Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

Taiguara Tupinambás

Orientador por: Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019

UFMG

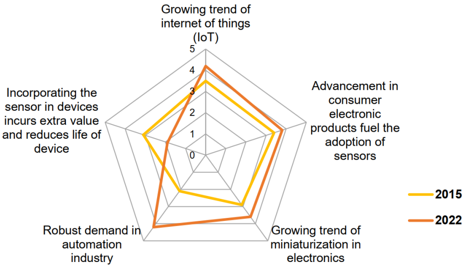
MACSIN

Sumário

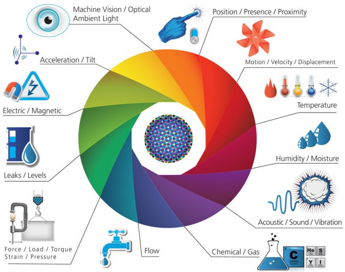
Sumário

Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022



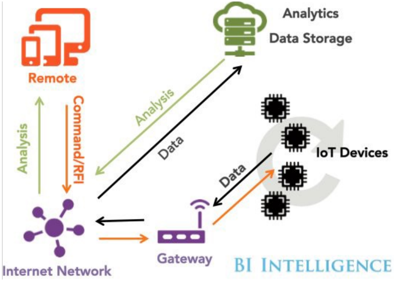
Fonte: Allied Market Research, 2016



Fonte: Postscape, 2015

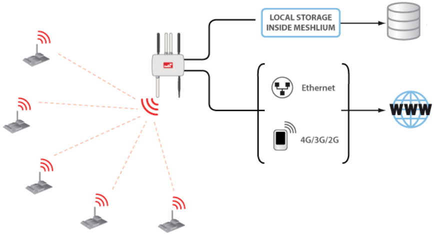
Tendências

Internet das Coisas



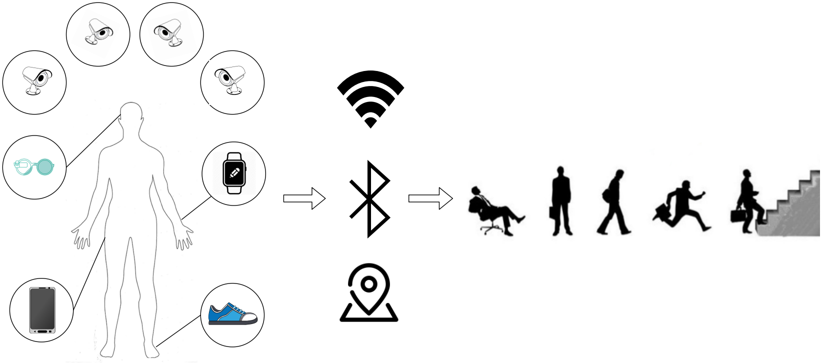
Fonte: Business Insider

Redes Complexas de Sensores

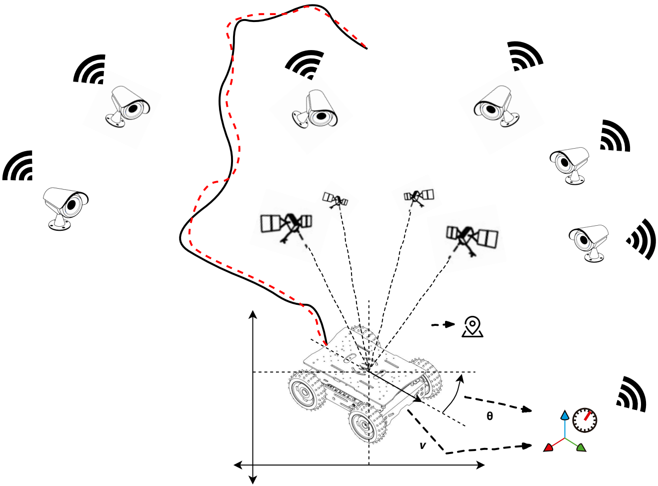


Fonte: Libelium

Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

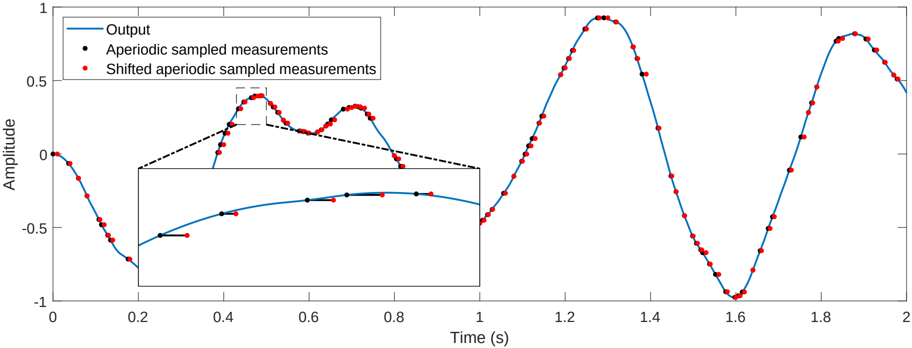
- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

Efeitos de se deslocar os instantes de tempo

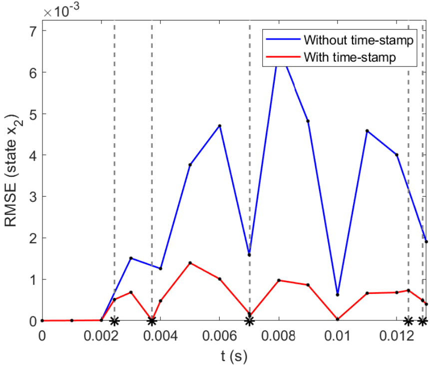


Efeitos de se deslocar os instantes de tempo

Erro de estimação, com carimbo de tempo (vermelho) e sem (azul)

