

Lista de Exercícios IPE #I

As referências a seções, equações, figuras, exemplos e exercícios são do livro *Intuitive Probability and Random Processes using MATLAB* de Stephen M. Kay, Springer, 2006.

Exercício 1:

Em uma família de quatro adultos a probabilidade de uma pessoa estar fora de casa é de 60%. Determine a probabilidade de quaisquer duas pessoas da família estarem em casa simultaneamente. Resolva esse problema de duas maneiras: a) adotando um modelo probabilístico; b) por simulação. Dica: ver Seção 1.3. Critique o modelo probabilístico escolhido.

Exercício 2:

A probabilidade de uma variável aleatória T é descrita por uma distribuição gaussiana com média 7 e desvio padrão unitário (ver Eq. 1.2). determine numericamente a probabilidade do evento $5 \leq T \leq 6$. Dica: ver Exercício 1.14.

Exercício 3:

Seja U_i o resultado da seleção aleatória de um número entre 0 e 1, ou seja, $u_i \in [0, 1]$. Seja a variável aleatória $X = U_1 + U_2$. Qual é a probabilidade dos eventos a) $0 \leq X < 0,5$; b) $0,5 \leq X < 1$; c) $1 \leq X < 1,5$; d) $1,5 \leq X \leq 2$ e e) $2 < X$? Dica: veja Seção 2.3.

Exercício 4:

Usando a mesma definição de U_i do item anterior, seja $Y = \sum_{i=1}^{10} U_i$. Determine a probabilidade de Y estar nos intervalos $[0, 0.5)$, $[0.5, 1)$... $[9.5, 10]$.

Exercício 5:

Suponha que Ω contenha N elementos. Mostre que o número de Bell, B_N , de diferentes decomposições de Ω é dada pela fórmula:

$$B_N = e^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^N}{k!},$$

Dica: Mostre que $B_N = \sum_{k=0}^{N-1} C_{N-1}^k B_k$, onde C_a^b é a fórmula usual de combinação e $B_0 = 1$. Use isso para verificar que a série acima satisfaz a mesma relação de recorrência. Considerando o resultado anterior e que $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$, calcule o número de decomposições.

Exercício 6:

Três jogadores A, B e C disputam um torneio de tênis. Inicialmente, A joga com B e o vencedor joga com C; e assim por diante. O torneio termina quando um jogador ganha duas vezes em seguida ou quando são distribuídos, ao todo, quatro partidas. Considere que todos os jogadores têm a mesma probabilidade de ganhar um jogo. Usando simulação, determine as probabilidades de cada um dos eventos possíveis.

Exercício 7:

Fazer todos os exercícios do Capítulo 2 marcados com **c**.