

Sensor Fusion for Irregularly Sampled Systems

Taiguara Tupinambás

Orientador por: Prof. Dr. Bruno Teixeira e Prof. Dr. Leonardo Tôrres

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares (MACSIN)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE)
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

21 de Fevereiro, 2019

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

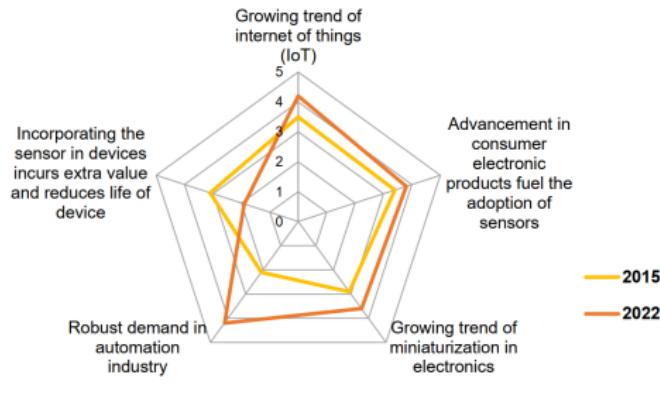
3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

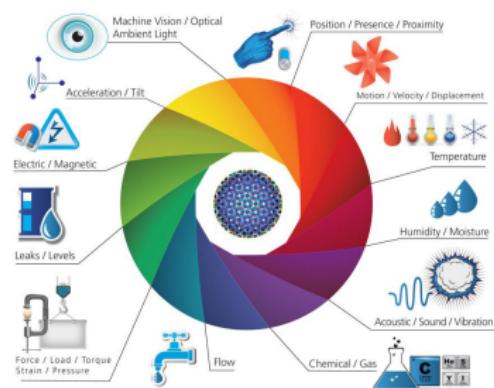
4 Conclusões

Crescimento do Mercado Global de Sensores

- Taxa Composta Anual de Crescimento de 11.3% a.a., de 2016-2022
- USD 241 bilhões em 2022



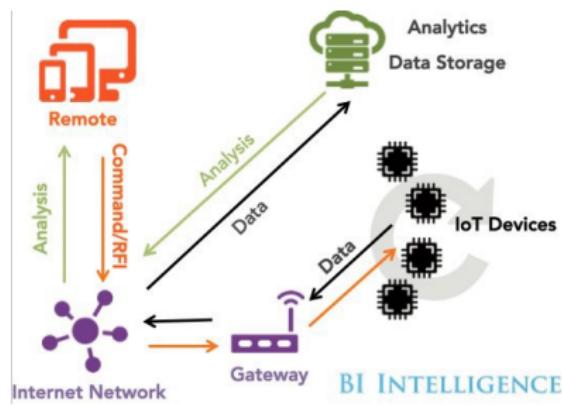
Fonte: Allied Market Research, 2016



Fonte: Postscape, 2015

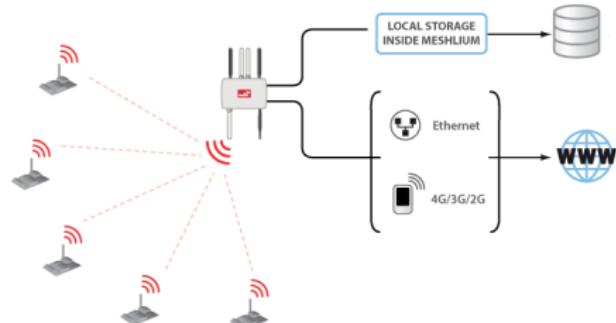
Tendências

Internet das Coisas



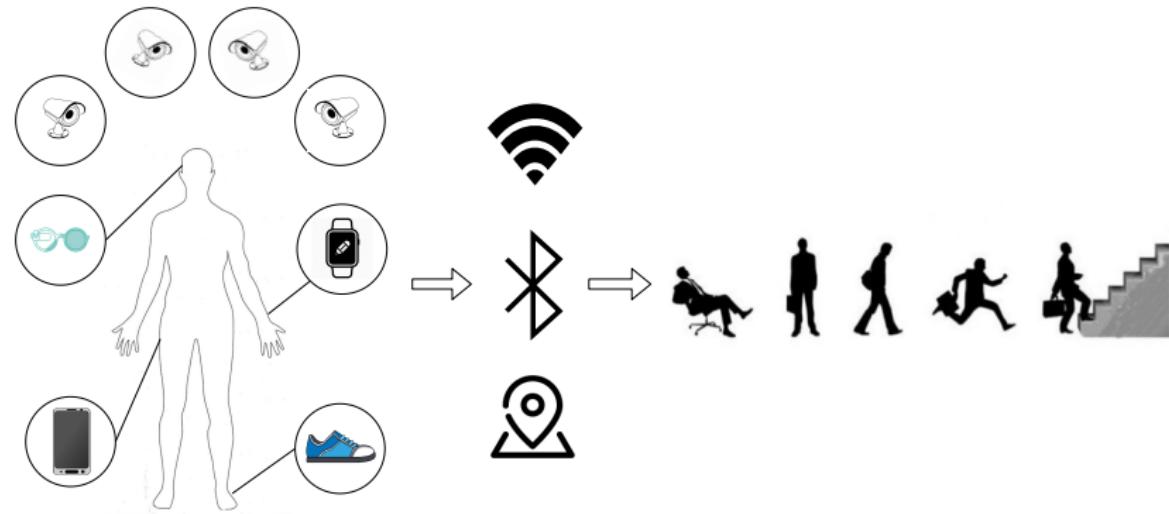
Fonte: Business Insider

Redes Complexas de Sensores

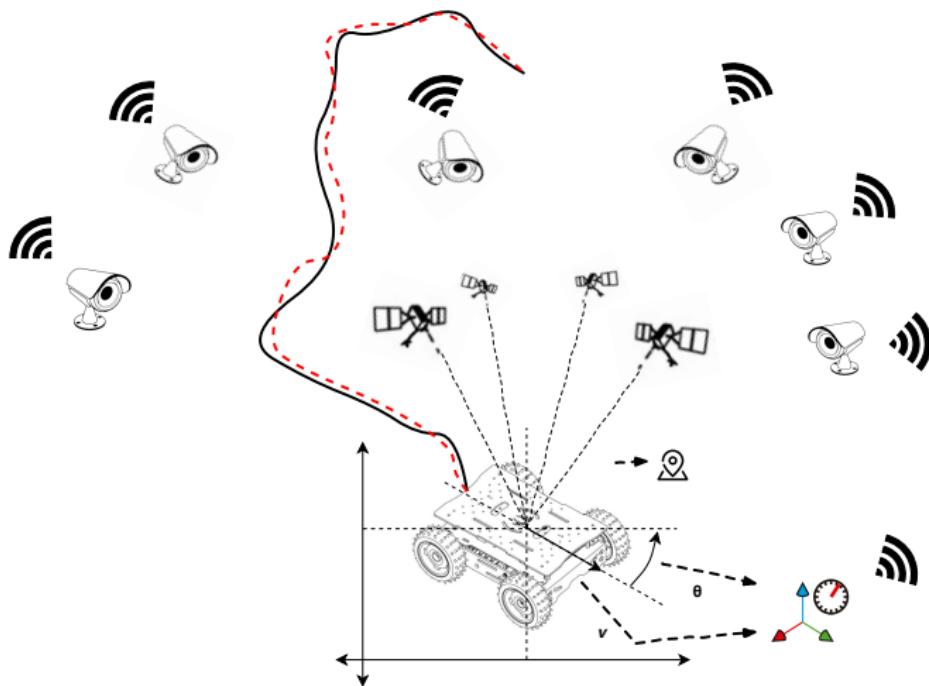


Fonte: Libelium

Exemplo de Aplicação: Reconhecimento de Atividades Humanas



Exemplo de Aplicação: Rastreamento de um Robô



Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medição possuem **carimbo de tempo** correta

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medição possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medição possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional

Desafios

Aplicações de fusão sensorial clássicas assumem que:

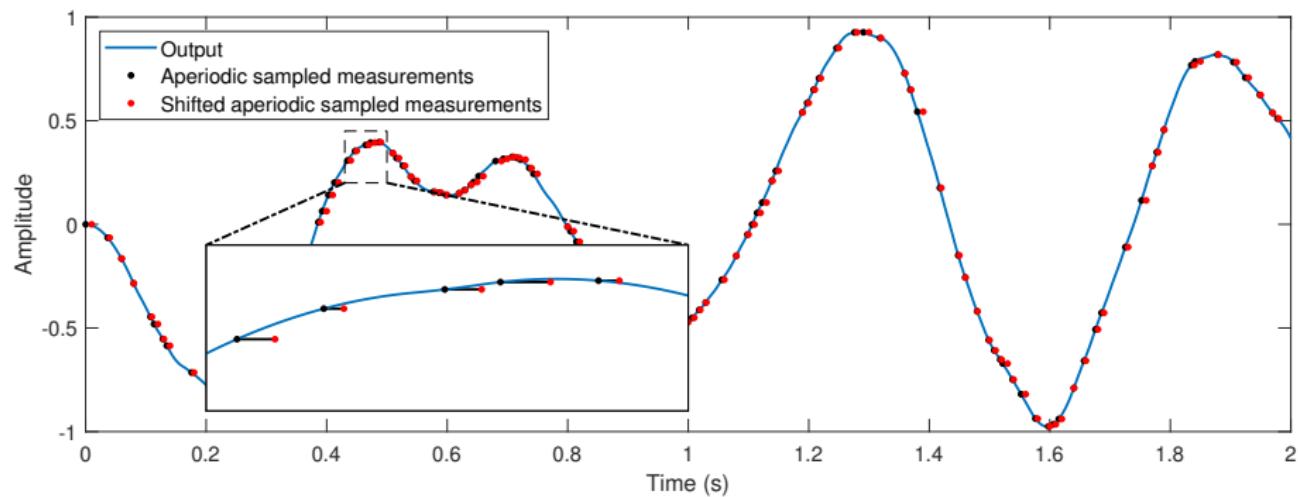
- Informações são **recebidas de forma regular**
- Medição possuem **carimbo de tempo** correta

Falta de sincronização entre os múltiplos sensores da rede pode levar a **amostragem irregular** sem informação confiável de **carimbo de tempo**

Possíveis soluções:

- Investir em sincronização e em capacidade computacional
- Deslocar os instantes de tempo

Efeitos de se deslocar os instantes de tempo



Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Vale a pena investir em sincronização e capacidade computacional?

