

Relatório do Trabalho de Estatística Bayesiana I

Mistura de Normais com Variância Contaminada

Caio Balieiro
Taiguara Melo Tupinambás
Walmir dos Reis Miranda Filho

Prof. Dani Gamerman
Prof^a Rosangela Helena Loschi

Programa de Pós-Graduação em Estatística
Instituto de Ciências Exatas
Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte, 2 de dezembro de 2019

Introdução

Considere uma amostra $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ independente e identicamente distribuída da seguinte mistura finita de distribuições normais:

$$f(x|\mu, \sigma^2, \nu) = \nu\phi(x|\mu, 100\sigma^2) + (1 - \nu)\phi(x|\mu, \sigma^2), x \in \mathcal{R} \quad (1)$$

Onde $\phi(x|M, V)$ denota a função densidade de probabilidade da distribuição normal com média M e variância V avaliada no ponto $x, \mu \in \mathcal{R}, \sigma^2 \in \mathcal{R}^+$ e $\nu \in (0, 1)$.

- Assuma que, *a priori*, $\mu|\sigma^2 \sim N(m, V\sigma^2), \sigma^2 \sim GI(a, d)$ e $\nu \sim U(0, 1)$. Encontre a expressão da densidade *aposteriori* de (μ, σ^2, ν) .
- Escolha valores apropriados para (μ, σ^2, ν) . Fixado estes parâmetros, gere uma amostra de tamanho $n = 500$ da distribuição amostral. Armazene estes valores para análises posteriores. Faça uma apresentação gráfica apropriada da amostra gerada. Determine a média, variância, curtose e assimetria da amostra gerada.

DICA: pode-se usar, sem provar, que a mistura finita de distribuições normais pode ser hierarquicamente representada por

$$X_i|\mu, \sigma^2, U_i = u_i \sim N(\mu, \sigma^2 u_i^{-1}) \text{ e } U_i|\mu \sim \text{discreta}(1, 100), \text{ com } P(U_i = 100) = \nu.$$

