

# Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

Taiguara Tupinambás

**Orientador por:** Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)  
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019

# Sumário

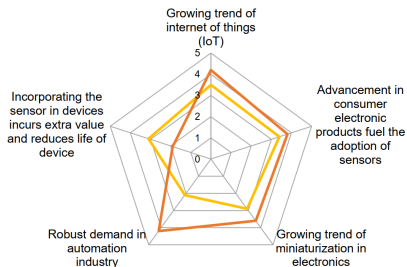
- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimacão de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimacão com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Sumário

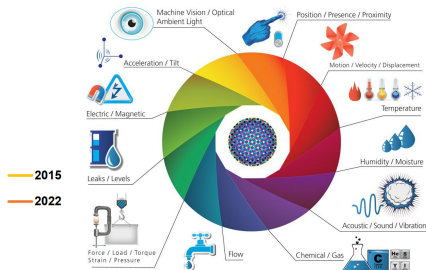
- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022



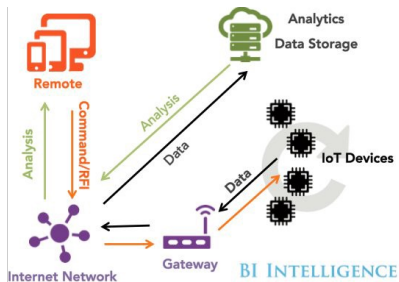
Fonte: Allied Market Research, 2016



Fonte: Postscope, 2015

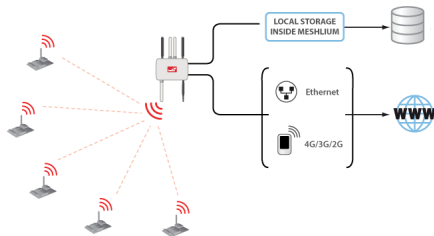
# Tendências

## Internet das Coisas



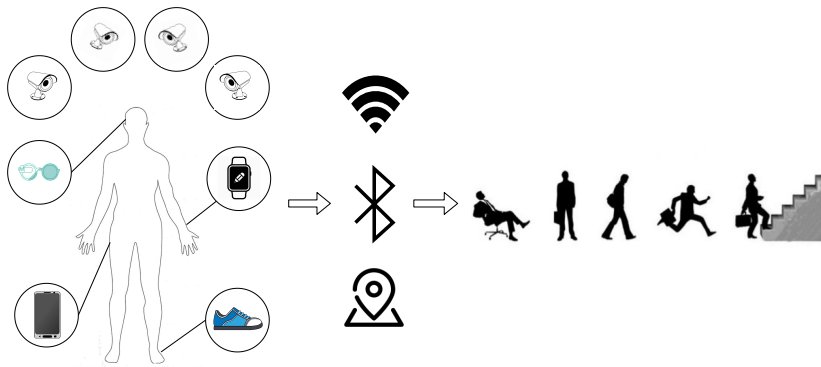
Fonte: Business Insider

## Redes Complexas de Sensores

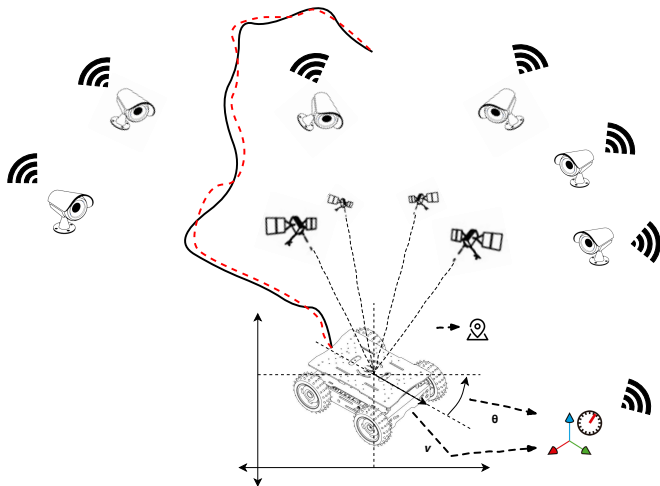


Fonte: Libelium

# Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



# Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



# Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbos de tempo** confiáveis



# Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbos de tempo** confiáveis

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

# Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbos de tempo** confiáveis

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

**Possíveis soluções:**

- Investir em sincronização e em capacidade computacional

# Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

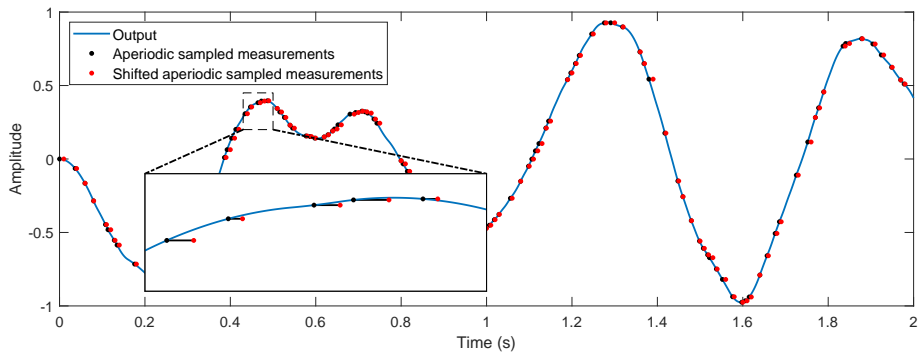
- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbos de tempo** confiáveis

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

**Possíveis soluções:**

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

# Efeitos de se deslocar os instantes de tempo



# Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

# Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

**Fusão sensorial** → estimação de estados de sistemas amostrados  
**Amostragem irregular** → amostragem aperiódica

# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - **Objetivos**
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;



# Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

# Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

# Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

# Sumário

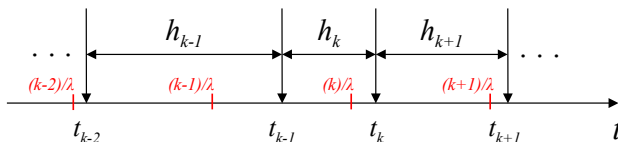
- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - **Modelo de Amostragem: Aperiódica**
  - Estimacão de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimacão com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio  Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um **processo de Poisson**:

