CBA Congresso Brasileiro de Automática
João Pessoa - PB

UFMG

Estimação de Estados a partir de Medições não Sincronizadas e Amostradas Irregularmente

T. Tupinambas, L. Tôrres e B. Teixeira

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Agenda

Agenda

Estimação de Estados

Determinar as **pdfs** *dos estados de um sistema, baseado no modelo de processo e nas observações passadas:* $\rho(x_k|y_1, ..., y_k)$

images/pdf-propagacao2.jpg

Estimação de Estados

Considere o sistema dinâmico estocástico não-linear amostrado

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t), t),$$

$$y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k),$$

em que:

$x(t) \in \mathbb{R}^n$:	vetor de estados,
$u(t) \in \mathbb{R}^p$:	vetor de entradas,
$y(t_k) \in \mathbb{R}^m$	vetor de observações,
$w(t) \in \mathbb{R}^q$:	ruído de processo,
$v(t_k) \in \mathbb{R}^m$:	ruído de medição,
f:	modelo de processo contínuo em t,
g:	modelo de medição amostrado em t_k.

Modelo de Amostragem

Em geral, considera-se que os sinais são amostradas e disponibilizadas para o estimador a uma **taxa regular**.

No entanto, em muitas aplicações práticas, esse modelo não é verdadeiro:

Modelo de Amostragem

Em geral, considera-se que os sinais são amostradas e disponibilizadas para o estimador a uma **taxa regular**.

No entanto, em muitas aplicações práticas, esse modelo não é verdadeiro:

- Limitações nos instrumentos ou na rede de comunicação

Modelo de Amostragem

Em geral, considera-se que os sinais são amostradas e disponibilizadas para o estimador a uma **taxa regular**.

No entanto, em muitas aplicações práticas, esse modelo não é verdadeiro:

- Limitações nos instrumentos ou na rede de comunicação
- Uso de muitos sensores redundantes, não sincronizados

Modelo de Amostragem

Em geral, considera-se que os sinais são amostradas e disponibilizadas para o estimador a uma **taxa regular**.

No entanto, em muitas aplicações práticas, esse modelo não é verdadeiro:

- Limitações nos instrumentos ou na rede de comunicação
- Uso de muitos sensores redundantes, não sincronizados
- Esquemas de amostragem baseado em eventos

Modelo de Amostragem

Em geral, considera-se que os sinais são amostradas e disponibilizadas para o estimador a uma **taxa regular**.

No entanto, em muitas aplicações práticas, esse modelo não é verdadeiro:

- Limitações nos instrumentos ou na rede de comunicação
- Uso de muitos sensores redundantes, não sincronizados
- Esquemas de amostragem baseado em eventos
- Aplicações industriais com medições laboratoriais

Métodos para Amostragem Irregular

Quando há carimbo de tempo, pode-se optar pela aplicação de algum dos métodos disponíveis na literatura

- *Custos computacionais*

Quando não há carimbo de tempo, pode-se investir na sincronização temporal ou na utilização de GPS na rede

- *Custos de infraestrutura*

Objetivos

Custos adicionais valem a pena?

- *Qual o efeito de se considerar o carimbo de tempo?*
- *Quando vale a pena investir em sincronização ou em maior capacidade computacional?*
- *Quais os fatores que impactam no desempenho do estimador?*

Formulação do Problema - Amostragem Irregular

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t), t),$$
$$y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k),$$

Assume-se que:

- $\forall k \geq 1$, $y(t_k) \in \mathbb{R}^m$ é conhecido,
- t_k**,** $\forall k \in \mathbb{N}^+$**, são ordenados e definidos pelos intervalos de tempo** $h_0 \triangleq t_1$**,** $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$**,** $\forall k \geq 1$**,**
- $E[v(t_k)] = 0$ e $E[v(t_k)v(t_k)^T] = R_{t_k}$,
- $u(t) \in \mathbb{R}^p$ são medidas em intervalos regularmente espaçados T,
- $u(iT) \in \mathbb{R}^p$, $\forall i \geq 1$ são conhecidas, e
- $E[w(t_k)] = 0$ e $E[w(t_k)w(t_k)^T] = Q_k$.