Escolha dos Parâmetros *a priori*

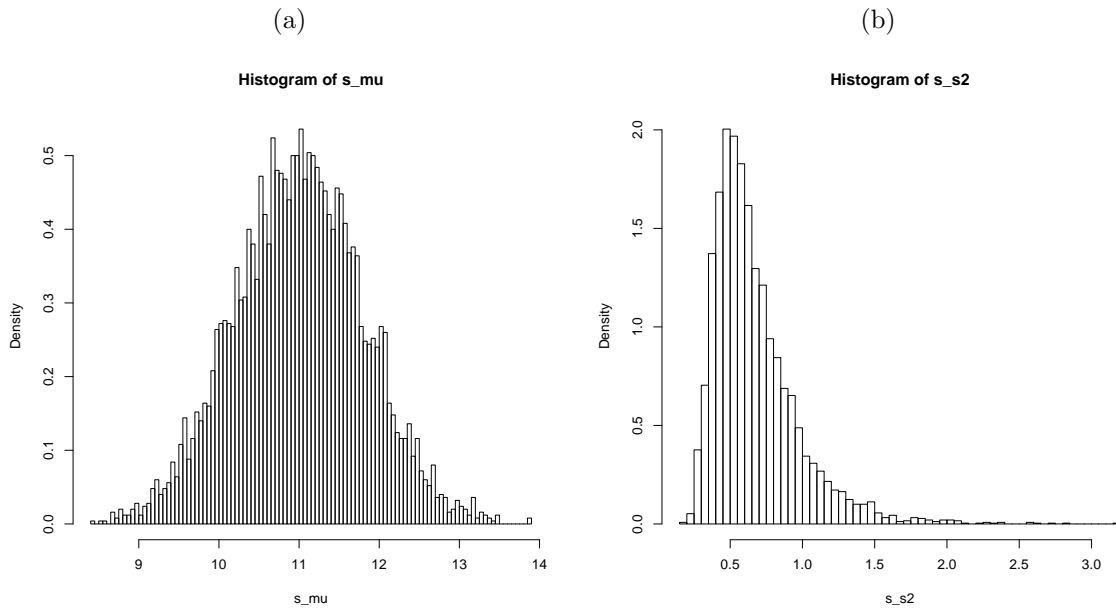


Figura 1: Distribuições *a priori*

O Método da Quadratura de Riemann

O Método da Reamostragem Ponderada

O Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov

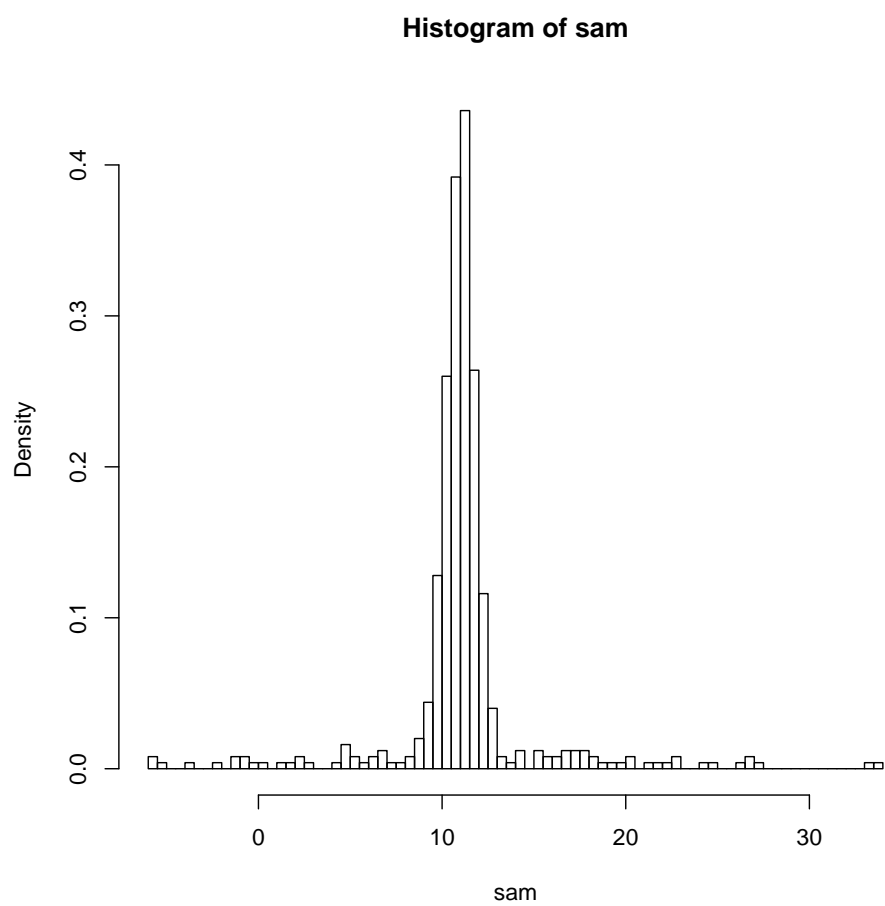


Figura 2: Amostra de tamanho 500.

