Corso di Laurea Triennale in Ingegneria e Scienze Informatiche

---

Metodi Numerici **A.A. 2020-2021**

Esercitazione N. 6
Interpolazione trigonometrica ed Trasforma di Fourier Discreta

---

Obiettivo

1. Scrivere uno script che calcoli il polinomio trigonometrico di un opportuno grado m che interpoli un insieme di punti $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, ..., n$, con x_i punti equidistanti in un intervallo [a,b) e $y_i = f(x_i)$ ottenuti dalla valutazione nei punti x_i di una funzione test $f: [a, b] \to R$. Testare lo script sulle funzioni

   - $f(x) = \sin(x) - 2\sin(2x), \quad x \in [-\pi, \pi)$,
   - $f(x) = \sinh(x), \quad x \in [-2, 2)$,
   - $f(x) = |x|, \quad x \in [-1, 1)$,
   - $f(x) = 1/(1 + x^2), \quad x \in [-5, 5)$ (funzione di Runge).
     Calcolare l'errore di interpolazione $r(x) = f(x) - p(x)$, tra la funzione test $f(x)$ e il polinomio di interpolazione $p(x)$. Visualizzare il grafico di $f(x)$ e $p(x)$, ed il grafico di $|r(x)|$. Cosa si osserva? Cosa accade all'aumentare del grado n di $p(x)$?

2. Scrivere uno script che calcoli il polinomio trigonometrico di un opportuno grado m che interpoli un insieme di punti $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, ..., n$, con x_i punti equidistanti in un intervallo [-3,3) e $y_i, i = 0, ..n$ definiti

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i < -1 \text{ oppure se } x_i > i \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases} \qquad i = 0, .., n,$$

   Testare lo script al variare di n e visualizzare il polinomio interpolante parziale via via che si somma il contributo k-esimo a(k)*cos(kx)+b(k)*sin(kx)

3. Siano (t_i,y_i) le misurazioni del flusso sanguigno attraverso una sezione dell'arteria carotide durante un battito cardiaco. La frequenza di acquisizione dei dati é costante e pari a 10/T dove T = 1 sec. é il periodo del battito.

t_i	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y_i	3.7	13.5	5	4.6	4.1	4.5	4	3.8	3.7	3.7

   Costruire e visualizzare il polinomio trigonometrico di grado m opportuno che interpola le coppie di dati e le coppie di dati su uno stesso grafico.

4. Supponiamo di ricevere il segnale sinusoidale $f(t) = sin(2\pi 5t) + sin(2\pi 10t)$, a cui é sovrapposto il rumore dato dalla funzione $noise(t) = sin(2\pi * 30 * t)$. Sia $T = 2$ la durata in secondi del segnale, e sia campionato ad una frequenza di 100 campioni al secondo. Dopo aver calcolato i coefficienti di Fourier del segnale rumoroso, annullare quelli che corrispondono a frequenze maggiori di 10 e ricostruire il segnale filtrato a partire dai coefficienti di Fourier filtrati dalla frequenza spuria. Visualizzare il segnale esatto, il segnale rumoroso, lo spettro delle frequenze del segnale rumoroso, lo spettro in cui sono state eliminate le frequenze spurie ed il segnale filtrato.