

Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

Taiguara Tupinambás

Orientador por: Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019

Sumário

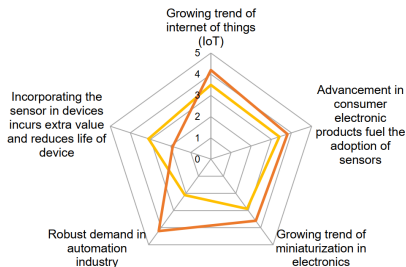
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Sumário

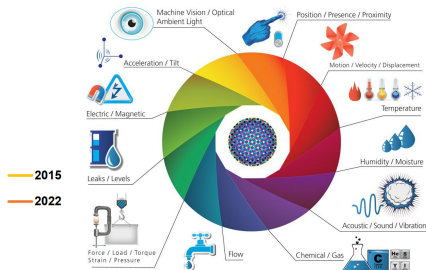
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022



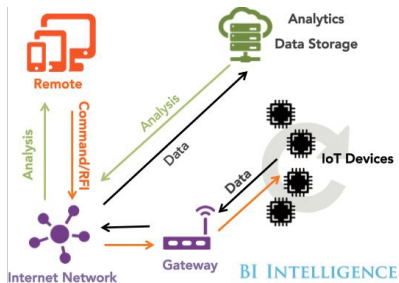
Fonte: Allied Market Research, 2016



Fonte: Postscope, 2015

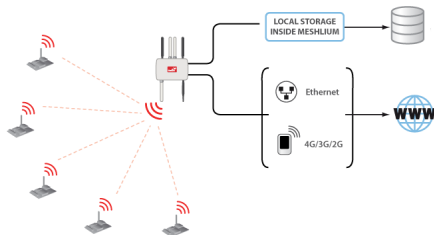
Tendências

Internet das Coisas



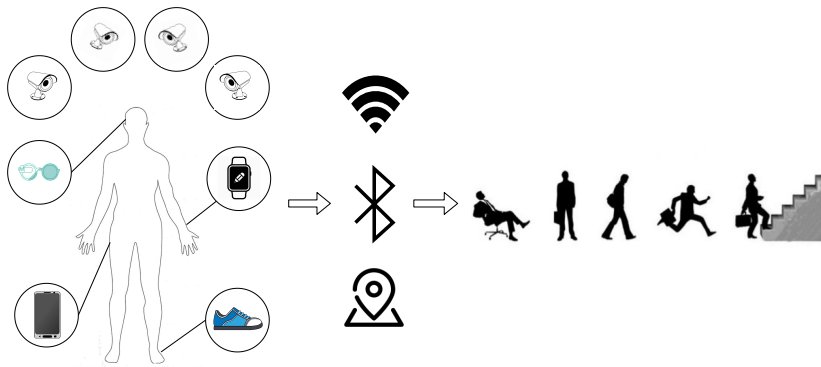
Fonte: Business Insider

Redes Complexas de Sensores

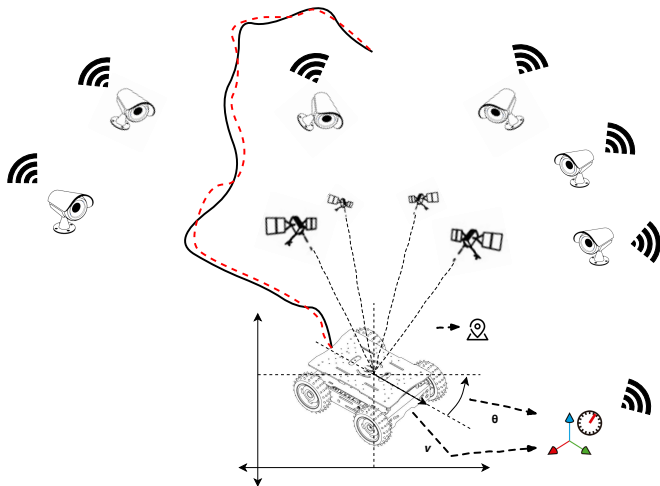


Fonte: Libelium

Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

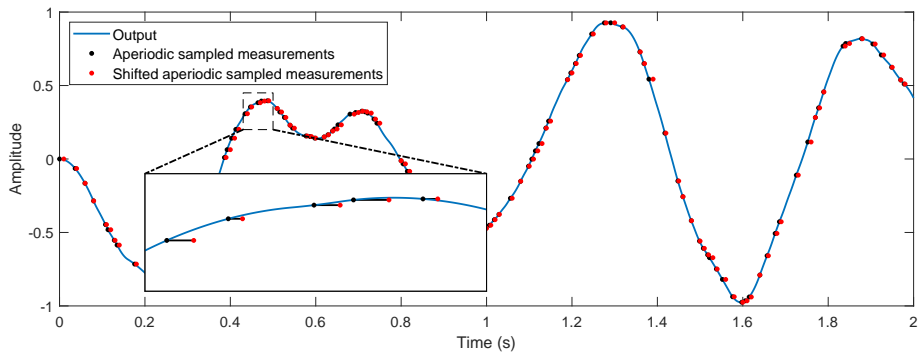
- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

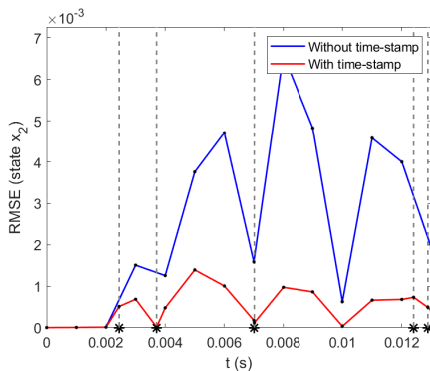
Efeitos de se deslocar os instantes de tempo



Efeitos de se deslocar os instantes de tempo

Erro de estimação, com carimbo de tempo (**vermelho**) e sem (**azul**)

- Linha tracejada com asterisco: instantes de tempo com medições
- Círculos pretos: instantes regulares de estimação



Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Fusão sensorial → estimação de estados de sistemas amostrados
Amostragem irregular → amostragem aperiódica

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

Sumário

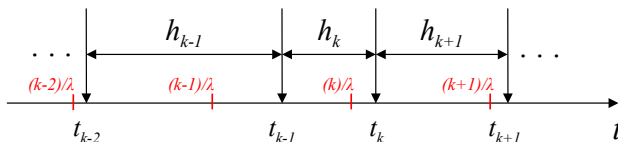
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - **Modelo de Amostragem: Aperiódica**
 - Estimacão de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimacão com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simula o
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um **processo de Poisson**:

$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

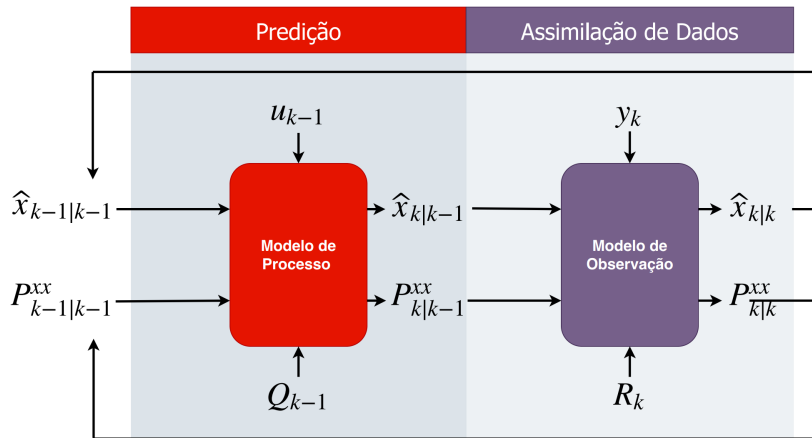
$\lambda \rightarrow$ frequência média de amostragem



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - **Estimação de Estados de Sistemas Amostrados**
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Estimação de Estados



Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Formulação do Problema

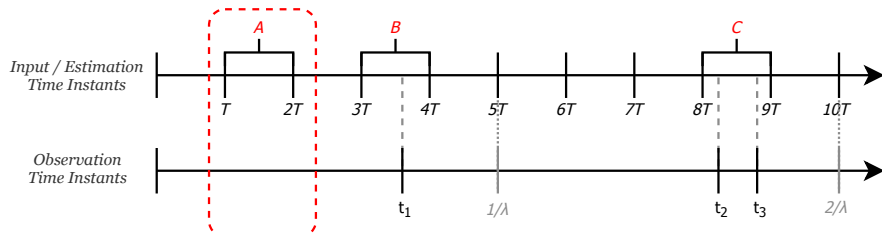
Queremos estimar o vetor de estados $x(iT)$ e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados T , considerando:

- Instantes de tempo das observações t_k é definido pelo intervalo:
 - $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$
 - $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada $u(t)$ é atualizada em intervalos de tempo constantes T :
 - $u(t) = u(iT)$, para $iT \leq t < (i+1)T$
 - $i = 0, 1, 2, \dots \in \mathbb{N}$

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - **Estimação com Amostragem Aperiódica**
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Instantes de Estimação e de Observação



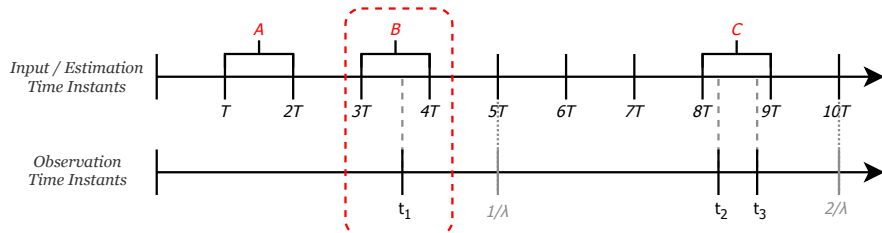
- **Com carimbo:**

1. predição, de T a $2T$;

- **Sem carimbo:**

1. predição, de T a $2T$;

Instantes de Estimação e de Observação



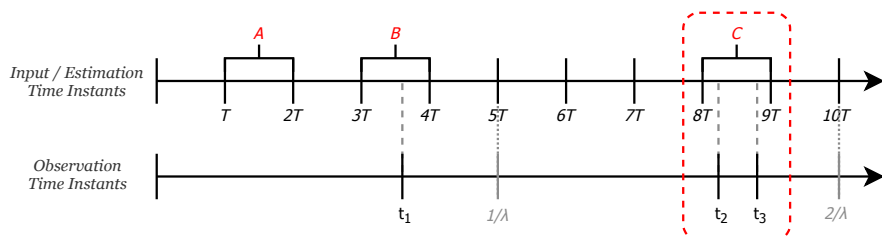
Com carimbo:

1. completo, de $3T$ a t_1 ;
2. predição, de t_1 a $4T$;

Sem carimbo:

1. completo, de $3T$ a $4T$, com $t_1 = 4T$;

Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo:**

1. completo, de $8T$ a t_2 ;
2. completo, de t_2 a t_3 ;
3. predição, de t_3 a $9T$;

- **Sem carimbo:**

1. completo, de $8T$ a $9T$, com $t_3 = 9T$;

Sumário

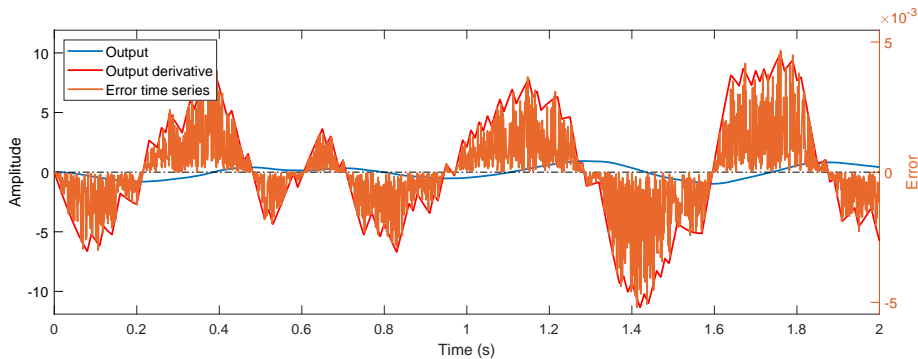
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - **Análise do Erro**
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Diretamente proporcional à derivada do sinal

- Modelo de medição $\rightarrow y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo $\rightarrow \delta_k \triangleq nT - t_k,$

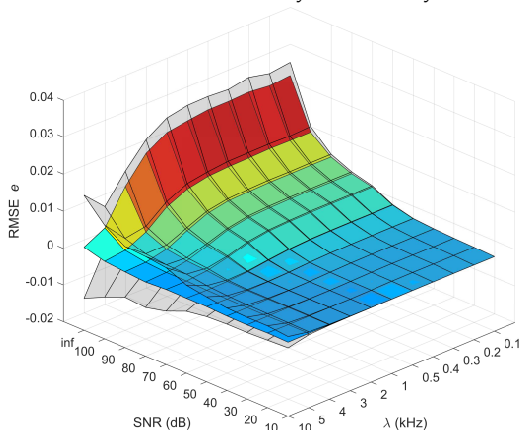
$$\begin{aligned}e_k &= g(t_k) - g(t_k + d_k), \\e_k &= \left[\frac{g(t_k) - g(t_k + d_k)}{\delta_k} \right] \delta_k \\e_k &\approx -\frac{dy}{dt} \delta_k.\end{aligned}$$

