TUGAS BESAR 1 IF2123 ALJABAR LINEAR DAN GEOMETRI 2021/2022 SISTEM PERSAMAAN LINEAR, DETERMINAN, DAN APLIKASINYA







Kelompok 39:

Christine Hutabarat (1352005) Jeremy S.O.N. Simbolon (13520042) Angelica Winasta Sinisuka (13520097)

TEKNIK INFORMATIKA
SEKOLAH TEKNIK ELEKTRO DAN INFORMATIKA
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
BANDUNG
2021

BAB 1 DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Telah dipelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan (x = A - 1b), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

Buatlah pustaka dalam **Bahasa Java** untuk menemukan solusi SPL dengan metode eliminasi Gauss, metode Eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan, dan kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan *n* peubah dan *n* persamaan), menghitung determinan matriks dengan reduksi baris dan dengan ekspansi kofaktor, dan menghitung balikan matriks.

Spesifikasi program adalah sebagai berikut.

1. Program dapat menerima masukan (input) baik dari keyboard maupun membaca masukan dari file text. Untuk SPL, masukan dari keyboard ada tiga: m, n, koefisien a_{ij} , dan b_i . Masukan dari file berbentuk matriks augmented tanpa tanda kurung, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10 12 -3 7 8.3 11 -4 0.5 -10 -9 12 0

2. Untuk persoalan menghitung determinan dan matriks balikan, masukan dari keyboard adalah n dan koefisien a_{ij} . Masukan dari file berbentuk matriks, setiap elemen matriks dipisah oleh spasi. Misalnya,

3 4.5 2.8 10 -3 7 8.3 11 0.5 -10 -9 12

3. Untuk persoalan interpolasi, masukannya jika dari keyboard adalah n, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) , dan nilai x yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung. Misalnya jika titik-titik datanya adalah (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513), maka di dalam file text ditulis sebagai berikut:

8.0 2.0794 9.0 2.1972 9.5 2.2513

4. Untuk persoalan regresi, masukannya jika dari keyboard adalah n (jumlah peubah x), semua nilai-nilai x_{1i} , x_{2i} , ..., x_{ni} , nilai y_i , dan nilai-nilai x_k yang akan ditaksir nilai fungsinya. Jika masukannya dari file, maka titik-titik dinyatakan pada setiap baris tanpa koma dan tanda kurung.

- 5. Untuk persoalan SPL, luaran (output) program adalah solusi SPL. Jika solusinya tunggal, tuliskan nilainya. Jika solusinya tidak ada, tuliskan solusi tidak ada, jika solusinya banyak, maka tuliskan solusinya dalam bentuk parametrik (misalnya $x_4 = -2$, $x_3 = 2s t$, $x_2 = s$, dan $x_1 = t$.)
- 6. Untuk persoalan determinan dan matriks balikan, maka luarannya sesuai dengan persoalan masing-masing
- 7. Untuk persoalan polinom interpolasi dan regresi, luarannya adalah persamaan polinom/regresi dan taksiran nilai fungsi pada x yang diberikan.
- 8. Luaran program harus dapat ditampilkan pada layar komputer dan dapat disimpan ke dalam file.
- 9. Bahasa program yang digunakan adalah Java.
- 10. Program tidak harus berbasis GUI, cukup text-based saja, namun boleh menggunakan GUI (memakai kakas Eclipse misalnya).
- 11. Program dapat dibuat dengan pilihan menu. Urutan menu dan isinya dipersilakan dirancang masing-masing. Misalnya, menu: MENU 1. Sistem Persamaaan Linier 2. Determinan 3. Matriks balikan 4. Interpolasi Polinom 5. Regresi linier berganda 6. Keluar Untuk pilihan menu nomor 1 ada sub-menu lagi yaitu pilihan metode: 1. Metode eliminasi Gauss 2. Metode eliminasi Gauss-Jordan 3. Metode matriks balikan 4. Kaidah Cramer Begitu juga untuk pilihan menu nomor 2 dan 3.

BAB 2 LANDASAN TEORI

1. Eliminasi Gauss

Elminasi Gauss merupakan salah satu metode untuk mendapatkan solusi dari suatu persamaan linear menggunakan matriks dengan menerapkan Operasi Baris Elemneter (OBE) pada matriks augmented SPL sampai terbentuk matriks eselon baris. Contohnya seperti berikut

$$3x_1 + 4x_2 - 8x_3 = 6$$

$$5 - 3x_2 - 6x_3 = 2$$

$$4x_1 + 9x_2 - 7x_3 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & -8 & | 6 \\ 5 & -3 & -6 & | 2 \\ 4 & 9 & -7 & | 3 \end{bmatrix}$$

Dalam metode ini, dilakukan OBE terhadap matriks augmented sehingga didapat eselon baris, yaitu matriks segitiga atas dengan dengan elemen $M_{ii} = 1$ sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 1 & 4/3 & -8/3 & 2 \\ 0 & 1 & -22/29 & 24/29 \\ 0 & 0 & 1 & -233/29 \end{bmatrix}$$