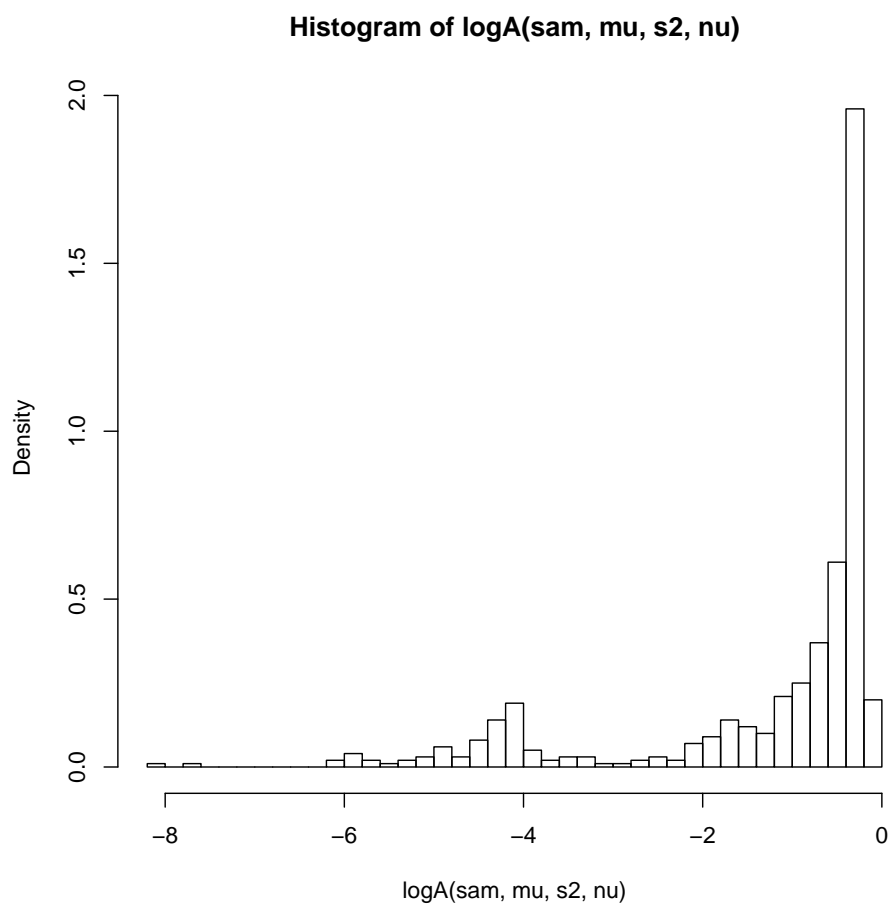


Figura 3: Amostra de tamanho 500.

