Regulator PID jako filtr

Adrian Jałoszewski

21 marca 2017, godzina 12:30

1 Wstęp

Celem laboratorium było zapoznanie się z regulatorami P, PI, PD oraz PID w dziedzinie częstotliwości, traktując je jako filtry. Oprócz tego należało zaprojektować filtr pasmowoprzepustowy.

2 Wykonanie

Aby móc sensownie dopasować rozważać regulatory w kategoriach filtrów należy zapisać ich transmitancje w postaci ułamku - licznika i mianownika, oraz współczynnika K:

$$G_r(s) = K\frac{L(s)}{M(s)}$$

Następnie należy przedstawić zarówno licznik jak i mianownik w postaci iloczynowej, jednak w przypadku regulatora PID nie zawsze jest to możliwe, gdyż miejsca zerowe mogą być zespolone sprzężone. Wtedy licznik należy zostawić w postaci funkcji kwadratowej.

Na podstawie zer i biegunów transmitancji można opisać jej zachowanie jako filtr. Każde zero zwiększa tempo wzrostu charakterystyki amplitudowej o 20dB na dekadę, a każdy biegun zmniejsza jej tempo wzrostu o 20dB na dekadę. Współczynnik K decyduje natomiast o jej przesunięciu.

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log K + 20\log|L(j\omega)| + 20\log\left|\frac{1}{M(j\omega)}\right|$$

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log K + 20\log|L(j\omega)| - 20\log|M(j\omega)|$$

Pojedynczy jednomian natomiast:

$$\omega \ll \frac{1}{T} \Rightarrow 20\log|jT\omega + 1| = 0$$

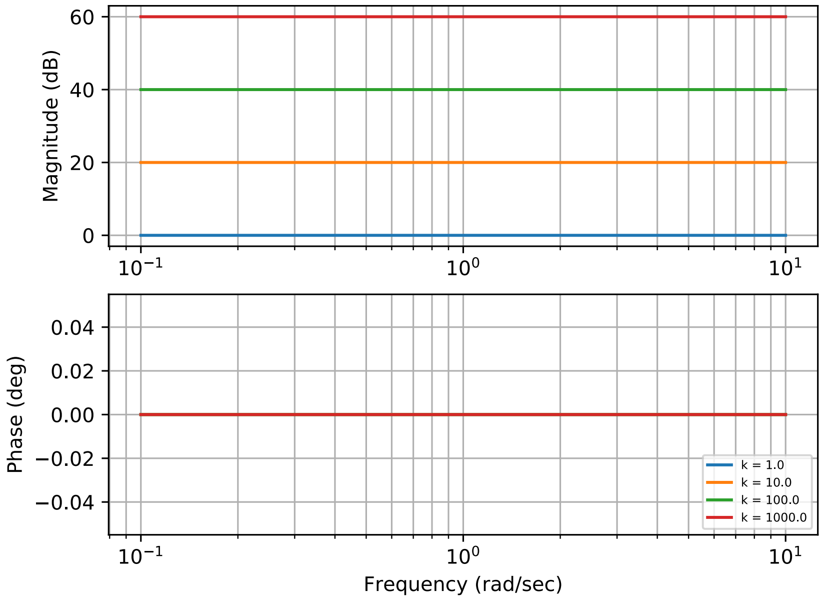
Dla pulsacji znacznie wyższych od $\frac{1}{T}$ natomiast wartość ta zbliża się do $20\log|jT\omega| = 20\log T + 20\log|j\omega|$. Pierwszy człon odpowiada za przesunięcie takie aby zgięcie te nastąpiło dla $\omega = \frac{1}{T}$, drugi natomiast odpowiada za wzrost o 20dB na dekadę, gdyż:

$$20\log 10\omega - 20\log\omega = 20\log 10 + 20\log\omega - 20\log\omega = 20$$

2.1 Regulator P

Ze względu na swoją transmitancję regulator P przepuszcza wszystkie pulsacje jednakowo.