Kemudian diperoleh solusi SPL dari matriks eselon baris di atas adalah

$$x_1 + \left(\frac{4}{3}\right)x_2 - \left(\frac{8}{3}\right)x_3 = 2 \dots (1)$$

$$x_2 - \left(\frac{22}{29}\right)x_3 = \frac{24}{29} \dots (2)$$

$$x_3 = -\frac{233}{29} \dots (3)$$

Solusi akhir setelah dilakukan teknik penyulihan mundur adalah

$$x_1 = -\frac{218}{187}$$
, $x_2 = -\frac{2}{17}$, $x_3 = -\frac{233}{187}$

2. Eliminasi Gauss-Jordan

Metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan lanjutan dari eliminasi Gauss dan proses yang dilakukan dalam kedua metode tersebut pun sama. Perbedaan dari kedua metode ini terletak pada hasil akhirnya, di mana metode eliminasi Gauss-Jordan memiliki hasil akhir berupa matriks eselon baris tereduksi sedangkan eliminasi Gauss berhenti saat telah terbentuk matriks eselon baris. Matriks eselon baris tereduksi memiliki sifat yang sama dengan matriks eselon baris, dengan tambahan sifat yaitu pada setiap kolom yang memiliki *leading one*, elemen lain dalam kolom tersebut bernilai nol. Berikut adalah beberapa contoh dari matriks eselon tereduksi.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Determinan Matriks

Determinan dari suatu matriks persegi dapat dicari dengan beberapa cara. Cara yang pertama adalah dengan melakukan ekspansi kofaktor. Dalam metode ini, determinan dari sebuah matriks didefinisikan sebagai hasil penjumlahan dari minor dan kofaktor yang saling bersesuaian. Sebagai contoh, diberikan matriks A yang berukuran 3x3.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Akan digunakan kolom pertama sebagai acuan. Maka det(A) dapat dihitung seperti sebagai berikut

$$det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-2) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-4) + 2(-2) + 5(3)$$

$$= -12 - 4 + 15$$

$$= -1$$

Nilai determinan akan tetap sama, terlepas dari baris ataupun kolom yang dijadikan acuan dalam perhitungan.

Cara yang kedua adalah dengan melakukan operasi baris elementer dan mengubah matriks menjadi matriks segitiga atas. Pada matriks segitiga atas, semua elemen yang berada di bawah diagonal utama bernilai nol. Determinan kemudian diperoleh dengan cara mengalikan semua elemen yang berada pada diagonal utama. Akan dicari kembali determinan dari matriks A menggunakan metode yang kedua ini.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{10}{3} & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{10}{3} & 3 \\ 0 & \frac{7}{3} & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{10}{3} & 3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times \left(-\frac{10}{3}\right) \times \frac{1}{10}$$

$$= -1$$

$$R2 + \frac{2}{3}R1$$

$$R3 - \frac{5}{3}R1$$

$$R3 + \frac{7}{10}R2$$

4. Matriks Balikan

Misalkan diberikan suatu matriks A. Matriks balikan dari A dapat dicari dengan menggunakan rumus

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

Di mana det(A) merupakan determinan matriks A dan adj(A) merupakan matriks adjoin dari A. Matriks adjoin A adalah hasil transpose dari matriks kofaktor A. Berdasarkan rumus tersebut, dapat dilihat bahwa jika determinan matriks A bernilai nol, maka matriks A tidak dapat dibalikkan.

5. Matriks Kofaktor dan Adjoint Matriks

Misalkan ada sebuah matiks A. Matriks ini berukuran $n \times n$ dan C_{ij} merupakan kofaktor dari a_{ij} (elemen matriks posisi ij). yang dituliskan dengan

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

 C_{ij} merupakan kofaktor elemen a_{ij} dan M_{ij} merupakan minor dari elemen a_{ij} . Dengan demikian didapatkan kofaktor matriks A missal dengan ukuran 3×3 adalah sebagai berikut

$$kof (A) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} M_{11} & -M_{12} & M_{13} \\ -M_{21} & M_{22} & -M_{23} \\ M_{31} & -M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

Adjoint matriks A adalah transpose matriks kofaktor A.

6. Kaidah Cramer

Ax = B merupakan SPL dengan m buah persamaan dan n variabel seperti $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ berbentuk:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots &\vdots &\vdots &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

Dapat juga diubah dalam bentuk perkalian matriks

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$A \qquad \mathbf{x} \qquad \mathbf{b}$$

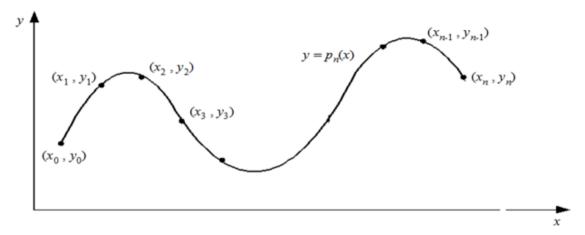
Apabila $det(A) \neq 0$, maka SPL memiliki solusi unik, seperti berikut

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \qquad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Dimana A_i merupakan matriks yang didapat dengan menggantikan b pada kolom I matriks A.