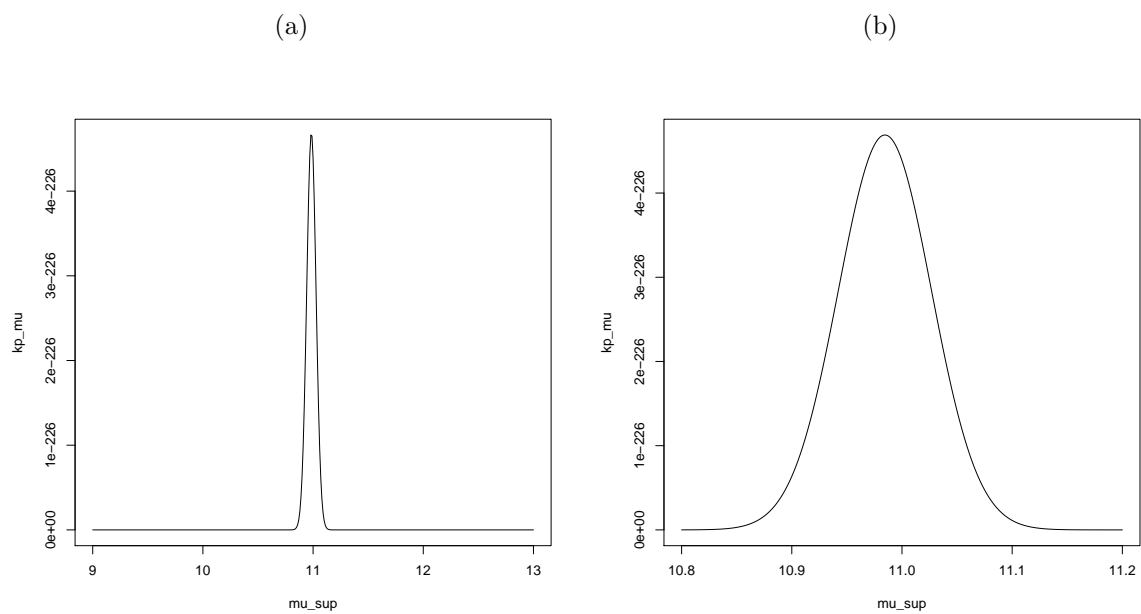


Figura 4: Grade de μ

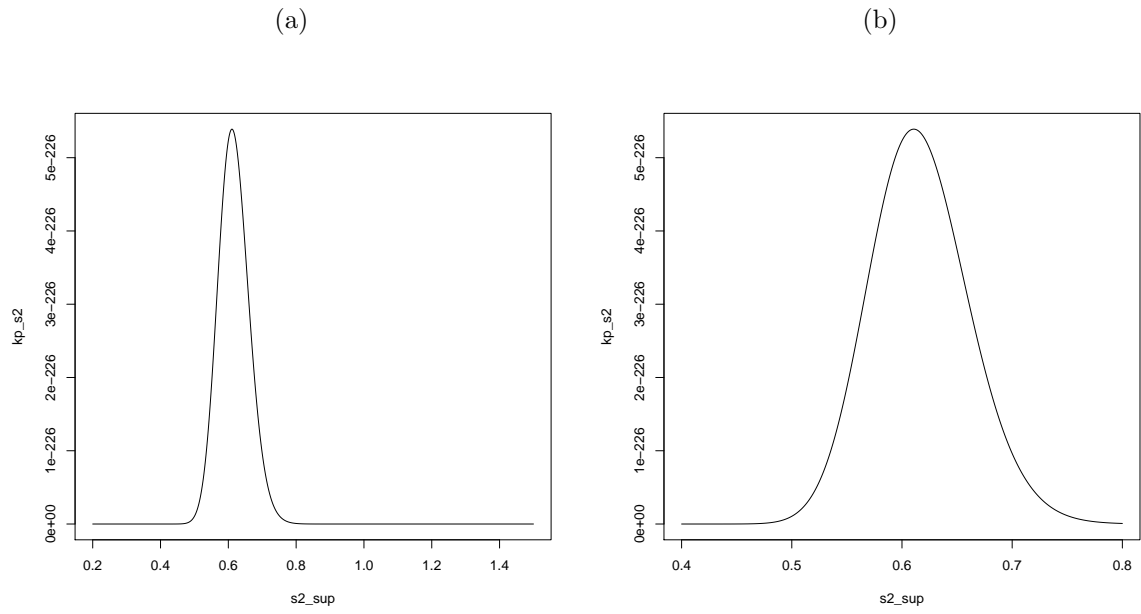


Figura 5: Grades de sigma

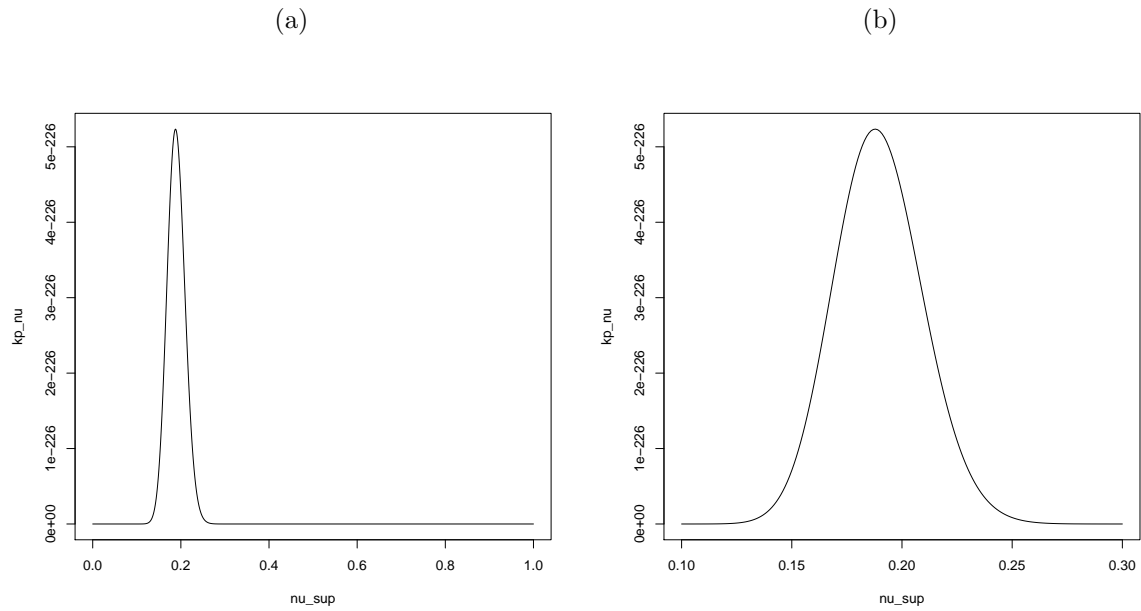


