

Optymalizacja na kierunku			
Adrian Jałoszewski	8 III 2017	Środa 14:00	

1 Cel ćwiczenia

Ćwiczenie miało na celu pokazanie zastosowań optymalizacji na kierunku. Algorytmy używane do tego miały zostać wykorzystane do wyznaczenia minimum funkcji oraz do wyznaczania miejsc zerowych funkcji.

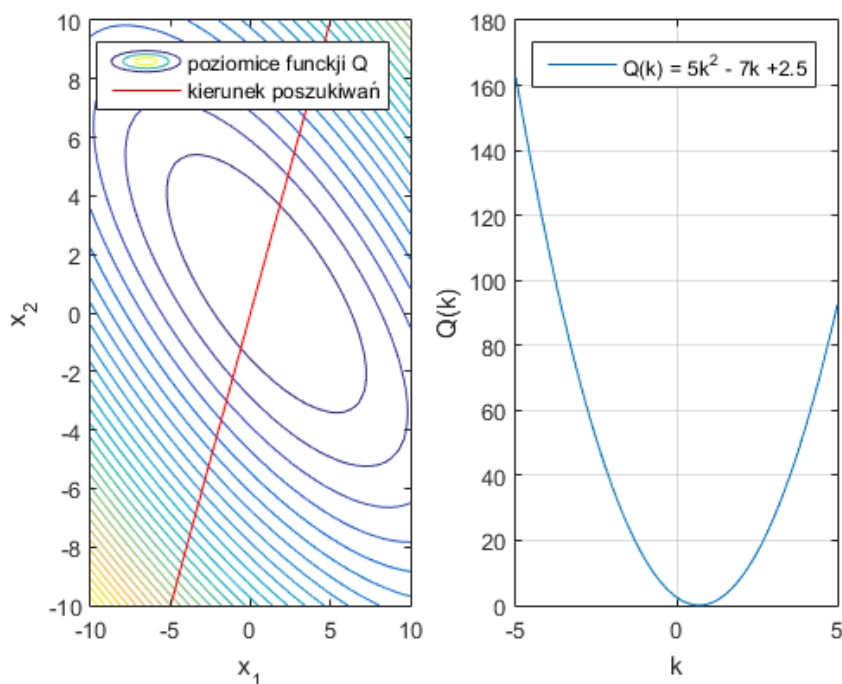
2 Przebieg ćwiczenia

2.1 Zadanie 1

Wzór analityczny funkcji celu w kierunku $d = [1 \ 2]^T$ jest dany wzorem:

$$Q(k) = 5k^2 - 7k + 2.5$$

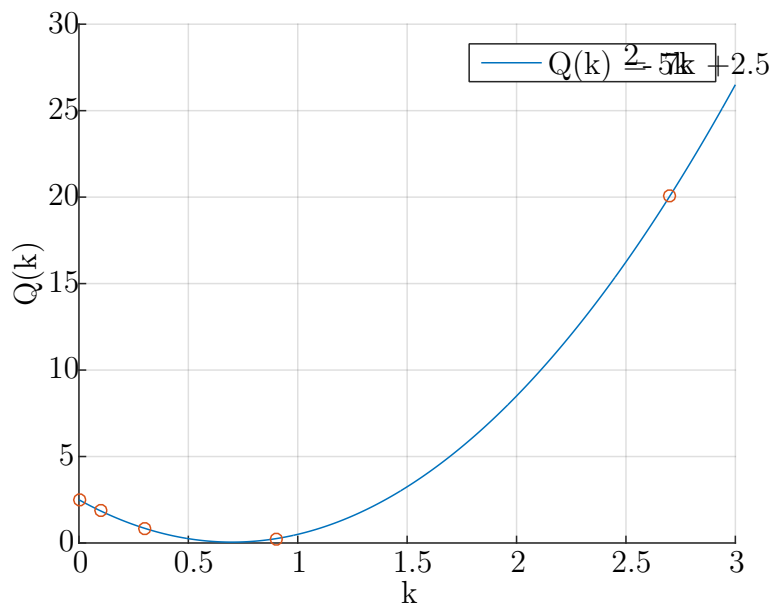
Funkcja ta jest parabolą o wierzchołku w punkcie $(x_w, y_w) = (0, 7, 0, 05)$. Jest to minimum funkcji.