→ Linha tracejada com asterisco: instantes de tempo com medições

→ Círculos pretos: instantes regulares de estimação



Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Fusão sensorial → estimação de estados de sistemas amostrados
Amostragem irregular → amostragem aperiódica

Sumário

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

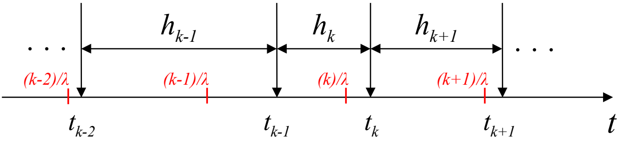
Sumário

Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um **processo de Poisson**:

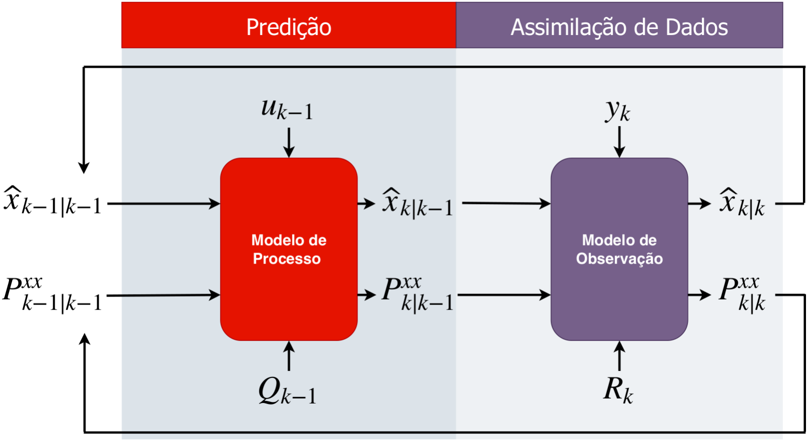
$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

$\lambda \rightarrow$ frequência média de amostragem



Sumário

Estimação de Estados



Sistemas Amostrados Não Lineares

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\
y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)
\end{aligned}
$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$
\begin{aligned}
x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4\right), \\
t_{k+1} &= t_k + h_k,
\end{aligned}
$$

Sistemas Amostrados Lineares

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\
y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)
\end{aligned}
$$

Discretizado por:

$$
x(t_{k+1}) = A_{\mathrm{d}}(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_{\mathrm{d}}(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_{\mathrm{d}}(t_k, t_{k+1})
$$

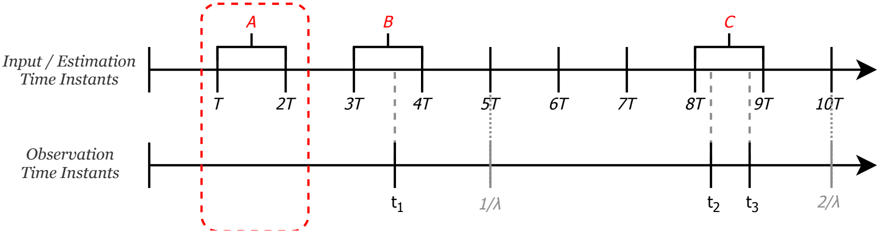
Formulação do Problema

Queremos estimar o vetor de estados $x(iT)$ e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados T, considerando:

- Instantes de tempo das observações t_k é definido pelo intervalo:
  - $\rightarrow$ $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$
  - $\rightarrow$ $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada $u(t)$ é atualizada em intervalos de tempo constantes T:
  - $\rightarrow$ $u(t) = u(iT)$, para $iT \leq t < (i+1)T$
  - $\rightarrow$ $i = 0,\ 1,\ 2, ... \in \mathbb{N}$

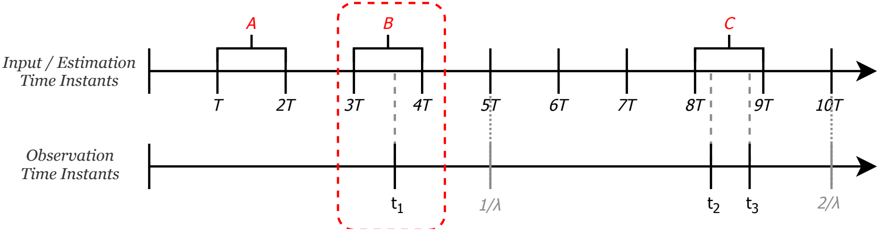
Sumário

Instantes de Estimação e de Observação



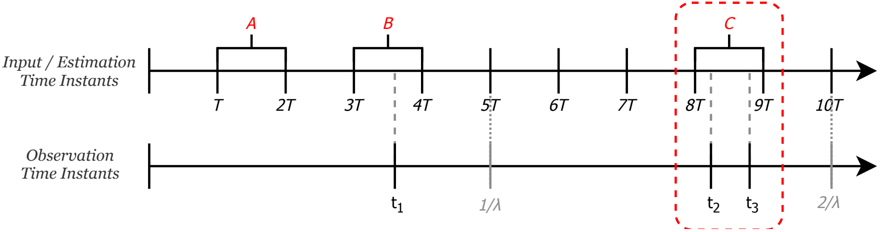
- **Com carimbo**:
  1. predição, de T a $2T$;
- **Sem carimbo**:
  1. predição, de T a $2T$;

Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo**:
  1. completo, de $3T$ a t_1;
  2. predição, de t_1 a $4T$;
- **Sem carimbo**:
  1. completo, de $3T$ a $4T$, com $t_1 = 4T$;

Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo**:
  1. completo, de $8T$ a t_2;
  2. completo, de t_2 a t_3;
  3. predição, de t_3 a $9T$;

- **Sem carimbo**:
  1. completo, de $8T$ a $9T$, com $t_3 = 9T$;

