Primeira Lista de Geometria Analítica e Álgebra Linear - 20/01/2020

Nome:____

Nome:____

1. Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (2, 1, 3)$ e $\vec{w} = (-1, -1, 4)$, decida se estes vetores são LI ou LD. Em seguida, escreva o vetor $\vec{t} = (4, 0, 13)$ como combinação linear de $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

2. Encontre m para que sejam LD

a) $\vec{u} = (1 - m^2, 1 - m, 0)$ e $\vec{v} = (m, m, m)$

b) $\vec{u} = (m, 1, m + 1)$, $\vec{v} = (0, 1, m)$ e $\vec{w} = (0, m, 2m)$

3. Ache a medida em radianos do ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ nos casos

a) $\vec{u} = (1, 0, 1)$ e $\vec{v} = (-2, 10, 2)$.

b) $\vec{u} = (3, 3, 0)$ e $\vec{v} = (2, 1, -2)$.

c) $\vec{u} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ e $\vec{v} = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3})$.

4. Ache $\vec{u}$ de norma $\sqrt{5}$, ortogonal a $(2, 1, -1)$, tal que $(\vec{u}, (1, 1, 1), (0, 1, -1))$ sejam LD.

5. Ache $\vec{u}$ tal que $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$, a medida em graus do ângulo entre $\vec{u}$ e $(1, -1, 0)$ seja 45, e $\vec{u}$ seja ortogonal a $(1, 1, 0)$.

6. Calcule o momento em relação ao ponto O da força $\vec{f} = (-1, 3, 4)$, aplicada ao ponto P tal que $\overrightarrow{OP} = (1, 1, 1)$ (este momento é $\overrightarrow{OP} \wedge \vec{f}$).

7. Calcule a área do paralelogramo $ABCD$, sendo $\overrightarrow{AB} = (1, 1, -1)$ e $\overrightarrow{AD} = (2, 1, 4)$.

8. Escreva equações paramétricas para a reta r, que passa pelo ponto $A = (2, 0, -3)$ e:

a) é paralela à reta $s : \dfrac{1 - x}{5} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z + 3}{6}$.

b) é paralela à reta que passa pelos pontos $B = (1, 0, 4)$ e $C = (2, 1, 3)$.

c) é paralela à reta $t : \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

9. Ache equações vetorial, paramétrica e simétrica da reta que passa pelo ponto $A = (3, 3, 3)$ e é paralela à reta que passa pelos pontos $B = (1, 1, 0)$ e $C = (-1, 0, -1)$.

10. Dada a reta $r : \ X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 1)$ e os pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (0, 0, 1)$, ache o ponto de r equidistante de A e B.

11. Escreva equações vetorial e paramétricas para os planos descritos abaixo:

a) π passa pelos pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$.

b) π passa pelos pontos $A = (1, 0, 2)$, $B = (-1, 1, 3)$ e $C = (3, -1, 1)$.

12. Obtenha equações gerais dos planos descritos no Exercício 11.

13. Dadas as retas $r : \ \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = z$ e $s : \ x - 1 = y = z$, obtenha uma equação geral para o plano determinado por r e s.

14. Dê uma equação geral do plano π que passa pela origem e é perpendicular à reta que passa por $A = (1, 1, 1)$ e $B = (2, 1, -1)$.

15. Considere os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ e $C = (1, 2, 3)$.

a) Obtenha um vetor normal ao plano π que passa por A, B e C.

b) Apresente uma equação geral deste plano.

16. Estude a posição relativa das retas

a) $r : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{2}$ e $s : X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 0)$.

b) $r : X = (8, 1, 9) + \lambda(2, -1, 3)$ e $s : X = (3, -4, 4) + \lambda(1, -2, 2)$.

17. Estude a posição relativa da reta r e do plano π nos seguintes casos:

a) $r : X = (1, 1, 0) + \lambda(0, 1, 1)$ e $\pi : x - y - z = 2$.

b) $r : \dfrac{x-1}{2} = y = z$ e $\pi : X = (3, 0, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(2, 2, 0)$.

18. Calcule m para que os planos $\pi_1 : X = (1, 1, 0) + \lambda(m, 1, 1) + \mu(1, 1, m)$ e $\pi_2 : 2x + 3y + 2z - 5 = 0$ sejam paralelos distintos.

19 Estude a posição relativa de $\pi_1 : x - y + 2z - 2 = 0$ e $\pi_2 : (0,0,1) + \lambda(1,0,3) + \mu(-1,1,1)$.

20. Obtenha uma equação geral para o plano que contém a reta $r : X = (1,1,0) + \lambda(2,1,2)$ e é paralelo à reta $s : \dfrac{x+1}{2} = y = z + 3$.

21 Obtenha uma equação geral para o plano que passa pelo ponto $P = (1,3,4)$ e é paralelo ao plano $\pi : x + y + z + 1 = 0$.

22 Determine m para que as retas $r : X = (1,0,2) + \lambda(2,1,3)$ e $s : X = (0,1,-1) + \lambda(1,m,2m)$ sejam coplanares, e nesse caso estude sua posição relativa.