$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

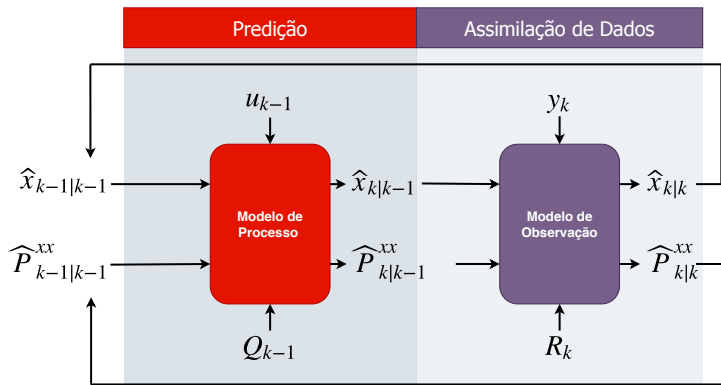
$\lambda \rightarrow$  frequência média de amostragem



# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - **Estimação de Estados de Sistemas Amostrados**
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Estimação de Estados



# Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$



# Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman**

# Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

# Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman Unscented**

# Formulação do Problema

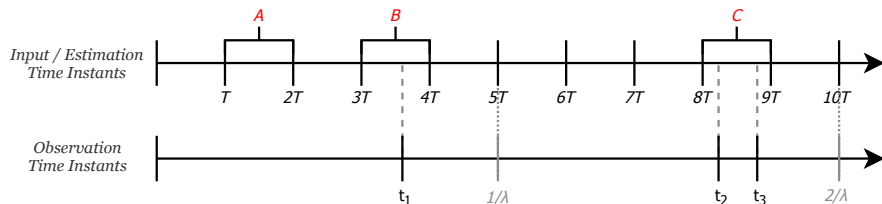
Queremos estimar o vetor de estados  $x(iT)$  e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados  $T$ , considerando:

- Instantes de tempo das observações  $t_k$  são definidos pelo intervalo:
  - $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$
  - $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada  $u(t)$  é atualizada em intervalos de tempo constantes  $T$ :
  - $u(t) = u(iT)$ , para  $iT \leq t < (i+1)T$
  - $i = 0, 1, 2, \dots \in \mathbb{N}$

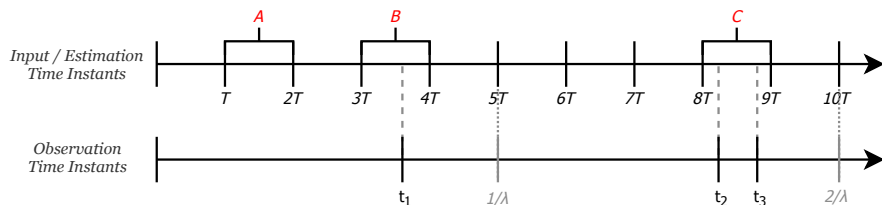
# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - **Estimação com Amostragem Aperiódica**
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Instantes de Estimação e de Observação



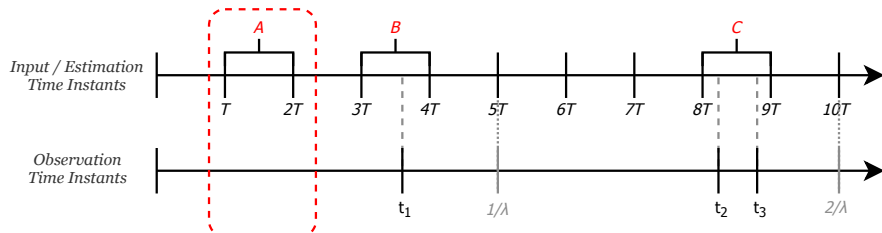
# Instantes de Estimação e de Observação



● Com carimbo:

● Sem carimbo:

# Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo:**

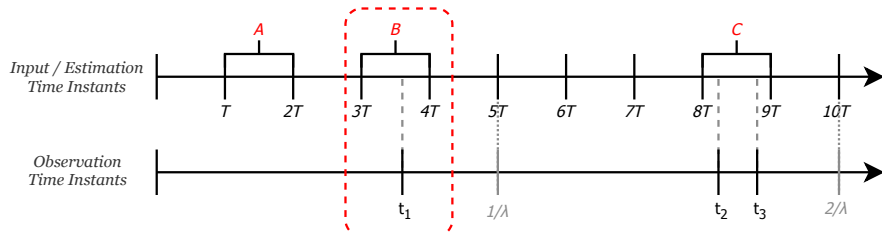
1. predição, de  $T$  a  $2T$ ;

- **Sem carimbo:**

1. predição, de  $T$  a  $2T$ ;



# Instantes de Estimação e de Observação



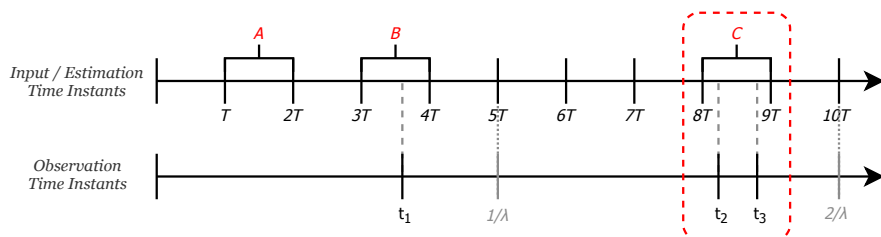
## Com carimbo:

1. completo, de  $3T$  a  $t_1$ ;
2. predição, de  $t_1$  a  $4T$ ;

## Sem carimbo:

1. completo, de  $3T$  a  $4T$ , com  $t_1 = 4T$ ;

# Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo:**

1. completo, de  $8T$  a  $t_2$ ;
2. completo, de  $t_2$  a  $t_3$ ;
3. predição, de  $t_3$  a  $9T$ ;

- **Sem carimbo:**

1. completo, de  $8T$  a  $9T$ , com  $t_3 = 9T$ ;

# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - **Análise do Erro**
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Diretamente proporcional à derivada do sinal

