## Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

## Taiguara Tupinambás

Orientador por: Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019



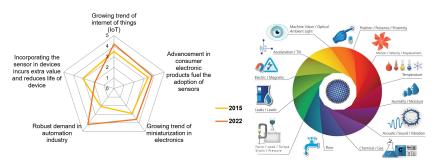


- 🚺 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- Conclusões

- 🕕 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

#### Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022

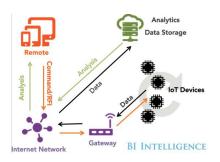


Fonte: Allied Market Research, 2016

Fonte: Postscape, 2015

#### **Tendências**

#### Internet das Coisas



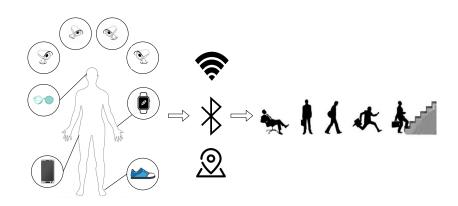
Fonte: Business Insider

#### Redes Complexas de Sensores



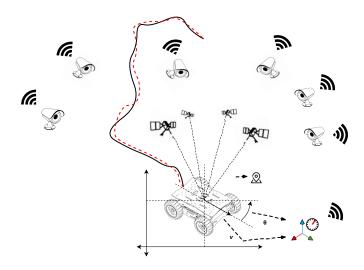
Fonte: Libelium

# Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



Taiguara Tupinambás

## Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são recebidas de forma regular
- Medições possuem carimbo de tempo correta

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são recebidas de forma regular
- Medições possuem carimbo de tempo correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a amostragem irregular sem informação confiável de carimbo de tempo

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são recebidas de forma regular
- Medições possuem carimbo de tempo correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a amostragem irregular sem informação confiável de carimbo de tempo

#### Possíveis soluções:

Investir em sincronização e em capacidade computacional

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

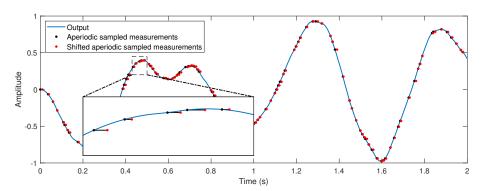
- Informações são recebidas de forma regular
- Medições possuem carimbo de tempo correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a amostragem irregular sem informação confiável de carimbo de tempo

#### Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

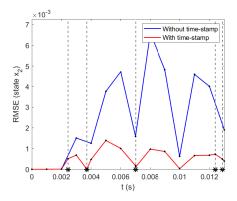
## Efeitos de se deslocar os instantes de tempo



## Efeitos de se deslocar os instantes de tempo

Erro de estimação, com carimbo de tempo (vermelho) e sem (azul)

- → Linha tracejada com asterisco: instantes de tempo com medições
- → Círculos pretos: instantes regulares de estimação



# Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a relevância do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os fatores que influenciam o desempenho?

# Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a relevância do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os fatores que influenciam o desempenho?

Fusão sensorial o estimação de estados de sistemas amostrados Amostragem irregular o amostragem aperiódica

- 🕕 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;

- 1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem** irregular;
- 2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

- 1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
- 2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
- 3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

- Revisar os métodos de fusão sensorial e o problema de amostragem irregular;
- 2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
- Desenvolver uma metodologia para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
- 4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

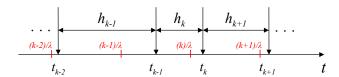
Taiguara Tupinambás Defesa de Mestrado Fevereiro 2019 9/43

## Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um processo de Poisson:

$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

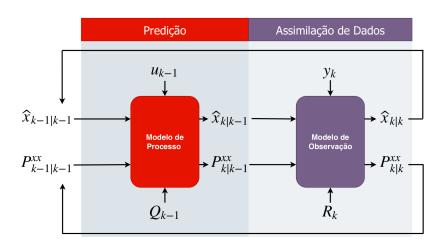
 $\lambda 
ightarrow {
m frequência}$  média de amostragem



