Métodos não paramétricos de identificação de sistemas

Tassiano Neuhaus
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Departamento de Engenharia Elétrica
Av. Osvaldo Aranha, 103 - Bairro Bom Fim CEP: 90035-190 - Porto Alegre - RS - Brasil

***Resumo*—Este trabalho tem por objetivo demonstrar de forma simplificada um caso de uso de modelagem de sistema por métodos não paramétricos. Será apresentado desde a abordagem mais simples, onde aplica-se simplesmente uma onda senoidal e observa-se a amplitude e a fase da onda produzida na saída do processo, até métodos um pouco mais rebuscado, que buscam minimizar a influência do ruido sobre o sistema.**

Para isso será utilizado um sistema com função de transferência conhecida, onde será aplicado um ruido branco de média zero, e serão utilizados os métodos comentados anteriormente para levantar a função de transferência do processo sujeito ao ruido.

Ao fim será apresentado um comparativo dos resultados obtidos em cada método.

***Palavras-chave*—Identificação de sistemas lineares, métodos não paramétricos.**

I. Introdução

Identificação de sistemas por métodos não paramétricos são aqueles que não resultam em um modelo matemático tal como uma função de transferência, mas sim numa representação gráfica que caracteriza a dinâmica do sistema em estudo [1].

O sistema que será estudado neste trabalho tem sua função de transferência apresentado em (1). Este sistema ainda está sujeito a perturbação na saída, em forma de ruido.

$$G(s)\frac{10}{s^2+2s+20} \tag{1}$$

NA figura (1) é apresentado como o ruido é adicionado ao sistema para que as simulações possam ser feitas.

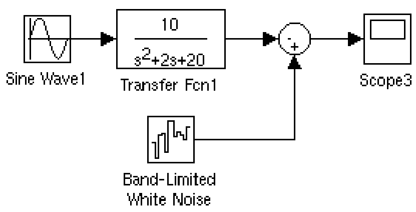

Figura 1. Sistema em estudo sujeito ao efeito de ruido branco na saída do processo.

II. Bode e Nyquist

Nesta seção será apresentado o diagrama de Bode e Nyquist para o processo, descrito em (1). Utilizando-se duas abordagens:

- Básico onde aplica-se um onda senoidal na entrada do processo e mede-se a amplitude e a fase da onda que foi produzida na saída.
- Método melhorado, onde tenta-se reduzir a influência do ruido sobre as medidas coletadas.

A fim de comparar os resultados obtidos com um resultado correto, foi apresentado nas Figuras (2) e (3) os diagramas de Bode e Nyquist respectivamente do sistema sem ruido. Nas abordagens seguintes o sistema considerado terá ruido e será feito um comparativo para determinar qual método se aproxima mais da resposta real do sistema.

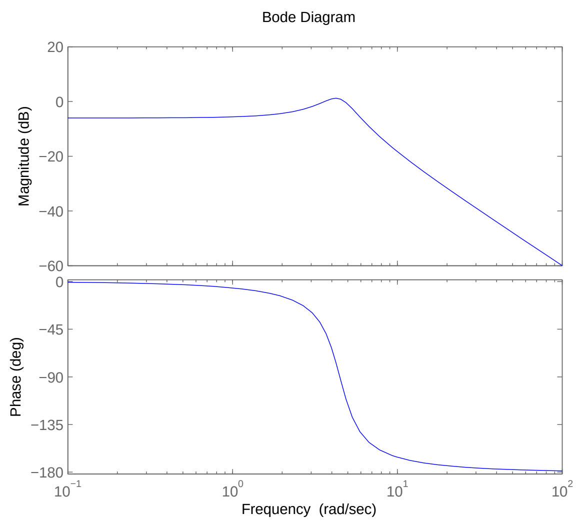

Figura 2. Diagrama de bode do sistema sem ruido.

A. Método Básico

Este método simples consiste em aplicar uma onda senoidal na entrada do processo e observar qual é a defasagem que a planta impõem sobre a onde da entrada e a qual é o ganho de amplitude que é aplicado.

Como a planta em questão possui ruído aditivo na saída, tem-se que as medidas efetuadas por este método são muito imprecisas, para calcular a amplitude do sinal de saida, basta analisar um ponto que fique mediano ao ruido observado, mas para a fase, esta informação é mais complicada, pois como a defasagem na planta em estudo é pequena, o ruido é muito grande, proporcionalmente, tornando as medidas muito incertas.

