

Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

Taiguara Tupinambás

Orientador por: Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019

Sumário

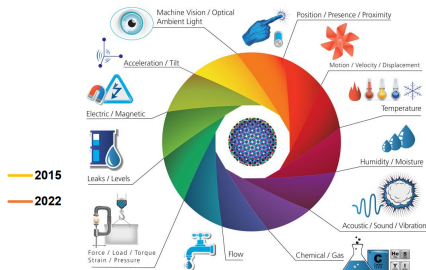
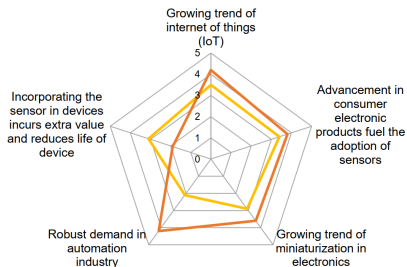
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

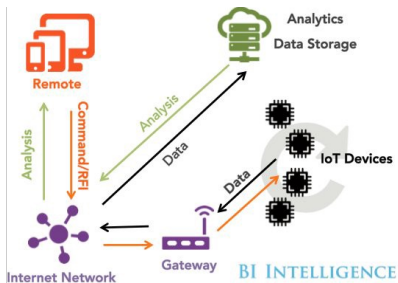
Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022



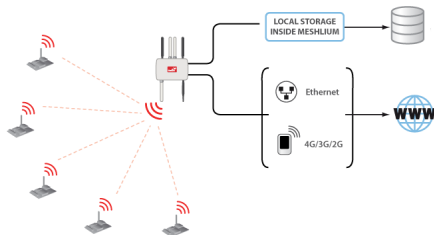
Tendências

Internet das Coisas



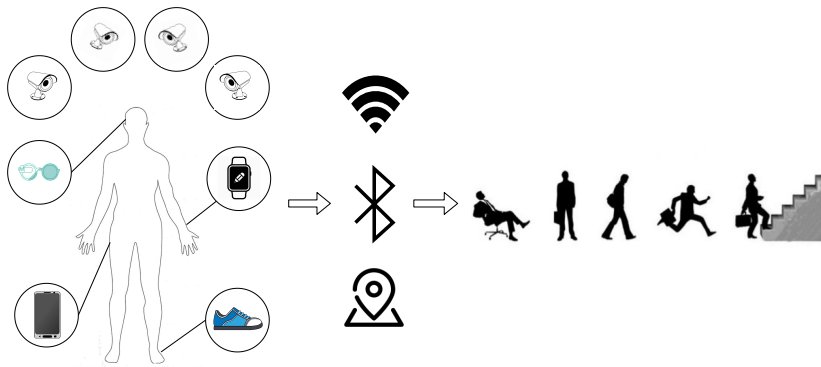
Fonte: Business Insider

Redes Complexas de Sensores

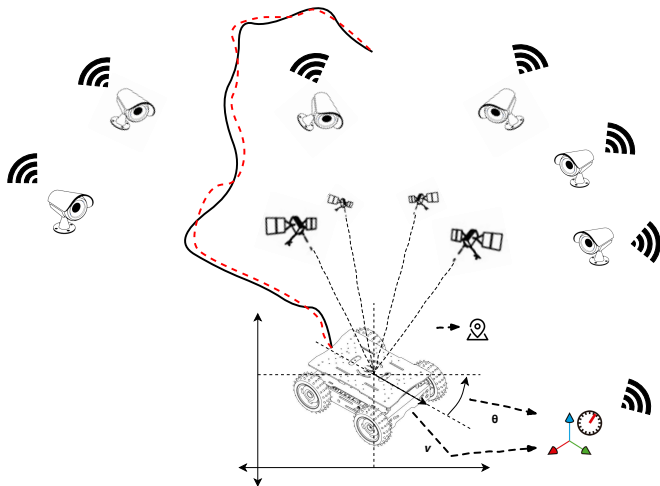


Fonte: Libelium

Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

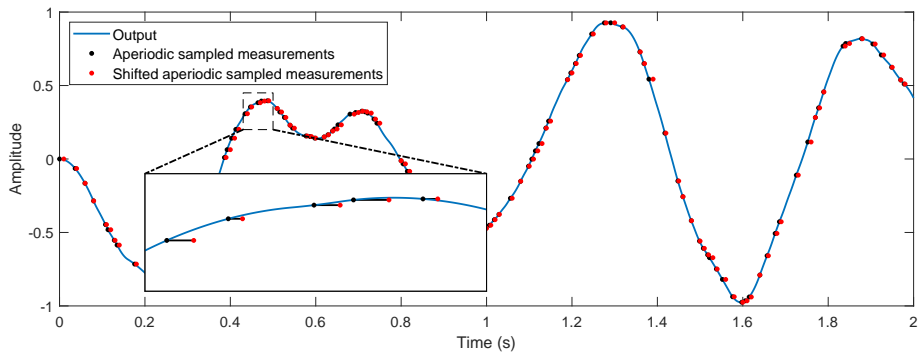
- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medições possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

Efeitos de se deslocar os instantes de tempo



Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Fusão sensorial → estimação de estados de sistemas amostrados
Amostragem irregular → amostragem aperiódica

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - **Objetivos**
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

Sumário

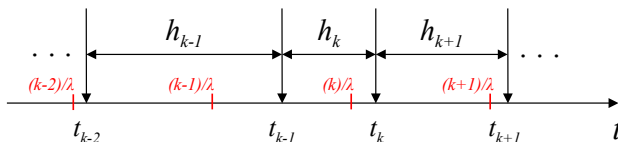
- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - **Modelo de Amostragem: Aperiódica**
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um **processo de Poisson**:

$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

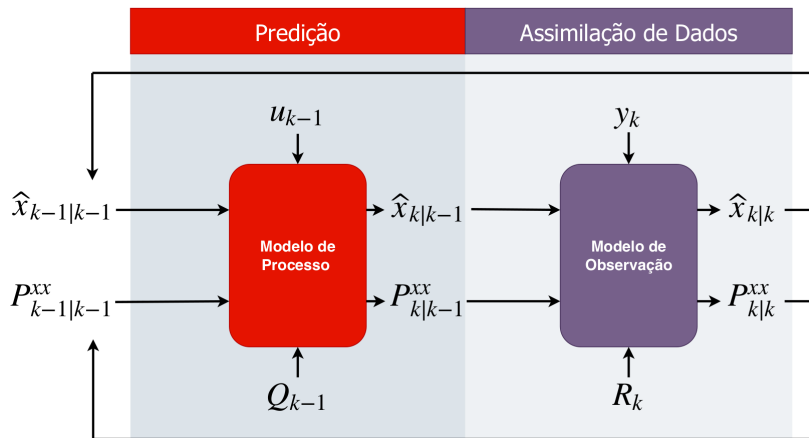
$\lambda \rightarrow$ frequência média de amostragem



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - **Estimação de Estados de Sistemas Amostrados**
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Estimação de Estados



Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman**

Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman Unscented**

Formulação do Problema

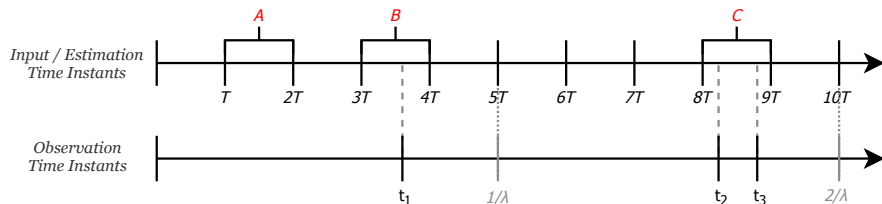
Queremos estimar o vetor de estados $x(iT)$ e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados T , considerando:

- Instantes de tempo das observações t_k é definido pelo intervalo:
 - $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$
 - $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada $u(t)$ é atualizada em intervalos de tempo constantes T :
 - $u(t) = u(iT)$, para $iT \leq t < (i+1)T$
 - $i = 0, 1, 2, \dots \in \mathbb{N}$

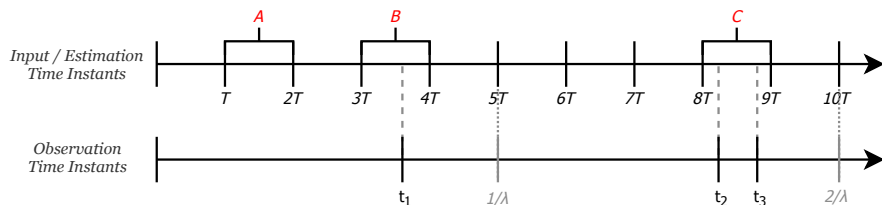
Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - **Estimação com Amostragem Aperiódica**
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Instantes de Estimação e de Observação



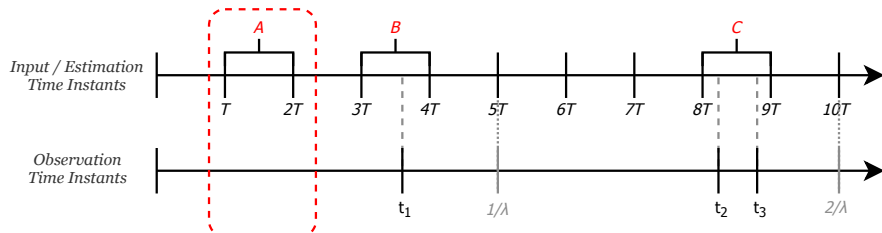
Instantes de Estimação e de Observação



● Com carimbo:

● Sem carimbo:

Instantes de Estimação e de Observação



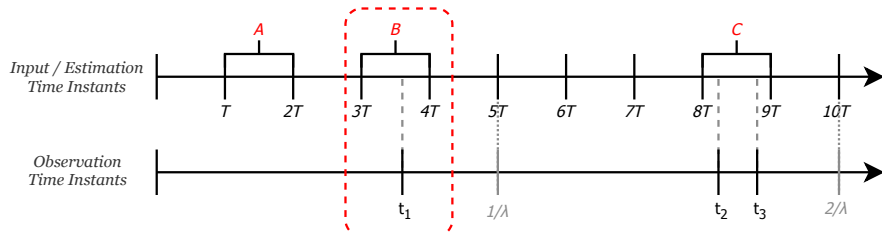
- Com carimbo:

1. predição, de T a $2T$;

- Sem carimbo:

1. predição, de T a $2T$;

Instantes de Estimação e de Observação



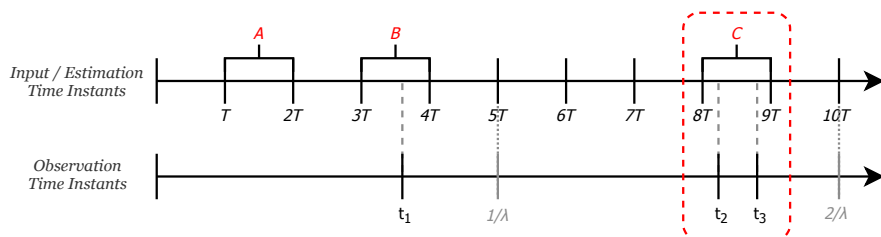
Com carimbo:

1. completo, de $3T$ a t_1 ;
2. predição, de t_1 a $4T$;

Sem carimbo:

1. completo, de $3T$ a $4T$, com $t_1 = 4T$;

Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo:**

1. completo, de $8T$ a t_2 ;
2. completo, de t_2 a t_3 ;
3. predição, de t_3 a $9T$;

- **Sem carimbo:**

1. completo, de $8T$ a $9T$, com $t_3 = 9T$;

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - **Análise do Erro**
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Diretamente proporcional à derivada do sinal

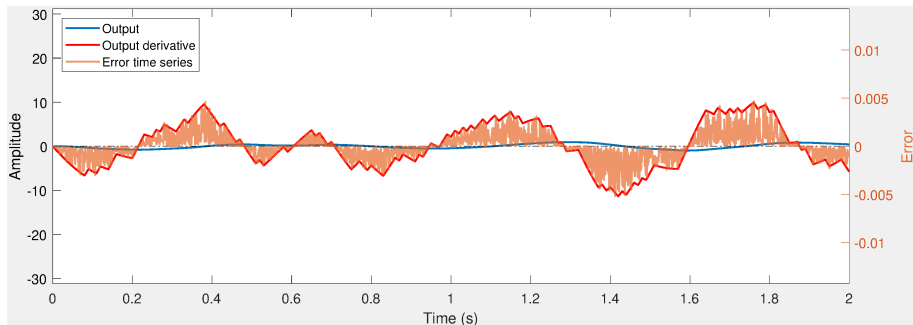
- Modelo de medição $\rightarrow y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo $\rightarrow \delta_k \triangleq nT - t_k,$

$$e_k = g(t_k) - g(t_k + \delta_k),$$

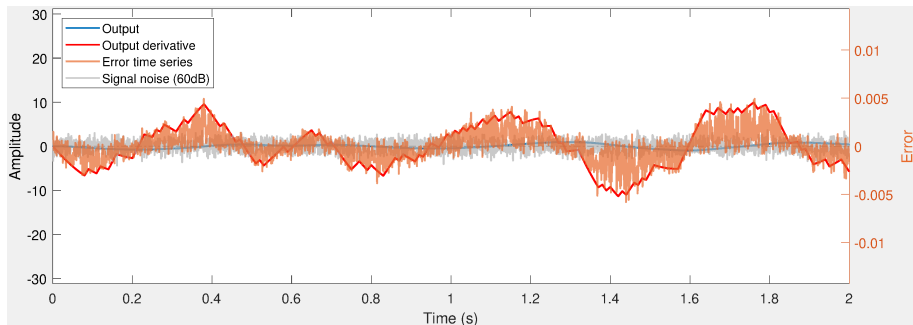
$$e_k = \left[\frac{g(t_k) - g(t_k + \delta_k)}{\delta_k} \right] \delta_k$$

$$e_k \approx -\frac{dy}{dt} \delta_k.$$

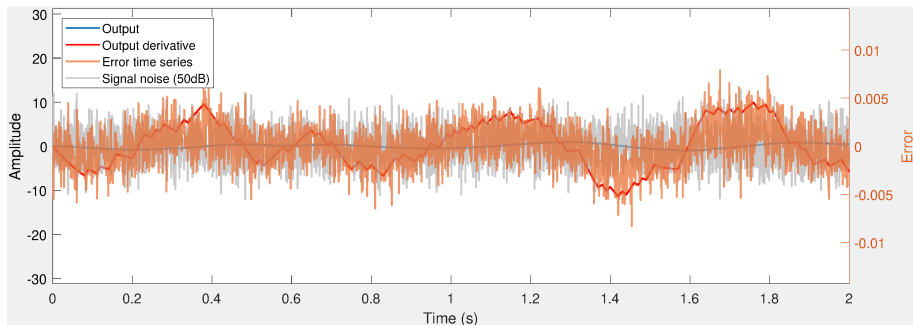
Diretamente proporcional à derivada do sinal



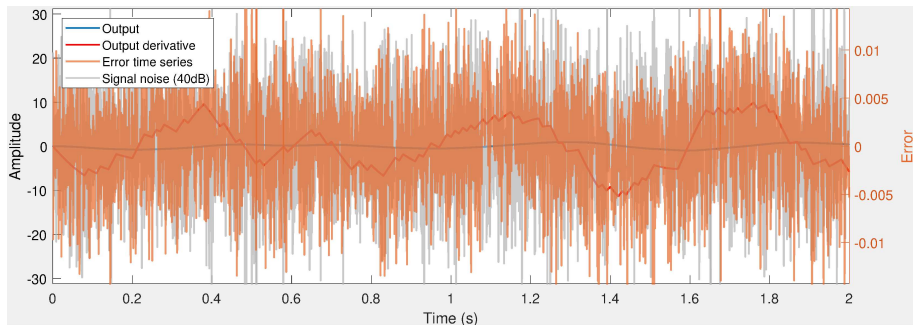
Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medições $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medições deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