- Qual a **relevância** do erro para os objetivos da fusão sensorial?
- Quais são os **fatores** que influenciam o desempenho?

Fusão sensorial → estimativa de estados de sistemas amostrados
Amostragem irregular → amostragem aperiódica

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- **Objetivos**

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;

Objetivos

1. Revisar os métodos de **fusão sensorial** e o problema de **amostragem irregular**;
2. Discutir os algoritmos e suas **adaptações** ao modelo de amostragem aperiódica;
3. Desenvolver uma **metodologia** para estudar os efeitos de desconsiderar os carimbos de tempo;
4. Aplicar a metodologia em um sistema linear e outro não-linear, utilizando testes numéricos para **avaliar precisão e consistência** das estimativas;

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- **Modelo de Amostragem: Aperiódica**
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

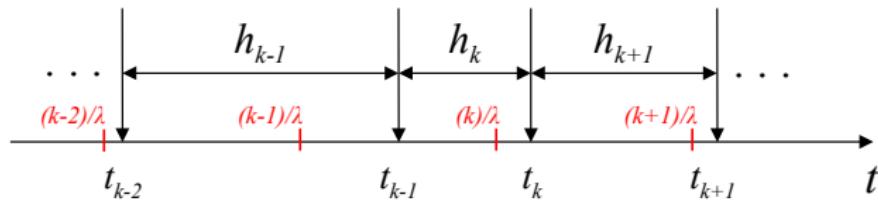
4 Conclusões

Modelo de Amostragem: Aperiódica

Instantes de amostragem modelados por um **processo de Poisson**:

$$\rho_{h_k}(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

$\lambda \rightarrow$ frequência média de amostragem



Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

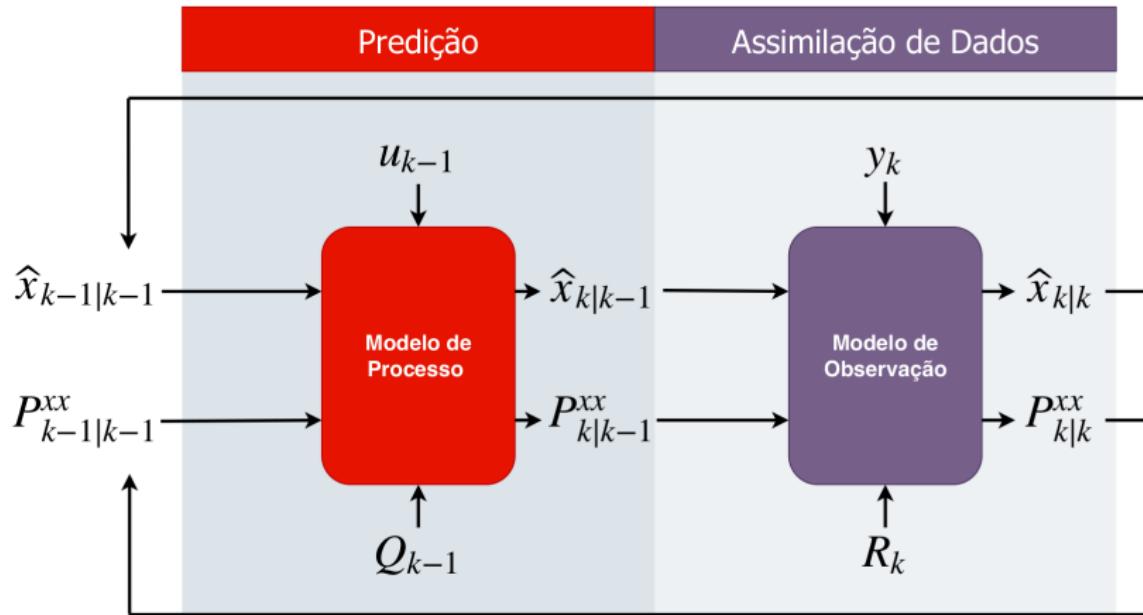
- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- **Estimação de Estados de Sistemas Amostrados**
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Estimação de Estados



Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Sistemas Amostrados Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) + v(t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por:

$$x(t_{k+1}) = A_d(t_k, t_{k+1})x(t_k) + B_d(t_k, t_{k+1})u(t_k) + w_d(t_k, t_{k+1})$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman**

Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Sistemas Amostrados Não Lineares

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t_k) &= g(x(t_k), v(t_k), t_k)\end{aligned}$$

Discretizado por Runge-Kutta:

$$\begin{aligned}x(t_{k+1}) &= x(t_k) + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4), \\ t_{k+1} &= t_k + h_k,\end{aligned}$$

Método de estimação: **Filtro de Kalman Unscented**

Formulação do Problema

Queremos estimar o vetor de estados $x(iT)$ e sua covariância de forma recursiva, em intervalos igualmente espaçados T , considerando:

- Instantes de tempo das observações t_k é definido pelo intervalo:
 - $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$
 - $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$
- Entrada $u(t)$ é atualizada em intervalos de tempo constantes T :
 - $u(t) = u(iT)$, para $iT \leq t < (i+1)T$
 - $i = 0, 1, 2, \dots \in \mathbb{N}$

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

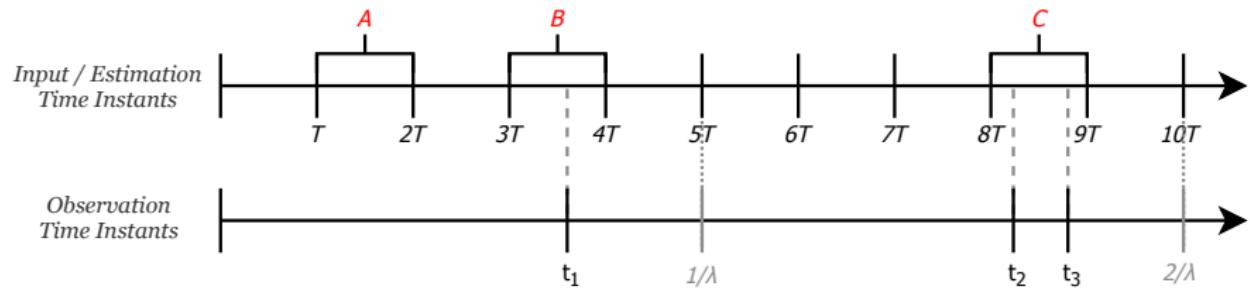
- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica**

3 Resultados Numéricos

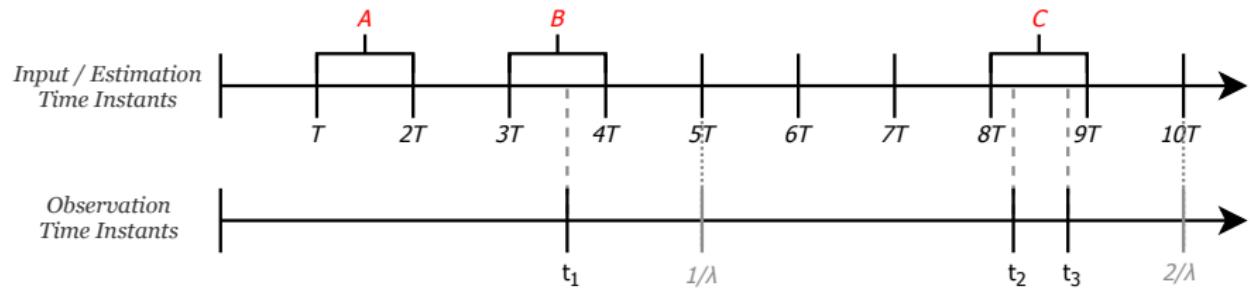
- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Instantes de Estimação e de Observação



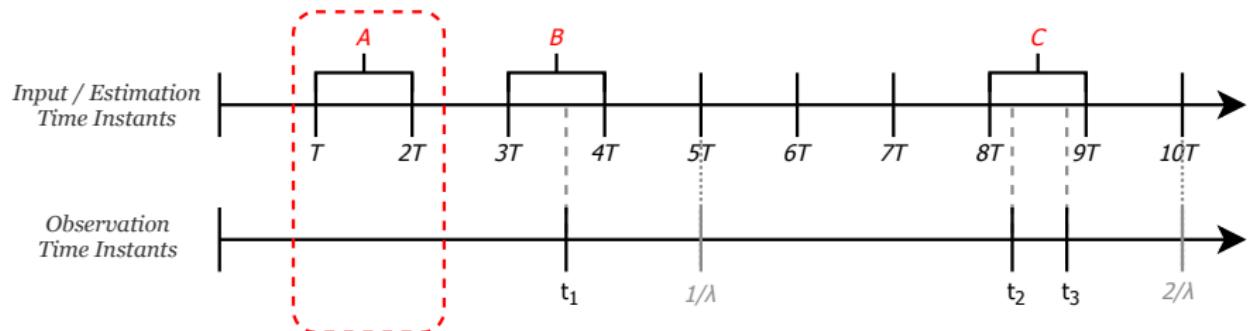
Instantes de Estimação e de Observação



- Com carimbo:

- Sem carimbo:

Instantes de Estimação e de Observação



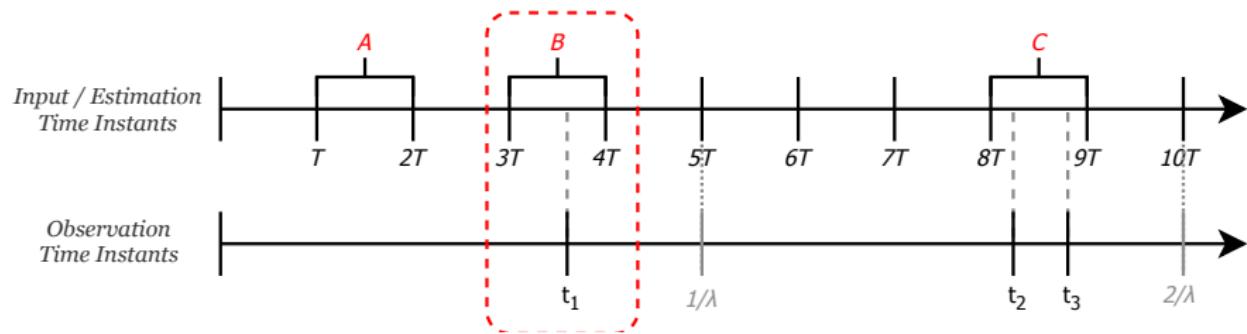
- **Com carimbo:**

1. predição, de T a $2T$;

- **Sem carimbo:**

1. predição, de T a $2T$;

Instantes de Estimação e de Observação



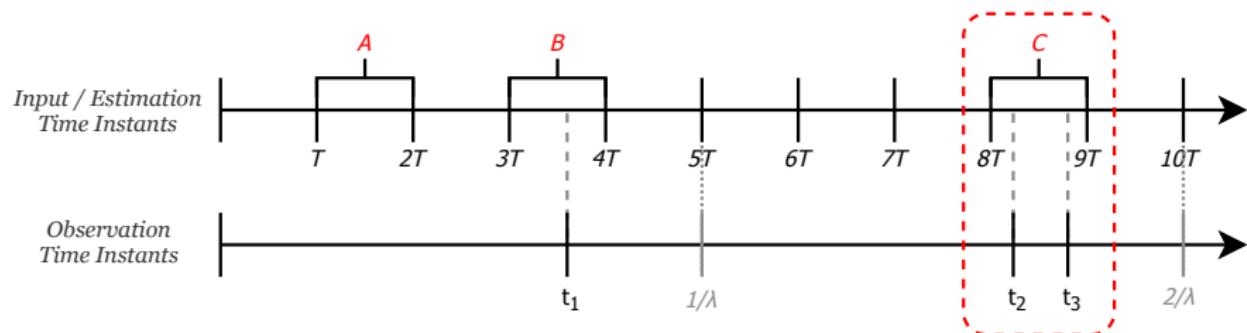
- **Com carimbo:**

1. completo, de $3T$ a t_1 ;
2. predição, de t_1 a $4T$;

- **Sem carimbo:**

1. completo, de $3T$ a $4T$, com
 $t_1 = 4T$;

Instantes de Estimação e de Observação



- **Com carimbo:**

1. completo, de $8T$ a t_2 ;
2. completo, de t_2 a t_3 ;
3. predição, de t_3 a $9T$;

- **Sem carimbo:**

1. completo, de $8T$ a $9T$, com $t_3 = 9T$;

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

• Análise do Erro

- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

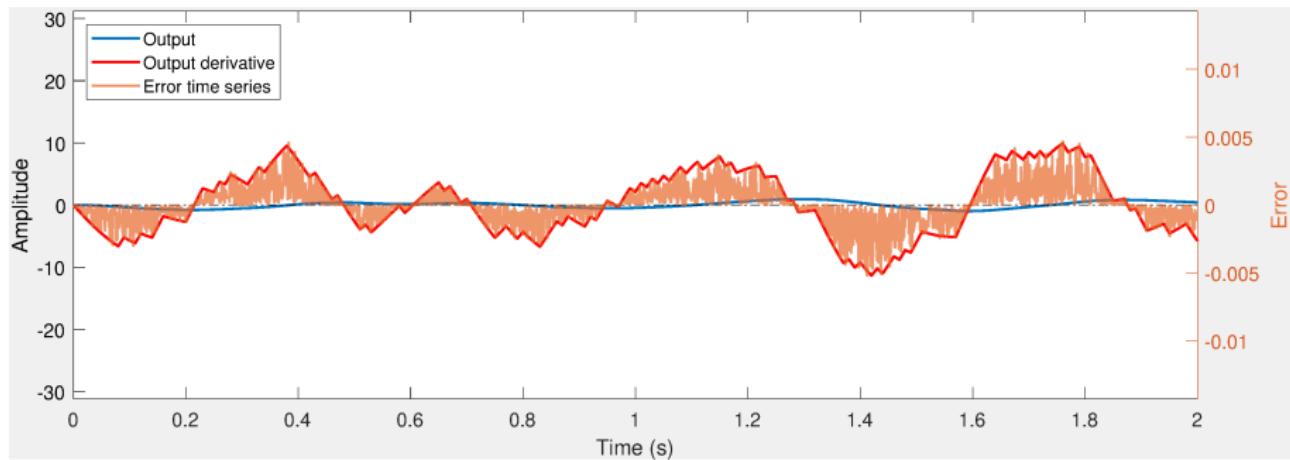
4 Conclusões

Diretamente proporcional à derivada do sinal

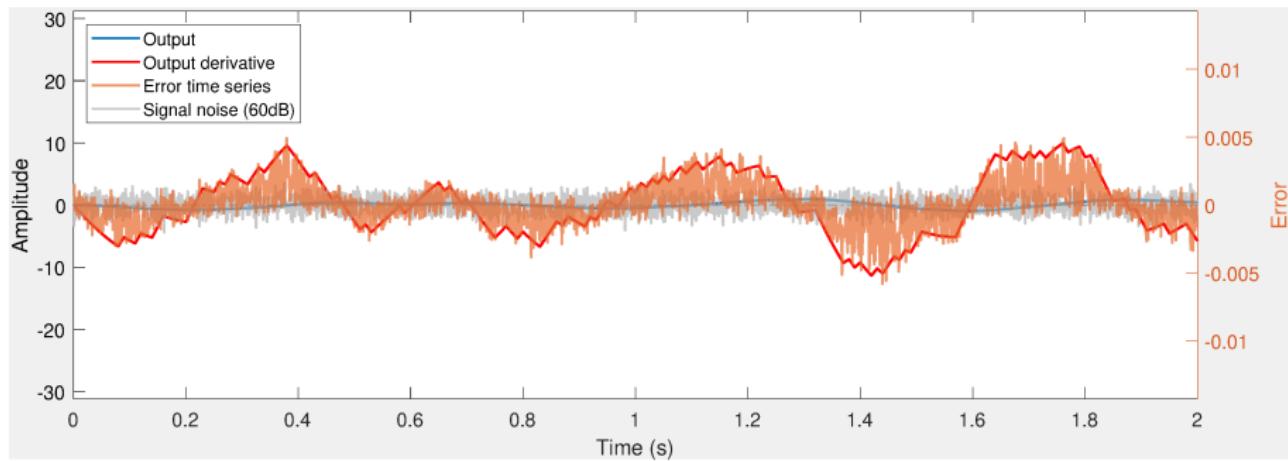
- Modelo de medição $\rightarrow y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k)$
- Deslocamento de tempo $\rightarrow \delta_k \triangleq nT - t_k,$

$$\begin{aligned}e_k &= g(t_k) - g(t_k + \delta_k), \\e_k &= \left[\frac{g(t_k) - g(t_k + \delta_k)}{\delta_k} \right] \delta_k \\e_k &\approx -\frac{dy}{dt} \delta_k.\end{aligned}$$

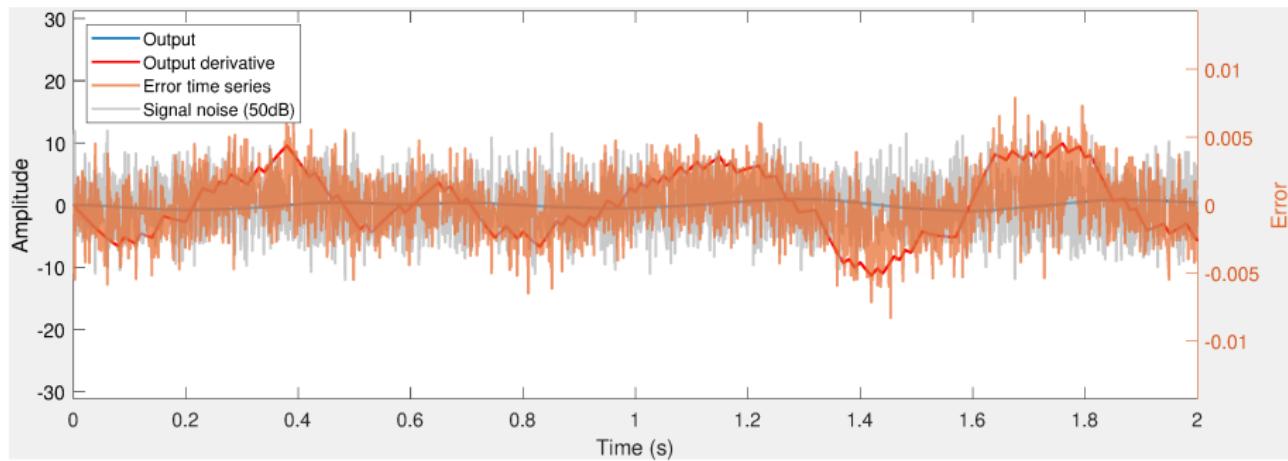
Diretamente proporcional à derivada do sinal