Rysunek 1: Wykres poziomicowy i przekrój zaznaczony czerwoną linią

2.1.1 Metoda ekspansji

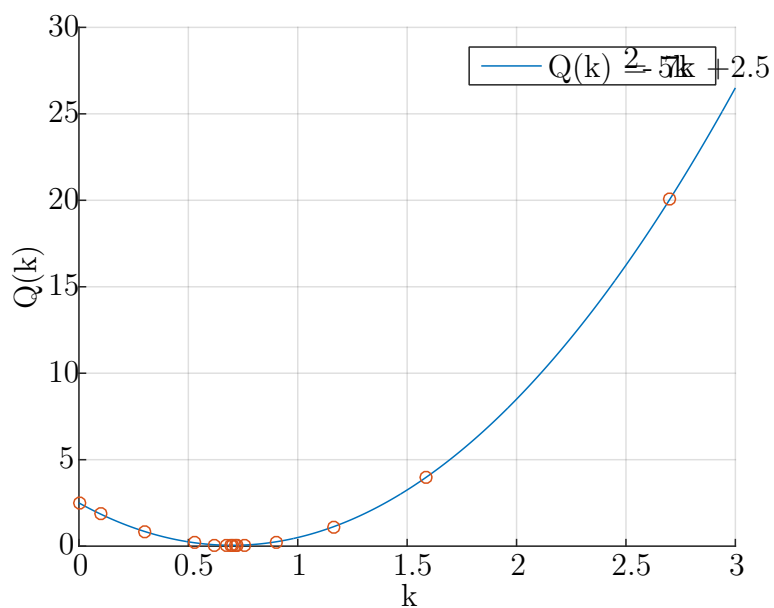
Poszukiwanie minimum metodą ekspansji zwróciło minimum dla $k = 0.9$ o wartości $Q(k) = 0.25$.



Rysunek 2: Poszukiwanie minimum metodą ekspansji

2.1.2 Metoda złotego podziału

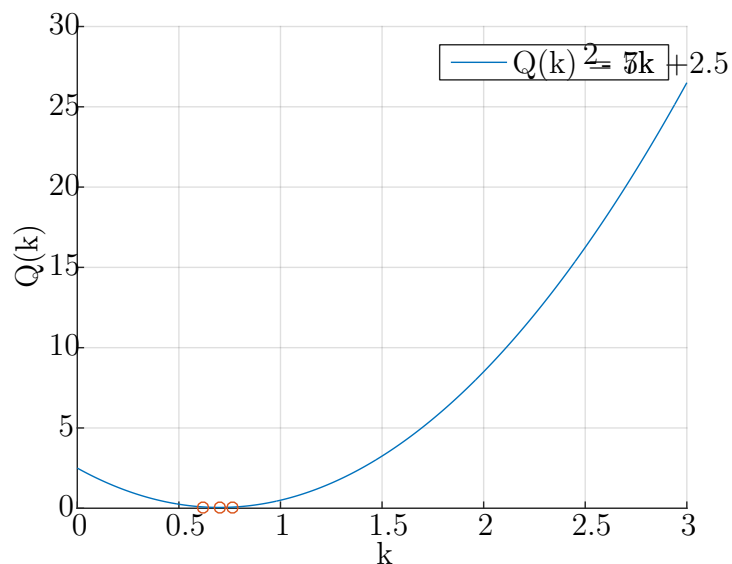
Poszukiwanie minimum metodą złotego podziału zwróciło minimum dla $k = 0.71$ o wartości $Q(k) = 0.0507$.