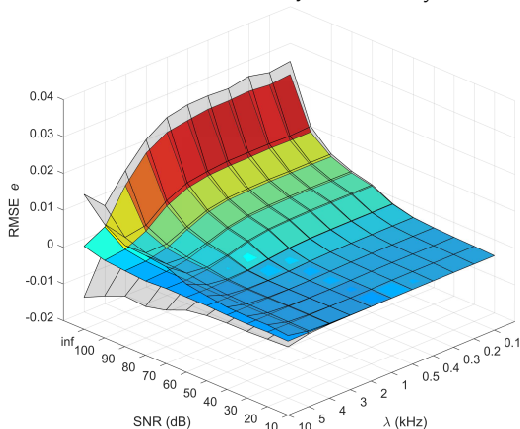
$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

Contribuição dos deslocamentos para o RMSE total

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$

Em função do ruído e da frequência média de amostragem

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$



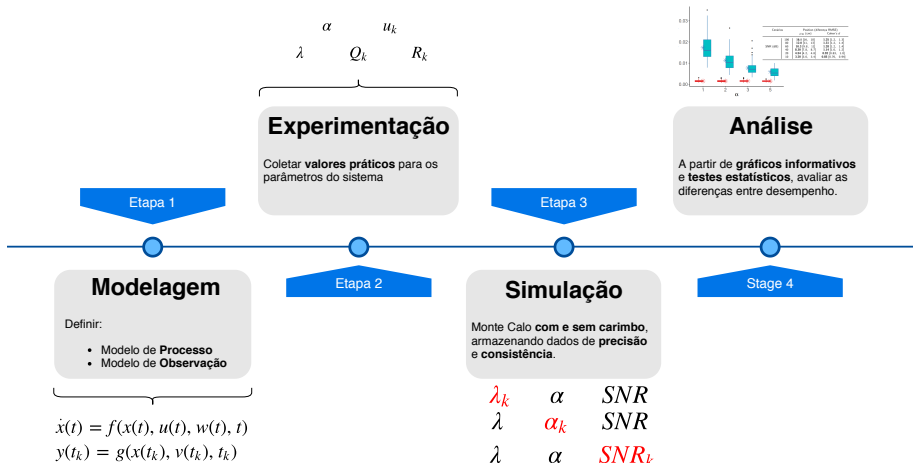
Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
SNR	$SNR_{\text{dB}} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$	Influência do nível de ruído no sistema
λ	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da taxa de amostragem média da saída
α	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da relação entre as amostragens da saída e da entrada

Abordagem proposta



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - **Métricas de Desempenho**
 - Sistema Linear
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Resultado da Estimação de Estados

Média do vetor de estados $\rightarrow \hat{x}_{k|k}$

Covariância do vetor de estados $\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$

Resultado da Estimação de Estados

Média do vetor de estados $\rightarrow \hat{x}_{k|k}$

Covariância do vetor de estados $\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$

Deseja-se que as estimativas sejam **precisas** e **consistentes**

Precisão

Raiz do Erro Quadrático Médio:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{x}_{k|k} - x_k)^2}{N}}$$

Testes estatísticos

$$\mu_D = RMSE_{w/o} - RMSE_w$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0, \\ H_1 : \mu_D \neq 0, \end{cases}$$

Tamanho de efeito:

$$d = \frac{\overline{RMSE}_w - \overline{RMSE}_{w/o}}{s_D}$$

Consistência

Um estimador é dito **consistente** se:

$$E[x_k - \hat{x}_{k|k}] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}] = 0$$

$$E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}\tilde{x}_{k|k}^t] = P_{k|k}^{xx}$$

Uma forma de testar é definindo:

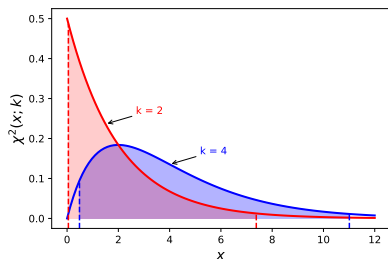
$$NEES_k \triangleq \tilde{x}_{k|k}^T (\hat{P}_{k|k}^{xx})^{-1} \tilde{x}_{k|k}$$

$$NIS_k \triangleq \eta_{k|k-1}^T (P_{k|k-1}^{yy})^{-1} \eta_{k|k-1}$$

Teste de hipóteses: $H_0 : NEES_k \sim \chi^2(n_x), NIS_k \sim \chi^2(n_y)$

Consistência

$$P \{ NEES_k, NIS_k \in [r_1, r_2] | H_0 \} = 1 - \alpha$$



Exemplo ($\alpha = 5\%$):

$$\left[\chi_2^2(0.025), \chi_2^2(0.975) \right] = [0.051, 7.38]$$

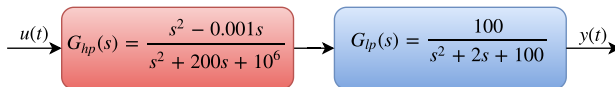
$$\left[\chi_4^2(0.025), \chi_4^2(0.975) \right] = [0.484, 11.1]$$

Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - **Sistema Linear**
 - Sistema Não-Linear
- 4 Conclusões

Descrição do Sistema

Dois modos subamortecidos, um **passa-altas** e outro **passa-baixas**:

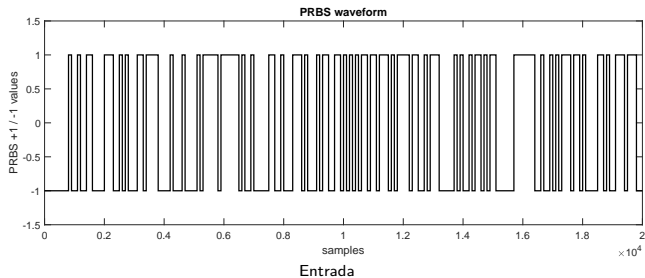
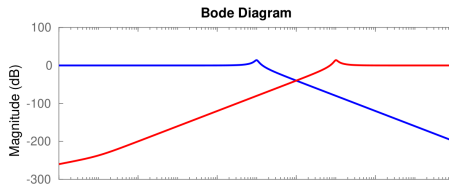