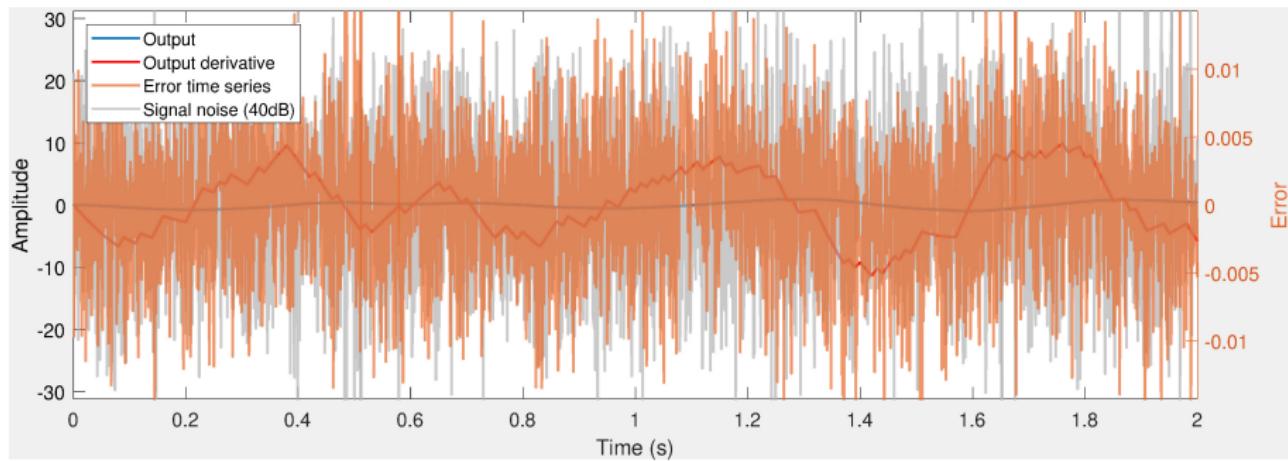
Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Diretamente proporcional à derivada do sinal



Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medidas $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medidas deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medidas $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medidas deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

Erro introduzido pelos deslocamentos

- Sinal verdadeiro $\rightarrow y(t)$
- Medidas $\rightarrow \hat{y}(t_k)$
- Medidas deslocadas $\rightarrow \tilde{y}(t_k + \delta_k) = \hat{y}(t_k)$

$$\text{RMSE}_{\hat{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}(t_k) - y(t_k))^2}{N}}$$

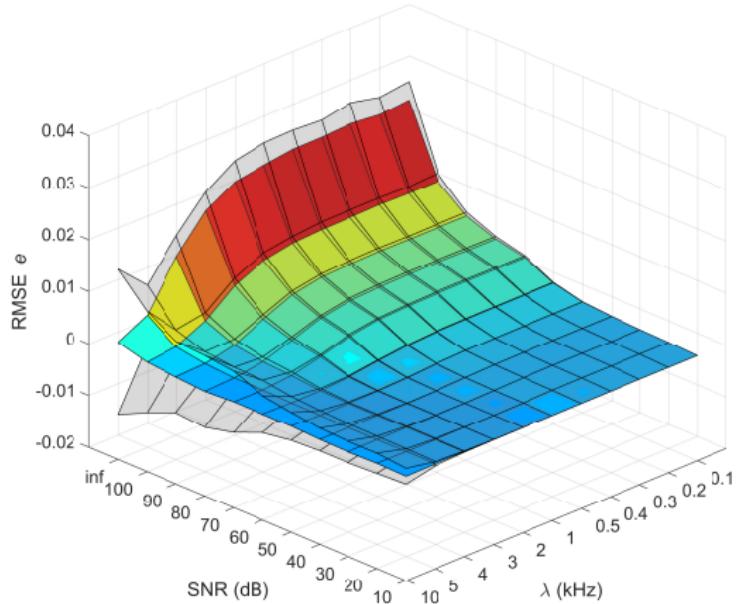
$$\text{RMSE}_{\tilde{y}} \triangleq \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\tilde{y}(t_k + \delta_k) - y(t_k + \delta_k))^2}{N}}$$

Contribuição dos deslocamentos para o RMSE total

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$

Em função do ruído e da frequência média de amostragem

$$\text{RMSE}_e \triangleq \text{RMSE}_{\tilde{y}} - \text{RMSE}_{\hat{y}}$$



Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

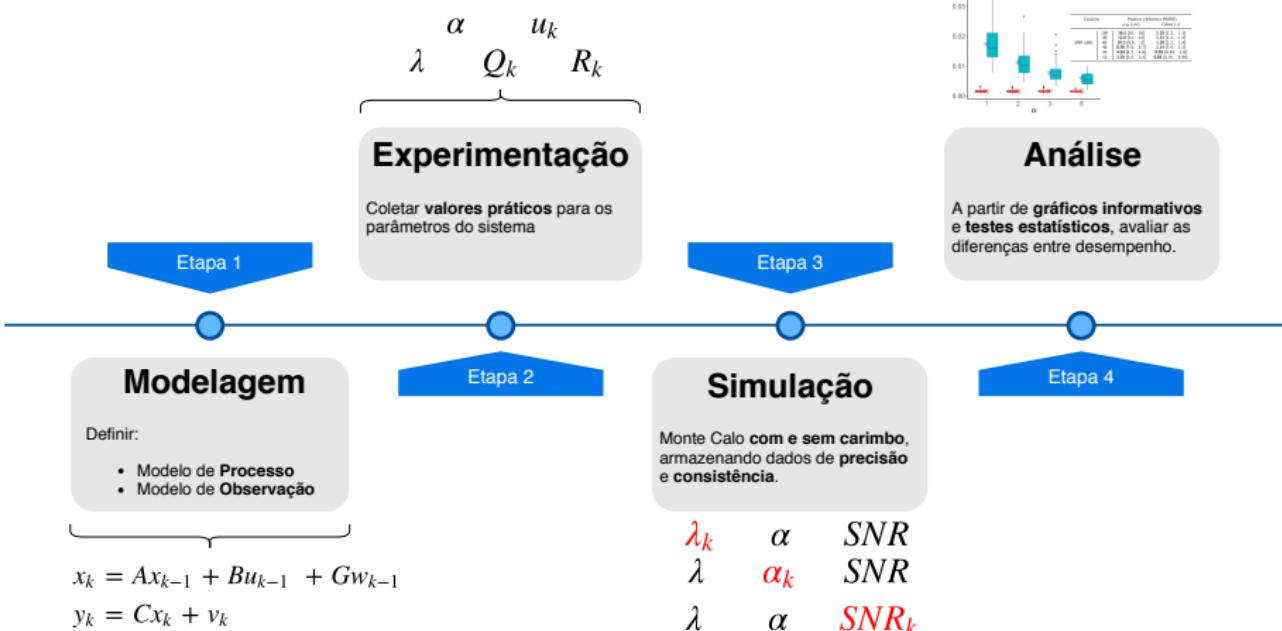
- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão**
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Parâmetros variados

Símbolo	Definição	Objetivo
SNR	$SNR_{dB} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$	Influência do nível de ruído no sistema
λ	$h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$	Influência da taxa de amostragem média da saída
α	$\frac{1}{\lambda} \triangleq \alpha T$	Influência da relação entre as amostragens da saída e da entrada

Abordagem proposta



Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

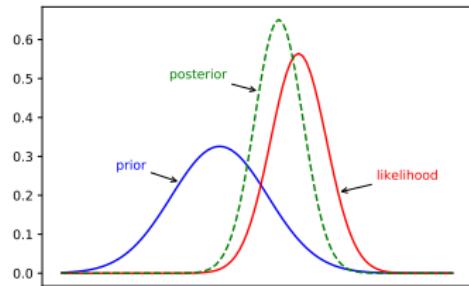
- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- **Métricas de Desempenho**
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Resultado da Estimação de Estados

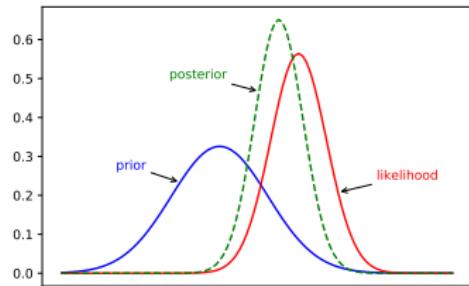


$$\rho(x_k|y_k) = \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_{k|k}, \hat{P}_{k|k}^{xx})$$

$$\rightarrow \hat{x}_{k|k}$$

$$\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$$

Resultado da Estimação de Estados



$$\rho(x_k | y_k) = \mathcal{N}(x_k; \hat{x}_{k|k}, \hat{P}_{k|k}^{xx})$$

$$\rightarrow \hat{x}_{k|k}$$

$$\rightarrow \hat{P}_{k|k}^{xx}$$

Deseja-se que as estimativas sejam **precisas e consistentes**

Precisão

Raiz do Erro Quadrático Médio:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\hat{x}_{k|k} - x_k)^2}{N}}$$

Testes estatísticos

$$\mu_D = RMSE_{w/o} - RMSE_w$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_D = 0, \\ H_1 : \mu_D \neq 0, \end{cases}$$

Tamanho de efeito:

$$d = \frac{\overline{RMSE}_w - \overline{RMSE}_{w/o}}{s_D}$$

Consistência

Um estimador é dito **consistente** se:

$$E[x_k - \hat{x}_{k|k}] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k}] = 0$$

$$E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T] \triangleq E[\tilde{x}_{k|k} \tilde{x}_{k|k}^T] = P_{k|k}^{xx}$$

Uma forma de testar é definindo:

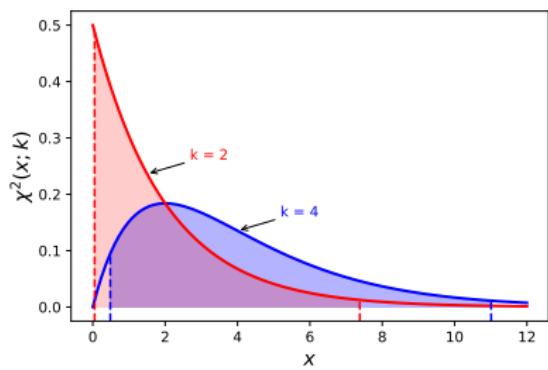
$$NEES_k \triangleq \tilde{x}_{k|k}^T (P_{k|k}^{xx})^{-1} \tilde{x}_{k|k}$$

$$NIS_k \triangleq \eta_{k|k-1}^T (P_{k|k-1}^{yy})^{-1} \eta_{k|k-1}$$

Teste de hipóteses: $H_0 : NEES_k \sim \chi^2(n_x), NIS_k \sim \chi^2(n_y)$

Consistência

$$P \{NEES_k, NIS_k \in [r_1, r_2] | H_0\} = 1 - \alpha$$



Exemplo ($\alpha = 5\%$):

$$\left[\chi^2_2(0.025), \chi^2_2(0.975) \right] = [0.051, 7.38]$$

$$\left[\chi^2_4(0.025), \chi^2_4(0.975) \right] = [0.484, 11.1]$$

Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear**
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Descrição do Sistema

