

TALLER 4 INTELIGENCIA ARTIFICIAL

1. Usando la red neuronal del perceptron, clasificar la siguiente información

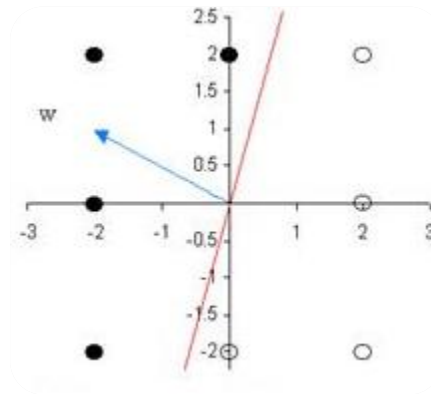


Ilustración 1 Frontera de decision

Se obtiene el vector de pesos W :

$$W = [-2 \ 1]$$

Dado que la frontera de decisión atraviesa por el origen (0,0), el umbral de activación es cero.

$$b = 0$$

Entrenamiento

$$p1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t1 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}\left([-2 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = \text{hardlim}((-2)(0) + (1)(2) + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(2) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t1 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas
Para el segundo par de entrada/salida

$$p2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t2 = 1;$$

$$p2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t2 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(6) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t2 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

Para el tercer par de entrada/salida

$$p3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t3 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(4) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t3 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

El cuarto par de entrada/salida

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas

$$p4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t4 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(2) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t4 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

El quinto par de entrada/salida

$$p5 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t5 = 0;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-2) = 0$$

Paso 2. Se calcula el error:

$$e = t5 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

sexto par de entrada/salida

$$p6 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \quad t6 = 0;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-6) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t6 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

séptimo par de entrada/salida

$$p7 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad t7 = 0;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-4) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t7 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

octavo par de entrada/salida

$$p8 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t8 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-2 \ 1] \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(-2) = 0$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas

Se calcula el error:

$$e = t_8 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

Conclusion

Después de haber realizado el anterior procedimiento concluyo que el problema es linealmente separable y puede ser solucionado por un perceptrón simple, dado que se introduce una sola frontera de decisión separado el espacio de los patrones en dos regiones.

2. Usando la red neuronal del perceptron, clasificar la siguiente información

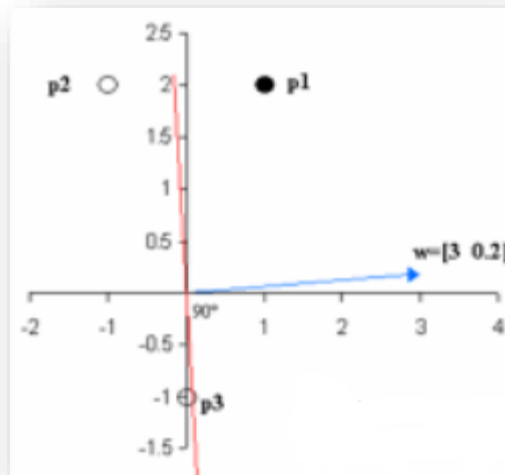


Ilustración 2 Frontera de decision 2

Para el primer par de entrada/salida

$$p1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t1 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} 1 & -0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = \text{hardlim}((1)(1) - (0.8)(2) + 0)$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas
 $a = \text{hardlim}(-0.6) = 0$

Se calcula el error:

$$e = t_1 - a$$

$$e = 1 - 0$$

$$e = 1$$

Regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [1 \ -0.8] + (1)[1 \ 2]$$

$$W_{nuevo} = [1 \ -0.8] + [1 \ 2] = [1 + 1 \ -0.8 + 2]$$

$$W_{nuevo} = [2 \ 1.2]$$

b

Para el umbral .

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0 + 1 = 1$$

segundo par de entrada/salida

$$p_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t_2 = 0;$$

salida utilizando la función de activación propia de la red (Con los Nuevos Pesos):

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}\left([2 \ 1.2] \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + 1\right) = \text{hardlim}((2)(-1) + (1.2)(2) + 1)$$

$$a = \text{hardlim}(1.4) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t_2 - a$$

$$e = 0 - 1$$

$$e = -1$$

Usando la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia

C.C 1112 770718

V SEMESTRE Tecnología en sistemas

$$W_{nuevo} = [2 \quad 1.2] + (-1)[-1 \quad 2]$$

$$W_{nuevo} = [2 \quad 1.2] + [1 \quad -2]$$

$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8]$$

(b)