$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

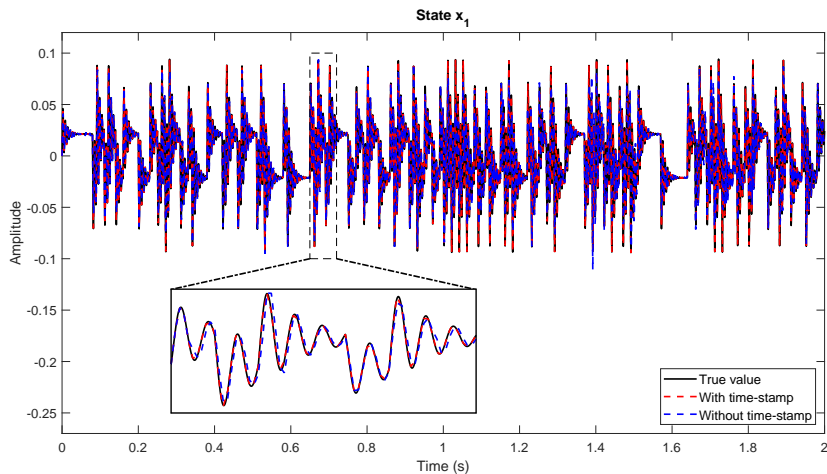
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

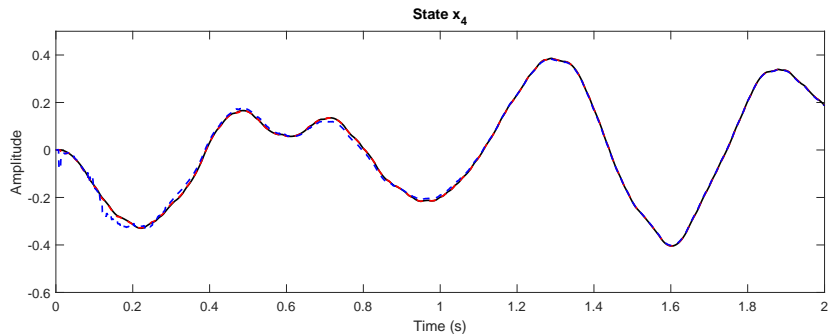
Descrição do Sistema



Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

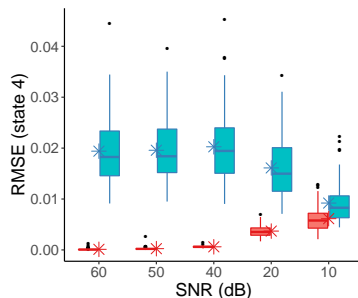
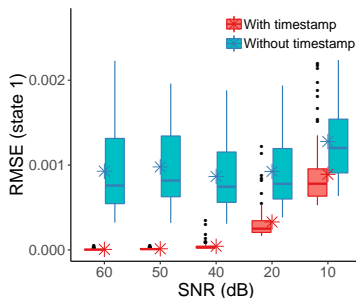


Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



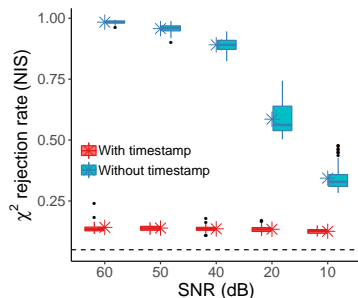
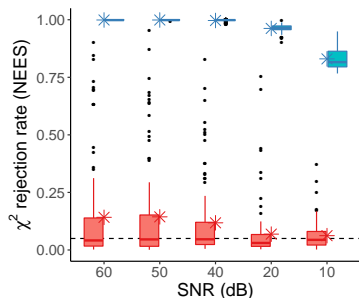
Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μD	Cohen's d	μD	Cohen's d
SNR (dB)	60	9.21 $[8.3, 10] \times 10^{-4}$	1.98 $[1.6, 2.3]$	19.3 $[18, 21] \times 10^{-3}$	3.00 $[2.6, 3.4]$
	50	9.70 $[8.8, 10] \times 10^{-4}$	2.22 $[1.9, 2.6]$	19.3 $[18, 21] \times 10^{-3}$	3.25 $[2.8, 3.7]$
	40	8.23 $[7.4, 9.1] \times 10^{-4}$	1.96 $[1.6, 2.3]$	19.6 $[18, 21] \times 10^{-3}$	2.72 $[2.3, 3.1]$
	20	5.95 $[5.0, 6.9] \times 10^{-4}$	1.27 $[0.97, 1.6]$	12.4 $[11, 14] \times 10^{-3}$	1.96 $[1.6, 2.3]$
	10	3.87 $[2.7, 5.0] \times 10^{-4}$	0.680 $[0.39, 0.97]$	3.07 $[2.3, 3.8] \times 10^{-3}$	0.809 $[0.52, 1.1]$