Dois modos subamortecidos, um **passa-baixas** e outro **passa-altas** :

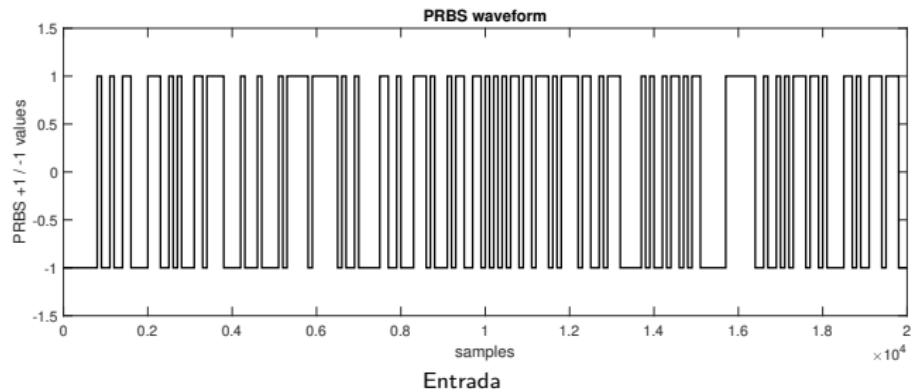
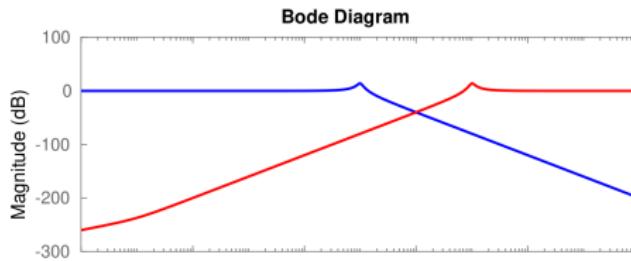
$$\begin{array}{ccc}
 u(t) & \xrightarrow{\hspace{1cm}} & G_{lp}(s) = \frac{100}{s^2 + 2s + 100} \\
 & & \xrightarrow{\hspace{1cm}} G_{hp}(s) = \frac{s^2 - 0.001s}{s^2 + 200s + 10^6} & y(t)
 \end{array}$$

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

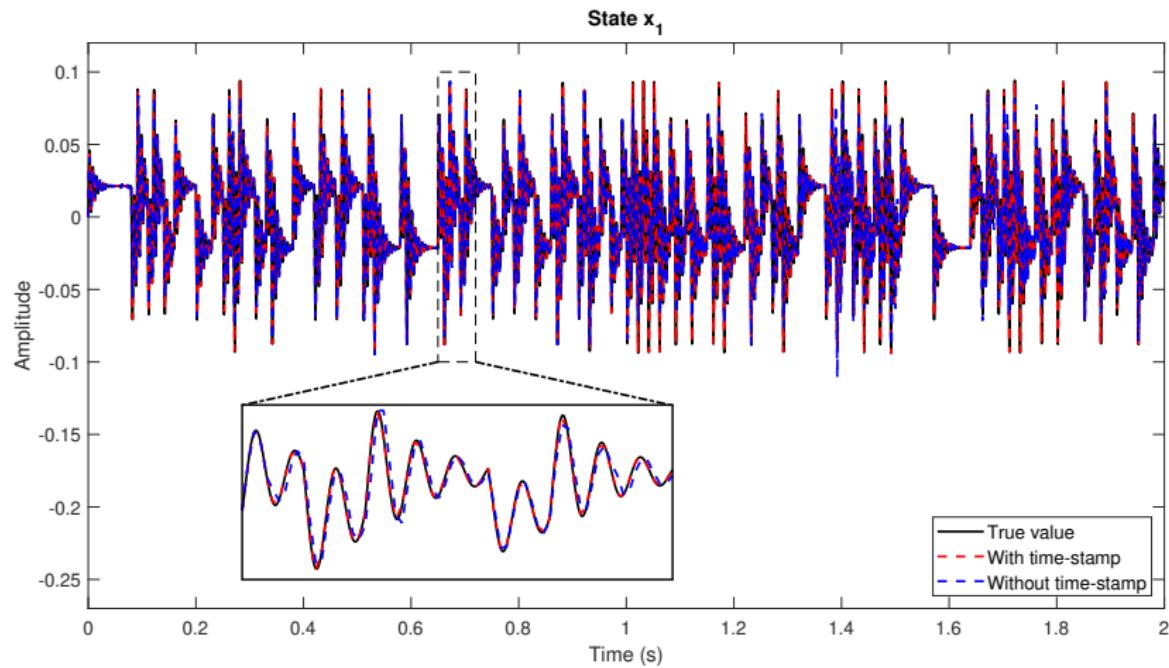
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} -100 & 994.99 & 0 & 0 \\ -994.99 & -100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 9.949 \\ 0 & 0 & -9.949 & -1 \end{bmatrix}$$

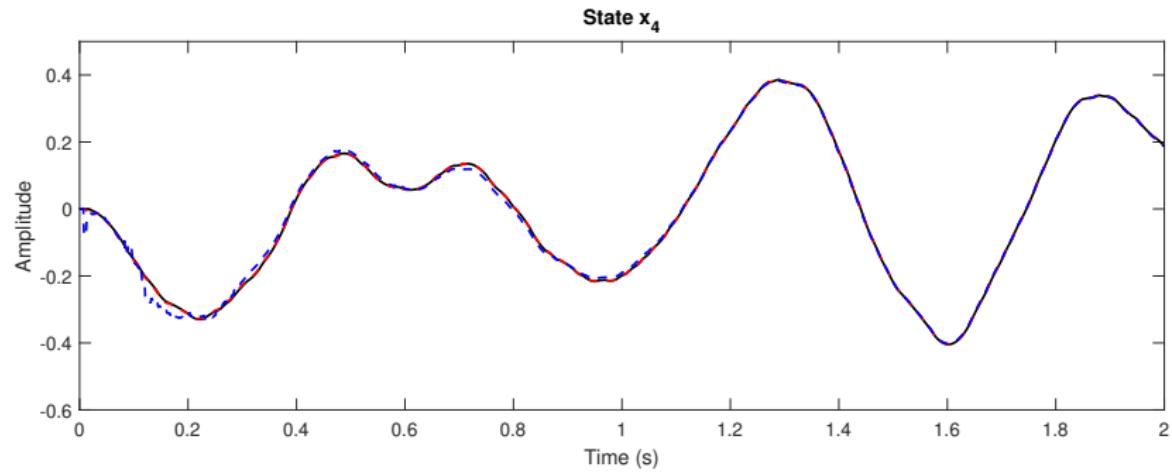
Descrição do Sistema



Estimativas para uma Realização: modo passa-alta

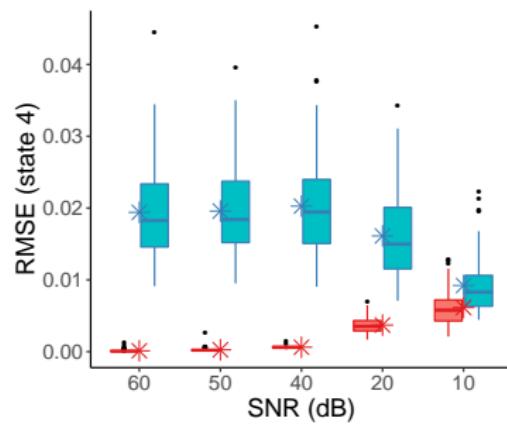
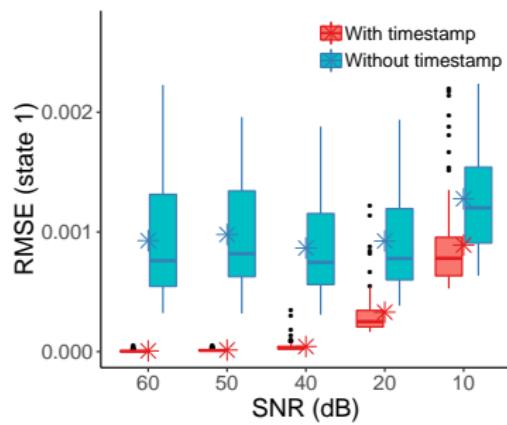


Estimativas para uma Realização: modo passa-baixa



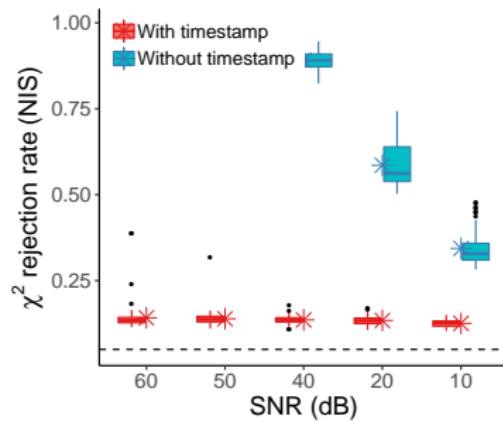
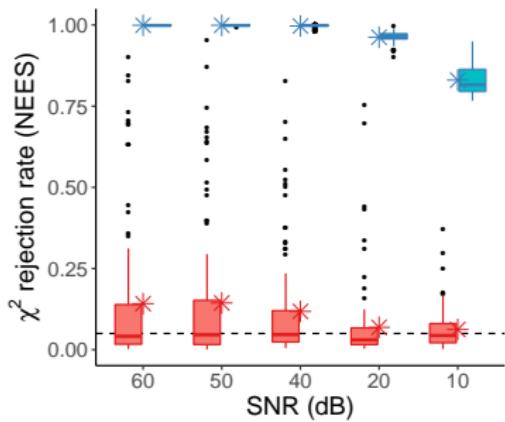
Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários	Estado 1 (diferença RMSE)			Estado 4 (diferença RMSE)		
	μ_D	Cohen's d		μ_D	Cohen's d	
SNR (dB)	60 9.21 [8.3, 10] $\times 10^{-4}$	1.98 [1.6, 2.3]		19.3 [18, 21] $\times 10^{-3}$	3.00 [2.6, 3.4]	
	50 9.70 [8.8, 10] $\times 10^{-4}$	2.22 [1.9, 2.6]		19.3 [18, 21] $\times 10^{-3}$	3.25 [2.8, 3.7]	
	40 8.23 [7.4, 9.1] $\times 10^{-4}$	1.96 [1.6, 2.3]		19.6 [18, 21] $\times 10^{-3}$	2.72 [2.3, 3.1]	
	20 5.95 [5.0, 6.9] $\times 10^{-4}$	1.27 [0.97, 1.6]		12.4 [11, 14] $\times 10^{-3}$	1.96 [1.6, 2.3]	
	10 3.87 [2.7, 5.0] $\times 10^{-4}$	0.680 [0.39, 0.97]		3.07 [2.3, 3.8] $\times 10^{-3}$	0.809 [0.52, 1.1]	