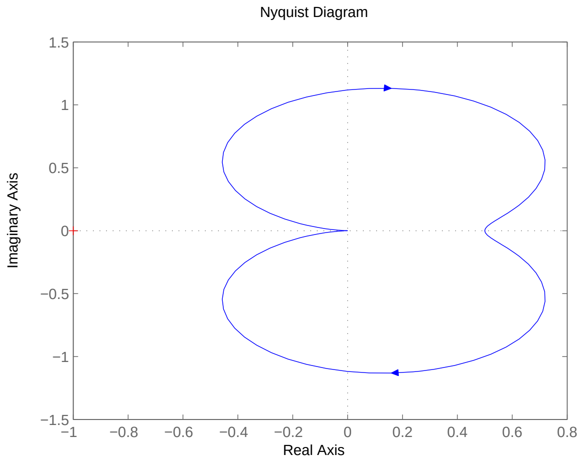

Figura 3. Diagrama de Nyquist do sistema sem ruido.

Na Figura (4) apresenta-se uma resposta padrão para uma entrada senoidal. Observa-se que a saída possui um ruido significante. Utilizando-se o mesmo procedimento, para diversas frequencias de ondas senoidais na entrada do processo, obtém-se diversos pontos do diagrama de resposta em frequencia do processo.

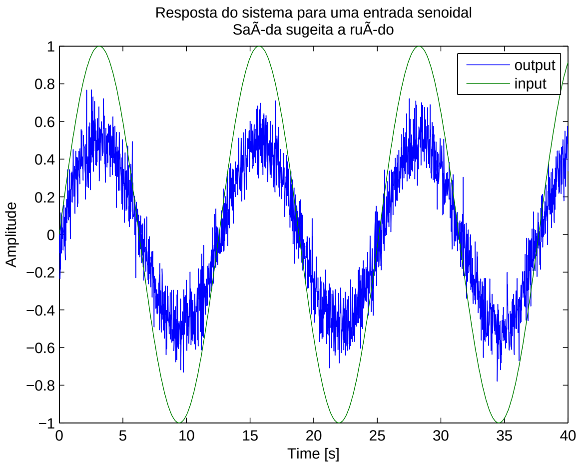

Figura 4. Resposta do sistema para entrada senoidal

Esta informações coletadas sobre o ganho e o deslocamento de fase aplicado sobre o sistema, chega-se as informações que estão contidas na Tabela (I)

Tabela I
MÉTODO BÁSICO

Frequência	Ganho	Fase [deg]
0.01	0.5	0
0.1	0.45	-11
0.5	0.5	-46
1	0.55	-14
5	0.85	-86
10	0.14	-200
50	0.13	-186
100	0.0008	-183

Os dados apresentados na Tabela (I), podem ser utilizados para a confecção do diagrama de bode do sistema apresentado na Figura (5). Observa-se que o formato das curvas de fase e magnitude lembram as da Figura (2), mas a curva não possui um fidelidade com a que caracteriza o sistema sem perturbação.

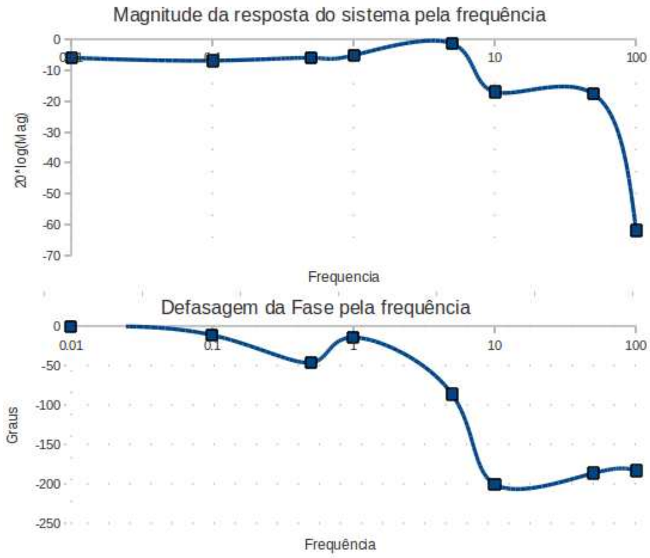

Figura 5. Diagrama de Bode para o sistema sujeito a ruido, utilizando-se o método básico para a identificação da curva de resposta em frequência.

