Częstotliwościowe kryteria stabilności

Adrian Jałoszewski

21 marca 2017, godzina 12:30

1 Wstęp

Celem laboratorium było zapoznanie się z zastosowaniem częstotliwościowych kryteriów stabilności. Przykłady obejmowały kryterium Nyquista w zastosowaniu dla układu, który jest niestabilny bez sprzężenia zwrotnego, przypadku obiektu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem oraz zadania dodatkowego, gdzie należy wyznaczyć dla jakiego wzmocnienia układ znajduje się na granicy stabilności.

2 Wykonanie

2.1 Zadanie 2.1

Transmitancja jest zadana jako:

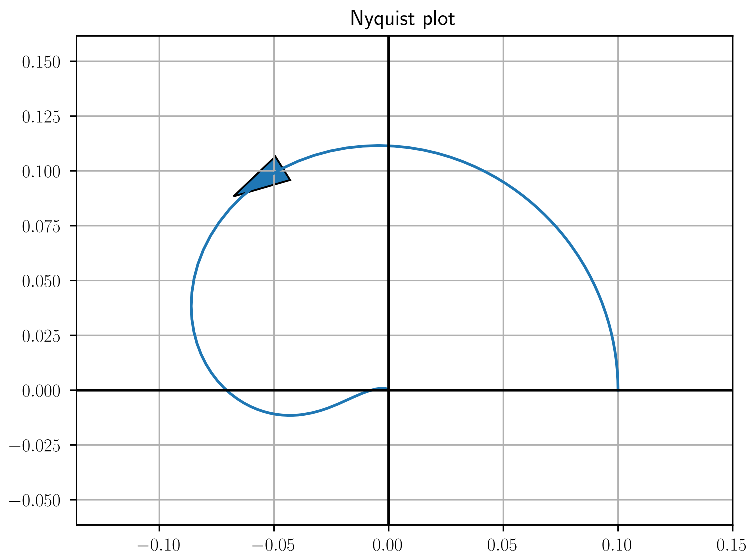
$$G_0(s) = \frac{s+1}{0,01s^4 + 0,5s^3 + 3s^2 - 10s + 10}$$

Należy wyznaczyć krytyczne wartości współczynnika wzmocnienia K dla jakiego $K \cdot G_0(s)$ po zapięciu sprzężenia zwrotnego jest stabilne.

Najpierw sprawdzam pierwiastki wielomianu charakterystycznego układu aby sprawdzić ile z nich posiada dodatnią liczb rzeczywistą. Pierwiastki wielomianu:

$$M(s) = 0,01s^4 + 0,5s^3 + 3s^2 - 10s + 10$$

są w przybliżeniu następujące $s_0 \in \{-42,3443, -10,2412, 1,29278 \pm j \cdot 0,79665\}$. Dwa pierwiastki mają więc dodatnią część rzeczywistą, dlatego też przyrost $\Delta_{0 \leqslant \omega \leqslant \infty} \arg(1 + G_0(j\omega)) = \pi$.

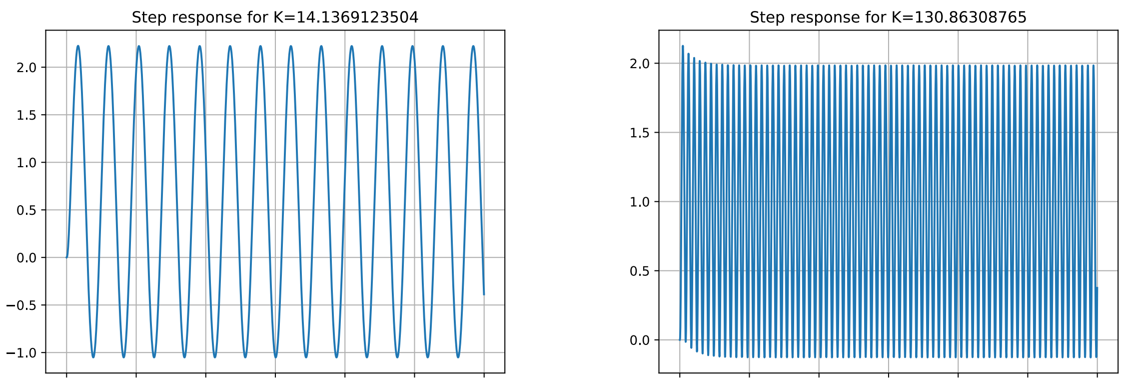


Rysunek 1: Wykres Nyquista dla $G_0(j\omega)$

Wykres ten oś rzeczywistą dla wartości rzeczywistych $-0,07074$ oraz $-0,007642$. Dlatego współczynnik K musi się znajdować w przedziale około:

$$K \in [14.14, 130.86]$$

Dowodem tego są oscylacje nietłumione dla dokładniej wyznaczonych wartości:



Rysunek 2: Odpowiedzi skokowe dla układu ze sprzężeniem zwrotnym

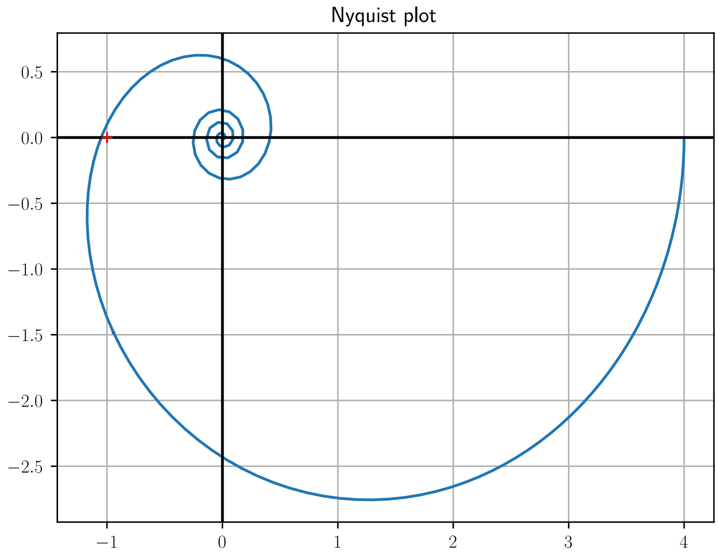
2.2 Zadanie 2.2

Transmitancja dana wzorem:

$$G(s) = \frac{4e^{-0.5s}}{s+1}$$

Podstawiając $s = j\omega$. I zapisując w postaci trygonometrycznej otrzymuję.

$$G(j\omega) = \frac{4}{1+\omega^2} \cdot (\cos 0.5\omega - \omega \cos 0.5\omega) - j(\sin 0.5\omega +)$$



Rysunek 3: Wykres Nyquista dla $G(j\omega)$

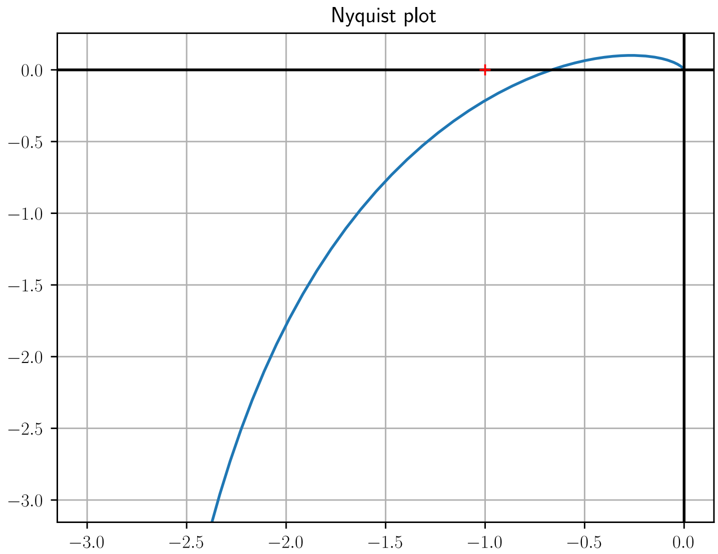
Układ jest niestabilny.

2.3 Zadanie dodatkowe

Zadanie dodatkowe polegało na wyznaczeniu wzmocnienia krytycznego dla układu o transmitancji:

$$G_0(s) = \frac{1}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

Gdzie w szczególnym przypadku $T_1 = 1$, $T_2 = 2$. Więc wszystkie pierwiastki wielomianu charakterystycznego są niedodatnie, więc wykres nie może obejmować punktu $(-1, j0)$



Rysunek 4: Wykres Nyquista dla $G_0(j\omega)$

Punkt przecięcia wykresu z osią rzeczywistą wypada w $-\frac{2}{3}$, dlatego też wzmocnienie krytyczne wynosi $K = 1,5$.

Do wyznaczenia miejsc zerowych ujemnych posłużyła następująca funkcja.

```
def extract_from_poly(num, den):
    numerator = np.poly1d(num)
    num_re, num_im = real_imag_poly(numerator)
    num_re, num_im = np.poly1d(num_re), np.poly1d(num_im)
    denominator = np.poly1d(den)
    den_re, den_im = real_imag_poly(denominator)
    den_re, den_im = np.poly1d(den_re), np.poly1d(den_im)
    multiplier = den_re - den_im * 1j
    new_num = num_re + num_im * 1j
    new_num *= multiplier
    new_num_im = np.poly1d(np.imag(new_num.coeffs))
    roots = np.roots(new_num_im)
    roots = [root for root in roots if root.real >= 0]
    print(roots)
    real_parts = np.polyval(new_num, roots) / \
        (np.polyval(den_re, roots) *
        np.polyval(den_re, roots) +
        np.polyval(den_im, roots) *
        np.polyval(den_im, roots))
    return np.array([x for x in real_parts.real if x < 0])
```

Posiłkowała się ona funkcją, która dzieli wielomian na jego część rzeczywistą i urojoną:

```
def real_imag_poly(polynomial: np.poly1d):
    pol = polynomial.coeffs
    rev = [x for x in reversed(pol)]
    sign = 1
    real_ans = []
    imag_ans = []
    for i in range(0, len(rev)):
```

```
        if i % 2 == 0:
            real_ans.append(rev[i] * sign)
            imag_ans.append(0)
        else:
            real_ans.append(0)
            imag_ans.append(rev[i] * sign)
            sign *= -1
    real_ans = [x for x in reversed(real_ans)]
    imag_ans = [x for x in reversed(imag_ans)]
    return real_ans, imag_ans
```

3 Wnioski