Taiguara Tupinambás

- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

## Estimação de Estados



#### Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t), t)$$
$$y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4),$$
  
$$t_{k+1} = t_k + h_k,$$

#### Sistemas Amostrados Lineares

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t)$$
  
$$y(t_k) = Cx(t_k) + v(t_k)$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

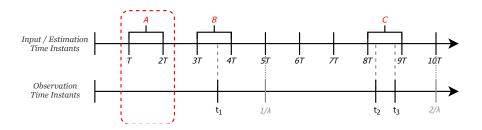
## Formulação do Problema

Queremos estimar o vetor de estados x(iT) e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados T, considerando:

- Instantes de tempo das observações  $t_k$  é definido pelo intervalo:
  - $\rightarrow h_k \triangleq t_k t_{k-1}$  $\rightarrow h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada u(t) é atualizada em intervalos de tempo constantes T:
  - $\rightarrow u(t) = u(iT)$ , para  $iT \le t < (i+1)T$
  - $\rightarrow i = 0, 1, 2, ... \in \mathbb{N}$

- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

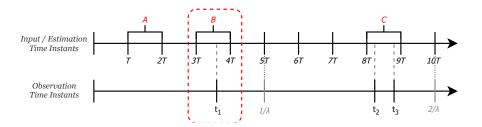
## Instantes de Estimação e de Observação



- Com carimbo:
  - 1. predição, de T a 2T;

- Sem carimbo:
  - 1. predição, de T a 2T;

## Instantes de Estimação e de Observação



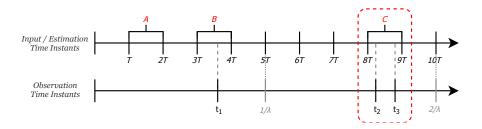
#### Com carimbo:

- 1. completo, de 3T a  $t_1$ ;
- 2. predição, de  $t_1$  a 4T;

#### Sem carimbo:

1. completo, de 3T a 4T, com  $t_1 = 4T$ ;

## Instantes de Estimação e de Observação



#### Com carimbo:

- 1. completo, de 8T a  $t_2$ ;
- 2. completo, de  $t_2$  a  $t_3$ ;
- 3. predição, de  $t_3$  a 9T;

#### Sem carimbo:

1. completo, de 8T a 9T, com  $t_3 = 9T$ ;

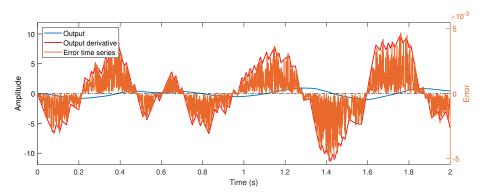
- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

## Diretamente proporcional à derivada do sinal

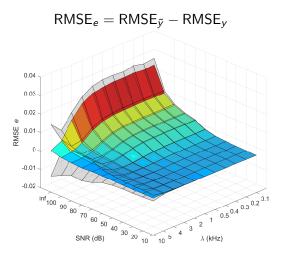
- Modelo de medição  $o y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo  $o \delta_k \triangleq nT t_k$ ,

$$e_k = g(t_k) - g(t_k + d_k),$$
 $e_k = \left[\frac{g(t_k) - g(t_k + d_k)}{\delta_k}\right] \delta_k$ 
 $e_k \approx -\frac{dy}{dt} \delta_k.$ 

# Diretamente proporcional à derivada do sinal



## Em função do ruído e da frequência média de amostragem



- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

#### Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
SNR	$\textit{SNR}_{ ext{dB}}  riangleq 10 \log_{10} rac{P_{ ext{signal}}}{P_{ ext{noise}}}$	Influência do nível de <b>ruído</b> no sistema
λ	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da <b>taxa de</b> <b>amostragem</b> média da saída
$\alpha$	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da <b>relação</b> entre as amostragens da saída e da entrada

### Sumário

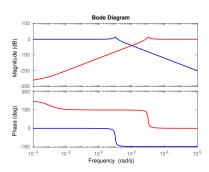
- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