Diretamente proporcional à derivada do sinal



Em função do ruído e da frequência média de amostragem

$$\text{RMSE}_e = \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_y$$



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
λ	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da taxa de amostragem média da saída
α	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da relação entre as amostragens da saída e da entrada
SNR	$SNR_{\text{dB}} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$	Influência do nível de ruído no sistema

Sumário

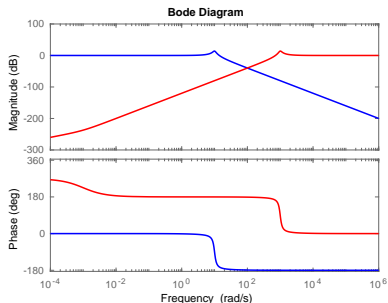
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - **Sistema Linear**
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Descrição do Sistema

Dois modos subamortecidos, um **passa-baixas** e outro **passa-altas**:

$$G_{lp}(s) = \frac{100}{s^2 + 2s + 100}$$

$$G_{hp}(s) = \frac{s^2 - 0.001s}{s^2 + 200s + 10^6}$$



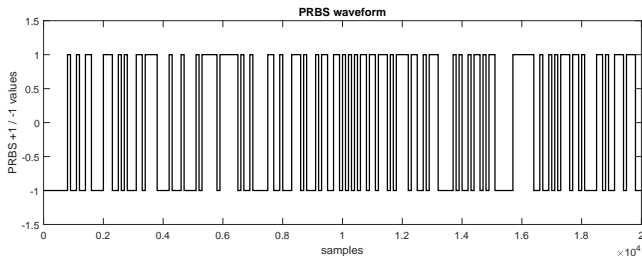
Descrição do Sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

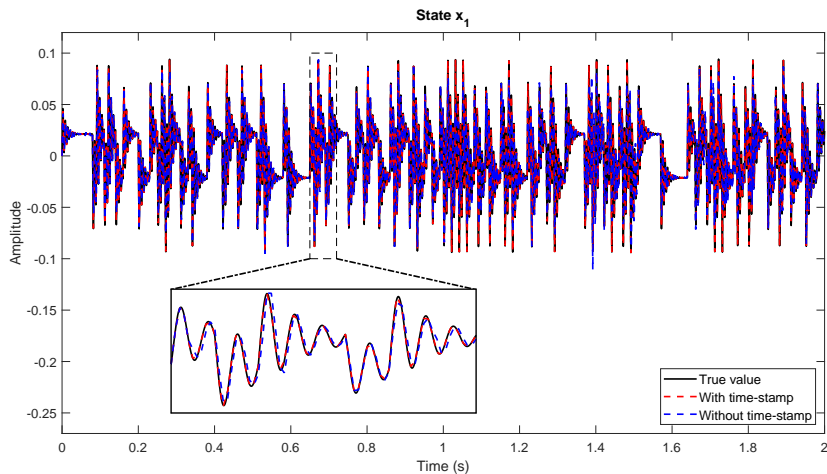
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

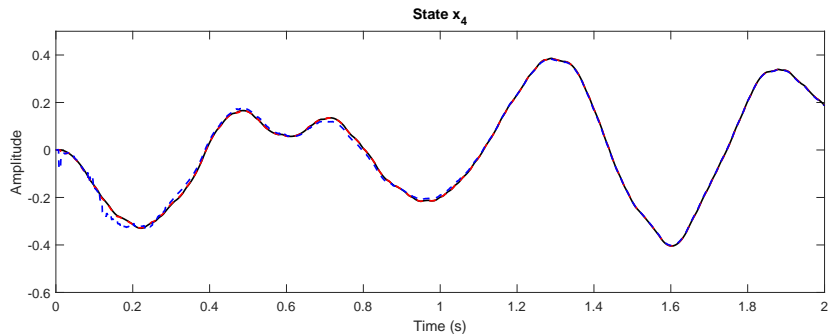
Entrada:



Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

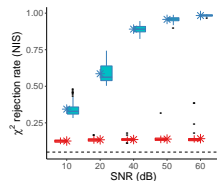
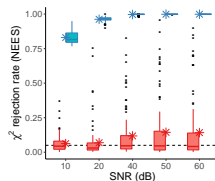
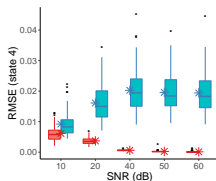
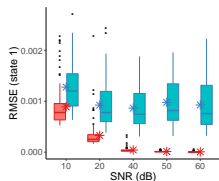


Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



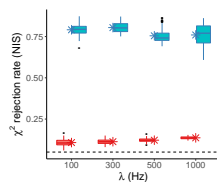
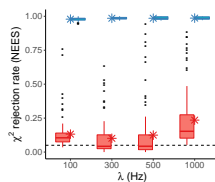
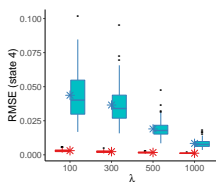
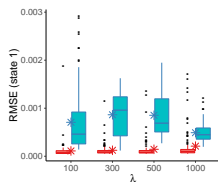
Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
SNR (dB)	10	$[2.7, 5.0] \times 10^{-4}$	$[0.39, 0.97]$	$[2.3, 3.8] \times 10^{-3}$	$[0.52, 1.1]$
	20	$[5.0, 6.9] \times 10^{-4}$	$[0.97, 1.6]$	$[11, 14] \times 10^{-3}$	$[1.6, 2.3]$
	40	$[7.4, 9.1] \times 10^{-4}$	$[1.6, 2.3]$	$[18, 21] \times 10^{-3}$	$[2.3, 3.1]$
	50	$[8.8, 10] \times 10^{-4}$	$[1.9, 2.6]$	$[18, 21] \times 10^{-3}$	$[2.8, 3.7]$
	60	$[8.3, 10] \times 10^{-4}$	$[1.6, 2.3]$	$[18, 21] \times 10^{-3}$	$[2.6, 3.4]$



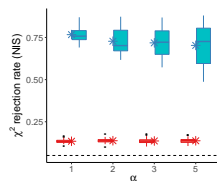
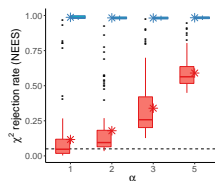
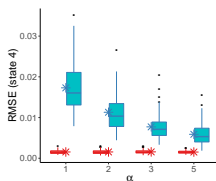
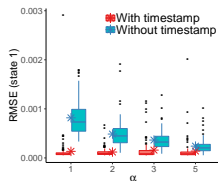
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
λ (kHz)	0.1	$[4.6, 7.3] \times 10^{-4}$	[0.58, 1.2]	$[3.7, 4.4] \times 10^{-2}$	[2.0, 2.7]
	0.3	$[6.5, 8.2] \times 10^{-4}$	[1.4, 2.0]	$[3.1, 3.7] \times 10^{-2}$	[2.1, 2.9]
	0.5	$[6.1, 8.1] \times 10^{-4}$	[1.1, 1.7]	$[1.6, 1.9] \times 10^{-2}$	[2.3, 3.1]
	1	$[2.1, 3.5] \times 10^{-4}$	[0.46, 1.0]	$[0.66, 0.78] \times 10^{-2}$	[2.0, 2.7]



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
α	1	$[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	$[1.1, 1.8]$	$[15, 17] \times 10^{-3}$	$[2.5, 3.2]$
	2	$[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	$[0.96, 1.6]$	$[8.9, 11] \times 10^{-3}$	$[1.9, 2.6]$
	3	$[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	$[0.56, 1.1]$	$[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	$[1.7, 2.4]$
	5	$[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	$[0.088, 0.65]$	$[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	$[1.3, 2.0]$



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Cenários de Simulação
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_x = v \cos(\theta),$$

$$\dot{p}_y = v \sin(\theta),$$

$$\dot{\theta} = u_1(t),$$

$$\dot{v} = u_2(t),$$

em que:

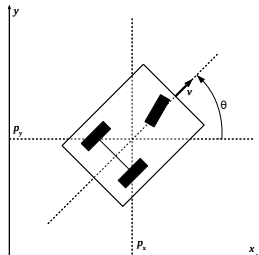
p_x e p_y : coordenadas de posição,

θ : orientação angular,

v : velocidade linear,

u_1 : entrada: velocidade angular (ω),

u_2 : entrada: aceleração linear (a)



Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \triangleq [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