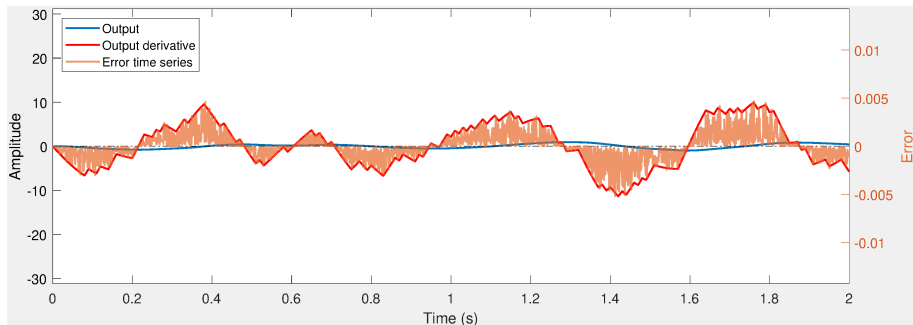
- Modelo de medição  $\rightarrow y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo  $\rightarrow \delta_k \triangleq nT - t_k,$

$$e_k = g(t_k) - g(t_k + \delta_k),$$

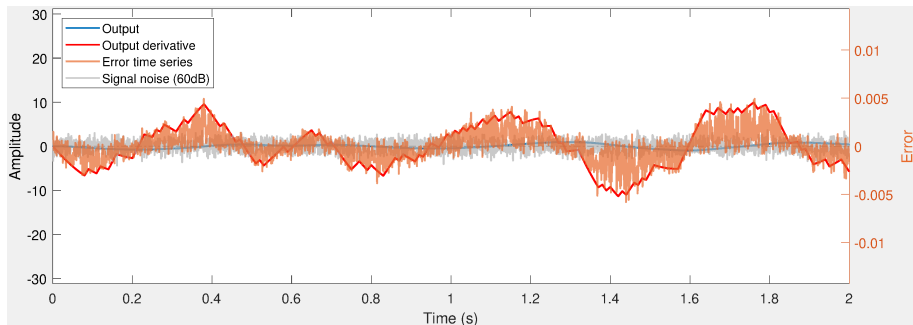
$$e_k = \left[ \frac{g(t_k) - g(t_k + \delta_k)}{\delta_k} \right] \delta_k$$

$$e_k \approx -\frac{dy}{dt} \delta_k.$$

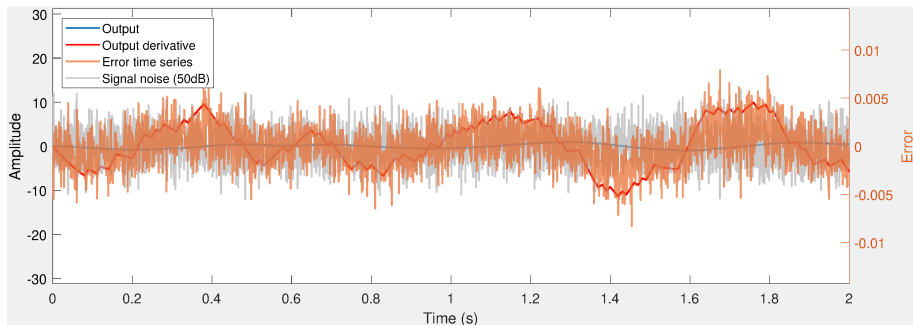
# Diretamente proporcional à derivada do sinal



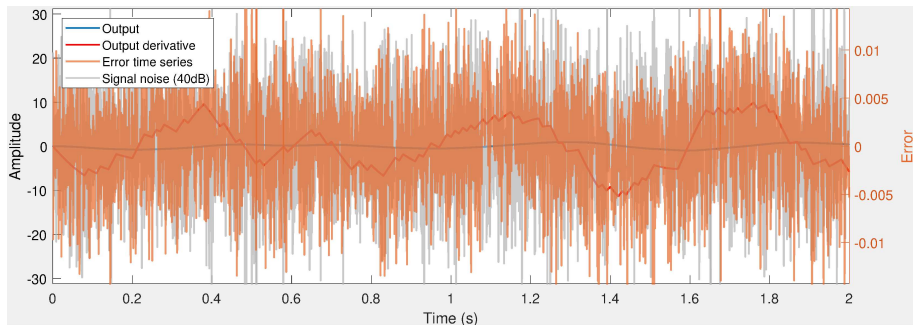
# Diretamente proporcional à derivada do sinal



# Diretamente proporcional à derivada do sinal



# Diretamente proporcional à derivada do sinal





# Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro  $\rightarrow y(t)$
- Medições  $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas  $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

## Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro  $\rightarrow y(t)$
- Medições  $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas  $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

## Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro  $\rightarrow y(t)$
- Medições  $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas  $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

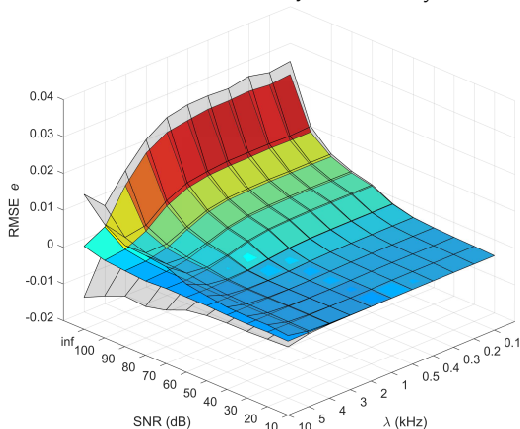
$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

