti degli  $u_i$  quelli dati dalla formula (1);

Punti: 3

- d) usando la notazione  $x := \lim_{i \rightarrow +\infty} u_i$  e osservando che, quando  $i \rightarrow +\infty$ , la (2) diventa

$$x = g_1(x) \quad \text{con} \quad g_1(x) = 8 - \frac{15}{x} \quad (4)$$

mentre la (3) soddisfa

$$x = g_2(x) \quad \text{con} \quad g_2(x) = 108 - \frac{815}{x} + \frac{1500}{x^2}, \quad (5)$$

spiegare perché la successione (2) converge a 5 mentre la successione (3) converge a 100.

*Suggerimento: calcolare (per entrambi i casi) le soluzioni di  $x = g(x)$  e mostrare che l'unico punto fisso della (4) è 5 mentre l'unico punto fisso della (5) è 100.*

Punti: 7

---

Totale: 16