

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
3ª AVALIAÇÃO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
CURSO: ENGENHARIA CIVIL
PROF: ÉRICO BARBOSA



Aluno(a): _____ Mat: _____

Horário: 08h00min às 10h00min

Juazeiro – Ba 18 de Setembro de 2013

Problema 01: (2,0 pontos) Vetor Gradiente

Obter o vetor gradiente da seguinte função :

$$f(x, y, z) = \frac{y}{1+x^2y^2} + \left(\frac{x}{1+x^2y^2} + \frac{z}{\sqrt{1-y^2z^2}} \right) + \left(\frac{y}{\sqrt{1-y^2z^2}} + \frac{1}{z} \right) \quad (01)$$

Problema 02: (2,0 pontos) Diferenciais

O período T de um pêndulo simples com pequenas oscilações é calculada da fórmula $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$, onde L é o comprimento do pêndulo e g é a aceleração da gravidade. Suponha que os valores de L e g tenham erros de, no máximo, 5% e 0,1%, respectivamente. Use diferenciais para aproximar o erro percentual máximo no valor calculado de T.

Problema 03: (2,0 pontos) Derivadas Parciais

Verifique se $w(x, t) = \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4kt}}$, $t > 0$ e k constante, é solução da equação de Fourier ou da condução do calor:

$$\frac{\partial w}{\partial t} - k \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$\begin{aligned} f_x &= 2x + \dots & f_{xx} &= 2 \\ f_y &= 8y & f_{yy} &= 8 \\ f_z &= 18z & f_{zz} &= 18 \end{aligned}$$

(02)

Problema 04: (2,0 pontos) Derivadas Direcionais, Campo Escalar

(a) O potencial elétrico numa região no espaço é dado por $V(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 9z^2$. Ache a taxa de variação de V no ponto (2, -1, 3) na direção de $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

$$\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{14} \quad \frac{2}{\sqrt{14}} \quad \frac{-1}{\sqrt{14}} \quad \frac{3}{\sqrt{14}}$$

(b) Esboce o campo escalar definido por $f(x, y, z) = -k \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3}$, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ e $k > 0$ constante.

Problema 05: (2,0 pontos) Máximos e Mínimos

(a) Determine os pontos críticos da função $f(x, y) = (x^2 - y^2) e^{-\frac{x^2 + y^2}{2}}$

(b) De todos os paralelepípedos retangulares cuja soma das arestas é constante e igual a a ($a > 0$), qual é que tem o volume máximo.

“Como diria Jack o extirpador , vamos por partes”