Contribuição dos deslocamentos para o RMSE total

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$

# Em função do ruído e da frequência média de amostragem

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$



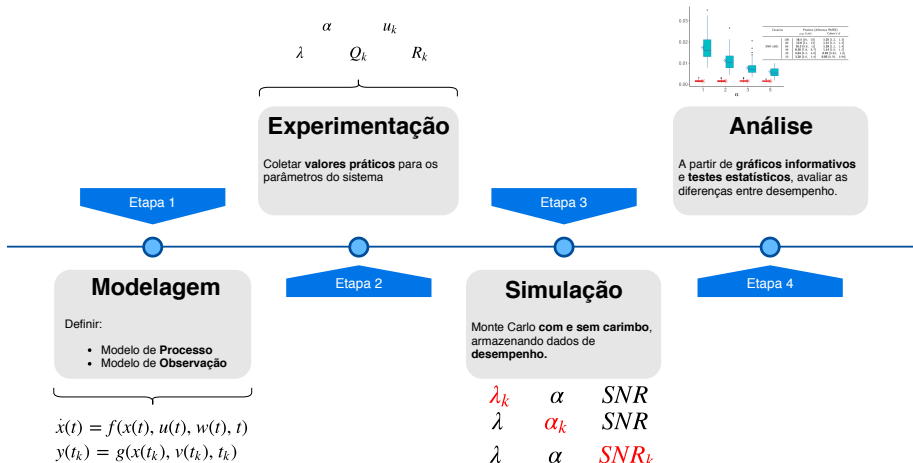
# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
SNR	$SNR_{\text{dB}} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$	Influência do nível de <b>ruído</b> no sistema
$\lambda$	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da <b>taxa de amostragem</b> média da saída
$\alpha$	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da <b>relação</b> entre as amostragens da saída e da entrada

# Abordagem proposta



# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - **Métricas de Desempenho**
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros



# Resultado da Estimação de Estados

Média do vetor de estados  $\rightarrow \hat{x}_{k|k}$

Covariância do vetor de estados  $\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$

# Resultado da Estimação de Estados

Média do vetor de estados  $\rightarrow \hat{x}_{k|k}$

Covariância do vetor de estados  $\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$

Deseja-se que as estimativas sejam **precisas** e **consistentes**

# Precisão

Raiz do Erro Quadrático Médio:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{x}_{k|k} - x_k)^2}{N}}$$

Testes estatísticos

$$\mu_D = RMSE_{w/o} - RMSE_w$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0, \\ H_1 : \mu_D \neq 0, \end{cases}$$

Tamanho de efeito:

$$d = \frac{\overline{RMSE}_w - \overline{RMSE}_{w/o}}{s_D}$$

# Consistência

Um estimador é dito **consistente** se:

$$E[x_k - \hat{x}_{k|k}] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}] = 0$$

$$E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}\tilde{x}_{k|k}^t] = P_{k|k}^{xx}$$

Uma forma de testar é definindo:

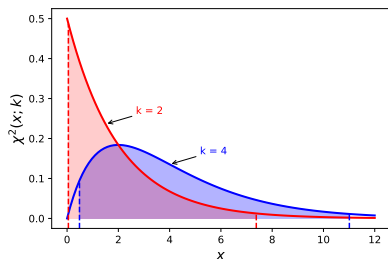
$$NEES_k \triangleq \tilde{x}_{k|k}^T (\hat{P}_{k|k}^{xx})^{-1} \tilde{x}_{k|k}$$

$$NIS_k \triangleq \eta_{k|k-1}^T (P_{k|k-1}^{yy})^{-1} \eta_{k|k-1}$$

Teste de hipóteses:  $H_0 : NEES_k \sim \chi^2(n_x), NIS_k \sim \chi^2(n_y)$

# Consistência

$$P \{ NEES_k, NIS_k \in [r_1, r_2] | H_0 \} = 1 - \alpha$$



Exemplo ( $\alpha = 5\%$ ):

$$\left[ \chi^2_2(0.025), \chi^2_2(0.975) \right] = [0.051, 7.38]$$

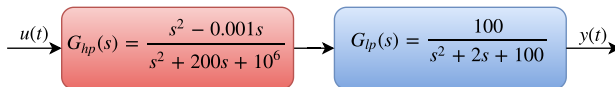
$$\left[ \chi^2_4(0.025), \chi^2_4(0.975) \right] = [0.484, 11.1]$$

# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - **Sistema Linear**
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Descrição do Sistema

Dois modos subamortecidos, um **passa-altas** e outro **passa-baixas**:

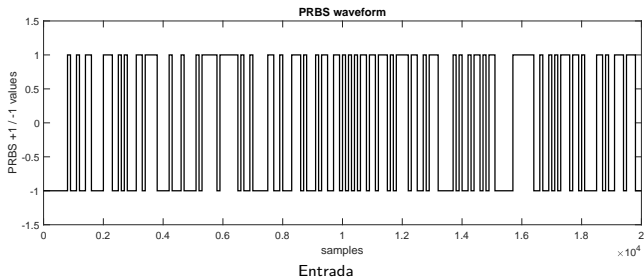
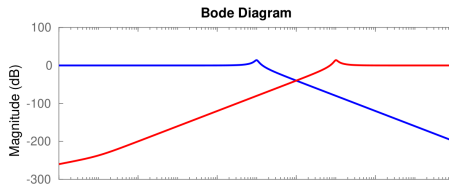


$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

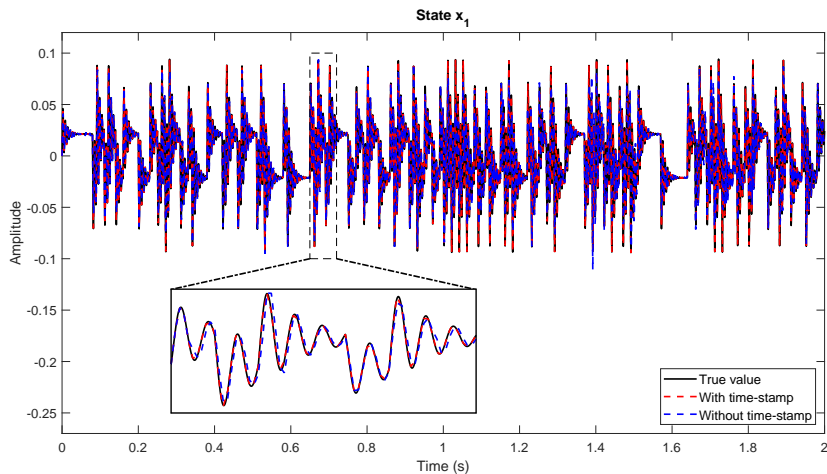
$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