Rysunek 3: Poszukiwanie minimum metodą złotego podziału

2.1.3 Metoda Gaussa-Seidela

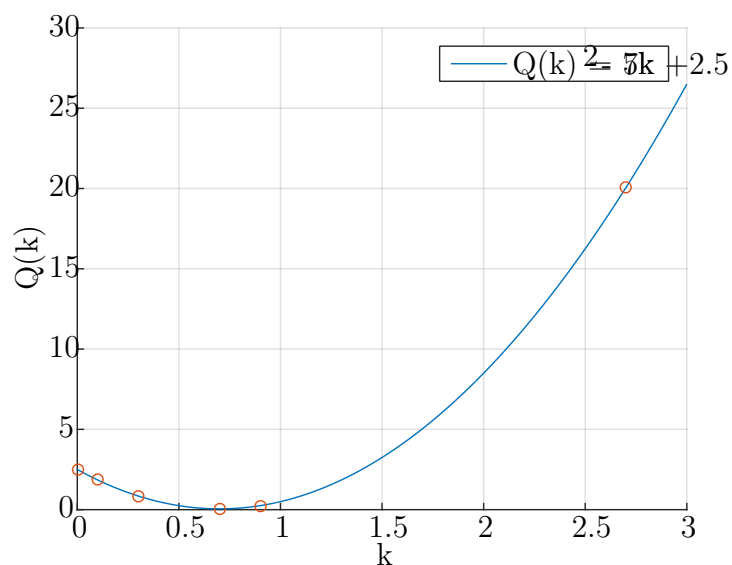
Poszukiwanie minimum metodą Gaussa-Seidela poszukiwania na prostej zwróciło minimum dla $k = 0.7$ o wartości $Q(k) = 0.05$.



Rysunek 4: Poszukiwanie minimum metodą Gaussa-Seidela

2.1.4 Aproksymacja paraboliczna II stopnia

Poszukiwanie minimum metodą aproksymacji parabolicznej II stopnia zwróciło minimum dla $k = 0.7$ o wartości $Q(k) = 0.05$.



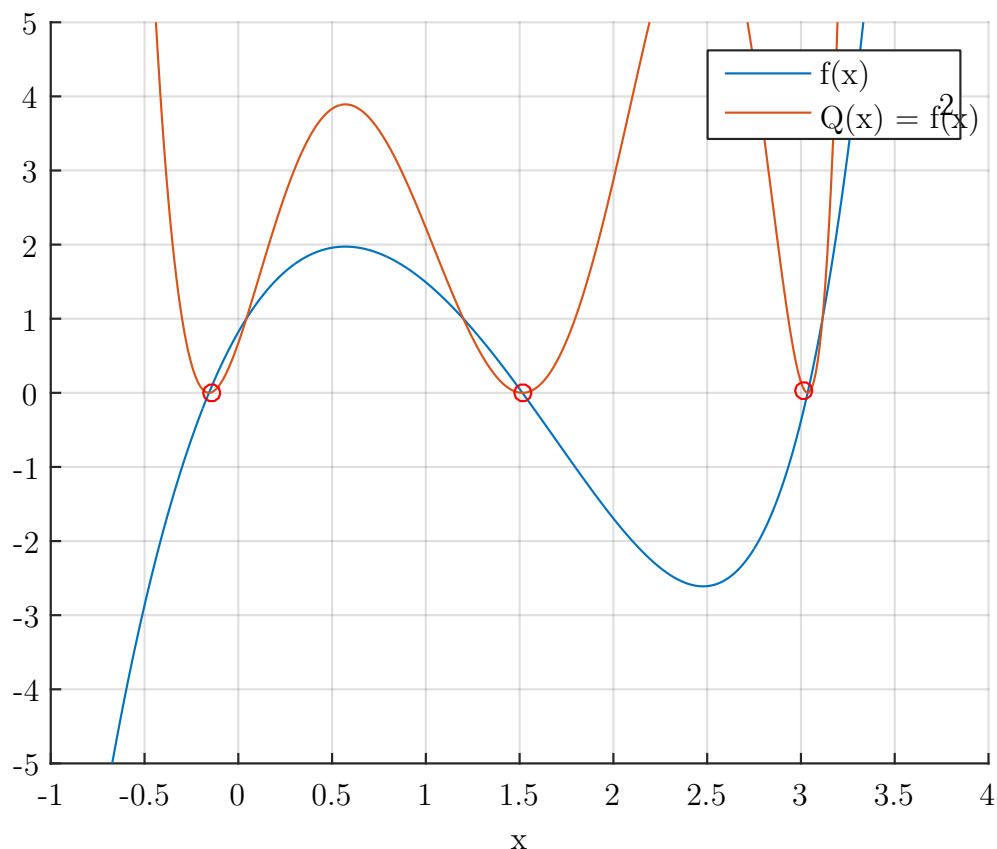
Rysunek 5: Poszukiwanie minimum metodą aproksymacji parabolicznej II stopnia