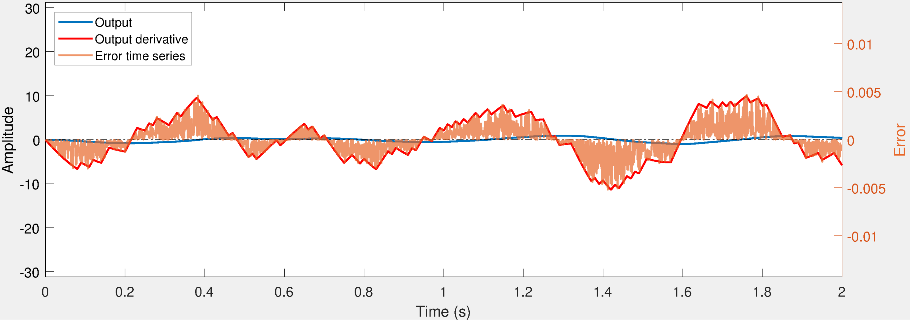
Sumário

Diretamente proporcional à derivada do sinal

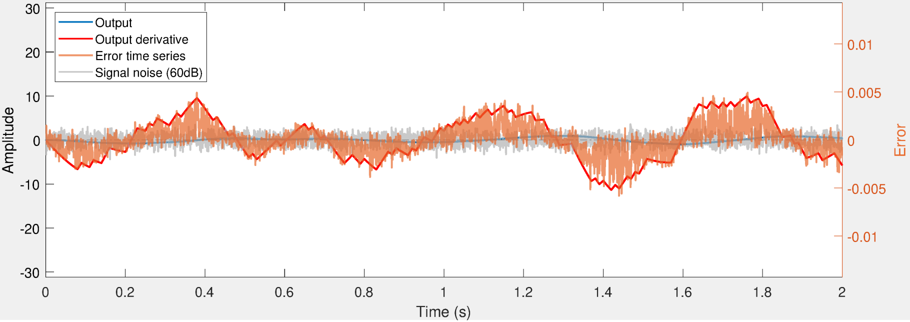
- Modelo de medição $\rightarrow y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo $\rightarrow \delta_k \triangleq nT - t_k,$

$$
\begin{aligned}
e_k &= g(t_k) - g(t_k + \delta_k), \\
e_k &= \left[\frac{g(t_k) - g(t_k + \delta_k)}{\delta_k} \right] \delta_k \\
e_k &\approx -\frac{dy}{dt}\delta_k .
\end{aligned}
$$

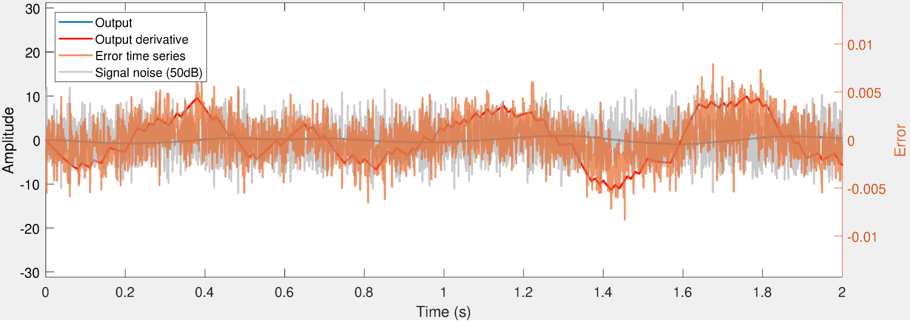
Diretamente proporcional à derivada do sinal



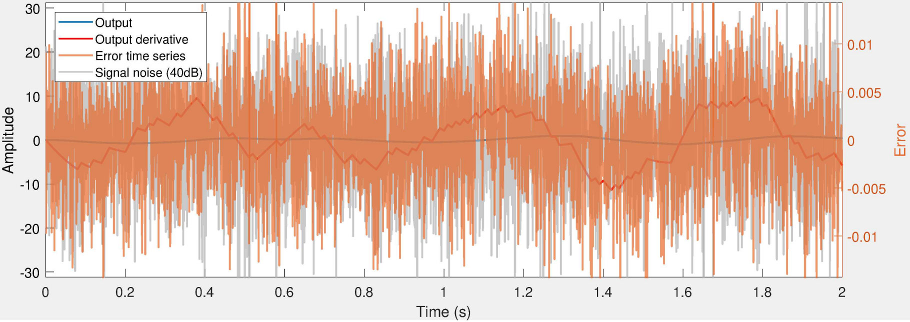
Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k^*) = \hat{y}(t_k - \delta_k)$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k^*) = \hat{y}(t_k - \delta_k)$

$$\mathrm{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N} (\hat{y}(t_k) - y(t_k))}{N}}$$

$$\mathrm{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N} (\tilde{y}(t_k^*) - y(t_k^*))}{N}}$$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k^*) = \hat{y}(t_k - \delta_k)$

$$\mathrm{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(\hat{y}(t_k) - y(t_k))}{N}}$$

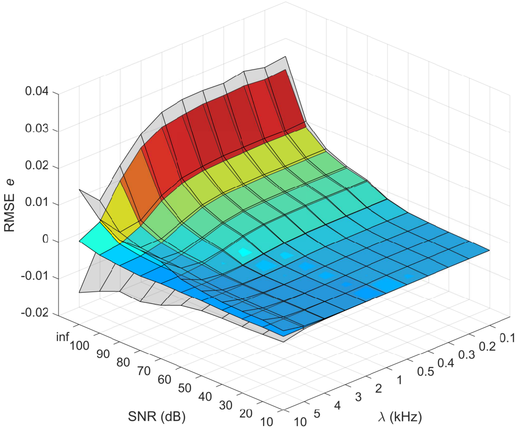
$$\mathrm{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(\tilde{y}(t_k^*) - y(t_k^*))}{N}}$$