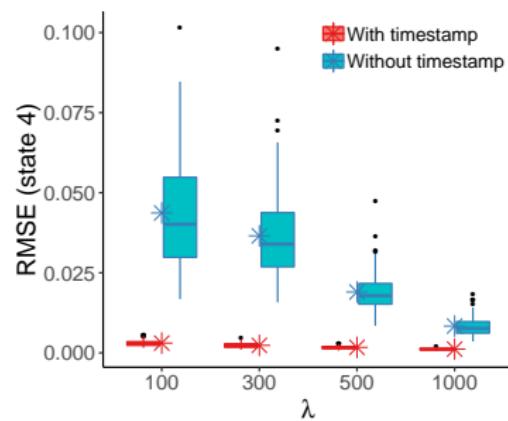
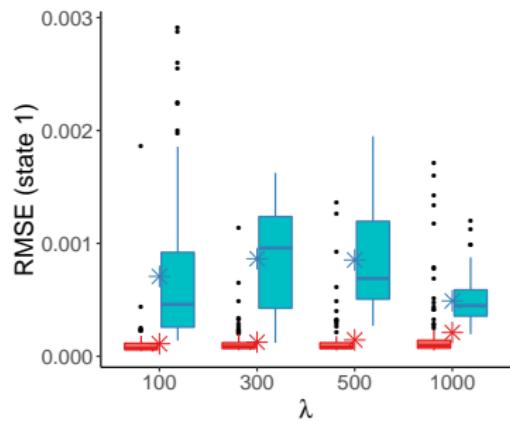
Resultados - Variação do Nível de Ruído do Sistema (SNR)

Cenários	Estado 1 (diferença RMSE)			Estado 4 (diferença RMSE)		
	μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d		
SNR (dB)	60 9.21 [8.3, 10] $\times 10^{-4}$	1.98 [1.6, 2.3]	19.3 [18, 21] $\times 10^{-3}$	3.00 [2.6, 3.4]		
	50 9.70 [8.8, 10] $\times 10^{-4}$	2.22 [1.9, 2.6]	19.3 [18, 21] $\times 10^{-3}$	3.25 [2.8, 3.7]		
	40 8.23 [7.4, 9.1] $\times 10^{-4}$	1.96 [1.6, 2.3]	19.6 [18, 21] $\times 10^{-3}$	2.72 [2.3, 3.1]		
	20 5.95 [5.0, 6.9] $\times 10^{-4}$	1.27 [0.97, 1.6]	12.4 [11, 14] $\times 10^{-3}$	1.96 [1.6, 2.3]		
	10 3.87 [2.7, 5.0] $\times 10^{-4}$	0.680 [0.39, 0.97]	3.07 [2.3, 3.8] $\times 10^{-3}$	0.809 [0.52, 1.1]		



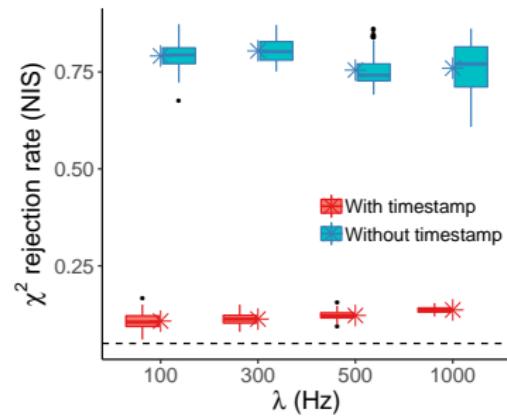
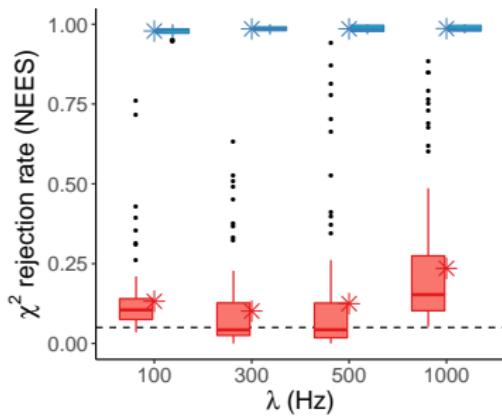
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários	Estado 1 (diferença RMSE)			Estado 4 (diferença RMSE)		
	μ_D	Cohen's <i>d</i>		μ_D	Cohen's <i>d</i>	
λ (kHz)	0.1	5.97 [4.6, 7.3] $\times 10^{-4}$	0.869 [0.58, 1.2]	4.06 [3.7, 4.4] $\times 10^{-2}$	2.33 [2.0, 2.7]	
	0.3	7.40 [6.5, 8.2] $\times 10^{-4}$	1.69 [1.4, 2.0]	3.42 [3.1, 3.7] $\times 10^{-2}$	2.48 [2.1, 2.9]	
	0.5	7.08 [6.1, 8.1] $\times 10^{-4}$	1.39 [1.1, 1.7]	1.73 [1.6, 1.9] $\times 10^{-2}$	2.73 [2.3, 3.1]	
	1	2.80 [2.1, 3.5] $\times 10^{-4}$	0.753 [0.46, 1.0]	0.720 [0.66, 0.78] $\times 10^{-2}$	2.34 [2.0, 2.7]	



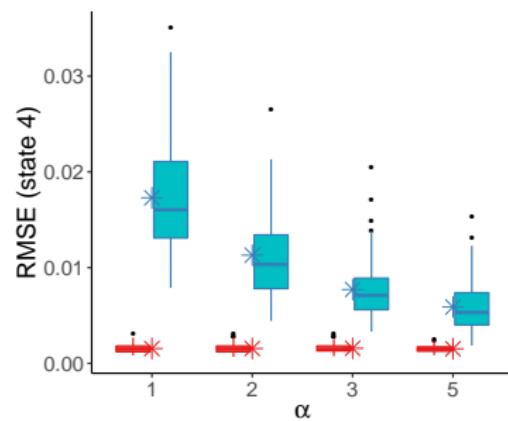
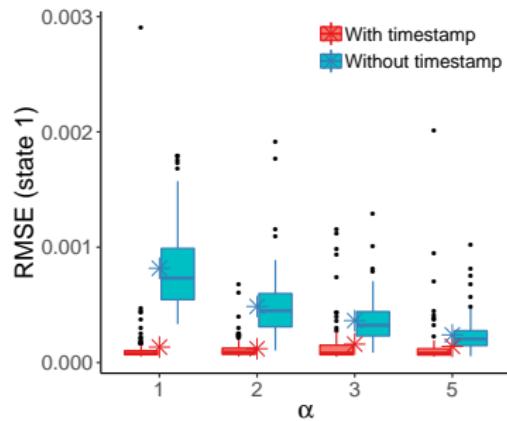
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários	Estado 1 (diferença RMSE)			Estado 4 (diferença RMSE)		
	μ_D	Cohen's <i>d</i>		μ_D	Cohen's <i>d</i>	
λ (kHz)	0.1	5.97 [4.6, 7.3] $\times 10^{-4}$	0.869 [0.58, 1.2]	4.06 [3.7, 4.4] $\times 10^{-2}$	2.33 [2.0, 2.7]	
	0.3	7.40 [6.5, 8.2] $\times 10^{-4}$	1.69 [1.4, 2.0]	3.42 [3.1, 3.7] $\times 10^{-2}$	2.48 [2.1, 2.9]	
	0.5	7.08 [6.1, 8.1] $\times 10^{-4}$	1.39 [1.1, 1.7]	1.73 [1.6, 1.9] $\times 10^{-2}$	2.73 [2.3, 3.1]	
	1	2.80 [2.1, 3.5] $\times 10^{-4}$	0.753 [0.46, 1.0]	0.720 [0.66, 0.78] $\times 10^{-2}$	2.34 [2.0, 2.7]	