7. Interpolasi Polinomial

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) . Tentukan polinom $p_n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga yi = $p_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, ..., n.



Setelah polinom interpolasi p_n (x) ditemukan, p_n (x) dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0, x_n]$.

Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) . adalah berbentuk p_n $(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) , maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah p1(x) = a0 + a1x yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , dan (x_0, y_0) , maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_{1x} + a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , dan (x_3, y_3) , polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat

polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom p_n (x) = $aa_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ untuk i = 0, 1, 2, ..., n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$

Interpolasi polinomial dimanfaatkan untuk mencari titik antara dari n buah titik menggunakan fungsi polinomial berderajat n-1. Setiap titik (x_n, y_n) pada persamaan polinomial akan memenuhi persamaan umum polinomial berikut

$$y_n = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_{n-1} x_n^{n-1}$$

Untuk menentukan koefisien-koefisien x, dapat digunakan fakta bahwa titik-titik pada polinom tersebut juga memenuhi sistem persamaan garis berikut.

$$a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_{n-1} x_1^{n-1} = y_1$$

$$a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_{n-1} x_2^{n-1} = y_2$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_{n-1} x_n^{n-1} = y_n$$

Sistem persamaan linier di atas dapat diselesaikan menggunakan metode eliminasi Gauss.

8. Regresi Linear Berganda

Regresi linear berganda adalah salah satu metode yang digunakan untuk mencari hubungan antara beberapa variabel independen x terhadap respons y. Model regresi linear berganda adalah sebagai berikut.

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki}$$

Dapat diturunkan bahwa titik-titik pada persamaan di atas memenuhi sistem persamaan berikut.

$$nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} + \cdots + b_k \sum_{i=1}^n x_{ki}^2 = \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i$$

Sistem persamaan di atas dapat diselesaikan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB 3 IMPLEMENTASI PROGRAM

Terdapat beberapa kelas yang digunakan berdasarkan kegunaannya dengan metode dan atribut sebagai berikut

3.1. Class Matrix

3.1.1 Atribut

```
double[][] contents
// Berisi elemen-elemen dari matriks
int row
// Jumlah baris dari matriks
int col
// Jumlah kolom dari matriks
```

3.1.2 Method

```
Matrix createMtr(int a, int b)
// Membuat matriks kosong berukuran a x b
void readMtr (Matrix m)
// I.S. Menerima matriks yang sudah dialokasikan memorinya
// F.S. Mengembalikan matriks yang sudah terisi
// Proses: Pengisian matriks
void displayMtr (Matrix m)
// I.S. Menerima matrix
// F.S. Display ke screen matriksnya
int countZero (Matrix m, int i)
// Mengembalikan jumlah nol di awal baris ke-i suatu matriks
boolean isSquare(Matrix m)
// Mengembalikan true jika matriks m berukuran n x n, apabila tidak,
menghasilkan false
int rowtoSwap (Matrix m, int i)
// Mengembalikan baris di bawah baris ke-i yang jumlah leading zeronya
lebih sedikit atau sama dengan i
void swapRow(Matrix m, int a, int b)
// I.S. Menerima bentuk matriks m yang sudah terisi dan variabel a dan b
sebagai indeks baris
// F.S. Menukar baris m[a] dengan m[b]
void segitigaAtas (Matrix m, double[] det)
// I.S. Matriks merupakan matriks persegi dan menerima det untuk
dilakukan perkalian -1 apabila terjadi swapRow satu kali
// F.S. Menghasilkan matriks segitiga atas
```