Contribuição dos deslocamentos para o RMSE total

$$\mathrm{RMSE}_e \triangleq \mathrm{RMSE}_{\tilde{y}} - \mathrm{RMSE}_{\hat{y}}$$

Em função do ruído e da frequência média de amostragem

$$\mathrm{RMSE}_e \triangleq \mathrm{RMSE}_{\tilde{y}} - \mathrm{RMSE}_{\hat{y}}$$



Sumário

Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
SNR	$SNR_{\mathrm{dB}} \triangleq 10\log_{10}\frac{P_{\mathrm{signal}}}{P_{\mathrm{noise}}}$	Influência do nível de **ruído** no sistema
λ	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da **taxa de amostragem** média da saída
α	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da **relação** entre as amostragens da saída e da entrada

Abordagem proposta

Etapa 1

Modelagem

Definir:

- Modelo de **Processo**
- Modelo de **Observação**

$$\underbrace{\begin{aligned} x_k &= Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + Gw_{k-1} \\ y_k &= Cx_k + v_k \end{aligned}}$$

Etapa 2

Experimentação

Coletar **valores práticos** para os parâmetros do sistema

$$\overbrace{\lambda \quad \alpha \quad Q_k \quad u_k \quad R_k}$$

Etapa 3

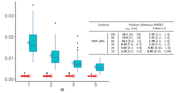
Simulação

Monte Calo **com e sem carimbo**, armazenando dados de **precisão** e **consistência**.

λ_k	α	SNR
λ	α_k	SNR
λ	α	SNR_k

Etapa 4

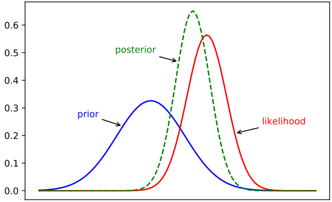
Análise



A partir de **gráficos informativos** e **testes estatísticos**, avaliar as diferenças entre desempenho.

Sumário

Resultado da Estimação de Estados

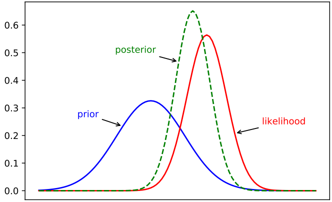


$$\rho(x_k|y_k) = \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_{k|k}), \hat{P}^{xx}_{k|k})$$

$\longrightarrow$ $\hat{x}_{k|k}$

$\longrightarrow$ $\hat{P}^{xx}_{k|k}$

Resultado da Estimação de Estados



$$\rho(x_k|y_k) = \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_{k|k}), \hat{P}^{xx}_{k|k})$$

$\rightarrow$ $\hat{x}_{k|k}$

$\rightarrow$ $\hat{P}^{xx}_{k|k}$

Deseja-se que as estimativas sejam **precisas** e **consistentes**

Precisão

Raiz do Erro Quadrático Médio:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(\hat{x}_{k|k} - x_k)^2}{N}}$$

Testes estatísticos

$$\mu_{\text{D}} = RMSE_{\text{w/o}} - RMSE_{\text{w}}$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{\mathrm{D}} & = 0, \\ H_1 : \mu_{\mathrm{D}} & \neq 0, \end{cases}$$

Tamanho de efeito:

$$d = \frac{\overline{RMSE}_{\text{w}} - \overline{RMSE}_{\text{w/o}}}{s_{\text{D}}}$$

Consistência

Um estimador é dito **consistente** se:

$$E\left[x_k - \hat{x}_{k|k}\right] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}] = 0$$
$$E\left[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T\right] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}\tilde{x}^t_{k|k}] = P^{xx}_{k|k}$$

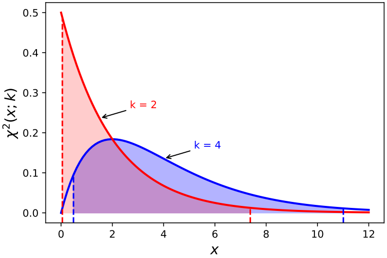
Uma forma de testar é definindo:

$$NEES_k \triangleq \tilde{x}^T_{k|k}(P^{xx}_{k|k})^{-1}\tilde{x}_{k|k}$$
$$NIS_k \triangleq \eta^T_{k|k-1}(P^{yy}_{k|k-1})^{-1}\eta_{k|k-1}$$

Teste de hipóteses: $H_0 : NEES_k \sim \chi^2(n_x),\ NIS_k \sim \chi^2(n_y)$

Consistência

$$P\left\{NEES_k, NIS_k \in [r_1, r_2] | H_0\right\} = 1 - \alpha$$



Exemplo ($\alpha = 5\%$):

$$\left[\chi^2_2(0.025),\ \chi^2_2(0.975)\right] = [0.051,\ 7.38]$$

$$\left[\chi^2_4(0.025),\ \chi^2_4(0.975)\right] = [0.484,\ 11.1]$$

Sumário

Descrição do Sistema

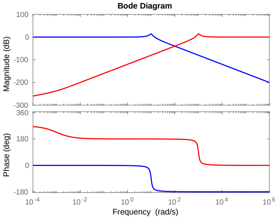
Dois modos subamortecidos, um passa-baixas e outro passa-altas :