Figura 6: Grades de nu

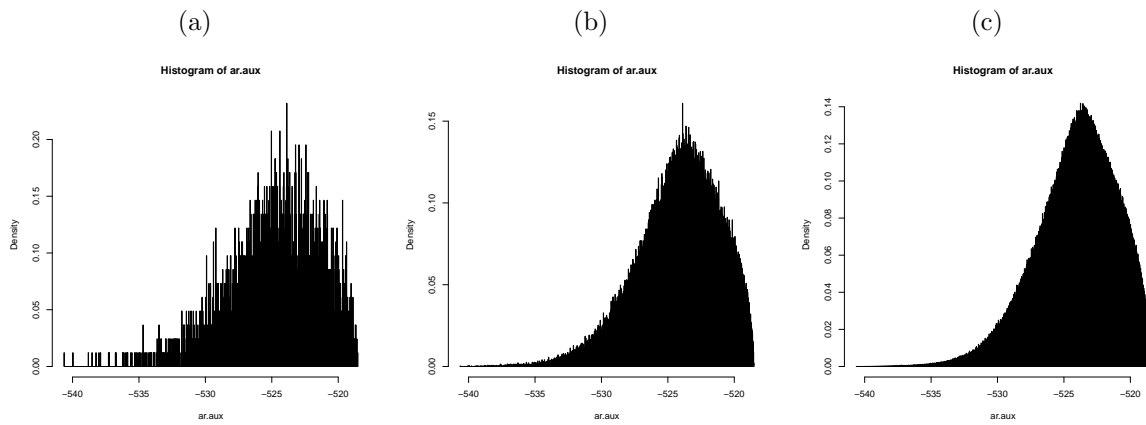


Figura 7: Calculo da constante de proporcionalidade

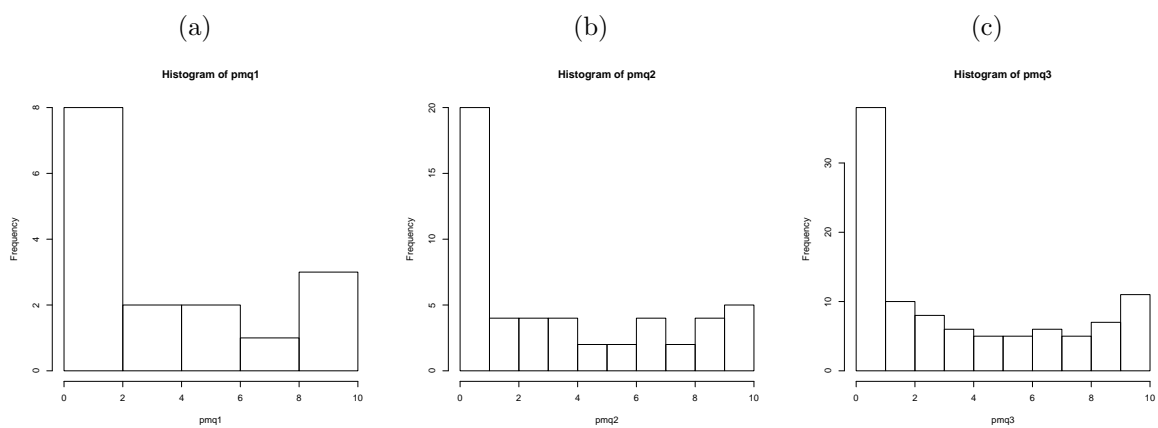