double determinant (Matrix m) Mengembalikan determinan dari matriks m boolean isZeroRow (Matrix m, int i) // mengembalikan true jika semua elemen pada baris i bernilai nol, false jika tidak boolean isZeroCol (Matrix m, int j) // mengembalikan true jika semua elemen pada kolom j bernilai nol, false jika tidak Matrix signCofactorFunction(Matrix main) // mengembalikan matriks dengan tanda kofaktor yang telah disesuaikan Matrix CofactorFunction(Matrix main) // Mengembalikan matrikx main yang berisi elemen kofaktornya Matrix transpose(Matrix main) // Menukar baris dengan kolom matriks sesuai dengan urutannya kemudian //dikembalikan void inverseFunction(Matrix main, Matrix inverse) // I.S. Matriks main terisi dan bebas sizenya, Matriks inverse kosong d //an memiliki size yang sama dengan matriks main // F.S. Mengembalikan Matriks inverse yang sudah di-inverse dengan metode //adjoin void identity(Matrix m, Matrix mIdn) // I.S. Matriks m terdefinisi dan tidak kosong, Matriks mIdn matriks koson g yang memiliki size yang sama dengan matrix m // F.S. Matrikx mIdn menjadi matriks identity String crammer(Matrix m) // Pesan berupa string dikembalikan berdasarkan hasil proses // Proses: Membaca matriks kemudian diproses dengan metode crammer void sortRow (Matrix m) // mengurutkan baris berdasarkan jumlah leading zero dari yang terkecil hingga terbesar void gaussElim (Matrix m) // I.S. Matriks m terdefinisi dan tidak kosong // F.S. Dilakukan eliminasi Gauss pada matriks m, matriks m berupa matriks eselon void gaussJordanElim (Matrix m) // I.S. Matriks m terdefinisi dan tidak kosong // F.S. Dilakukan eliminasi Gauss-Jordan pada matriks m, matriks m berupa matriks eselon tereduksi String[] spl (Matrix m) // Membaca matriks augmented m kemudian mengembalikan hasil dari sistem persamaan linier void inversegauss (Matrix m) // I.S. Matriks m terdefinisi dan tidak kosong // F.S. Matriks m telah di-inverse dengan metode eliminasi Gauss double cofactordeterminant(Matrix m) // Menghasilkan determinan Matrix m dengan metode cofactor Matrix multiplyMatrix(Matrix m1, Matrix m2)

// Mengembalikan hasil perkalian matriks m1 dan m2
String matriksbalikan(Matrix m)

// Mengembalikan String hasil proses matriks augmented m berupa solusi
dari sistem persamaan linear

// Proses: Mengecek jika matriks m dapat dikerjakan dengan metode matriks
balikan, jika iya, mengembalikan solusi, jika tidak, mengeluarkan pesan
kesalahan

3.2 Class MatrixInterpolation

3.2.1 Method

Object[] createPolynomial(Matrix point_matrix, double num)
// Mengembalikan tuple yang berisi array string beranggotakan
solusi-solusi spl serta string fungsi hasil substitusi num

3.3 Class MatrixRegression

3.3.1 Method

double calcEstimation(Matrix point_list, double[] estimate_list)
// Menyubstitusi elemen estimate_list yang bersesuaian ke dalam hasil
regresi point_list dan mengembalikannya

3.4 Class MatrixFile

3.4.1 Method

```
Matrix readMatrixFile()
// membaca dan memproses matriks dari sebuah file bertipe .txt, kemudian
 mengembalikan objek Matrix
void displayMatrixFile(Matrix matrix)
// I.S. Diberikan Matrix matrix dan file target
// F.S. Matriks telah dituliskan ke dalam file target
Object[] readInterpolationFile()
// Membaca masukan pengguna dari file serta mengembalikan tuple berisikan
// matriks titik interpolasi dan nilai yang ingin ditaksir
void displayInterpolationFile(String result, String function result)
// I.S. Diberikan hasil interpolasi dan file target
// F.S. Hasil interpolasi telah dituliskan ke dalam file target
Object[] readRegressionFile()
// Membawa masukan pengguna dari file serta mengembalikan tuple berisikan
// matriks titik-titik yang akan diregresikan dan array nilai-nilai yang
// akan digunakan dalam penaksiran
void displayRegressionFile(double estimate result)
// I.S. Diberikan hasil regresi linier dan file target
// F.S. Hasil regresi linier telah dituliskan ke dalam file target
File ensureDirectoriesExist()
// Memastikan direktori serta file yang dituju dalam proses input output
// siap dipakai; mengembalikan path dari file yang dituju
void displaySPLResFile (String[] splRes)
// I.S. Diberikan hasil SPL dan file target
// F.S. Hasil SPL telah dituliskan ke dalam file target
void displayDetFile (double det)
// I.S. Diberikan nilai determinan matriks dan file target
// F.S. Determinan matriks telah dituliskan ke dalam file target
void displayCramer (Matrix m)
// I.S Diberikan hasil pesan yang dikeluarkan hasil metode Crammer
```

- //F.S. Pesan proses metode crammer telah dituliskan ke dalam file target
 void displaymatrixbalikan(Matrix m)
- //I.S. Diberikan hasil pesan yang dikeluarkan hasil SPL metode matrix
 //balikan
- //F.S. Pesan berupa solusi atau error telah dituliskan ke dalam file target

