

Devoir

Olivier Landon-Cardinal

Remise : vendredi 6 décembre 2024

Première partie

Calcul quantique sur la plateforme Pennylane de Xanadu

1 Algorithme de Grover sur Qiskit (70 points)

On s'intéresse à la résolution d'un sudoku de taille $n \times n$ avec des variables binaires $x_0, x_1 \dots x_{n-1}$ qui doivent satisfaire la contrainte pour chaque ligne et chaque colonne que

$$\bigoplus_{i \in \text{ligne/colonne}} x_i = 1 \quad (1)$$

Le cas $n = 2$ est présenté à l'adresse <https://github.com/Qiskit/textbook/blob/main/notebooks/ch-algorithms/grover.ipynb> dans la section 4.1 intitulée Solving Sudoku using Grover's Algorithm. Voici les contraintes pour le cas $n = 2$

x_0	x_1
x_2	x_3

$$x_0 \oplus x_1 = 1 \quad (2)$$

$$x_2 \oplus x_3 = 1 \quad (3)$$

$$x_0 \oplus x_2 = 1 \quad (4)$$

$$x_1 \oplus x_3 = 1 \quad (5)$$

Les objectifs sont

1. implémenter cet algorithme pour les cas $n = 2$, $n = 3$ et $n = 4$ sur la plateforme Pennylane de Xanadu.
2. explorer les résultats obtenus sur simulateur pour les cas $n = 2$, $n = 3$ et $n = 4$
3. analyser les résultats obtenus sur *machine réelle* pour le cas $n = 2$.

Le travail de programmation mènera à la rédaction d'un rapport dont le barème et les questions précises seront mises sur Moodle dans les prochaines semaines. Le rapport sera à remettre via Moodle d'ici le vendredi 6 décembre à 23h59. Il y aura un rapport par équipe de maximum 3 étudiant.e.s. Il faudra aussi déposer le code produit via Moodle.

Deuxième partie

Calcul quantique à la main/TI

2 Swap-test (10 pts)

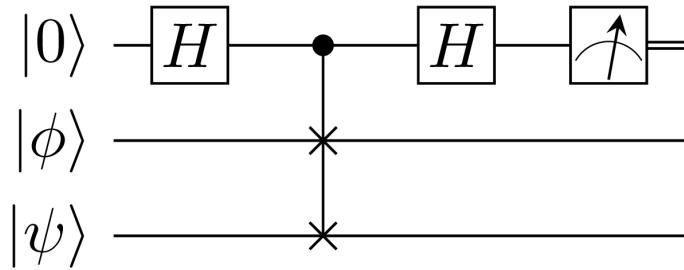


FIGURE 1 – Circuit quantique du SWAP test
By Vtomole - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=81488543>

Un ami expérimentateur vous fournit N copies de deux états quantiques $|\phi\rangle$ et $|\psi\rangle$. Vous voulez comparer les deux états quantiques. Plus précisément, vous voulez estimer la fidélité \mathcal{F} entre les deux états

$$\mathcal{F} = |\langle \psi | \phi \rangle|^2 \quad (6)$$

Pour cela, vous utiliser la procédure Swap-Test présenté dans la figure 1.

1. Calculer les probabilités de mesure du premier qubit dans la base de calcul. (4 pts)
2. Écrire ces probabilités en fonction de la fidélité \mathcal{F} . (2 pts)
3. En déduire une procédure pour estimer \mathcal{F} si vous disposez d'un grand nombre N de copies des deux états. (3 pts)
4. Intuitivement, comment la qualité de l'estimation varie-t-elle avec N ? (1 pts)

3 Codage super-dense (20 points)

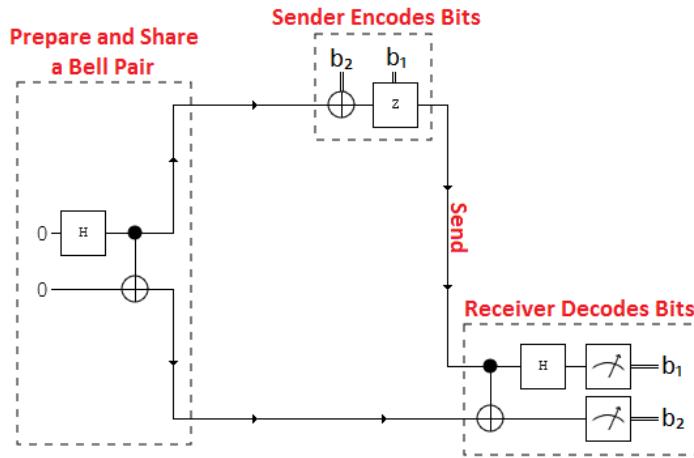


FIGURE 2 – Circuit quantique de codage superdense

By Strilanc - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=37919015>

Alice veut envoyer deux bits (b_1 et b_2) à Bob, mais elle ne peut pas lui envoyer d'information classique, mais seulement lui envoyer un (et un seul) qubit. Heureusement, Alice et Bob ont préalablement partagé une paire intriquée

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle \quad (7)$$

et peuvent donc appliquer le protocole de codage super-dense décrit dans la figure 2.

1. Calculer l'état global des deux qubits après le circuit d'Alice. (5 points)
2. Quelle serait les probabilités de mesure dans la base de calcul du qubit envoyé par Alice à Bob *s'il est mesuré avant que Bob applique son circuit de décodage*. (5 points)
3. Vérifier que le circuit de décodage de Bob lui permet d'obtenir les bits b_1 et b_2 avec probabilité 100%. (5 points)
4. Si Alice et Bob partagent initialement un état $|\Psi^-\rangle$ (plutôt que $|\Phi^+\rangle$), est-il possible pour Bob de récupérer les bits b_1 et b_2 en effectuant un post-traitement classique sur ses deux bits de mesure ? (5 points)