2.2 Zadanie 2

Wyznaczenie miejsc zerowych funkcji:

$$f(x) = xe^x + 1,54xe^{-x} - 3,5e^x - 5,38e^{-x} + 9,7$$

Dokonuje się tego poprzez minimalizację funkcji celu $Q(x) = f(x)^2$. Minima tej funkcji występują dla $x \in \{-0.1459, 1.5138, 3.01\}$ i są to również miejsca zerowe funkcji $f(x)$.

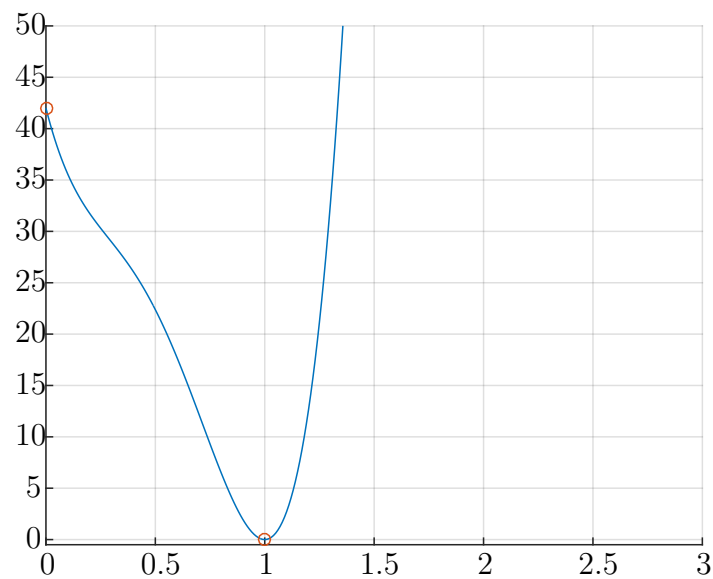


Rysunek 6: Miejsca zerowe znalezione przy pomocy minimalizacji

2.3 Zadanie 4

Przy szukaniu minimum funkcjonału w kierunku $d = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ otrzymuję wzór na funkcję $Q(x) = 190(x^2 - x)^2 + 42(x - 1)^2$, która posiada minimum $Q(x_{min}) = 0$ dla $k_{min} = 1$

Na wykresie są zaznaczone dwa punkty, które zostały odwiedzone w trakcie metody ekspansji. Dla punktu trzeciego współrzędna na osi odciętych była znacznie większa od pozostałych i zaćmiłaby wykres. Zostało znalezione minimum po jednym kroku.