3.5 Class MatrixTerminal

3.5.1 Method

```
Matrix readMatrixTerminal()
// membaca matriks melalui input terminal
void displayMatrixTerminal(Matrix matrix)
// I.S. Diberikan matriks matrix
// F.S. Matriks ditampilkan pada terminal
Object[] readInterpolationTerminal()
// Membaca masukan pengguna dari terminal serta mengembalikan tuple
// berisikan matriks titik interpolasi dan nilai yang ingin ditaksir
void displayInterpolationTerminal(String result, String function_result)
// I.S. Diberikan hasil interpolasi
// F.S. Hasil interpolasi ditampilkan pada terminal
Object[] readRegressionTerminal()
// Membawa masukan pengguna dari terminal serta mengembalikan tuple
// berisikan matriks titik-titik yang akan diregresikan dan array nilai-
// nilai yang akan digunakan dalam penaksiran
void displayRegressionTerminal(double estimate result)
// I.S. Diberikan hasil regresi linier
// F.S. Hasil regresi liner ditampilkan pada terminal
void displaySPLResTerminal (String[] splRes)
// I.S. Diberikan hasil SPL
// F.S. Hasil SPL ditampilkan pada terminal
void displayDetTerminal (double det)
// I.S. Diberikan nilai determinan matriks
// F.S. Determinan matriks ditampilkan pada terminal
```

3.6 Class MatrixCalculator

3.6.1 Method

```
void main(String[] args)
// I.S. Sembarang
// F.S. Kalkulator selesai digunakan
void mainMenu()
// I.S. Sembarang
// F.S. Ditampilkan daftar operasi yang dapat dilakukan kalkulator
void linearMenu()
// I.S. Pengguna memilih menu untuk menyelesaikan sistem persamaan linier
pada main menu
// F.S. Hasil SPL ditampilkan berdasarkan metode penyelesaian yang dipilih
pengguna
void determinantMenu()
// I.S. Pengguna memilih menu untuk mencari determinan matriks
// F.S. Nilai determinan matriks dicari menggunakan metode pilihan pengguna
```

```
void inverseMenu()
// T.S. Bonggung m
```

- // I.S. Pengguna memilih menu untuk mencari matriks balikan
- // F.S. Matriks balikan dicari dan ditampilkan berdasarkan metode pilihan
 pengguna

void polynomialMenu()

- // I.S. Pengguna memilih menu untuk mencari hasil interpolasi polynomial
- // F.S. Hasil interpolasi telah dicari dan ditampilkan/ditulis ke dalam
 file

void regressionMenu()

- // I.S. Pengguna memilih menu untuk mencari hasil regresi linier
- // F.S. Hasil regresi telah dicari dan ditampilkan/ditulis ke dalam file
 int inputMenu()
- // Menampilkan pilihan metode input dan mengembalikan pilihan pengguna
 int outputMenu()
- // Menampilkan pilihan metode output dan mengembalikan pilihan pengguna

3.7 Garis Besar Program

Program ini dibuat dengan dasar mempunyai fitur untuk menghitung solusi sistem persamaan linear, determinan, inverse, interpolasi polinomial, dan regresi linear ganda. Saat memulai program, user akan masuk main menu, kemudian diarahkan untuk memilih dari metode apa yang diinginkan. untuk menyelesaikan masalah tertentu. User akan disuruh untuk memilih jenis input antara file dan keyboard. Setelah user memasukkan angkanya, program akan mengeluarkan hasil kalkulasi berdasarkan jenis permasalahannya.