B. *Método melhorado*

III. RESPOSTA IMPULSIVA

A resposta impulsiva de um sistema consegue caracterizar por completo o comportamento de um sistema para qualquer tipo de entrada. Pois convoluindo-se no tempo esta função, com o sinal de entrada, tem-se o sinal de saída do sistema.

O objetivo nesta seção é apresentar um método para estimar-se esta resposta impulsiva do sistema.

Sabe-se que a equação apresentada em (2) é verdadeira, que apresenta a convolução do sinal discreto pela resposta impulsiva do sistema, acrescido de ruido.

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)u(t-k) + \nu(t) \tag{2}$$

Em (3) tem-se a equação de Wiener-Hopf.

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) r_u(\tau - k) \tag{3}$$

A função covariância em (3) pode ser obtida pelas equações (4) e (5).

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} y(t+\tau)u(t) \tag{4}$$

$$\hat{r}_u(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} u(t+\tau)u(t) \tag{5}$$

Para $\tau = 0, 1, 2...$ e o sistema causal (y=0, para t ¡0).

Aplicando-se um sinal aleatório da entrada do sistema, a resposta impulsiva do mesmo pode ser obtida por (6).

$$h(k) = \frac{r_{yu}(k)}{r_u(0)} \tag{6}$$

Utilizando o código do matlab apresentado no anexo 1, obteve-se a resposta impulsiva apresentada na Figura (7). Na figura (6) apresenta-se a resposta impulsiva do sistema sem ruido, calculado pela função Impulse do matlab.

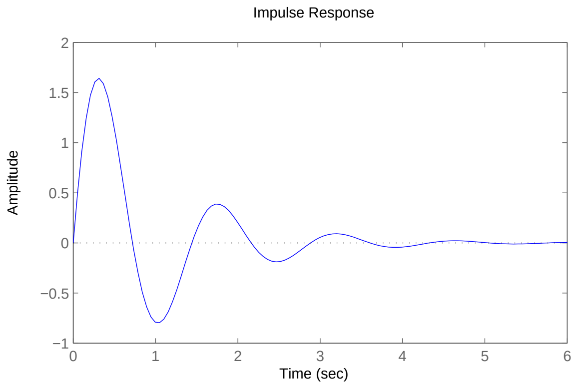

Figura 6. Resposta impulsiva do sistema sem a interferência do ruido, obtido utilizando a função impulse do Matlab.

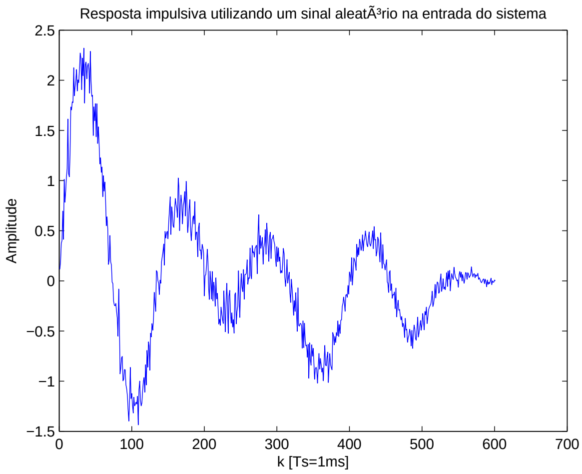

Figura 7. Resposta impulsiva do sistema com a interferência do ruido, obtido utilizando um sinal aleatório na entrada do sistema.

IV. Conclusões

O projeto de controladores denominados Robustos é uma área bem abrangente e com inúmeras aplicações na engenharia de controle. Sistemas sujeitos a incertezas são praticamente todos os sistemas físicos, alguns com mais e outros com menos intensidade e representatividade da incerteza apresentada. Estas incertezas como vimos pode ser de várias origens (Seção **??**) e são classificadas em tipos. Neste trabalho apresentamos a modelagem matemática de 4 tipos, considerados principais e que cobrem boa parte das incertezas mais encontradas.