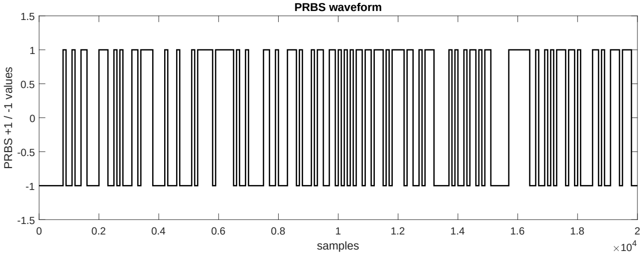
$$u(t) \longrightarrow \boxed{G_{lp}(s) = \frac{100}{s^2 + 2s + 100}} \longrightarrow \boxed{G_{hp}(s) = \frac{s^2 - 0.001s}{s^2 + 200s + 10^6}} \longrightarrow y(t)$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

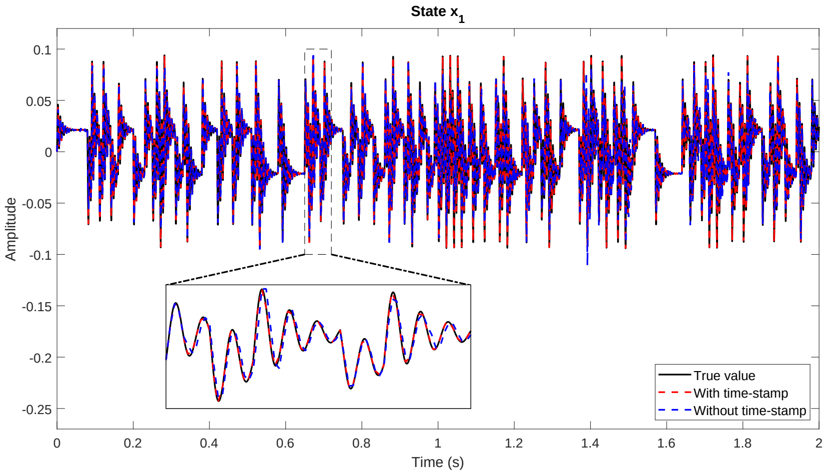
Descrição do Sistema



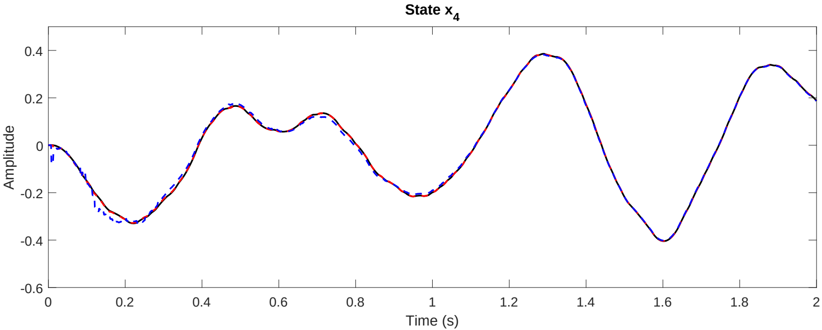


Entrada

Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

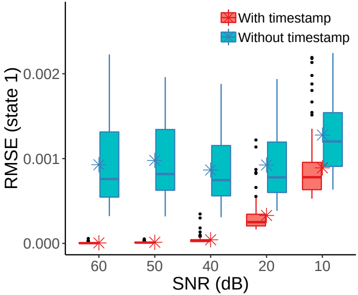


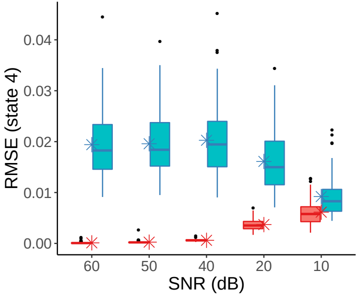
Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

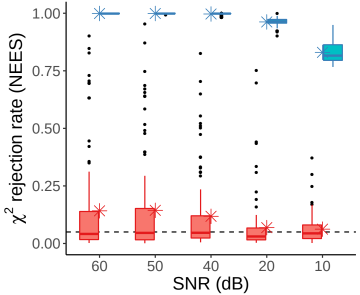
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_D	Estado 1 (diferença RMSE) Cohen's *d*	Estado 4 (diferença RMSE) μ_D	Estado 4 (diferença RMSE) Cohen's *d*
SNR (dB)	60	**9.21** [8.3, 10] $\times 10^{-4}$	**1.98** [1.6, 2.3]	**19.3** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**3.00** [2.6, 3.4]
	50	**9.70** [8.8, 10] $\times 10^{-4}$	**2.22** [1.9, 2.6]	**19.3** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**3.25** [2.8, 3.7]
	40	**8.23** [7.4, 9.1] $\times 10^{-4}$	**1.96** [1.6, 2.3]	**19.6** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**2.72** [2.3, 3.1]
	20	**5.95** [5.0, 6.9] $\times 10^{-4}$	**1.27** [0.97, 1.6]	**12.4** [11, 14] $\times 10^{-3}$	**1.96** [1.6, 2.3]
	10	**3.87** [2.7, 5.0] $\times 10^{-4}$	**0.680** [0.39, 0.97]	**3.07** [2.3, 3.8] $\times 10^{-3}$	**0.809** [0.52, 1.1]