Para el umbral

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 1 - 1 = 0$$

tercer par de entrada/salida

$$p3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t3 = 0;$$

salida utilizando la función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([3 \quad -0.8] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(0.8) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t3 - a$$

$$e = 0 - 1$$

$$e = -1$$

regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8] + (-1)[0 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [3 \quad -0.8] + [0 \quad 1]$$

$$W_{nuevo} = [3 \quad 0.2]$$

(b)

Para el umbral

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0 - 1 = -1$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas
primer par de entrada/salida

$$p1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t1 = 1;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} 3 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = \text{hardlim}((3)(1) + (0.2)(2) + 0)$$

$$a = \text{hardlim}(3.4) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t1 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

segundo par de entrada/salida

$$p1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad t2 = 0;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} 3 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right)$$

$$a = \text{hardlim}(-2.6) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t2 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

tercer par de entrada/salida

$$p3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t3 = 0;$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}\left(\begin{bmatrix} 3 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + 0\right)$$

$$a = \text{hardlim}(-0.2) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t3 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

los valores de W y b son:

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas
 $W = [3 \ 0.2]$
 $b = 0$

Conclusion

Podemos observar que en la frontera de decisión (perpendicular al vector de pesos) pasando por el origen, esto último se debe a que el valor del umbral b es cero.

3. Diseñe una red neuronal que clasifique dos frutas

Primer par de entrada/salida

$$p1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t1 = 0$$

la función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$\begin{aligned} a &= \text{hardlim} \left([0.5 \ -1 \ -0.5] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0.5 \right) \\ &= \text{hardlim}((0.5)(1) + (-1)(-1) + (-0.5)(-1) + 0.5) \end{aligned}$$

$$a = \text{hardlim}(2.5) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t1 - a$$

$$e = 0 - 1$$

$$e = -1$$

regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia

C.C 1112 770718

V SEMESTRE Tecnología en sistemas

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad -1 \quad -0.5] + (-1)[1 \quad -1 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad -1 \quad -0.5] + [-1 \quad 1 \quad 1]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5]$$

b

Para el umbral

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = 0.5 - 1 = -0.5$$

segundo par de entrada/salida

$$p2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t2 = 1$$

la función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-0.5 \quad 0 \quad 0.5] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$a = \text{hardlim}(-1.5) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t2 - a$$

$$e = 1 - 0$$

$$e = 1$$

la regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5] + (1)[1 \quad 1 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5] + [1 \quad 1 \quad -1]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \quad 1 \quad -0.5]$$

Para el umbral

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

$$b_{nuevo} = -0.5 + 1 = \mathbf{0.5}$$

Segunda época

Para el primer par de entrada/salida (Primera iteración)

$$\mathbf{p1} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{t1} = 0$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([0.5 \ 1 \ -0.5] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} + 0.5)$$

$$a = \text{hardlim}(0.5) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t1 - a$$

$$e = 0 - 1$$

$$e = -1$$

Regla de aprendizaje del perceptrón, se modifica el vector de pesos:

$$W_{nuevo} = W_{anterior} + ep^T$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \ 1 \ -0.5] + (-1)[1 \ -1 \ -1]$$

$$W_{nuevo} = [0.5 \ 1 \ -0.5] + [-1 \ 1 \ 1]$$

$$W_{nuevo} = [-0.5 \ 2 \ 0.5]$$

(b)

Para el umbral

$$b_{nuevo} = b_{anterior} + e$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas
 $b_{nuevo} = 0.5 - 1 = -0.5$

Para el segundo par de entrada/salida

$$p2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t2 = 1$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-0.5 \ 2 \ 0.5] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$a = \text{hardlim}(0.5) = 1$$

Se calcula el error:

$$e = t2 - a$$

$$e = 1 - 1$$

$$e = 0$$

$$p1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad t1 = 0$$

función de activación propia de la red:

$$a = \text{hardlim}(Wp + b)$$

$$a = \text{hardlim}([-0.5 \ 2 \ 0.5] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} - 0.5)$$

$$a = \text{hardlim}(-3.5) = 0$$

Se calcula el error:

$$e = t1 - a$$

$$e = 0 - 0$$

$$e = 0$$

Jhonattan Leandro Bedoya Mejia
C.C 1112 770718
V SEMESTRE Tecnología en sistemas

Por lo tanto, los valores finales de **W** y **b** son:

$$\mathbf{W} = [-0.5 \quad 2 \quad 0.5]$$

$$\mathbf{b} = 0.5$$

*CONCLUSIÓN. De acuerdo a la regla de aprendizaje del perceptrón se ha alcanzado un mínimo por lo que se obtienen valores estables para la matriz de pesos **W** y el umbral **b**.*