

Insegnamento di Analisi Numerica

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Aerospaziale e Meccanica

Prof.ssa Lucia Romani

20 Luglio 2020 - 9:00
ESAME ONLINE

1. Sia assegnata la funzione

$$f(x) = \sin(x) + \sin(5x), \quad x \in [0, 2\pi].$$

a) Si considerino le due sequenze di punti individuate dai seguenti vettori di ascisse e ordinate:

a.1) $\mathbf{x}_1 = [0 : \pi/3 : 2 * \pi]'$, $\mathbf{y}_1 = f(\mathbf{x}_1)$;

a.2) $\mathbf{x}_2 = [\pi/6, 2 * \pi/5, 4 * \pi/5, 8 * \pi/5, 11 * \pi/6]'$, $\mathbf{y}_2 = f(\mathbf{x}_2)$.

Per ciascuna sequenza di punti si costruisca il polinomio di grado 2 di approssimazione nel senso dei minimi quadrati, mediante risoluzione del sistema delle equazioni normali (si utilizzi la fattorizzazione di Cholesky di Matlab e l'operatore \ per ottenere la soluzione dei sistemi triangolari). Punti: 5

b) Si rappresentino in una stessa figura la funzione f , le due sequenze di punti in a.1) e a.2), e i corrispondenti polinomi di approssimazione nel senso dei minimi quadrati (rispettivamente $p_1(x)$ e $p_2(x)$). Quale dei due approssima meglio f ?

Punti: 2

c) Scrivere il proprio codice Matlab per calcolare, con la formula dei Trapezi Composita su N sottointervalli equispaziati, i valori approssimati \tilde{I}_1 e \tilde{I}_2 degli integrali

$$I_1 = \int_0^{2\pi} p_1(x) dx \quad \text{e} \quad I_2 = \int_0^{2\pi} p_2(x) dx,$$

dove $p_1(x)$ e $p_2(x)$ sono i due polinomi quadratici determinati precedentemente.

Punti: 4

d) Utilizzando la tecnica del raddoppio degli intervalli, scrivere la function `traptoll` per stimare il numero N di sottointervalli equispaziati che servono per approssimare con la formula dei Trapezi Composita gli integrali I_1 e I_2 nel rispetto della tolleranza 10^{-4} . Quanto vale N nei due casi? Quanto valgono \tilde{I}_1 e \tilde{I}_2 ? Quale dei due integrali approssimati risulta essere una miglior approssimazione dell'integrale esatto di f in $[0, 2\pi]$? Motivare la risposta.

Punti: 5

Totale: 16