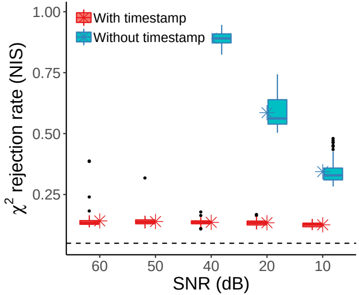




Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

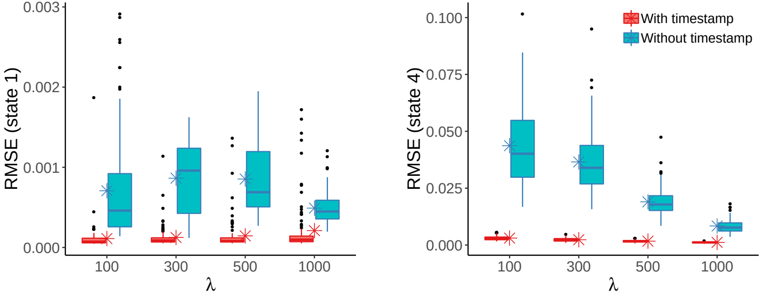
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_D	Estado 1 (diferença RMSE) Cohen's *d*	Estado 4 (diferença RMSE) μ_D	Estado 4 (diferença RMSE) Cohen's *d*
SNR (dB)	60	**9.21** [8.3, 10] $\times 10^{-4}$	**1.98** [1.6, 2.3]	**19.3** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**3.00** [2.6, 3.4]
	50	**9.70** [8.8, 10] $\times 10^{-4}$	**2.22** [1.9, 2.6]	**19.3** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**3.25** [2.8, 3.7]
	40	**8.23** [7.4, 9.1] $\times 10^{-4}$	**1.96** [1.6, 2.3]	**19.6** [18, 21] $\times 10^{-3}$	**2.72** [2.3, 3.1]
	20	**5.95** [5.0, 6.9] $\times 10^{-4}$	**1.27** [0.97, 1.6]	**12.4** [11, 14] $\times 10^{-3}$	**1.96** [1.6, 2.3]
	10	**3.87** [2.7, 5.0] $\times 10^{-4}$	**0.680** [0.39, 0.97]	**3.07** [2.3, 3.8] $\times 10^{-3}$	**0.809** [0.52, 1.1]





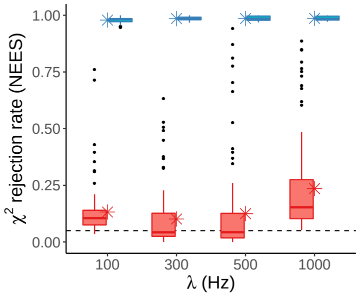
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

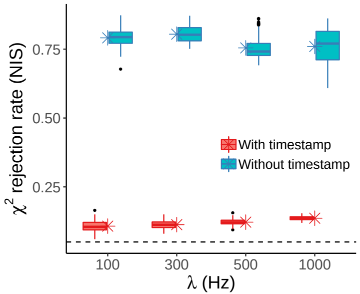
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_D	Cohen's d	Estado 4 (diferença RMSE) μ_D	Cohen's d
λ (kHz)	0.1	**5.97** [4.6, 7.3] $\times 10^{-4}$	**0.869** [0.58, 1.2]	**4.06** [3.7, 4.4] $\times 10^{-2}$	**2.33** [2.0, 2.7]
	0.3	**7.40** [6.5, 8.2] $\times 10^{-4}$	**1.69** [1.4, 2.0]	**3.42** [3.1, 3.7] $\times 10^{-2}$	**2.48** [2.1, 2.9]
	0.5	**7.08** [6.1, 8.1] $\times 10^{-4}$	**1.39** [1.1, 1.7]	**1.73** [1.6, 1.9] $\times 10^{-2}$	**2.73** [2.3, 3.1]
	1	**2.80** [2.1, 3.5] $\times 10^{-4}$	**0.753** [0.46, 1.0]	**0.720** [0.66, 0.78] $\times 10^{-2}$	**2.34** [2.0, 2.7]



Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

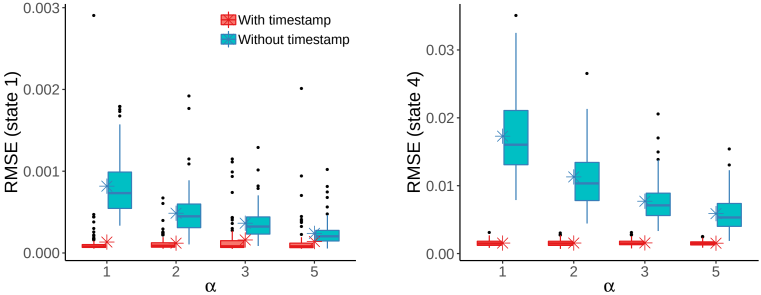
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_D	Estado 1 (diferença RMSE) Cohen's *d*	Estado 4 (diferença RMSE) μ_D	Estado 4 (diferença RMSE) Cohen's *d*
λ (kHz)	0.1	**5.97** [4.6, 7.3] $\times 10^{-4}$	**0.869** [0.58, 1.2]	**4.06** [3.7, 4.4] $\times 10^{-2}$	**2.33** [2.0, 2.7]
	0.3	**7.40** [6.5, 8.2] $\times 10^{-4}$	**1.69** [1.4, 2.0]	**3.42** [3.1, 3.7] $\times 10^{-2}$	**2.48** [2.1, 2.9]
	0.5	**7.08** [6.1, 8.1] $\times 10^{-4}$	**1.39** [1.1, 1.7]	**1.73** [1.6, 1.9] $\times 10^{-2}$	**2.73** [2.3, 3.1]
	1	**2.80** [2.1, 3.5] $\times 10^{-4}$	**0.753** [0.46, 1.0]	**0.720** [0.66, 0.78] $\times 10^{-2}$	**2.34** [2.0, 2.7]





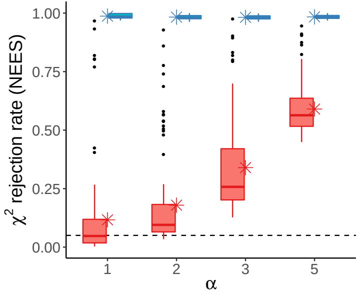
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