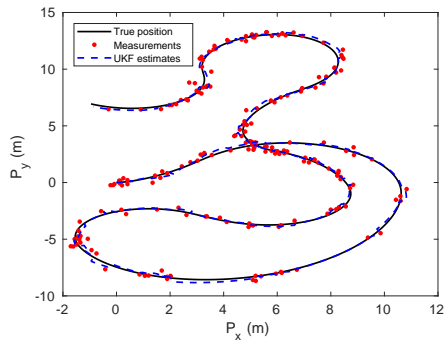
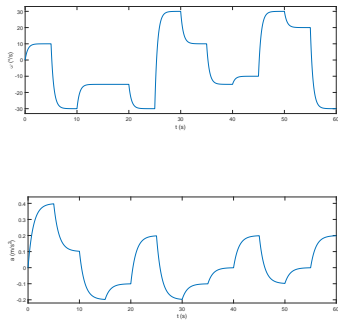
$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_x(t_k) \\ p_y(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

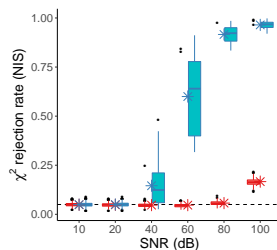
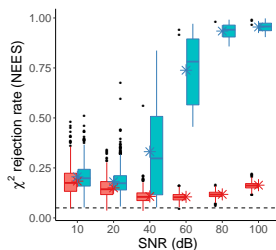
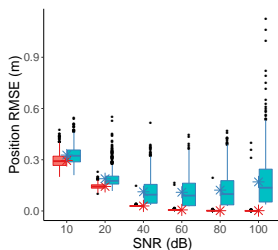
$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

Entradas e Realização Única



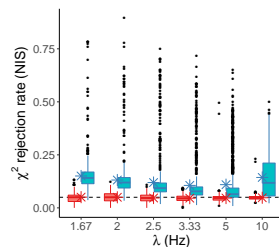
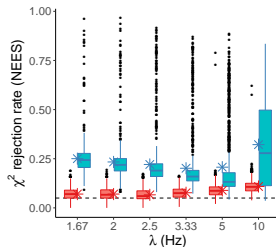
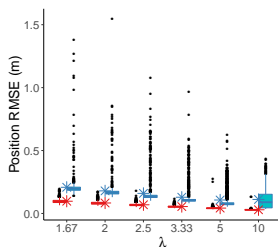
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
SNR (dB)	10	[3.0, 3.4]	[0.76, 0.94]
	20	[4.2, 4.8]	[0.83, 1.0]
	40	[7.8, 8.7]	[1.0, 1.2]
	60	[9.8, 11]	[1.2, 1.4]
	80	[11, 13]	[1.2, 1.4]
	100	[16, 18]	[1.2, 1.3]



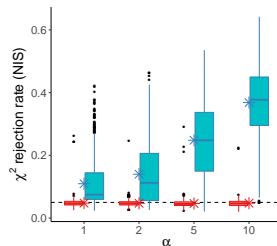
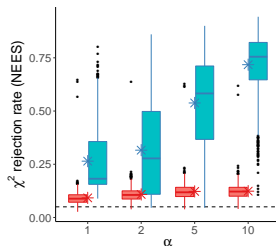
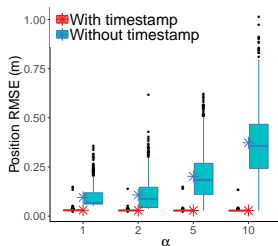
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários	λ (kHz)	Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
	1.67	[10, 12]	[1.1, 1.3]
	2	[9.1, 10]	[1.0, 1.2]
	2.5	[8.4, 9.7]	[0.82, 1.0]
	3.33	[6.9, 7.9]	[0.79, 0.97]
	5	[6.0, 6.9]	[0.78, 0.96]
	10	[7.7, 8.7]	[1.0, 1.2]



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários	α	Posição (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
α	1	[6.2, 6.8]	[1.2, 1.4]
	2	[7.4, 8.3]	[1.0, 1.2]
	5	[17, 18]	[1.3, 1.5]
	10	[33, 35]	[1.9, 2.1]



Principais Resultados e Contribuições

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- **Menor relação** entre a frequência média da amostragem irregular e a frequência de estimação, quando SNR das observações é maior que o do modelo de processo.

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investimento em sincronização e em capacidade computacional.

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
4. Utilização de outros métodos de filtragem, como o **baseado em partículas**, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos;

OBRIGADO

e-mail: tatatupi@gmail.com.br