### Descrição do Sistema

Dois modos subamortecidos, um passa-baixas e outro passa-altas:

$$G_{\rm lp}(s) = \frac{100}{s^2 + 2s + 100}$$

$$G_{\rm hp}(s) = \frac{s^2 - 0.001s}{s^2 + 200s + 10^6}$$



Taiguara Tupinambás

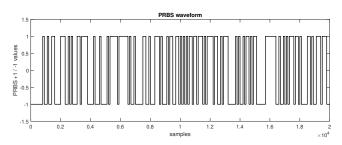
Defesa de Mestrado

### Descrição do Sistema

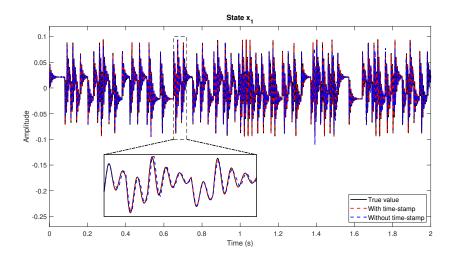
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

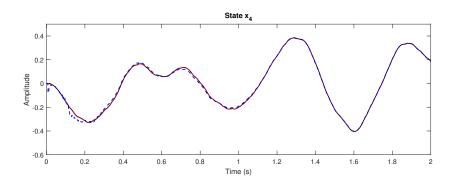
#### Entrada:



### Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

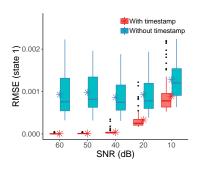


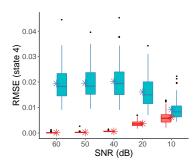
### Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



### Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

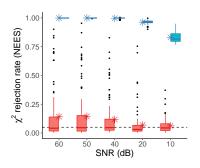
Cenário	s	Estado $1$ (diferen $\mu_{ m D}$	Estado 4 (diferen $\mu_{ m D}$	ça RMSE) Cohen's <i>d</i>	
SNR (dB)	60 50 40 20 10		[1.6, 2.3] [1.9, 2.6] [1.6, 2.3] [0.97, 1.6] [0.39, 0.97]		[2.6, 3.4] [2.8, 3.7] [2.3, 3.1] [1.6, 2.3] [0.52, 1.1]

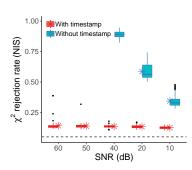




### Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

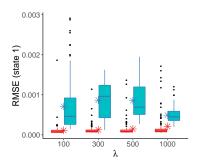
Cenários Estado 1 (diferença RMSE)		ça RMSE) Cohen's d	Estado 4 (diferença RMSE) $\mu_{\rm D}$ Cohen's		
		$\mu_{ m D}$	Conen s u	$\mu_{\rm D}$	Colleil's a
SNR (dB)	60 50 40 20 10		[1.6, 2.3] [1.9, 2.6] [1.6, 2.3] [0.97, 1.6] [0.39, 0.97]		[2.6, 3.4] [2.8, 3.7] [2.3, 3.1] [1.6, 2.3] [0.52, 1.1]

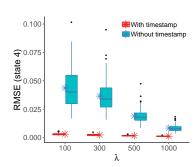




# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída $(\lambda)$

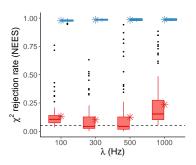
Cenári	os	Estado 1 (diferen $\mu_{ m D}$	ça RMSE) Cohen's <i>d</i>	Estado 4 (diferença RMSE) $\mu_{ m D}$ Cohen's $\sigma$		
λ (kHz)	0.1 0.3 0.5 1		[0.58, 1.2] [1.4, 2.0] [1.1, 1.7] [0.46, 1.0]		[2.0, 2.7] [2.1, 2.9] [2.3, 3.1] [2.0, 2.7]	