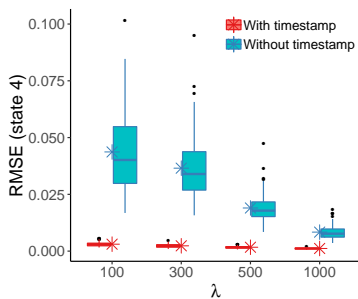
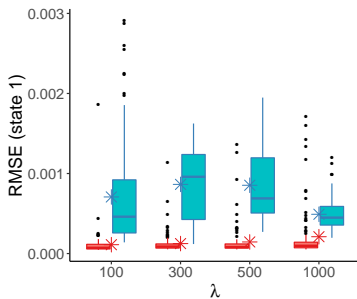
Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
SNR (dB)	60	9.21 $[8.3, 10] \times 10^{-4}$	1.98 [1.6, 2.3]	19.3 $[18, 21] \times 10^{-3}$	3.00 [2.6, 3.4]
	50	9.70 $[8.8, 10] \times 10^{-4}$	2.22 [1.9, 2.6]	19.3 $[18, 21] \times 10^{-3}$	3.25 [2.8, 3.7]
	40	8.23 $[7.4, 9.1] \times 10^{-4}$	1.96 [1.6, 2.3]	19.6 $[18, 21] \times 10^{-3}$	2.72 [2.3, 3.1]
	20	5.95 $[5.0, 6.9] \times 10^{-4}$	1.27 [0.97, 1.6]	12.4 $[11, 14] \times 10^{-3}$	1.96 [1.6, 2.3]
	10	3.87 $[2.7, 5.0] \times 10^{-4}$	0.680 [0.39, 0.97]	3.07 $[2.3, 3.8] \times 10^{-3}$	0.809 [0.52, 1.1]



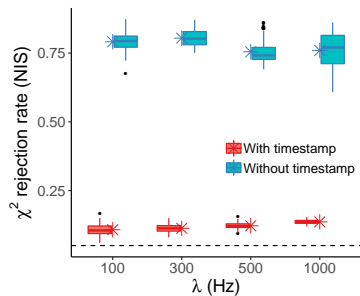
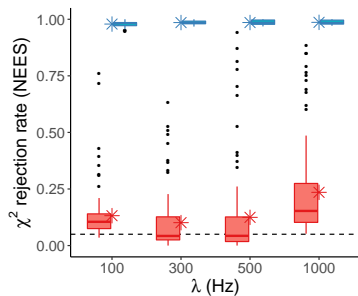
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
λ (kHz)	0.1	5.97 $[4.6, 7.3] \times 10^{-4}$	0.869 $[0.58, 1.2]$	4.06 $[3.7, 4.4] \times 10^{-2}$	2.33 $[2.0, 2.7]$
	0.3	7.40 $[6.5, 8.2] \times 10^{-4}$	1.69 $[1.4, 2.0]$	3.42 $[3.1, 3.7] \times 10^{-2}$	2.48 $[2.1, 2.9]$
	0.5	7.08 $[6.1, 8.1] \times 10^{-4}$	1.39 $[1.1, 1.7]$	1.73 $[1.6, 1.9] \times 10^{-2}$	2.73 $[2.3, 3.1]$
	1	2.80 $[2.1, 3.5] \times 10^{-4}$	0.753 $[0.46, 1.0]$	0.720 $[0.66, 0.78] \times 10^{-2}$	2.34 $[2.0, 2.7]$



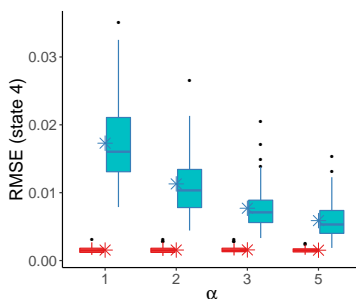
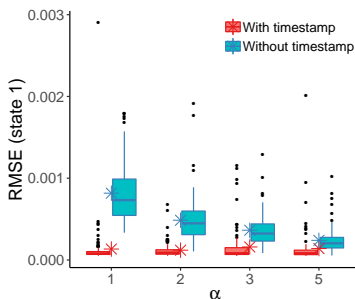
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
λ (kHz)	0.1	5.97 $[4.6, 7.3] \times 10^{-4}$	0.869 $[0.58, 1.2]$	4.06 $[3.7, 4.4] \times 10^{-2}$	2.33 $[2.0, 2.7]$
	0.3	7.40 $[6.5, 8.2] \times 10^{-4}$	1.69 $[1.4, 2.0]$	3.42 $[3.1, 3.7] \times 10^{-2}$	2.48 $[2.1, 2.9]$
	0.5	7.08 $[6.1, 8.1] \times 10^{-4}$	1.39 $[1.1, 1.7]$	1.73 $[1.6, 1.9] \times 10^{-2}$	2.73 $[2.3, 3.1]$
	1	2.80 $[2.1, 3.5] \times 10^{-4}$	0.753 $[0.46, 1.0]$	0.720 $[0.66, 0.78] \times 10^{-2}$	2.34 $[2.0, 2.7]$



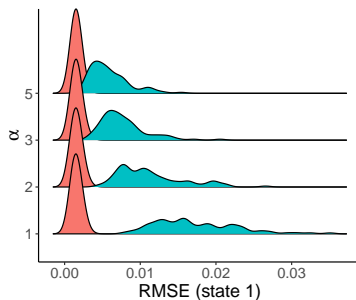
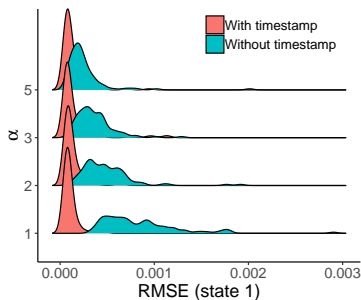
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
α	1	6.83 $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	1.44 $[1.1, 1.8]$	15.7 $[15, 17] \times 10^{-3}$	2.85 $[2.5, 3.2]$
	2	3.66 $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	1.26 $[0.96, 1.6]$	9.75 $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	2.25 $[1.9, 2.6]$
	3	2.05 $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	0.851 $[0.56, 1.1]$	6.14 $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	2.02 $[1.7, 2.4]$
	5	1.00 $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	0.369 $[0.088, 0.65]$	4.36 $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	1.67 $[1.3, 2.0]$