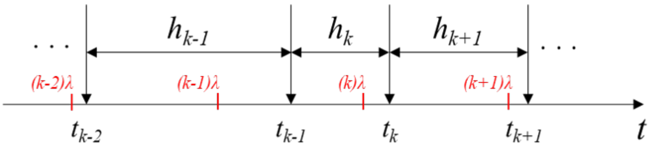
$\rightarrow$ Deseja-se estimar o estado $x(iT)$ de forma recursiva, em intervalos regularmente espaçados T.

Formulação do Problema - Amostragem Irregular

Modelo de amostragem irregular das **observações**:

Os instantes de medição t_k são dados por um processo aleatório de Poisson:

$$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$$



Esse modelo caracteriza uma aplicação comum para um sistema com rede de sensores dessincronizados[1]

[1] **Micheli2002**.

Agenda

Método de Estimação

Filtro de Kalman *Unscented* (UKF) discreto[2]

- Discretização em **instantes regulares** (sem carimbo de tempo):

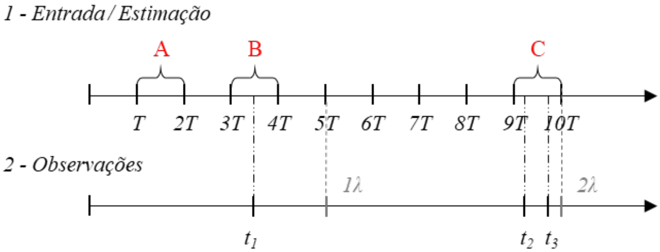
$$x_i = f_{\mathrm{d}}^*(x_{i-1}, u_{i-1}, w_{i-1}, i),$$
$$t = iT, \quad \delta_{t_i} = T$$

- Discretização em **instantes variáveis** (com carimbo de tempo):

$$x(t_j^*) = f_{\mathrm{d}}(x(t_{j-1}^*), u(t_{j-1}^*), w(t_{j-1}^*), t_{j-1}^*),$$
$$\delta t_j^* = t_j^* - t_{j-1}^*, \quad t_0^* = 0$$

[2] **Julier2004**.

Cenários de Estimação



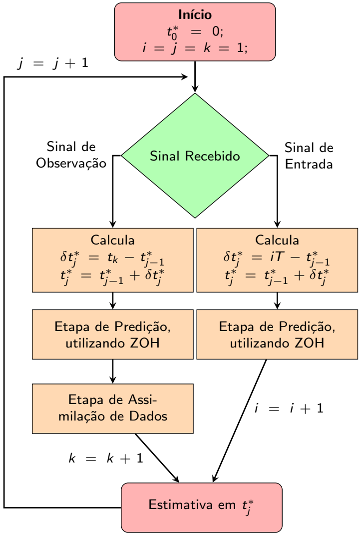
Sem carimbo de tempo

Só há dois cenários de estimação:

1. Não há medições entre duas informações de entrada:
   - Etapa de predição entre iT e $(i + 1)T$
2. Há medições entre duas informações de entrada:
   - Medição mais recente é assimilada no próximo instante de estimação, múltiplo de T

$\rightarrow$ *Passos de discretização são sempre* $\delta t = T$

Com carimbo de tempo

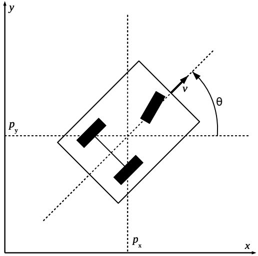


Agenda

Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_{\mathrm{x}} = v\cos(\theta),$$
$$\dot{p}_{\mathrm{y}} = v\sin(\theta),$$
$$\dot{\theta} = u_1(t),$$
$$\dot{v} = u_2(t),$$



em que:

p_{x} e p_{y}: coordenadas de posição,
θ: orientação angular,
v: velocidade linear,
u_1: entrada: velocidade angular (ω),
u_2: entrada: aceleração linear (a)