Figura 8: Posteriori de mu

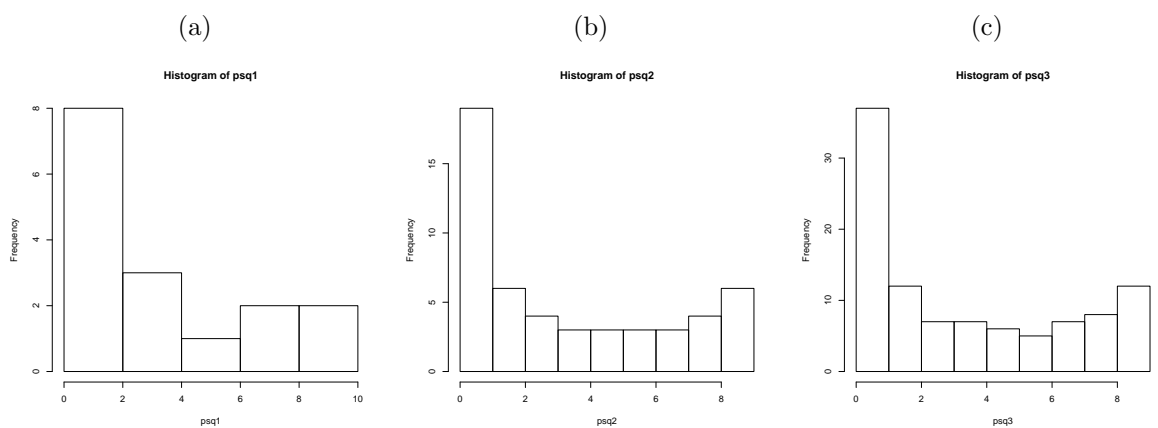


Figura 9: Posteriori de sigma

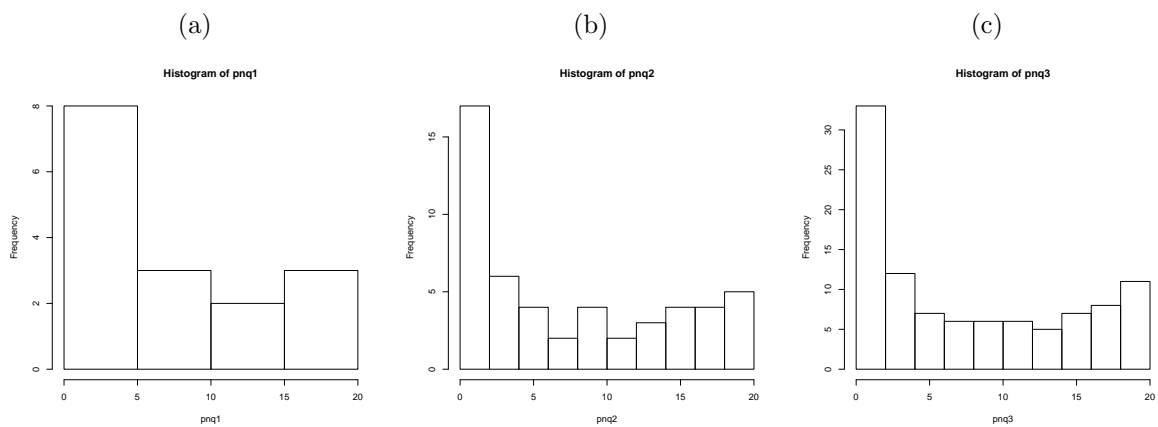


Figura 10: Posteriori de nu