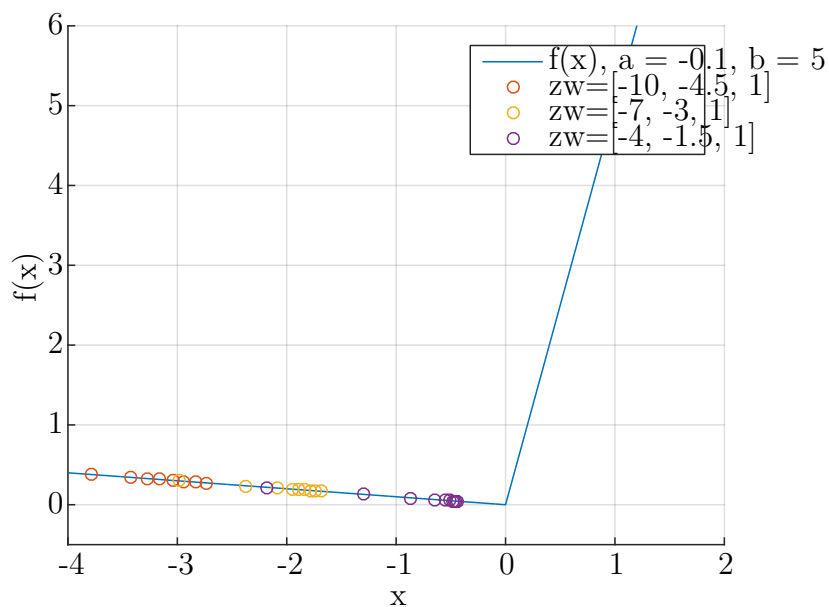


Rysunek 7: Poszukiwanie minimum metodą pięciokrotnej ekspansji

2.4 Zadanie 5

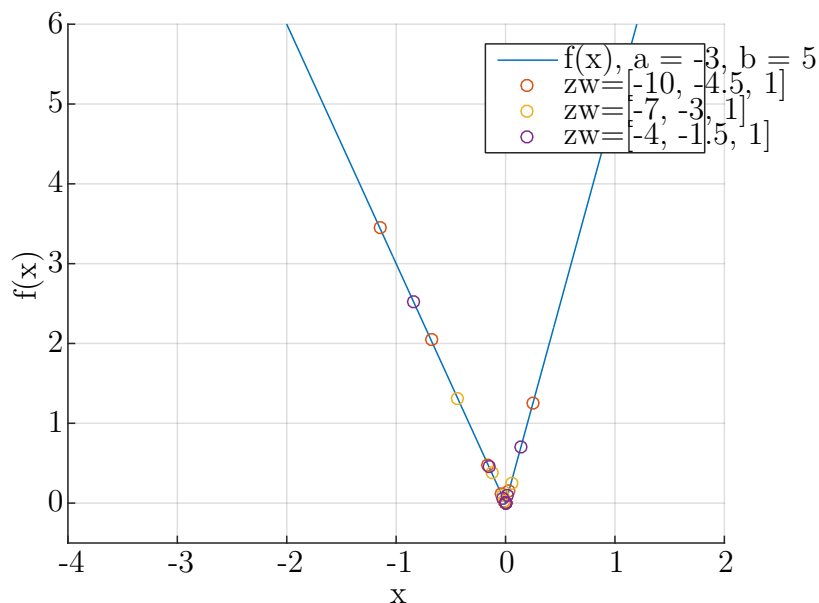
Rodzina funkcji zadanych jako $Q(x) = \max \{ax, bx\} = 0.5(a+b)x - 0.5(a-b)|x|$ dla $a \leq 0$ $b > 0$ nie posiada maksimum. Zakładam, że zadanie polega na tym samym, tyle, że dla przypadku minimalizacji.

Sprawdzam tempo zbieżności dla różnych przedziałów nieokreśloności dla a bliskiego zera.



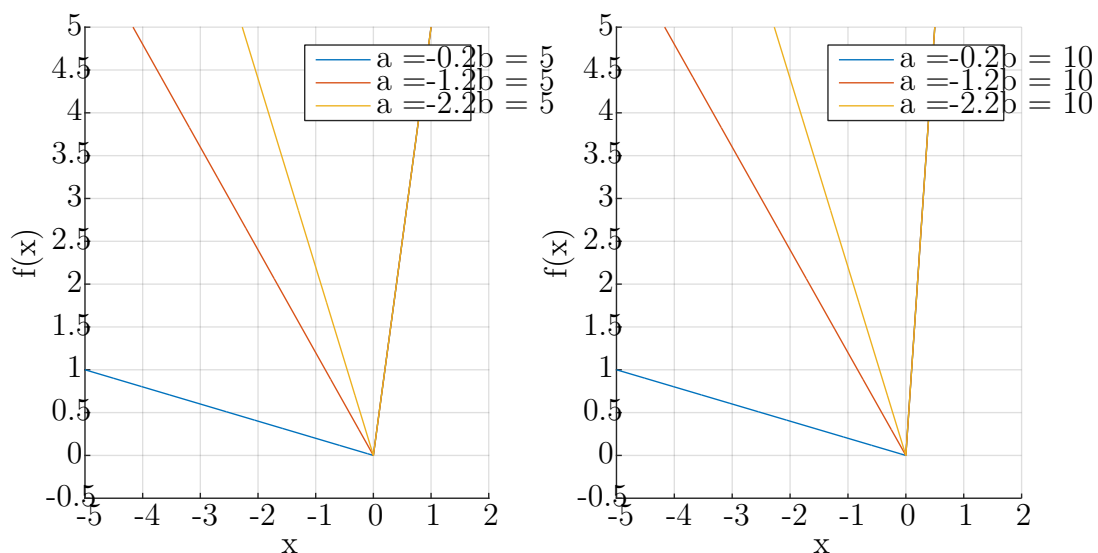
Rysunek 8: Zbieżność dla współczynnika $a \approx 0$