# Descrição do Sistema

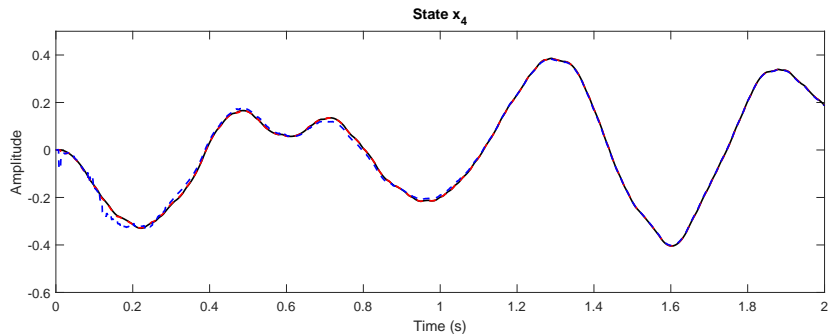




# Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

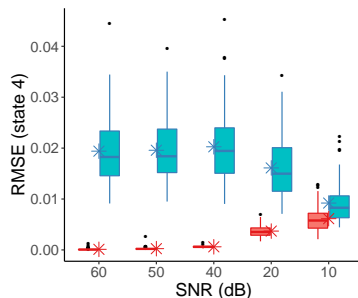
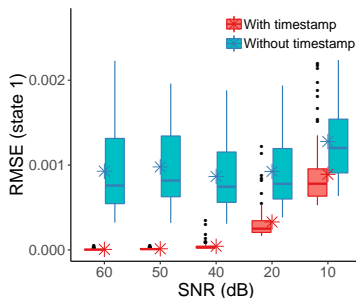


# Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



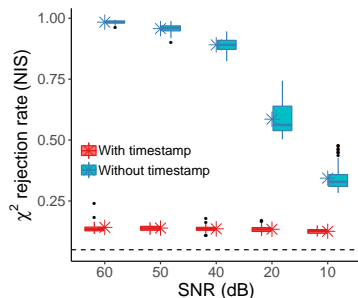
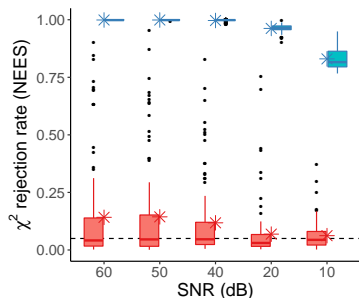
# Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu D$	Cohen's $d$	$\mu D$	Cohen's $d$
SNR (dB)	60	<b>9.21</b> $[8.3, 10] \times 10^{-4}$	<b>1.98</b> $[1.6, 2.3]$	<b>19.3</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>3.00</b> $[2.6, 3.4]$
	50	<b>9.70</b> $[8.8, 10] \times 10^{-4}$	<b>2.22</b> $[1.9, 2.6]$	<b>19.3</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>3.25</b> $[2.8, 3.7]$
	40	<b>8.23</b> $[7.4, 9.1] \times 10^{-4}$	<b>1.96</b> $[1.6, 2.3]$	<b>19.6</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>2.72</b> $[2.3, 3.1]$
	20	<b>5.95</b> $[5.0, 6.9] \times 10^{-4}$	<b>1.27</b> $[0.97, 1.6]$	<b>12.4</b> $[11, 14] \times 10^{-3}$	<b>1.96</b> $[1.6, 2.3]$
	10	<b>3.87</b> $[2.7, 5.0] \times 10^{-4}$	<b>0.680</b> $[0.39, 0.97]$	<b>3.07</b> $[2.3, 3.8] \times 10^{-3}$	<b>0.809</b> $[0.52, 1.1]$



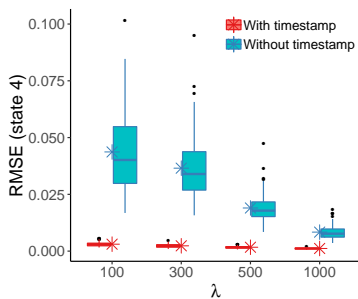
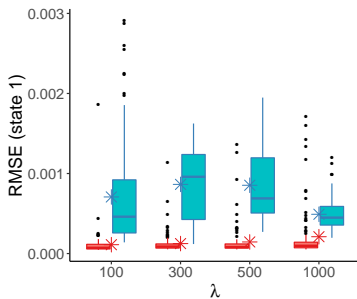
# Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
SNR (dB)	60	<b>9.21</b> $[8.3, 10] \times 10^{-4}$	<b>1.98</b> [1.6, 2.3]	<b>19.3</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>3.00</b> [2.6, 3.4]
	50	<b>9.70</b> $[8.8, 10] \times 10^{-4}$	<b>2.22</b> [1.9, 2.6]	<b>19.3</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>3.25</b> [2.8, 3.7]
	40	<b>8.23</b> $[7.4, 9.1] \times 10^{-4}$	<b>1.96</b> [1.6, 2.3]	<b>19.6</b> $[18, 21] \times 10^{-3}$	<b>2.72</b> [2.3, 3.1]
	20	<b>5.95</b> $[5.0, 6.9] \times 10^{-4}$	<b>1.27</b> [0.97, 1.6]	<b>12.4</b> $[11, 14] \times 10^{-3}$	<b>1.96</b> [1.6, 2.3]
	10	<b>3.87</b> $[2.7, 5.0] \times 10^{-4}$	<b>0.680</b> [0.39, 0.97]	<b>3.07</b> $[2.3, 3.8] \times 10^{-3}$	<b>0.809</b> [0.52, 1.1]



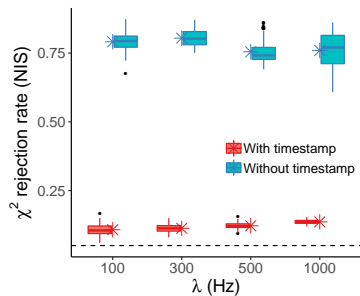
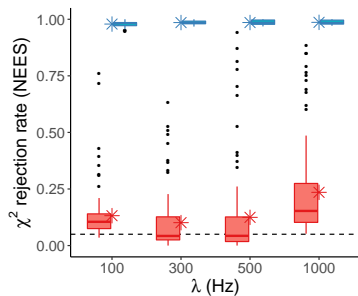
# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída ( $\lambda$ )