Incertezas do tipo politípicas (Seção **??**) formam uma região em forma de um politopo, e para se encontrar uma realimentação de estados para este sistema é necessário que o sistema seja estável em todos os vértices deste politopo. Nas seções **??** e **??** foi apresentado uma realimentação de estados para incertezas deste tipo tendo como requisitos as normas H_2 e H_∞ respectivamente. Foi observado pelas Figuras (**??**) e (**??**) que o sistema que é submetido a norma H_2 possui um sobrepasso maior para uma entrada do tipo degrau, e um tempo de acomodação maior se comparado com o sistema sujeito a norma H_∞.

Incertezas do tipo limitadas em norma (Seção **??**) onde não se tem informações detalhadas sobre os componentes do sistema. Para este tipo de incerteza se encontrou uma realimentação de estados sujeito as normas H_2 e H_∞ e nas Figuras (**??**) e (**??**) observa-se o comportamento do sistema nos dois casos, com o sistema no centro das incertezas e também em algum dos vértices das incertezas.

Apresentou-se também a modelagem matemática para incertezas do tipo Diagonais (Seção **??**) e elemento a elemento (Seção **??**).

Sa Seção **??** foi apresentado resumidamente a modelagem matemática utilizada para resolver o problema de estabilidade dos sistemas sujeitos a cada uma das incertezas retratadas neste trabalho.

Para a resolução dos problemas de incertezas para cumprimento das normas especificadas foi utilizado o Solver de LMI [2] do Matlab. A ferramenta é muito interessante e facilita muito o projeto e resolução da problemática que envolve sistemas mais complexos e com mais incertezas em sua formulação.

Controladores robustos são muitas vezes não só desejados, mas também necessários em certos tipos de aplicações. Desta forma o estudo de modelagem, caracterização e resolução destes problemas se torna muito importante. O conhecimento matemático dos métodos que as ferramentas atuais utilizam para resolução dos problemas é também muito importante e útil para qualquer engenheiro que venha a se deparar com problemas incertos e com requisitos de confiabilidade elevados.

Apêndice

APENDICE 1

```
%===================================
% Identificacao de sistemas
% Tassiano Neuhaus
% tassianors@gmail.com
% UFRGS
%===================================

close all; clear all;
syms s;
s=0;
TS=0.01;
TF=6;

G=tf([10],[1 2 20]);
% u
t = 0:TS:TF;
%u = sin(t);
u = randn(size(t));
ynr=lsim(G, u, t);
```

```
y=ynr+u'*0.2*0.2;
%figure(1);plot(t,␣y);

%agora␣temos␣␣entrada␣e␣saÃda.
%␣Ã©␣possÃvel␣calcular␣ru
N=size(y,␣1)

%␣init␣ru
ru␣=␣zeros(N,␣1);
for␣tal=1:␣N
␣␣␣␣for␣t=1:␣N-tal
␣␣␣␣␣␣␣␣s=s+u(t+tal)*u(t);
␣␣␣␣end
␣␣␣␣ru(tal)=s;
␣␣␣␣s=0;
end
%figure(2);plot(ru/N);
ru=ru/N;

M=100;
RM=zeros(M);
for␣i=1:M
␣␣␣␣for␣j=1:M
␣␣␣␣␣␣␣␣RM(i,j)=ru(sqrt((j-i)^2)+1);
␣␣␣␣end
end

ryu␣=␣zeros(N,␣1);
for␣tal=1:␣N
␣␣␣␣for␣t=1:␣N-tal
␣␣␣␣␣␣␣␣s=s+y(t+tal)*u(t);
␣␣␣␣end
␣␣␣␣ryu(tal)=s;
␣␣␣␣s=0;
end
ryu=ryu/N;
figure(3);␣plot(ryu);

for␣i=1:M
␣␣␣␣RYU(i)=ryu(i);
end

h=ryu/(sqrt(ru(1)^2));

figure(4);␣plot(h);
figure(5);␣impulse(G);
```

REFERÊNCIAS

[1] L. A. Aguirre, *Introdução à identificação de sistemas, Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*, 2nd ed. Belo Horizonte, Minas Gerais: Editora UFMG, 2004, vol. 1.

[2] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, 1st ed. Natick, MA: MathWorks, Inc., 1995, vol. 1.