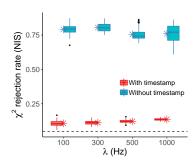




### Resultados - Variação da Frequência Média da Saída $(\lambda)$

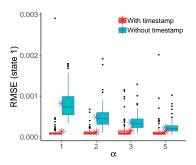
Cenário	os	Estado 1 (diferen $\mu_{ m D}$	ça RMSE) Cohen's <i>d</i>	Estado 4 (diferença RMSE) $\mu_{ m D}$ Cohen's $a$		
λ (kHz)	0.1 0.3 0.5 1		[0.58, 1.2] [1.4, 2.0] [1.1, 1.7] [0.46, 1.0]	$ \begin{vmatrix} [3.7, 4.4] \times 10^{-2} \\ [3.1, 3.7] \times 10^{-2} \\ [1.6, 1.9] \times 10^{-2} \\ [0.66, 0.78] \times 10^{-2} \end{vmatrix} $	[2.0, 2.7] [2.1, 2.9] [2.3, 3.1] [2.0, 2.7]	

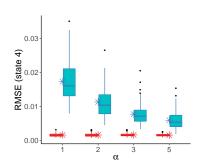




# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências $(\alpha)$

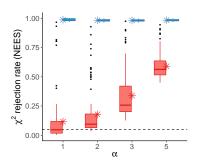
Cená	Cenários Estado 1 (diferença RMSE) $\mu_{\mathrm{D}} \qquad \qquad \text{Cohen's } \textit{d}$		Estado 4 (diferença RMSE) $\mu_{\rm D} \qquad \qquad {\rm Cohen's} \ d$		
α	1 2 3 5		[1.1, 1.8] [0.96, 1.6] [0.56, 1.1] [0.088, 0.65]		[2.5, 3.2] [1.9, 2.6] [1.7, 2.4] [1.3, 2.0]

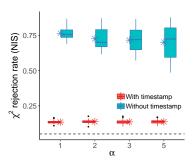




# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências $(\alpha)$

Cenários	Estado 1 (diferen $\mu_{ m D}$	Estado 1 (diferença RMSE) $\mu_{\mathrm{D}}$ Cohen's $d$				ça RMSE) Cohen's <i>d</i>
$ \begin{array}{c c} \alpha & 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{array} $		[1.1, 1.8] [0.96, 1.6] [0.56, 1.1] [0.088, 0.65]		[2.5, 3.2] [1.9, 2.6] [1.7, 2.4] [1.3, 2.0]		





#### Sumário

- Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Cenários de Simulação
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

### Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_{\mathrm{x}} = v \cos(\theta),$$
  
 $\dot{p}_{\mathrm{y}} = v \sin(\theta),$   
 $\dot{\theta} = u_{1}(t),$   
 $\dot{v} = u_{2}(t),$ 

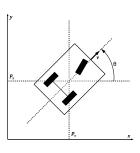
em que:

 $p_{x}$  e  $p_{y}$ : coordenadas de posição,

 $\hat{\theta}$ : orientação angular,

v: velocidade linear,

 $u_1$ : entrada: velocidade angular  $(\omega)$ ,  $u_2$ : entrada: aceleração linear (a)



#### Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \stackrel{\Delta}{=} [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

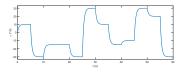
Modelo de observações:

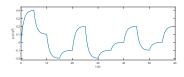
$$y(t_k) = egin{bmatrix} p_{\mathrm{x}}(t_k) \ p_{\mathrm{y}}(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), & v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}). \end{pmatrix}$$

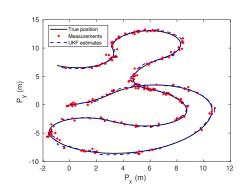
Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$
  $u_i = \tilde{u}_i - w_i, \ w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$ 

# Entradas e Realização Única

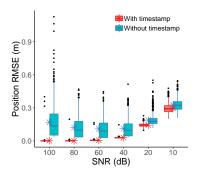






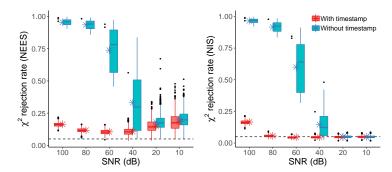
# Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR<sub>obs</sub>

Cenários		Position (dif $\mu_{ m D}$ (cm)	erença RMSE) Cohen's <i>d</i>
SNR (dB)	100	[16, 18]	[1.2, 1.3]
	80	[11, 13]	[1.2, 1.4]
	60	[9.8, 11]	[1.2, 1.4]
	40	[7.8, 8.7]	[1.0, 1.2]
	20	[4.2, 4.8]	[0.83, 1.0]
	10	[3.0, 3.4]	[0.76, 0.94]