BAB 4 EKSPERIMEN

No	Subno	Hasil Eksperimen	Hasil Analisis
	a	Input choice (number): 1 List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule 5. Back Input method (number): 2 Choice of input: 1. Terminal 2. File Input choice (number): 2 Input file name: testcase1a Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 1.000000 0.000000 0.000000 0.666667 0.000000 0.000000 1.000000 0.000000 -2.666667 0.000000 0.000000 0.000000 1.000000 -1.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 1.000000 Sistem persamaan linear tidak memiliki solusi.	Dengan menggunakan metode Gauss elimination, SPL kasus 1a tidak memiliki solusi
1	b	List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule 5. Back Input method (number): 2 Choice of input: 1. Terminal 2. File Input file name: testcase1b Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 1.000000 0.000000 0.000000 0.000000 -1.000000 3.000000 0.000000 1.000000 0.000000 0.000000 -2.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000	Dengan metode Gauss- Jordan Elimination, solusi SPL kasus 1b ialah $x_1 = 3 + x_5$ $x_2 = 2x_5$ $x_3 = free$ $x_4 = -1 + x_5$ $x_5 = free$

```
List of methods:
                                                                                  Dengan metode Gauss
          1. Gaussian Elimination
                                                                                  Elimination, solusi SPL
          2. Gauss-Jordan Elimination
          3. Matrix Inversion
4. Cramer's Rule
                                                                                  kasus 1c ialah
          5. Back
                                                                                          x_1 = free
          Input method (number) : 1
          Choice of input:
                                                                                          x_2 = 1 - x_6

    Terminal
    File

                                                                                          x_3 = free
                                                                                          x_4 = -2 - x_6
          Input choice (number): 2
         Input file name: testcase1c
Choice of output:
                                                                                          x_5 = 1 + x_6
          1. Terminal
                                                                                          x_6 = free
          2. File
          Output choice (number): 1
          x1 = free
x2 = 1.000000 - x6
          x3 = free
          x4 = -2.0000000 - x6
          x5 = 1.000000 + x6
          x6 = free
           1. Gaussian Elimination

    Gauss-Jordan Elimination
    Matrix Inversion

                                                                                  Dengan metode Matriks
          4. Cramer's Rule
5. Back
                                                                                  Balikan, solusi SPL kasus
                                                                                  1d ialah
           Input method (number) : 3
           Choice of input:

    Terminal
    File

                                                                                     x_1 = 35.995433
                                                                                     x_2 = -629.872733
           Input choice (number): 2
           Input Matrix to process the SPL AX = B by turning it into augmented matrix
                                                                                     x_3 = 3359.152744
           for example:
                                                                                     x_4 = -7557.821735
          2x - 3y = 3
x + 2y = 5
d1
                                                                                     x_5 = 7557.616819
          Augemented matrix form 2X3(row x colomn)
                                                                                     x_6 = -2771.067465
          2 -3 3
1 2 5
          Input file name: testcase1da
Choice of output:

    Terminal
    File

          Output choice (number): 1
x1 = 35.995433
x2 = -629.872733
x3 = 3359.152744
           x4 = -7557.821735
x5 = 7557.616819
           x6 = -2771.067465
```

```
List of methods:
1. Gaussian Elimination
                                                                         Dengan metode Crammer,
                2. Gauss-Jordan Elimination
                                                                         solusi SPL kasus 1d ialah

    Matrix Inversion
    Cramer's Rule

                                                                         x_1 = 99.992465
                Input method (number) : 3
                                                                         x_2 = -4949.530420
                Choice of input:

    Terminal
    File

                                                                         x_3 = 79192.146526
                                                                         x_4 = -600531.200679
                Input choice (number): 2
                                                                         x_5 = 2522205.430699
                Input Matrix to process the SPL AX = B by turning it into augmented matrix
                for example:
2x - 3y = 3
                                                                         x_6 = -6305460.309529
                                                                         x_7 = 9608252.007742
                Augemented matrix form 2X3(row x colomn)
                                                                         x_8 = -8750318.817217
       d2
               2 -3 3
1 2 5
                                                                         x_9 = 4375136.161652
                                                                         x_{10} = -923635.554759
                Input file name: testcase1db
                Choice of output:
                1. Terminal
                Output choice (number): 1
                x2 = -4949.530420
                x3 = 79192.146526
                x4 = -600531.200679
                x5 = 2522205.430699
                x6 = -6305460.309529
                x7 = 9608252.007742
                x8 = -8750318.817217
                x9 = 4375136.161652
                x10 = -923635.554759
                List of methods:
                                                                         Dengan metode Gauss-
                1. Gaussian Elimination
                                                                         Jordan Elimination, solusi
                2. Gauss-Jordan Elimination
                                                                         SPL kasus 2a ialah
                3. Matrix Inversion
                4. Cramer's Rule
                5. Back
                                                                          x_1 = -1.000000 + x_4
                                                                          x_2 = 2.000000x_3
                Input method (number): 2
                Choice of input:
                                                                          x_3 = free
                1. Terminal
                                                                          x_4 = free
                2. File
                Input choice (number): 2
                Input file name: testcase2a
2
        a
                Choice of output:
                1. Terminal
                2. File
                Output choice (number): 1
                1.000000 0.000000 0.000000 -1.000000 -1.000000
                0.000000 1.000000 -2.000000 0.000000 0.000000
                x1 = -1.0000000 + x4
                x2 = 2.0000000x3
                x3 = free
                x4 = free
```

		List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule 5. Back	Dengan metode Gauss- Jordan Elimination, solusi SPL kasus 2b ialah
		<pre>Input method (number) : 2 Choice of input: 1. Terminal 2. File</pre>	$x_1 = 0$ $x_2 = 2$ $x_3 = 1$
		<pre>Input choice (number): 2 Input file name: testcase2b</pre>	$x_4 = 1$
	b	Choice of output: 1. Terminal 2. File	
		Output choice (number): 1	
		1.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000	
		0.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000	
		Tout sheirs (suches) . 4	D 4 1 4 1
		Input choice (number) : 1 List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule	Dengan metode matriks balikan, solusi SPL kasus 3a ialah
		5. Back Input method (number) : 3	$x_1 = -0.224324$
		Choice of input: 1. Terminal 2. File	$x_2 = 0.182432$ $x_3 = 0.709459$
		Input choice (number): 2	$x_4 = -0.258108$
3	a	Input Matrix to process the SPL AX = B by turning it into augmented matrix for example: $2x - 3y = 3$ $x + 2y = 5$	
		Augemented matrix form 2X3(row x colomn) 2 -3 3 1 2 5	
		Input file name: testcase3a Choice of output: 1. Terminal 2. File	
		Output choice (number): 1 x1 = -0.224324 x2 = 0.182432 x3 = 0.709459 x4 = -0.258108	
		X4 = -0.236106	