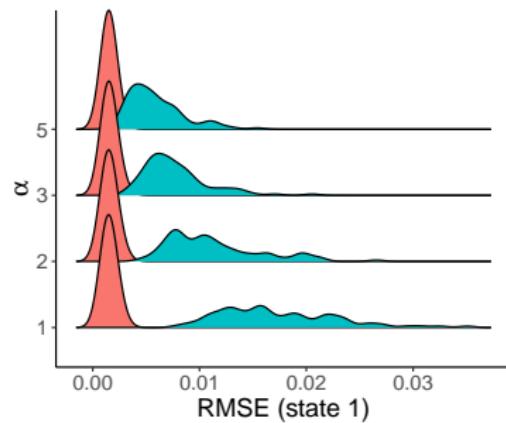
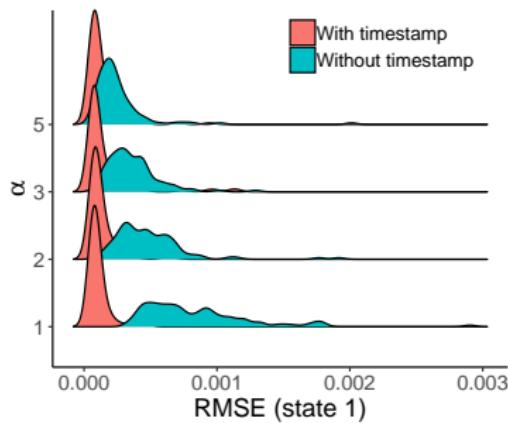
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
	μ_D	Cohen's <i>d</i>	μ_D	Cohen's <i>d</i>	
α	1	6.83 [5.9, 7.8] $\times 10^{-4}$	1.44 [1.1, 1.8]	15.7 [15, 17] $\times 10^{-3}$	2.85 [2.5, 3.2]
	2	3.66 [3.1, 4.2] $\times 10^{-4}$	1.26 [0.96, 1.6]	9.75 [8.9, 11] $\times 10^{-3}$	2.25 [1.9, 2.6]
	3	2.05 [1.6, 2.5] $\times 10^{-4}$	0.851 [0.56, 1.1]	6.14 [5.6, 6.7] $\times 10^{-3}$	2.02 [1.7, 2.4]
	5	1.00 [0.46, 1.5] $\times 10^{-4}$	0.369 [0.088, 0.65]	4.36 [3.8, 4.9] $\times 10^{-3}$	1.67 [1.3, 2.0]



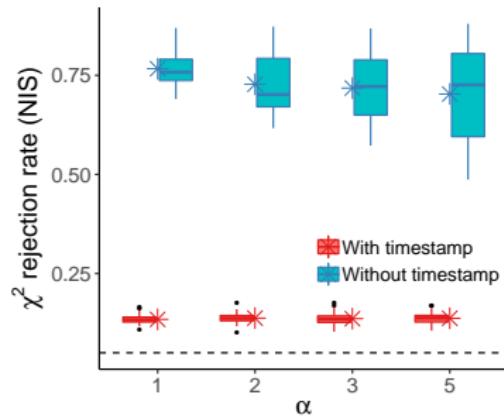
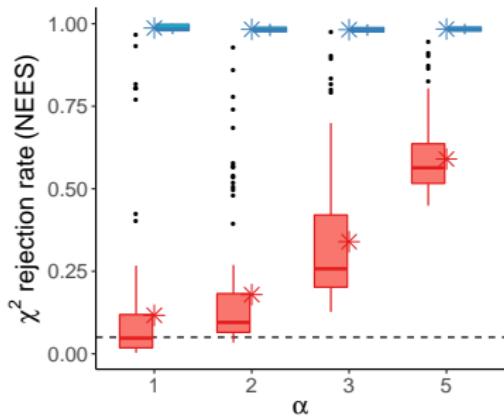
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários	Estado 1 (diferença RMSE)			Estado 4 (diferença RMSE)		
	μ_D	Cohen's d		μ_D	Cohen's d	
α	1	6.83 [5.9, 7.8] $\times 10^{-4}$	1.44 [1.1, 1.8]	15.7 [15, 17] $\times 10^{-3}$	2.85 [2.5, 3.2]	
	2	3.66 [3.1, 4.2] $\times 10^{-4}$	1.26 [0.96, 1.6]	9.75 [8.9, 11] $\times 10^{-3}$	2.25 [1.9, 2.6]	
	3	2.05 [1.6, 2.5] $\times 10^{-4}$	0.851 [0.56, 1.1]	6.14 [5.6, 6.7] $\times 10^{-3}$	2.02 [1.7, 2.4]	
	5	1.00 [0.46, 1.5] $\times 10^{-4}$	0.369 [0.088, 0.65]	4.36 [3.8, 4.9] $\times 10^{-3}$	1.67 [1.3, 2.0]	



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários		Estado 1 (diferença RMSE)		Estado 4 (diferença RMSE)	
	μ_D	Cohen's d	μ_D	Cohen's d	
α	1	6.83 [5.9, 7.8] $\times 10^{-4}$	1.44 [1.1, 1.8]	15.7 [15, 17] $\times 10^{-3}$	2.85 [2.5, 3.2]
	2	3.66 [3.1, 4.2] $\times 10^{-4}$	1.26 [0.96, 1.6]	9.75 [8.9, 11] $\times 10^{-3}$	2.25 [1.9, 2.6]
	3	2.05 [1.6, 2.5] $\times 10^{-4}$	0.851 [0.56, 1.1]	6.14 [5.6, 6.7] $\times 10^{-3}$	2.02 [1.7, 2.4]
	5	1.00 [0.46, 1.5] $\times 10^{-4}$	0.369 [0.088, 0.65]	4.36 [3.8, 4.9] $\times 10^{-3}$	1.67 [1.3, 2.0]



Sumário

1 Motivação

- Popularização de Redes de Sensores
- Objetivos

2 Metodologia

- Modelo de Amostragem: Aperiódica
- Estimação de Estados de Sistemas Amostrados
- Estimação com Amostragem Aperiódica

3 Resultados Numéricos

- Análise do Erro
- Abordagem para Auxílio à Tomada de Decisão
- Métricas de Desempenho
- Sistema Linear
- Sistema Não-Linear

4 Conclusões

Descrição do sistema

Considere o sistema de um robô móvel não-holonômico:

$$\dot{p}_x = v \cos(\theta),$$

$$\dot{p}_y = v \sin(\theta),$$

$$\dot{\theta} = u_1(t),$$

$$\dot{v} = u_2(t),$$

em que:

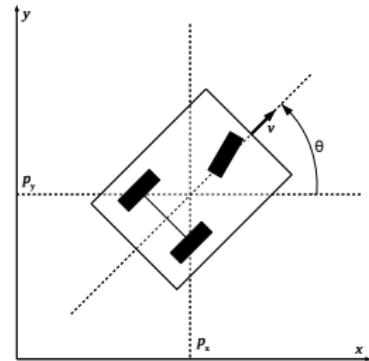
p_x e p_y : coordenadas de posição,

θ : orientação angular,

v : velocidade linear,

u_1 : entrada: velocidade angular (ω),

u_2 : entrada: aceleração linear (a)



Robô Móvel não-Holonômico

Vetor de estados:

$$x_i \stackrel{\Delta}{=} [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T.$$

Modelo de observações:

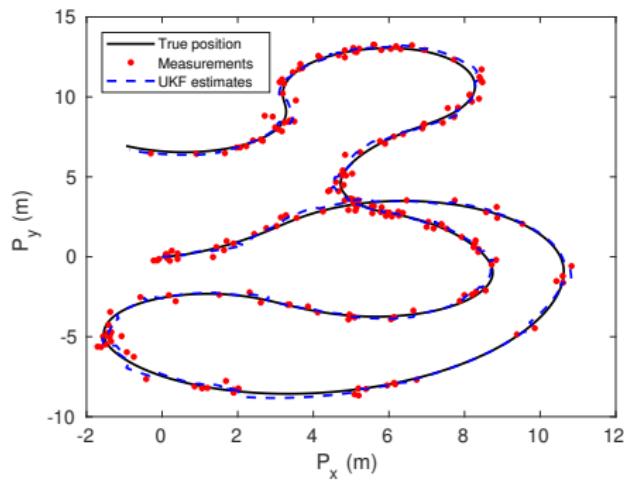
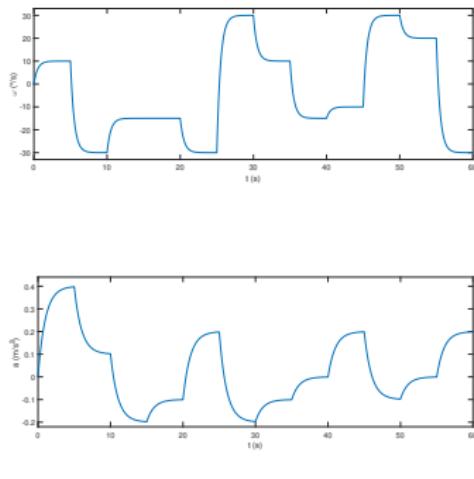
$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_x(t_k) \\ p_y(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k), \quad v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k}).$$

Vetor de entradas:

$$u_i = [\omega_i \ a_i]^T,$$

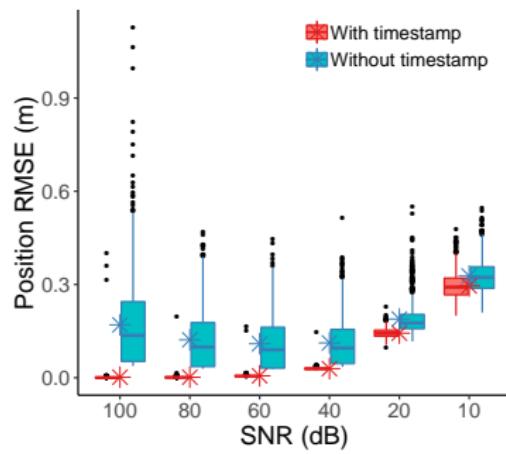
$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad w \sim \mathcal{N}(0, Q_i).$$

Entradas e Realização Única



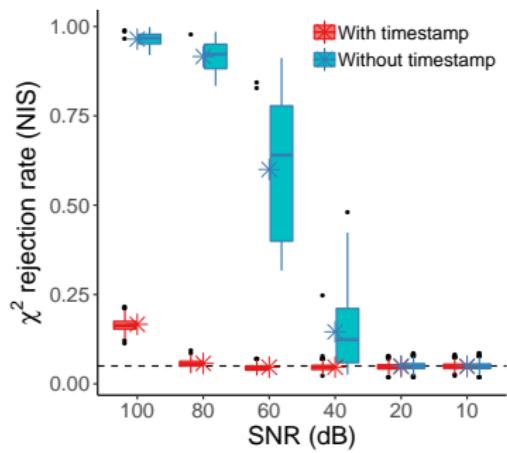
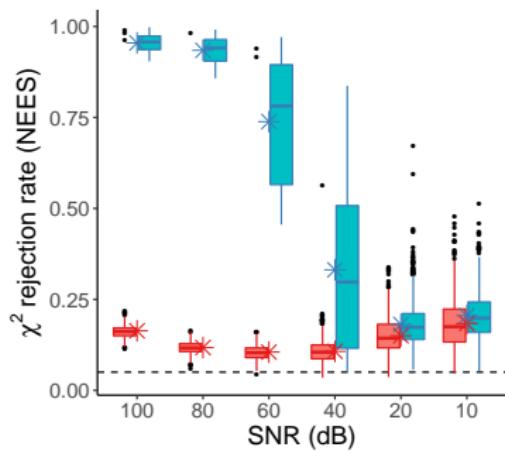
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