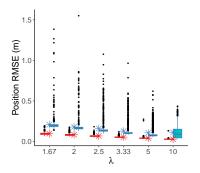
### Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR<sub>obs</sub>

Cenários		Position (dif $\mu_{ m D}$ (cm)	erença RMSE) Cohen's d
SNR (dB)	100	[16, 18]	[1.2, 1.3]
	80	[11, 13]	[1.2, 1.4]
	60	[9.8, 11]	[1.2, 1.4]
	40	[7.8, 8.7]	[1.0, 1.2]
	20	[4.2, 4.8]	[0.83, 1.0]
	10	[3.0, 3.4]	[0.76, 0.94]



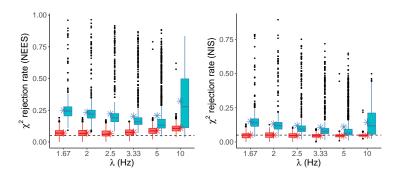
# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída $(\lambda)$

Cenários		Position (dif $\mu_{ m D}$ (cm)	ferença RMSE) Cohen's <i>d</i>
λ (kHz)	1.67	[10, 12]	[1.1, 1.3]
	2	[9.1, 10]	[1.0, 1.2]
	2.5	[8.4, 9.7]	[0.82, 1.0]
	3.33	[6.9, 7.9]	[0.79, 0.97]
	5	[6.0, 6.9]	[0.78, 0.96]
	10	[7.7, 8.7]	[1.0, 1.2]



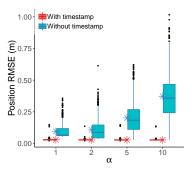
### Resultados - Variação da Frequência Média da Saída $(\lambda)$

Cenários		Position (dif $\mu_{\mathrm{D}}$ (cm)	erença RMSE) Cohen's d
λ (kHz)	1.67	[10, 12]	[1.1, 1.3]
	2	[9.1, 10]	[1.0, 1.2]
	2.5	[8.4, 9.7]	[0.82, 1.0]
	3.33	[6.9, 7.9]	[0.79, 0.97]
	5	[6.0, 6.9]	[0.78, 0.96]
	10	[7.7, 8.7]	[1.0, 1.2]



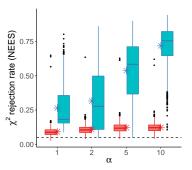
# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências $(\alpha)$

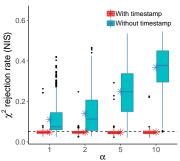
Cen	ários			rença RN Cohei	
α	1 2 5 10	[6.2, [7.4, [17, [33,	8.3] 18]	[1.2, [1.0, [1.3, [1.9,	1.2] 1.5]



# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências $(\alpha)$

Cenários		Posição (di $\mu_{ m D}$ (cm)	ferença RMSE) Cohen's d
α	1	[6.2, 6.8]	[1.2, 1.4]
	2	[7.4, 8.3]	[1.0, 1.2]
	5	[17, 18]	[1.3, 1.5]
	10	[33, 35]	[1.9, 2.1]





### Principais Resultados e Contribuições

Cenários com maior influência no desempenho do estimador:

- Baixo nível de ruído nos sinais;
- Baixa frequência média da amostragem irregular;
- Menor relação entre a frequência média da amostragem irregular e a frequência de estimação, quando SNR das observações é maior que o do modelo de processo.

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investimento em sincronização e em capacidade computacional.

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

- Investigação sobre algoritmos que compensam o erro de deslocar instantes de tempo;
- 2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

- Investigação sobre algoritmos que compensam o erro de deslocar instantes de tempo;
- 2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
- 3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

- Investigação sobre algoritmos que compensam o erro de deslocar instantes de tempo;
- 2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
- 3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
- Utilização de outros métodos de filtragem, como o baseado em partículas, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos;

#### **OBRIGADO**

e-mail: tatatupi@gmail.com.br