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
$\lambda$ (kHz)	0.1	<b>5.97</b> $[4.6, 7.3] \times 10^{-4}$	<b>0.869</b> $[0.58, 1.2]$	<b>4.06</b> $[3.7, 4.4] \times 10^{-2}$	<b>2.33</b> $[2.0, 2.7]$
	0.3	<b>7.40</b> $[6.5, 8.2] \times 10^{-4}$	<b>1.69</b> $[1.4, 2.0]$	<b>3.42</b> $[3.1, 3.7] \times 10^{-2}$	<b>2.48</b> $[2.1, 2.9]$
	0.5	<b>7.08</b> $[6.1, 8.1] \times 10^{-4}$	<b>1.39</b> $[1.1, 1.7]$	<b>1.73</b> $[1.6, 1.9] \times 10^{-2}$	<b>2.73</b> $[2.3, 3.1]$
	1	<b>2.80</b> $[2.1, 3.5] \times 10^{-4}$	<b>0.753</b> $[0.46, 1.0]$	<b>0.720</b> $[0.66, 0.78] \times 10^{-2}$	<b>2.34</b> $[2.0, 2.7]$



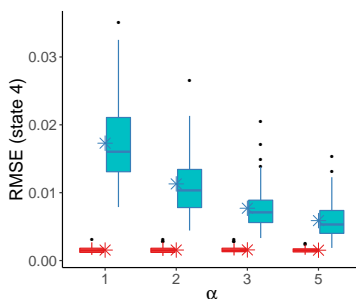
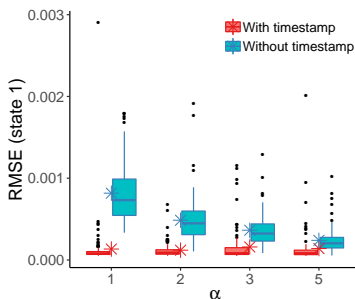
# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída ( $\lambda$ )

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
$\lambda$ (kHz)	0.1	<b>5.97</b> $[4.6, 7.3] \times 10^{-4}$	<b>0.869</b> $[0.58, 1.2]$	<b>4.06</b> $[3.7, 4.4] \times 10^{-2}$	<b>2.33</b> $[2.0, 2.7]$
	0.3	<b>7.40</b> $[6.5, 8.2] \times 10^{-4}$	<b>1.69</b> $[1.4, 2.0]$	<b>3.42</b> $[3.1, 3.7] \times 10^{-2}$	<b>2.48</b> $[2.1, 2.9]$
	0.5	<b>7.08</b> $[6.1, 8.1] \times 10^{-4}$	<b>1.39</b> $[1.1, 1.7]$	<b>1.73</b> $[1.6, 1.9] \times 10^{-2}$	<b>2.73</b> $[2.3, 3.1]$
	1	<b>2.80</b> $[2.1, 3.5] \times 10^{-4}$	<b>0.753</b> $[0.46, 1.0]$	<b>0.720</b> $[0.66, 0.78] \times 10^{-2}$	<b>2.34</b> $[2.0, 2.7]$



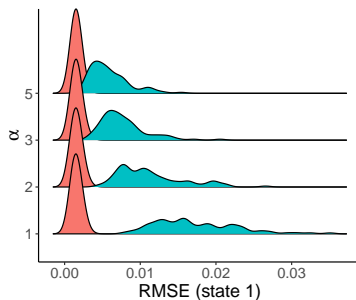
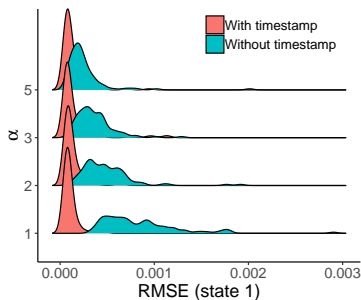
# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.83</b> $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	<b>1.44</b> $[1.1, 1.8]$	<b>15.7</b> $[15, 17] \times 10^{-3}$	<b>2.85</b> $[2.5, 3.2]$
	2	<b>3.66</b> $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	<b>1.26</b> $[0.96, 1.6]$	<b>9.75</b> $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	<b>2.25</b> $[1.9, 2.6]$
	3	<b>2.05</b> $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	<b>0.851</b> $[0.56, 1.1]$	<b>6.14</b> $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	<b>2.02</b> $[1.7, 2.4]$
	5	<b>1.00</b> $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	<b>0.369</b> $[0.088, 0.65]$	<b>4.36</b> $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	<b>1.67</b> $[1.3, 2.0]$



# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

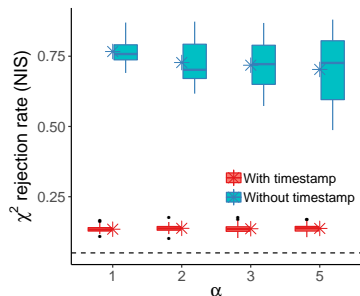
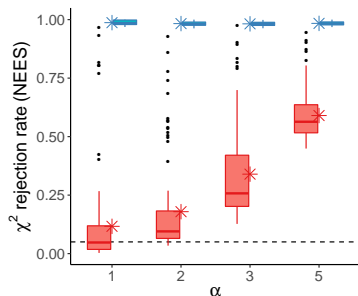
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.83</b> $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	<b>1.44</b> $[1.1, 1.8]$	<b>15.7</b> $[15, 17] \times 10^{-3}$	<b>2.85</b> $[2.5, 3.2]$
	2	<b>3.66</b> $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	<b>1.26</b> $[0.96, 1.6]$	<b>9.75</b> $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	<b>2.25</b> $[1.9, 2.6]$
	3	<b>2.05</b> $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	<b>0.851</b> $[0.56, 1.1]$	<b>6.14</b> $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	<b>2.02</b> $[1.7, 2.4]$
	5	<b>1.00</b> $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	<b>0.369</b> $[0.088, 0.65]$	<b>4.36</b> $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	<b>1.67</b> $[1.3, 2.0]$





# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		$\mu_D$	Cohen's $d$	$\mu_D$	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.83</b> $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	<b>1.44</b> $[1.1, 1.8]$	<b>15.7</b> $[15, 17] \times 10^{-3}$	<b>2.85</b> $[2.5, 3.2]$
	2	<b>3.66</b> $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	<b>1.26</b> $[0.96, 1.6]$	<b>9.75</b> $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	<b>2.25</b> $[1.9, 2.6]$
	3	<b>2.05</b> $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	<b>0.851</b> $[0.56, 1.1]$	<b>6.14</b> $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	<b>2.02</b> $[1.7, 2.4]$
	5	<b>1.00</b> $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	<b>0.369</b> $[0.088, 0.65]$	<b>4.36</b> $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	<b>1.67</b> $[1.3, 2.0]$



# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - **Sistema Não-Linear**
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_x = v \cos(\theta),$$

$$\dot{p}_y = v \sin(\theta),$$

$$\dot{\theta} = u_1(t),$$

$$\dot{v} = u_2(t),$$

em que:

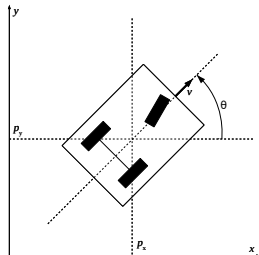
$p_x$  e  $p_y$ : coordenadas de posição,

$\theta$ : orientação angular,

$v$ : velocidade linear,

$u_1$ : entrada: velocidade angular ( $\omega$ ),

$u_2$ : entrada: aceleração linear ( $a$ )



# Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \triangleq [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

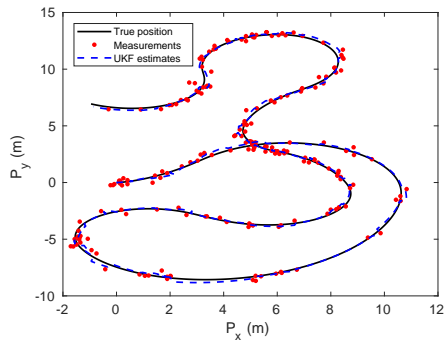
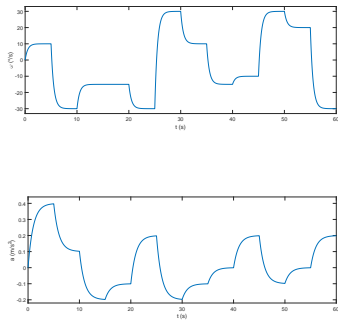
$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_x(t_k) \\ p_y(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

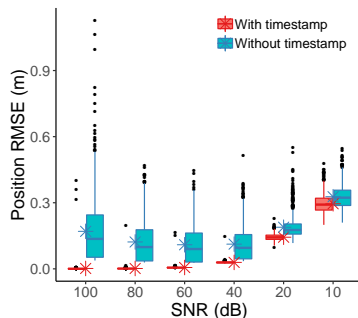
$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

# Entradas e Realização Única



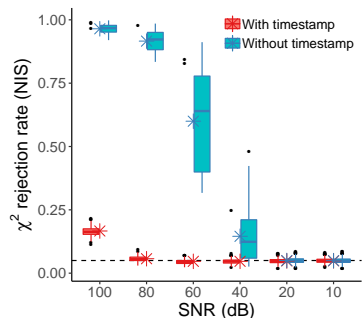
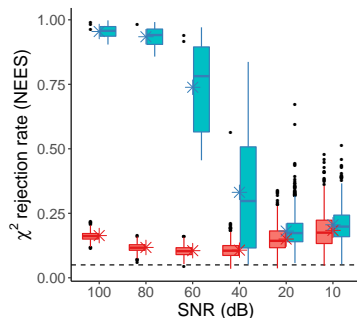
# Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída $SNR_{obs}$

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
SNR (dB)	100	<b>16.8</b> [16, 18]	<b>1.25</b> [1.2, 1.3]
	80	<b>12.0</b> [11, 13]	<b>1.31</b> [1.2, 1.4]
	60	<b>10.3</b> [9.8, 11]	<b>1.28</b> [1.2, 1.4]
	40	<b>8.30</b> [7.8, 8.7]	<b>1.14</b> [1.0, 1.2]
	20	<b>4.54</b> [4.2, 4.8]	<b>0.92</b> [0.83, 1.0]
	10	<b>3.20</b> [3.0, 3.4]	<b>0.85</b> [0.76, 0.94]



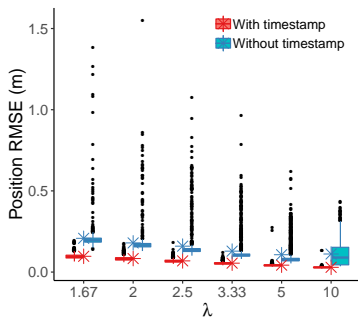
# Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída $SNR_{obs}$

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
SNR (dB)	100	<b>16.8</b> [16, 18]	<b>1.25</b> [1.2, 1.3]
	80	<b>12.0</b> [11, 13]	<b>1.31</b> [1.2, 1.4]
	60	<b>10.3</b> [9.8, 11]	<b>1.28</b> [1.2, 1.4]
	40	<b>8.30</b> [7.8, 8.7]	<b>1.14</b> [1.0, 1.2]
	20	<b>4.54</b> [4.2, 4.8]	<b>0.92</b> [0.83, 1.0]
	10	<b>3.20</b> [3.0, 3.4]	<b>0.85</b> [0.76, 0.94]



# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída ( $\lambda$ )