Cenários		Position (diferença RMSE)	
	μ_D (cm)	Cohen's <i>d</i>	
SNR (dB)	100	16.8 [16, 18]	1.25 [1.2, 1.3]
	80	12.0 [11, 13]	1.31 [1.2, 1.4]
	60	10.3 [9.8, 11]	1.28 [1.2, 1.4]
	40	8.30 [7.8, 8.7]	1.14 [1.0, 1.2]
	20	4.54 [4.2, 4.8]	0.92 [0.83, 1.0]
	10	3.20 [3.0, 3.4]	0.85 [0.76, 0.94]



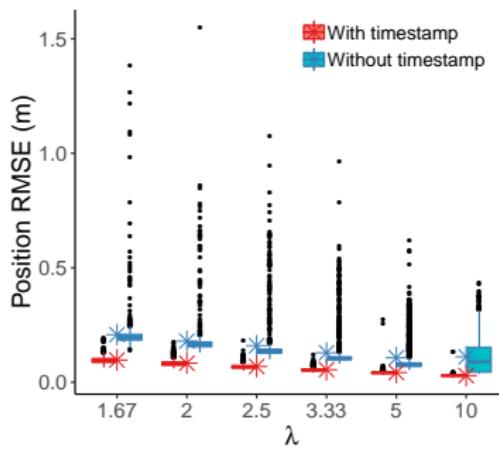
Resultados - Variação do Nível de Ruído da Saída SNR_{obs}

SNR (dB)	μ_D (cm)	Cenários	Position (diferença RMSE)	Cohen's <i>d</i>
100	100	16.8 [16, 18]	1.25 [1.2, 1.3]	1.25 [1.2, 1.3]
	80	12.0 [11, 13]	1.31 [1.2, 1.4]	
	60	10.3 [9.8, 11]	1.28 [1.2, 1.4]	
	40	8.30 [7.8, 8.7]	1.14 [1.0, 1.2]	
	20	4.54 [4.2, 4.8]	0.92 [0.83, 1.0]	
	10	3.20 [3.0, 3.4]	0.85 [0.76, 0.94]	



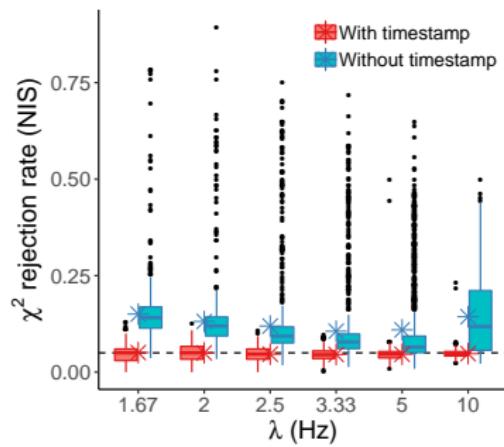
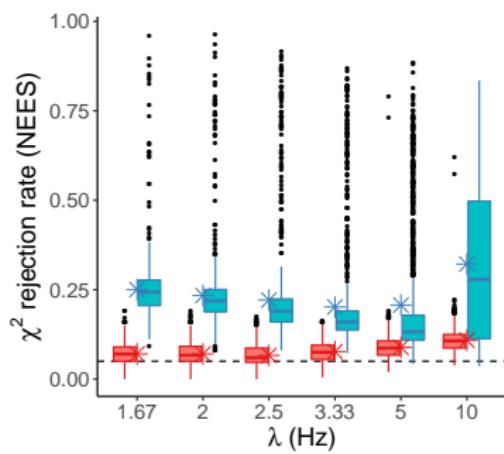
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

Cenários		Position (diferença RMSE)	
	μ_D (cm)	Cohen's <i>d</i>	
λ (kHz)	1.67	11.1 [10, 12]	1.23 [1.1, 1.3]
	2	9.63 [9.1, 10]	1.10 [1.0, 1.2]
	2.5	9.07 [8.4, 9.7]	0.910 [0.82, 1.0]
	3.33	7.40 [6.9, 7.9]	0.877 [0.79, 0.97]
	5	6.42 [6.0, 6.9]	0.865 [0.78, 0.96]
	10	8.20 [7.7, 8.7]	1.09 [1.0, 1.2]



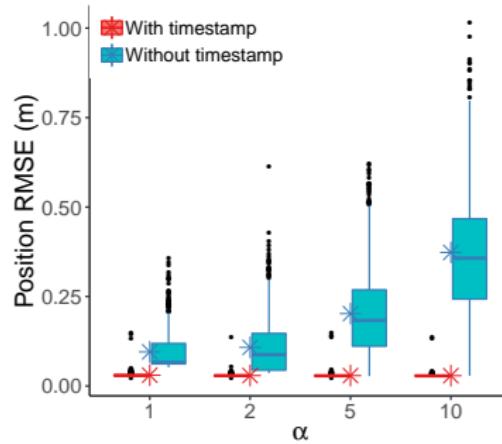
Resultados - Variação da Frequência Média da Saída (λ)

	Cenários	Position (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
λ (kHz)	1.67	11.1 [10, 12]	1.23 [1.1, 1.3]
	2	9.63 [9.1, 10]	1.10 [1.0, 1.2]
	2.5	9.07 [8.4, 9.7]	0.910 [0.82, 1.0]
	3.33	7.40 [6.9, 7.9]	0.877 [0.79, 0.97]
	5	6.42 [6.0, 6.9]	0.865 [0.78, 0.96]
	10	8.20 [7.7, 8.7]	1.09 [1.0, 1.2]



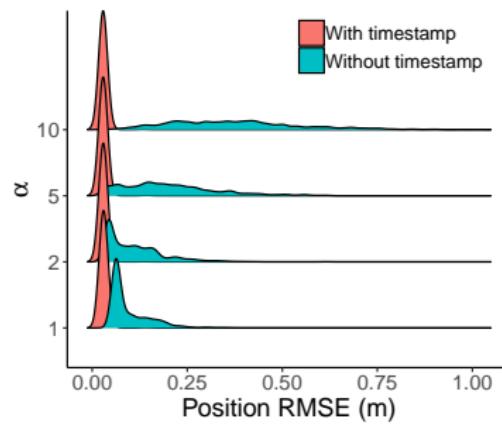
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários	μ_D (cm)	Posição (diferença RMSE)	
			Cohen's <i>d</i>
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



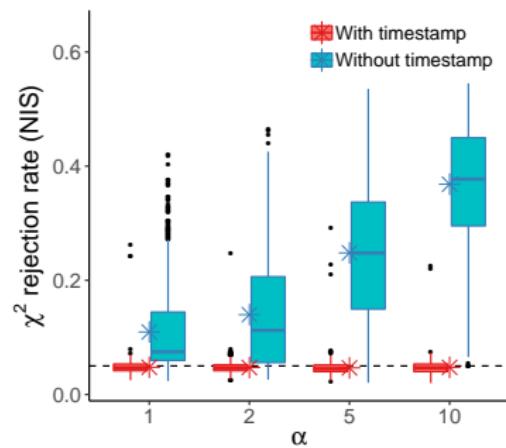
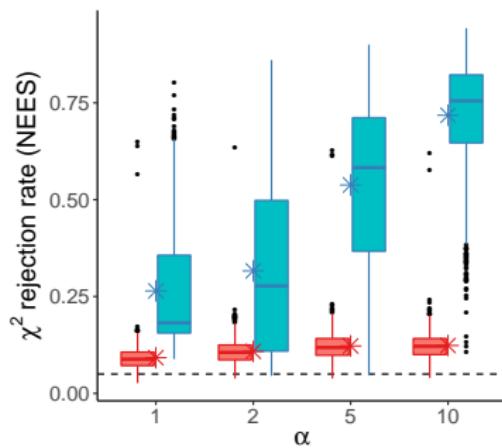
Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

Cenários	μ_D (cm)	Posição (diferença RMSE)	
			Cohen's d
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



Resultados - Variação da Relação Entre Frequências (α)

	Cenários	Posição (diferença RMSE)	
		μ_D (cm)	Cohen's d
α	1	6.51 [6.2, 6.8]	1.28 [1.2, 1.4]
	2	7.86 [7.4, 8.3]	1.07 [1.0, 1.2]
	5	17.3 [17, 18]	1.42 [1.3, 1.5]
	10	34.4 [33, 35]	2.01 [1.9, 2.1]



Principais Resultados e Contribuições

Cenários com **maior** influência no desempenho do estimador:

- **Baixo nível de ruído** nos sinais;
- **Baixa frequência** média da amostragem irregular;
- **Menor relação** entre a frequência média da amostragem irregular e a frequência de estimação, quando SNR das observações é maior que o do modelo de processo.

Abordagem útil para a tomada de decisão sobre investimento em sincronização e em capacidade computacional.

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;

Trabalhos Futuros

1. Investigação sobre algoritmos que **compensam o erro** de deslocar instantes de tempo;
2. Desenvolvimento de **rotinas de sintonia** do estimador *ad hoc*, com **filtragem adaptativa**;
3. Estudo dos efeitos de amostragem irregular com a **introdução de atraso de tempo**;
4. Utilização de outros métodos de filtragem, como o **baseado em partículas**, com potencial de ser mais robustos a ruídos não gaussianos;

OBRIGADO

e-mail: tatatupi@gmail.com.br