$$G_P(s) = k$$

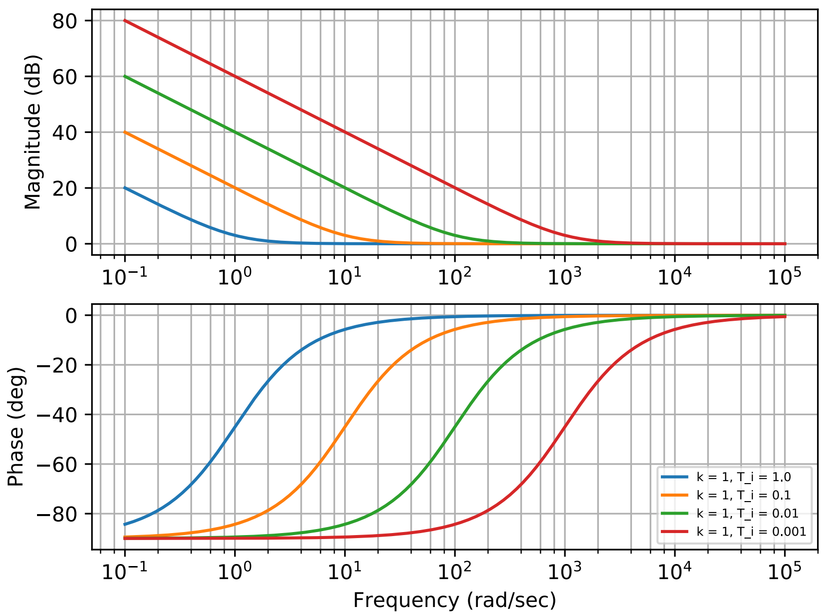


Rysunek 1: Charakterystyki bodego dla regulatora P

2.2 Regulator PI

Regulator PI jest filtrem dolnoprzepustowym, który przepuszcza pulsacje mniejsze od $\frac{1}{T_I}$.

$$G_{PI}(s) = k\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = \frac{k}{T_i} \cdot \frac{T_I s + 1}{s}$$

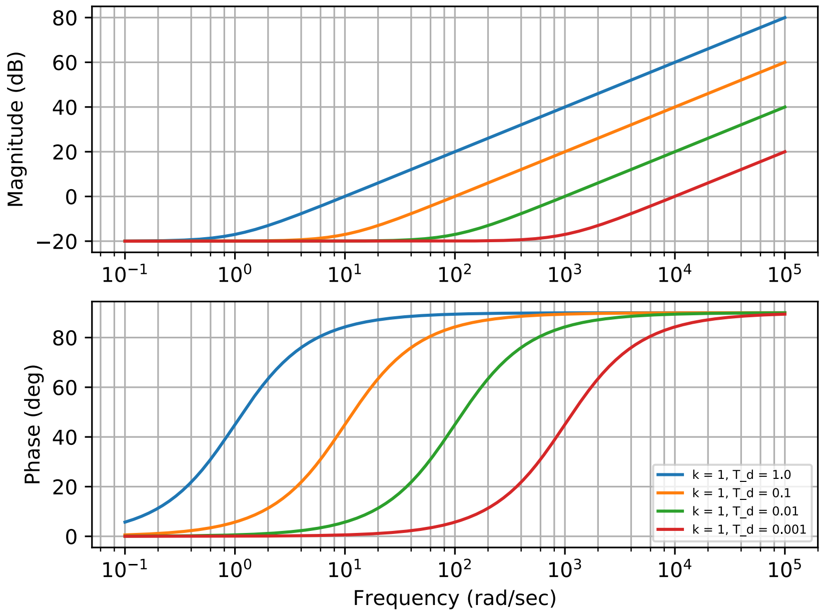


Rysunek 2: Charakterystyki bodego dla regulatora PI

2.3 Regulator PD

Regulator PD jest filtrem górnoprzepustowym, który dobrze przepuszcza pulsacji większe od $\frac{1}{T_D}$