		Input choice (number): 1	
	b	Imput choice (number): 1 List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule 5. Back Input method (number): 1 Choice of input: 1. Terminal 2. File Input choice (number): 2 Input file name: testcase3b Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 1.000000 0.000000 0.000000 0.000000 0.000000	Dengan metode eliminasi Gauss-Jordan, kasus 3b tidak memiliki solusi
4		Sistem persamaan linear tidak memiliki solusi. Input choice (number): ! List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 4. Cramer's Rule 5. Back Input method (number): ! Choice of input: 1. Ferminal 2. File Input choice (number): ! Input row size: ! Input matrix: 1. Terminal 2. File Choice of output: 1. Terminal 2. File Choice of output:	$x_1 = arus \ loop \ 1$ $x_2 = arus \ loop \ 2$ $x_3 = arus \ loop \ 3$ Diperoleh: $i_1 = x_1 = 0.5 \ A$ $i_2 = x_1 - x_2 = 0 \ A$ $i_3 = x_2 - x_3 = 0 \ A$ $i_4 = x_2 = 0.5 \ A$ $i_5 = x_3 = 0.5 \ A$ $i_6 = x_2 = 0.5 \ A$
5		Output choice (number): 1.000000 0.000000 0.000000 0.500000 0.000000 1.000000 0.000000 0.500000 x1 = 0.500000 x2 = 0.500000 x3 = 0.500000 x3 = 0.500000 List of methods: 1. Gaussian Elimination 2. Gauss-Jordan Elimination 3. Matrix Inversion 4. Cramer's Rule 5. Back Input method (number): 3 Choice of input: 1. Terminal 2. File Input choice (number): 1	Dengan menggunakan matriks metode balikan, didapatkan hasil sebagai berikut $x_1 = 14.444445$ $x_2 = 7.222222$ $x_3 = 10$

```
Welcome to Matrix Calculator!
                                                                                                                                    Diperoleh:
                                                                                                                                        f(0.2)
                                                                                                                                        \approx 0.0329613
                                                                                                                                        f(0.55)
                                                                                                                                        \approx 0.17111908
                                                                                                                                        f(0.85)
                                                                                                                                        \approx 0.33723658
                                                                                                                                        f(1.28)
                                                                                                                                        \approx 0.6775446
           Input number point:
           Input points:
6
     a

    Terminal
    File

          Output choice (number):
           \begin{array}{l} -0.022976 \ x^{\circ}0 + 0.239997 \ x^{\circ}1 + 0.197413 \ x^{\circ}2 + -0.000048 \ x^{\circ}3 + 0.026112 \ x^{\circ}4 + -0.000050 \ x^{\circ}5 + 0.000014 \\  & f(0.55) = 0.17111908 \end{array} 
          Choice of output:

    Terminal
    File

          Output choice (number):
          f(1.28) = 0.6775446
```

Dengan List of operations: 1. System of Linear Equations menggunakan 2. Determinant of Matrix Inverse of Matrix
 Polynomial Interpolation interpolasi polinom, didapatkan hasil 5. Multiple Linear Regression 6. Exit untuk kasus 2b adalah sebagai Input choice (number): 4 Choice of input: berikut: 1. Terminal 2. File *f* (7.516129) Input choice (number): 2 Input file name: testcase6ba ≈ 53534.55078125 Choice of output: f(7.32258)1. Terminal 2. File ≈ 46499.46875 Output choice (number): 1 *f* (9.1666667) 7189658216471.242000 x^0 + -9350004058993.094000 x^1 + 5335755560850.102000 x^2 + -1757276563260.703100 x^3 + 368640760971.040800 x^4 + -51143429292.710880 ≈ -664807.6796 x^5 + 4696794214.320051 x^6 + -275528781.137900 x^7 + 9374584.419448 x^8 + -14 f(10.032258)1018.352722 x^9 f(7.516129) = 53534.55078125 $\approx -2.50827837E8$ Prediksi 1 16 Juli 2021 Input value to be estimated: 7.322580 Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 $7189658216471.242000 \text{ x}^0 + -9350004058993.094000 \text{ x}^1 + 5335755560850.102000 \text{ x}^2$ $2 \; + \; -1757276563260.703100 \;\; x^3 \; + \; 368640760971.040800 \;\; x^4 \; + \; -51143429292.710880$ b $x^5 + 4696794214.320051 \ x^6 + -275528781.137900 \ x^7 + 9374584.419448 \ x^8 + -14$ 1018.352722 x^9 f(7.32258) = 46499.46875 Prediksi 2 10 Agustus 2021 Input value to be estimated: 9.1666667 Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 7189658216471.242000 x^0 + -9350004058993.094000 x^1 + 5335755560850.102000 x^ 2 + -1757276563260.703100 x^3 + 368640760971.040800 x^4 + -51143429292.710880 x^5 + 4696794214.320051 x^6 + -275528781.137900 x^7 + 9374584.419448 x^8 + -14 1018.352722 x^9 f(9.1666667) = -664807.6796875Prediksi 3 5 September 2021 Input value to be estimated: 10.032258 Choice of output: 1. Terminal 2. File Output choice (number): 1 7189658216471.242000 x^0 + -9350004058993.094000 x^1 + 5335755560850.102000 x^ $2 \; + \; -1757276563260.703100 \; \; x^3 \; + \; 368640760971.040800 \; \; x^4 \; + \; -51143429292.710880$ x^5 + 4696794214.320051 x^6 + -275528781.137900 x^7 + 9374584.419448 x^8 + -14 1018.352722 x^9 f(10.032258) = -2.50827836875E8Prediksi 4 1 Oktober 2021

```
elcome to Matrix Calculator!
                                                                                                                                          Diperoleh:
              List of operations:
                                                                                                                                              f(x)
                                                                                                                                              \approx 0.236255x^5
                                                                                                                                              -1.421257x^4
                                                                                                                                              +3.237099x^3
                                                                                                                                              -3.552673x^2
             Choice of input:
                                                                                                                                              + 2.035256x
             1. Terminal
2. File
             Input choice (number):
      c
             Input number point:
Input points:
             Choice of output:
1. Terminal
2. File
             0.8x^0 + 2.835256 x^1 + -3.552673 x^2 + 3.237899 x^3 + -1.421257 x^4 + 0.236255 x^5 f(1.0) = 0.5366797 Welcome to Matrix Calculator!
                                                                                                                                          Estimasi nilai NO
                                                                                                                                          ketika Humid =
             1. System of Linear Equations
2. Determinant of Matrix
3. Inverse of Matrix
                                                                                                                                          50, Temp = 76,
              4. Polynomial Interpolation
5. Multiple Linear Regression
                                                                                                                                          P = 29.30 adalah
                                                                                                                                          0.938473
             Choice of input:
1. Terminal
             Input the total number of variables (x) and constants (y):
Input the number of data sample: 70
Input values:
7
             Output choice (number): 1
Estimation result = 0.938473
```

BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Program ini dapat menerima input dari user untuk kalkulasi persoalan-persoalan seperti di atas dan mengeluarkan outputnya berupa pilihan file atau di terminal. Secara garis besar, program ini meliputi beberapa fitur seperti mencari solusi dari suatu persamaan linear menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan, Gauss, matriks balikan, dan crammer. Selain itu, program dapat mencari determinan suatu matriks menggunakan metode reduksi baris dan ekspansi kofaktor. Kemudian dapat mencari balikan suatu matrix menggunakan metode eliminasi Gauss-Jordan dan adjoint, mencari nilai suatu fungsi y = f(x) yang tidak diketahui perumusannya secara jelas dengan pendekatan fungsi polinom pangkat n-1 untuk mendapatkan x menggunakan interpolasi polinom, dan mencari regresi linear berganda dari suatu fungsi.

Program diimplementasikan dalam bahasa Java dan sebagian besar interaksi dengan program hanya dapat dilakukan melalui terminal. Untuk memilih pilihan fitur yang tersedia, list fitur ditampilkan di layar pengguna kemudian pengguna memilih fitur yang ingin digunakan. Namun, untuk memasukkan data berupa matriks ke dalam program untuk diproses, pengguna mendapatkan pilihan lain yaitu dengan melalui file teks yang berisi matriks. Selain itu, untuk mendapatkan hasil perhitungan pengguna juga diminta untuk memilih metode luaran yang diinginkan. Terdapat dua metode untuk mendapatkan hasil perhitungan, yaitu dengan menyimpan hasil ke dalam file teks, atau dengan menampilkan hasil perhitungan pada terminal.

5.2. Refleksi dan Saran

Melalui pengerjaan tugas ini, kami mempelajari bahasa pemrograman yang sebelumnya tidak terlalu familier bagi kami, yaitu bahasa Java. Selain itu, kami juga belajar untuk mengimplementasikan serta memanfaatkan pengetahuan yang sudah kami miliki mengenai matriks dan sifat-sifatnya. Contoh studi kasus yang diberikan beserta dengan informasi dan petunjuk pengerjaan tugas ini cukup banyak dan beragam, sehingga membantu kami ketika menjalankan tes pada program. Beberapa contoh kasus juga memperjelas kegunaan nyata dari fitur-fitur yang telah dibuat dalam program.

Program ini masih dapat dikembangkan lagi, terutama pada antarmukanya. Pada program yang dibuat, interaksi pengguna dengan kalkulator dilakukan berbasis teks melalui terminal. Agar program menjadi lebih interaktif, dapat dibuat antarmuka grafis bagi pengguna. Hal ini diharapkan dapat lebih menarik perhatian dan memudahkan pengguna ketika menggunakan kalkulator.

REFERENSI

- Anton, H., Rorres, C. and Kaul, A., 2019. *Elementary Linear Algebra : Applications Version*. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Walpole, R.E., Myers, R.H., Myers, S.L. and Ye, K., 2016. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*. Essex, England: Pearson Education Limited.