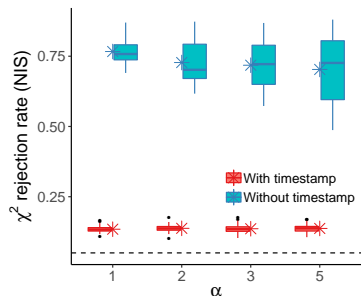
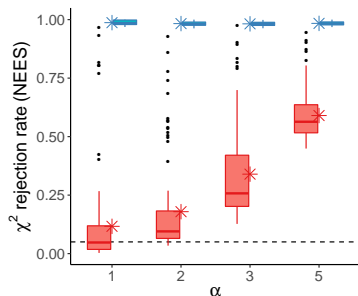
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
α	1	6.83 $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	1.44 $[1.1, 1.8]$	15.7 $[15, 17] \times 10^{-3}$	2.85 $[2.5, 3.2]$
	2	3.66 $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	1.26 $[0.96, 1.6]$	9.75 $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	2.25 $[1.9, 2.6]$
	3	2.05 $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	0.851 $[0.56, 1.1]$	6.14 $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	2.02 $[1.7, 2.4]$
	5	1.00 $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	0.369 $[0.088, 0.65]$	4.36 $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	1.67 $[1.3, 2.0]$



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
		μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d
α	1	6.83 $[5.9, 7.8] \times 10^{-4}$	1.44 $[1.1, 1.8]$	15.7 $[15, 17] \times 10^{-3}$	2.85 $[2.5, 3.2]$
	2	3.66 $[3.1, 4.2] \times 10^{-4}$	1.26 $[0.96, 1.6]$	9.75 $[8.9, 11] \times 10^{-3}$	2.25 $[1.9, 2.6]$
	3	2.05 $[1.6, 2.5] \times 10^{-4}$	0.851 $[0.56, 1.1]$	6.14 $[5.6, 6.7] \times 10^{-3}$	2.02 $[1.7, 2.4]$
	5	1.00 $[0.46, 1.5] \times 10^{-4}$	0.369 $[0.088, 0.65]$	4.36 $[3.8, 4.9] \times 10^{-3}$	1.67 $[1.3, 2.0]$



Sumário

- 1 Motivação
 - Popularização de Redes de Sensores
 - Objetivos
- 2 Metodologia
 - Modelo de Amostragem: Aperiódica
 - Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
 - Estimação com Amostragem Aperiódica
- 3 Resultados Numéricos
 - Análise do Erro
 - Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
 - Métricas de Desempenho
 - Sistema Linear
 - **Sistema Não-Linear**
- 4 Conclusões

Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_x = v \cos(\theta),$$

$$\dot{p}_y = v \sin(\theta),$$

$$\dot{\theta} = u_1(t),$$

$$\dot{v} = u_2(t),$$

em que:

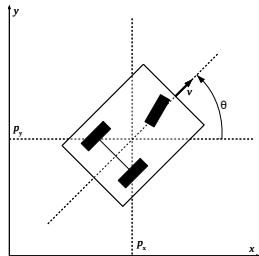
p_x e p_y : coordenadas de posição,

θ : orientação angular,

v : velocidade linear,

u_1 : entrada: velocidade angular (ω),

u_2 : entrada: aceleração linear (a)



Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \triangleq [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

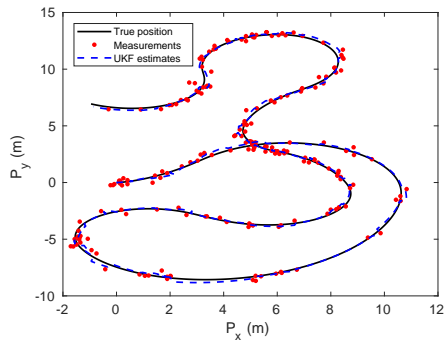
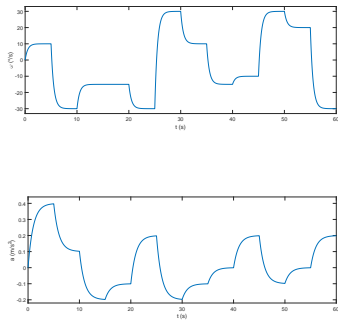
$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_x(t_k) \\ p_y(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

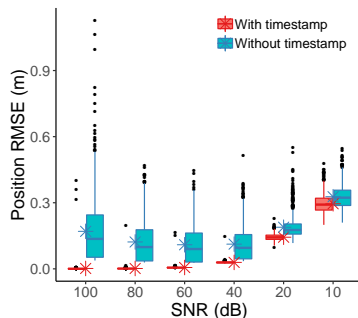
$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