$$G_{PD}(s) = k\left(1 + T_D s\right)$$

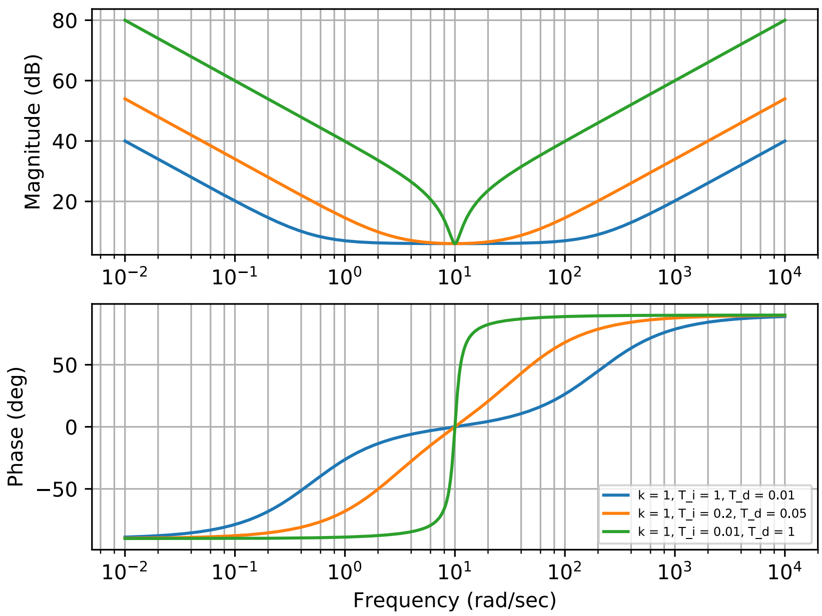


Rysunek 3: Charakterystyki bodego dla regulatora PD

2.4 Regulator PID

Regulator PID jest natomiast filtrem pasmowozaporowym, gdyż biegun transmitancji jest mniejszy niż może być jej zero (mamy do czynienia z funkcją kwadratową o współczynnikach dodatnich - pierwiastki jej mają część rzeczywistą mniejszą od 0, a więc moduł większy niż 0).

$$G_{PID}(s) = k\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = \frac{k}{T_i} \cdot \frac{T_D T_I s^2 + T_I s + 1}{s}$$



Rysunek 4: Charakterystyki bodego dla regulatora PID

2.5 Filtr pasmowoprzepustowy

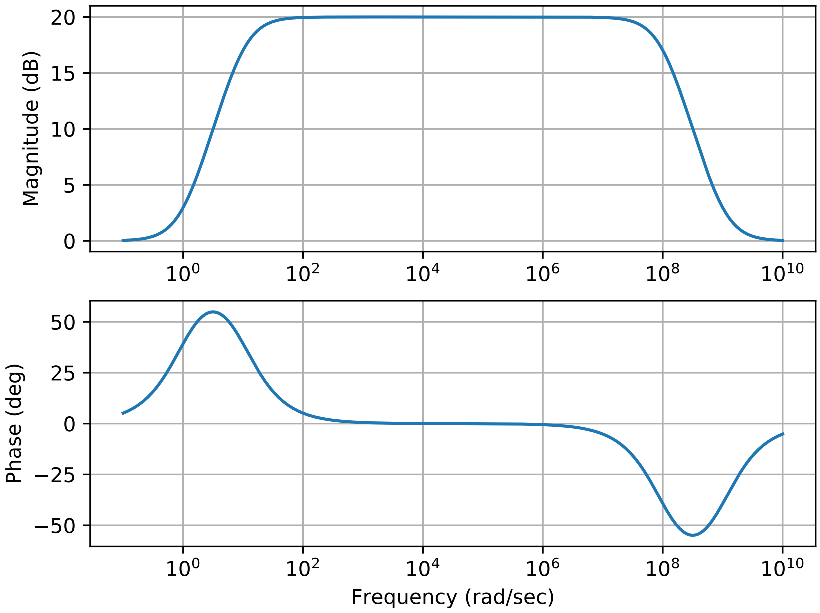
Filtr pasmowoprzepustowy musi mieć charakterystykę amplitudową zmieniającą się w trzech miejscach - miejsce, gdzie zaczyna narastać, gdzie wzrost jej hamuje oraz miejsce gdzie wartość zaczyna maleć. Dlatego jej transmitancja jest dana wzorem:

$$G(s) = K \cdot \frac{(T_1 s + 1)(T_4 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

gdzie $T_1 < T_2 < T_3 < T4$, a w najlepszym przypadku $\frac{T2}{T1} = \frac{T3}{T4}$, wtedy charakterystyka amplitudowa rośnie równie długo (w myśli dekad) jak opada.

Przykładem takiego filtru pasmowoprzepustowego jest:

$$G(s) = \frac{(1s + 1)(10^{-9}s + 1)}{(0.1s + 1)(10^{-8}s + 1)}$$



Rysunek 5: Filtr pasmowoprzepustowy przepuszczający dla $\omega \in [10^1, 10^8]$

3 Wnioski