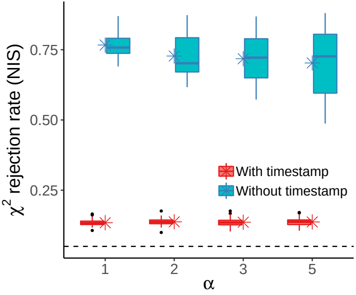
Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_{D}	Estado 1 (diferença RMSE) Cohen's d	Estado 4 (diferença RMSE) μ_{D}	Estado 4 (diferença RMSE) Cohen's d
α	1	**6.83** $[5.9, \ 7.8] \times 10^{-4}$	**1.44** $[1.1, \ 1.8]$	**15.7** $[15, \ 17] \times 10^{-3}$	**2.85** $[2.5, \ 3.2]$
	2	**3.66** $[3.1, \ 4.2] \times 10^{-4}$	**1.26** $[0.96, \ 1.6]$	**9.75** $[8.9, \ 11] \times 10^{-3}$	**2.25** $[1.9, \ 2.6]$
	3	**2.05** $[1.6, \ 2.5] \times 10^{-4}$	**0.851** $[0.56, \ 1.1]$	**6.14** $[5.6, \ 6.7] \times 10^{-3}$	**2.02** $[1.7, \ 2.4]$
	5	**1.00** $[0.46, \ 1.5] \times 10^{-4}$	**0.369** $[0.088, \ 0.65]$	**4.36** $[3.8, \ 4.9) \times 10^{-3}$	**1.67** $[1.3, \ 2.0]$



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE) μ_D	Estado 1 (diferença RMSE) Cohen's d	Estado 4 (diferença RMSE) μ_D	Estado 4 (diferença RMSE) Cohen's d
α	1	**6.83** [5.9, 7.8] $\times 10^{-4}$	**1.44** [1.1, 1.8]	**15.7** [15, 17] $\times 10^{-3}$	**2.85** [2.5, 3.2]
	2	**3.66** [3.1, 4.2] $\times 10^{-4}$	**1.26** [0.96, 1.6]	**9.75** [8.9, 11] $\times 10^{-3}$	**2.25** [1.9, 2.6]
	3	**2.05** [1.6, 2.5] $\times 10^{-4}$	**0.851** [0.56, 1.1]	**6.14** [5.6, 6.7] $\times 10^{-3}$	**2.02** [1.7, 2.4]
	5	**1.00** [0.46, 1.5] $\times 10^{-4}$	**0.369** [0.088, 0.65]	**4.36** [3.8, 4.9) $\times 10^{-3}$	**1.67** [1.3, 2.0]



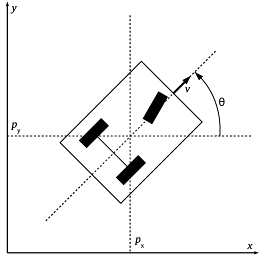


Sumário

Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\begin{aligned} \dot{p}_{\mathrm{x}} &= v\cos(\theta), \\ \dot{p}_{\mathrm{y}} &= v\sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= u_1(t), \\ \dot{v} &= u_2(t), \end{aligned}$$



em que:

p_{x} e p_{y}:	coordenadas de posição,
θ:	orientação angular,
v:	velocidade linear,
u_1:	entrada: velocidade angular (ω),
u_2:	entrada: aceleração linear (a)

Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \triangleq [p_{\mathrm{x},i} \ p_{\mathrm{y},i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

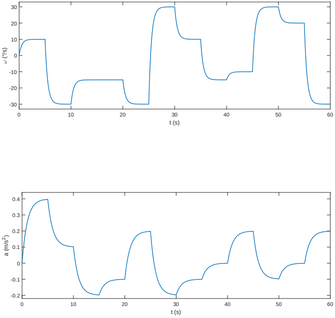
$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_{\mathrm{x}}(t_k) \\ p_{\mathrm{y}}(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

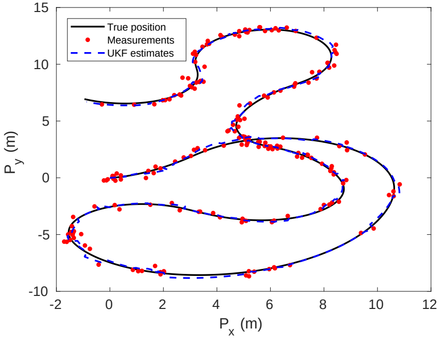
Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

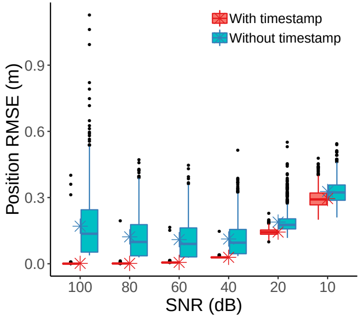
Entradas e Realização Única





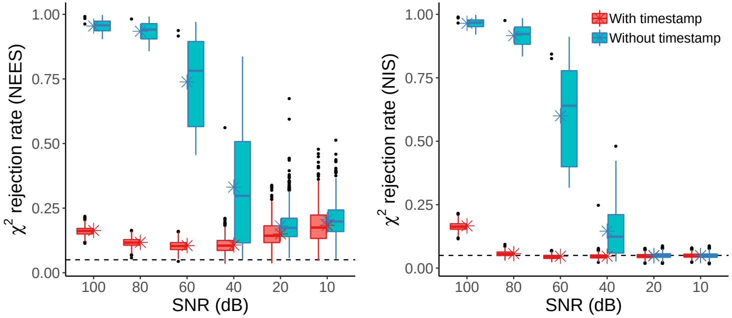
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE) μ_{D} (cm)	Cohen's d
SNR (dB)	100	**16.8** [16, 18]	**1.25** [1.2, 1.3]
	80	**12.0** [11, 13]	**1.31** [1.2, 1.4]
	60	**10.3** [9.8, 11]	**1.28** [1.2, 1.4]
	40	**8.30** [7.8, 8.7]	**1.14** [1.0, 1.2]
	20	**4.54** [4.2, 4.8]	**0.92** [0.83, 1.0]
	10	**3.20** [3.0, 3.4]	**0.85** [0.76, 0.94]