Entradas e Realização Única



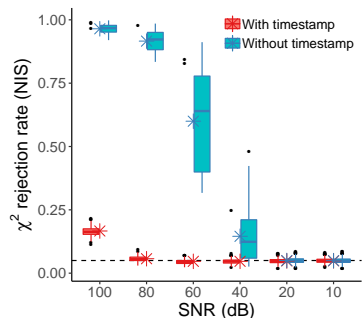
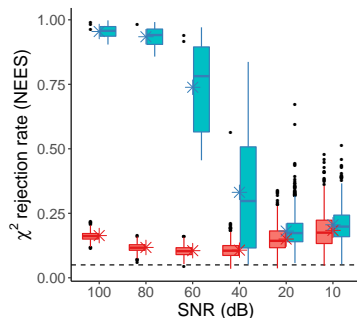
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
SNR (dB)	100	16.8 [16, 18]	1.25 [1.2, 1.3]
	80	12.0 [11, 13]	1.31 [1.2, 1.4]
	60	10.3 [9.8, 11]	1.28 [1.2, 1.4]
	40	8.30 [7.8, 8.7]	1.14 [1.0, 1.2]
	20	4.54 [4.2, 4.8]	0.92 [0.83, 1.0]
	10	3.20 [3.0, 3.4]	0.85 [0.76, 0.94]



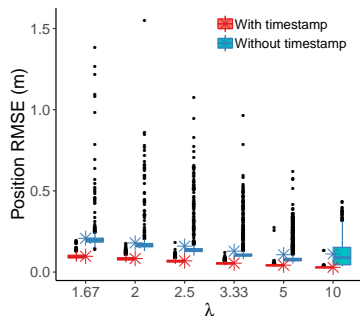
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
SNR (dB)	100	16.8 [16, 18]	1.25 [1.2, 1.3]
	80	12.0 [11, 13]	1.31 [1.2, 1.4]
	60	10.3 [9.8, 11]	1.28 [1.2, 1.4]
	40	8.30 [7.8, 8.7]	1.14 [1.0, 1.2]
	20	4.54 [4.2, 4.8]	0.92 [0.83, 1.0]
	10	3.20 [3.0, 3.4]	0.85 [0.76, 0.94]



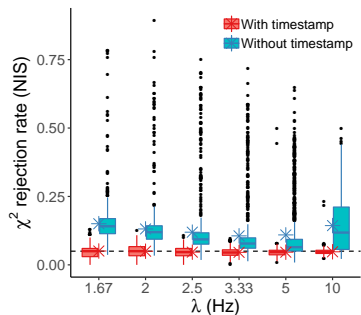
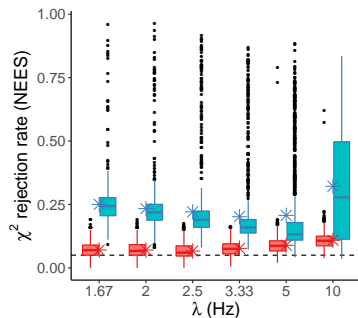
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
λ (kHz)	1.67	11.1 [10, 12]	1.23 [1.1, 1.3]
	2	9.63 [9.1, 10]	1.10 [1.0, 1.2]
	2.5	9.07 [8.4, 9.7]	0.910 [0.82, 1.0]
	3.33	7.40 [6.9, 7.9]	0.877 [0.79, 0.97]
	5	6.42 [6.0, 6.9]	0.865 [0.78, 0.96]
	10	8.20 [7.7, 8.7]	1.09 [1.0, 1.2]



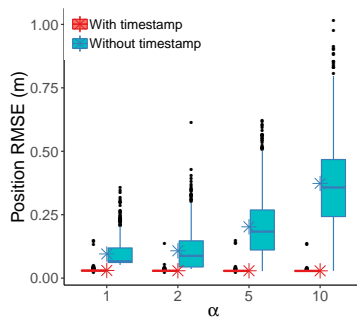
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários	λ (kHz)	Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
	1.67	11.1 [10, 12]	1.23 [1.1, 1.3]
	2	9.63 [9.1, 10]	1.10 [1.0, 1.2]
	2.5	9.07 [8.4, 9.7]	0.910 [0.82, 1.0]
	3.33	7.40 [6.9, 7.9]	0.877 [0.79, 0.97]
	5	6.42 [6.0, 6.9]	0.865 [0.78, 0.96]
	10	8.20 [7.7, 8.7]	1.09 [1.0, 1.2]



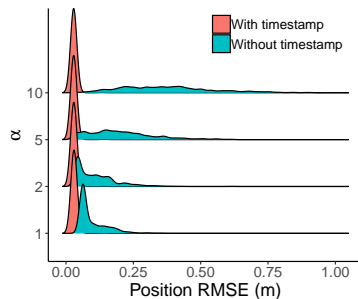
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



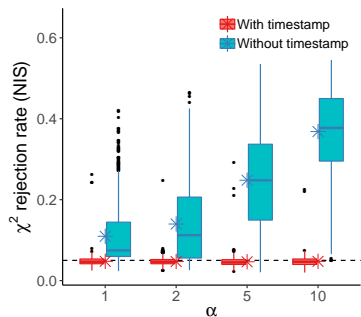
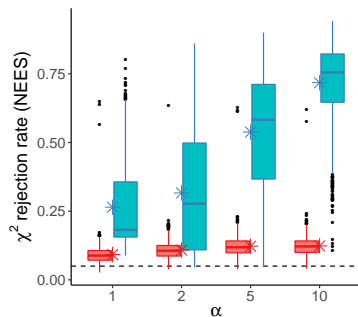
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Posição (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



Principais Resultados e Contribuições

Maioria dos resultados do algoritmo sem carimbo de tempo com **alta variabilidade**!

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- Em relação ao α , os resultados sugerem que depende da relação entre o nível de ruído dos modelos de processo e observação.

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investimento em sincronização e em capacidade computacional.

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
4. Utilização de outros métodos de filtragem, como o **baseado em partículas**, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos;

OBRIGADO

e-mail: tatatupi@gmail.com.br