Sprawdzam tempo zbieżności dla różnych przedziałów nieokreśloności dla a mniejszego od zera.



Rysunek 9: Zbieżność dla współczynnika $a < 0$

Poniższe wykresy przedstawiają rodziny funkcji dla zadanego współczynnika b oraz zmiennego współczynnika a . Współczynnik a jest odpowiedzialny za kąt nachylenia półprostej dla ujemnych wartości, a b dla wartości dodatnich.



Rysunek 10: rodziny funkcji w zależności od zmiany współczynnika a i b

3 Wnioski z wykonanego ćwiczenia

3.1 Wnioski

3.1.1 Zadanie 1

Metoda ekspansji wypadła najgorzej ze wszystkich ze względu na to, że im bliżej minimum się znajduje tym bierze większy krok, co uniemożliwia zastosowanie jej w celach dokładnego wyznaczenia punktów.

Metoda złotego podziału znajduje szybko prawie dokładną wartość minimum.

Metoda Aproksymacji parabolicznej II stopnia znajduje wartości funkcji dla parametrów wokół minimum, aż znajdzie je dokładnie.

Metoda Gaussa-Seidela poszukiwania na prostej zwraca bardzo dokładny wynik, stosując szacowanie przedziału metodą ekspansji, a następnie stosując metodę aproksymacji parabolicznej II stopnia.

3.1.2 Zadanie 2

Minima funkcji celu są miejscami zerowymi wtedy, gdy są również miejscami zerowymi funkcji celu. W innym przypadku mogą to być również ekstrema funkcji, której miejsc zerowych szukamy, gdyż:

$$(f(x)^2)' = 2f(x) \cdot f'(x)$$

Pochodna kwadratu funkcji zeruje się więc w jej miejscach zerowych oraz ekstremach. Minimalizacja wychwytyje wtedy niektóre ekstrema (jeżeli funkcja dodatnia, to minima, jeżeli ujemna, to maksima) oraz miejsca zerowe funkcji.

3.1.3 Zadanie 5

Zależnie od parametru a mamy różne nachylenie półprostej dla argumentów ujemnych, a w zależności od parametru b inne nachylenie półprostej dla argumentów dodatnich.

Jeżeli mamy do czynienia z niewielkim nachyleniem półprostej, to zbieżność jest powolna. Jeżeli nachylenie jest większe, to dla tego samego przedziału nieoznaczoności zbieżność jest znacznie szybsza.

Im mniejszy przedział nieoznaczoności tym szybsza zbieżność.

3.2 Uwagi

W zadaniu drugim niejasne było analityczne wyznaczenie miejsc zerowych funkcji - zostały użyte wartości wyznaczone przy pomocy obliczeń komputerowych.

Część skryptów nie działała ze względu na dodany warunek w pliku `koszt.m`, który zgłaszał błąd w przypadku, gdy zmienna x miała rozmiar inny niż 1.

W zadaniu czwartym zostało użyte pojęcie „dokładność względna”. Nigdzie w skryptach nie występuje zmienna, którą można by było określić jako „dokładność względna”.