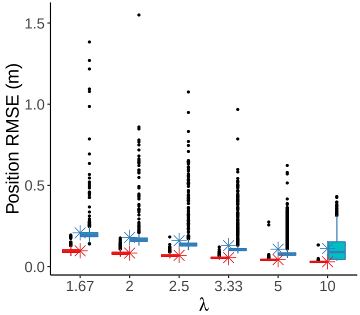
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE) μ_D (cm)	Cohen's *d*
SNR (dB)	100	**16.8** [16, 18]	**1.25** [1.2, 1.3]
	80	**12.0** [11, 13]	**1.31** [1.2, 1.4]
	60	**10.3** [9.8, 11]	**1.28** [1.2, 1.4]
	40	**8.30** [7.8, 8.7]	**1.14** [1.0, 1.2]
	20	**4.54** [4.2, 4.8]	**0.92** [0.83, 1.0]
	10	**3.20** [3.0, 3.4]	**0.85** [0.76, 0.94]



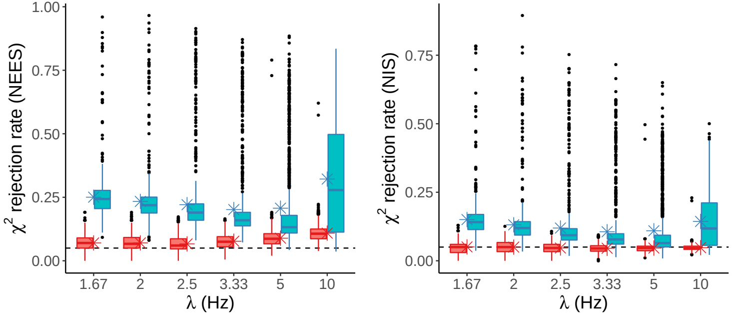
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Position (diferença RMSE) μ_D (cm)	Cohen's *d*
λ (kHz)	1.67	**11.1** [10, 12]	**1.23** [1.1, 1.3]
	2	**9.63** [9.1, 10]	**1.10** [1.0, 1.2]
	2.5	**9.07** [8.4, 9.7]	**0.910** [0.82, 1.0]
	3.33	**7.40** [6.9, 7.9]	**0.877** [0.79, 0.97]
	5	**6.42** [6.0, 6.9]	**0.865** [0.78, 0.96]
	10	**8.20** [7.7, 8.7]	**1.09** [1.0, 1.2]



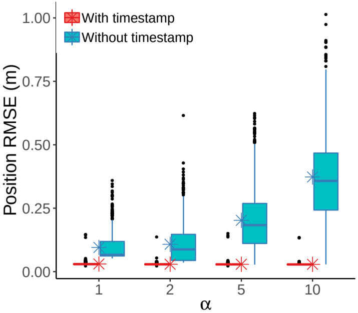
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Position (diferença RMSE) μ_D (cm)	Position (diferença RMSE) Cohen's *d*
λ (kHz)	1.67	**11.1** [10, 12]	**1.23** [1.1, 1.3]
	2	**9.63** [9.1, 10]	**1.10** [1.0, 1.2]
	2.5	**9.07** [8.4, 9.7]	**0.910** [0.82, 1.0]
	3.33	**7.40** [6.9, 7.9]	**0.877** [0.79, 0.97]
	5	**6.42** [6.0, 6.9]	**0.865** [0.78, 0.96]
	10	**8.20** [7.7, 8.7]	**1.09** [1.0, 1.2]



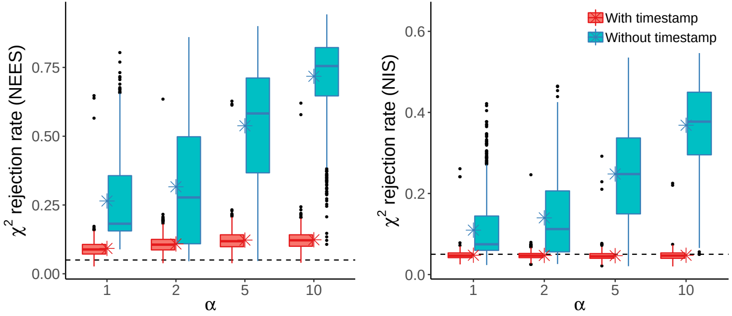
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Posição (diferença RMSE) μ_D (cm)	Cohen's *d*
α	1	**6.51** [6.2, 6.8]	**1.28** [1.2, 1.4]
	2	**7.86** [7.4, 8.3]	**1.07** [1.0, 1.2]
	5	**17.3** [17, 18]	**1.42** [1.3, 1.5]
	10	**34.4** [33, 35]	**2.01** [1.9, 2.1]



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Posição (diferença RMSE) μ_D (cm)	Cohen's *d*
α	1	**6.51** [6.2, 6.8]	**1.28** [1.2, 1.4]
	2	**7.86** [7.4, 8.3]	**1.07** [1.0, 1.2]
	5	**17.3** [17, 18]	**1.42** [1.3, 1.5]
	10	**34.4** [33, 35]	**2.01** [1.9, 2.1]



Principais Resultados e Contribuições

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- **Menor relação** entre a frequência média da amostragem irregular e a frequência de estimação, quando SNR das observações é maior que o do modelo de processo.

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investimento em sincronização e em capacidade computacional.

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
4. Utilização de outros métodos de filtragem, como o **baseado em partículas**, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos;

OBRIGADO

e-mail: tatatupi@gmail.com.br