Robô Móvel não-Holomônico

Vetor de estados:

$$x_i \triangleq [p_{\mathrm{x},i} \ p_{\mathrm{y},i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_{\mathrm{x}}(t_k) \\ p_{\mathrm{y}}(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

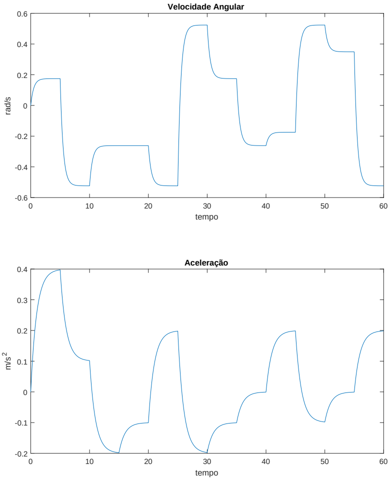
Parâmetros da Simulação

- 60 segundos de simulação
- $\delta t_{\mathrm{sim}} = 10^{-4}$
- h_k calculado usando $\mathrm{exprnd}()$ do MatLab$^{\mathrm{TM}}$e aproximado entre os 600.000 pontos de simulação
- Índice de desempenho utilizado:

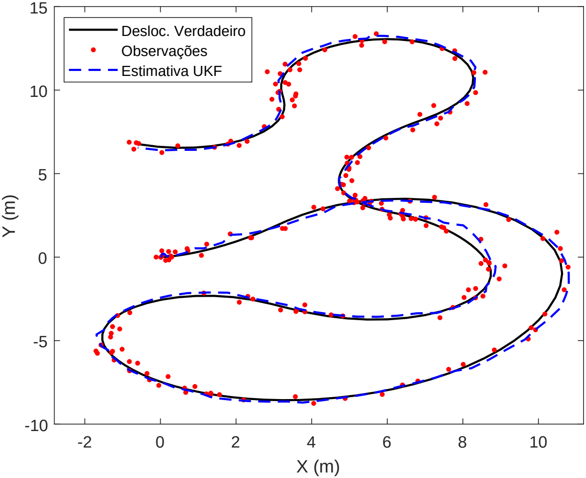
$$J = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sqrt{(\hat{p}_{\mathrm{x},i} - p_{\mathrm{x},i})^2 + (\hat{p}_{\mathrm{y},i} - p_{\mathrm{y},i})^2}}{N}$$

- 100 realizações foram realizadas para cada cenário de simulação. A média e o IC 95% são apresentados