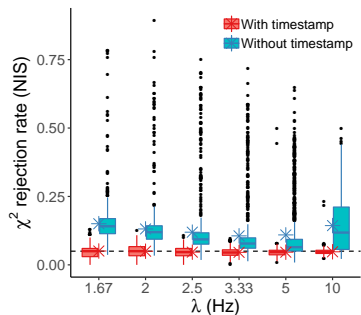
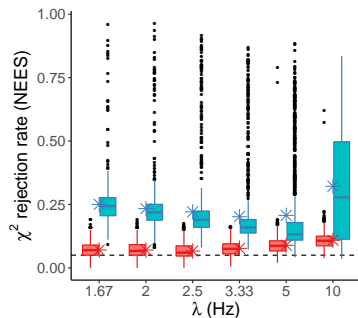
Cenários		Position (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
$\lambda$ (kHz)	1.67	<b>11.1</b> [10, 12]	<b>1.23</b> [1.1, 1.3]
	2	<b>9.63</b> [9.1, 10]	<b>1.10</b> [1.0, 1.2]
	2.5	<b>9.07</b> [8.4, 9.7]	<b>0.910</b> [0.82, 1.0]
	3.33	<b>7.40</b> [6.9, 7.9]	<b>0.877</b> [0.79, 0.97]
	5	<b>6.42</b> [6.0, 6.9]	<b>0.865</b> [0.78, 0.96]
	10	<b>8.20</b> [7.7, 8.7]	<b>1.09</b> [1.0, 1.2]





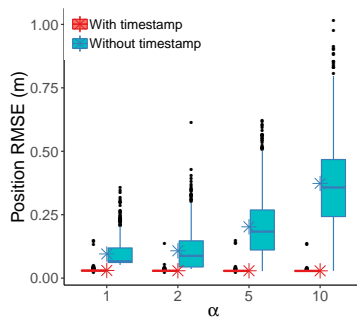
# Resultados - Variação da Frequência Média da Saída ( $\lambda$ )

Cenários	$\lambda$ (kHz)	Position (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
	1.67	<b>11.1</b> [10, 12]	<b>1.23</b> [1.1, 1.3]
	2	<b>9.63</b> [9.1, 10]	<b>1.10</b> [1.0, 1.2]
	2.5	<b>9.07</b> [8.4, 9.7]	<b>0.910</b> [0.82, 1.0]
	3.33	<b>7.40</b> [6.9, 7.9]	<b>0.877</b> [0.79, 0.97]
	5	<b>6.42</b> [6.0, 6.9]	<b>0.865</b> [0.78, 0.96]
	10	<b>8.20</b> [7.7, 8.7]	<b>1.09</b> [1.0, 1.2]



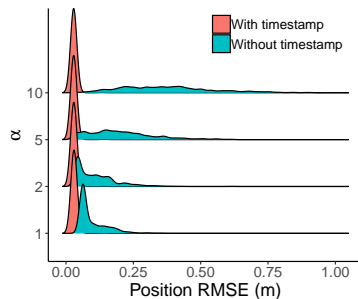
# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.51</b> [6.2, 6.8]	<b>1.28</b> [1.2, 1.4]
	2	<b>7.86</b> [7.4, 8.3]	<b>1.07</b> [1.0, 1.2]
	5	<b>17.3</b> [17, 18]	<b>1.42</b> [1.3, 1.5]
	10	<b>34.4</b> [33, 35]	<b>2.01</b> [1.9, 2.1]



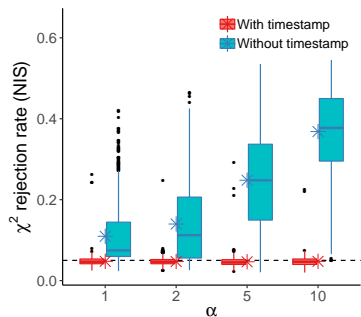
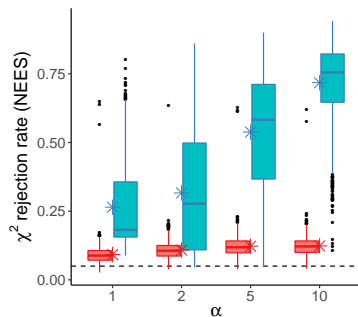
# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.51</b> [6.2, 6.8]	<b>1.28</b> [1.2, 1.4]
	2	<b>7.86</b> [7.4, 8.3]	<b>1.07</b> [1.0, 1.2]
	5	<b>17.3</b> [17, 18]	<b>1.42</b> [1.3, 1.5]
	10	<b>34.4</b> [33, 35]	<b>2.01</b> [1.9, 2.1]



# Resultados - Variação da Relação Entre Frequências ( $\alpha$ )

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		$\mu_D$ (cm)	Cohen's $d$
$\alpha$	1	<b>6.51</b> [6.2, 6.8]	<b>1.28</b> [1.2, 1.4]
	2	<b>7.86</b> [7.4, 8.3]	<b>1.07</b> [1.0, 1.2]
	5	<b>17.3</b> [17, 18]	<b>1.42</b> [1.3, 1.5]
	10	<b>34.4</b> [33, 35]	<b>2.01</b> [1.9, 2.1]



# Sumário

- 1 Motivação
  - Popularização de Redes de Sensores
  - Objetivos
- 2 Metodologia
  - Modelo de Amostragem: Aperiódica
  - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
  - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
  - Análise do Erro
  - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
  - Métricas de Desempenho
  - Sistema Linear
  - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões
  - Contribuições e Trabalhos Futuros

# Principais Resultados e Contribuições

Maioria dos resultados do algoritmo sem carimbo de tempo com **alta variabilidade**.

# Principais Resultados e Contribuições

Maioria dos resultados do algoritmo sem carimbo de tempo com **alta variabilidade**.

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- Em relação ao  $\alpha$ , os resultados **sugerem que depende** da relação entre o nível de ruído dos modelos de processo e observação.

# Principais Resultados e Contribuições

Maioria dos resultados do algoritmo sem carimbo de tempo com **alta variabilidade**.

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- Em relação ao  $\alpha$ , os resultados **sugerem que depende** da relação entre o nível de ruído dos modelos de processo e observação.

**Abordagem útil** para a tomada de **decisão sobre investimento** em sincronização e em capacidade computacional.



# Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

# Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

# Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

# Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
4. Utilização de outros métodos de filtragem, como o **baseado em partículas**, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos.

# OBRIGADO

e-mail: [tatatupi@gmail.com.br](mailto:tatatupi@gmail.com.br)