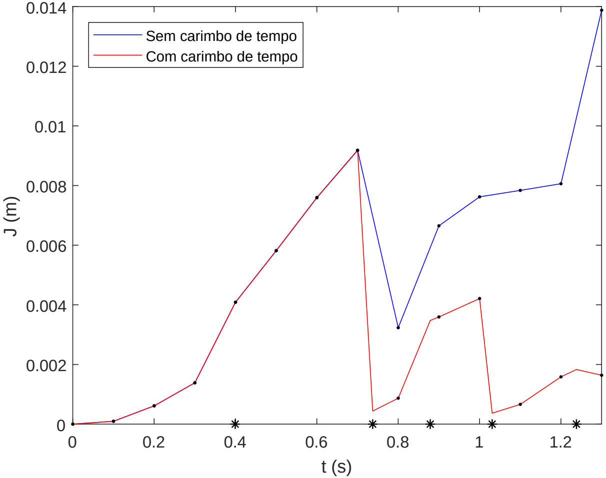
Entradas



Exemplo de Realização - Deslocamento do Robô



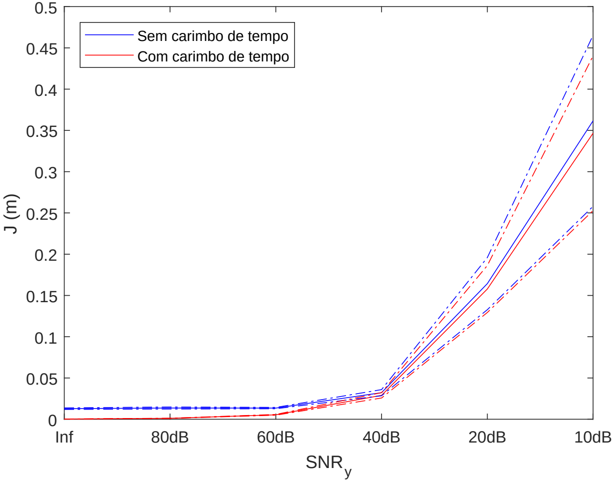
Exemplo de Realização - Evolução do Índice J



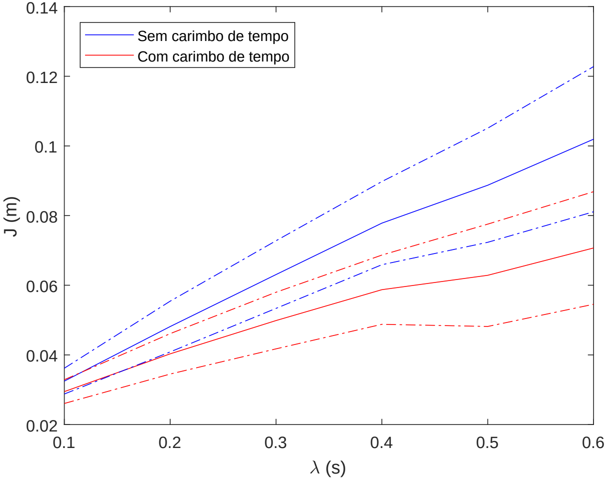
Cenários Simulados

1. Variação do nível de ruído de observação
2. Variação do intervalo médio de amostragem de observação (λ)
3. Variação da relação entre intervalo médio de amostragem de observação e intervalo regular de estimação $\alpha = T/\lambda$

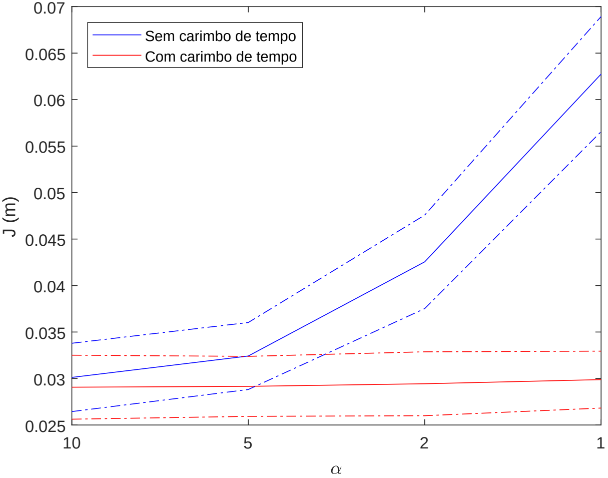
Nível de Ruído das Medições



Intervalo Médio das Medições



Relação $\alpha = T/\lambda$



Agenda

Conclusões

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investir em sincronização e capacidade computacional.

O investimento pode não valer a pena para:

- Sistemas cujo **modelo de processo apresenta pouco ruído** em relação ao ruído de observações
- Sensores de **observação** com **alta frequência de amostragem** em relação à dinâmica do sistema
- Sensores dos **sinais de entrada** com **alta frequência de amostragem** em relação à frequência dos sensores de observação

Obrigado!

tatatupi@gmail.com