

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares

Departamento de Engenharia Eletrônica

Universidade Federal de Minas Gerais

Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte, MG Brasil

Fone: +55 3499-4866 - Fax: +55 3499-4850



Sensor Fusion for Irregular Sampled Systems

Taiguara Melo Tupinambás

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Prof. Bruno Otávio Soares Teixeira, Dr.
Prof. Leonardo Antônio Borges Tôrres, Dr.

Belo Horizonte, Maio de 2018

Contents

1	Introduction	1
1.1	Motivation	1
1.2	Problem Formulation	4
1.3	Objectives	6
1.4	Text Outline	6
2	Literature Review	7
2.1	Multi-Sensor Systems	7
2.2	Irregularly Sampled Systems	7
2.3	State Estimation with Irregular Sampling	7
3	Methods	9
3.1	Unscented Kalman Filter	9
3.2	Estimation with Irregular Sampling	9
3.3	With Timestamp	10
3.4	Without Timestamp	11
4	Results	13
4.1	Unicycle Position Estimation	13
4.1.1	System Description	13
4.1.2	Measurement Signal-to-Noise Ratio Variation	17
4.1.3	Average Sampling Rate Variation	18
4.1.4	Regular and Average Irregular Time Interval Relation Variation	18
4.2	Other system 1	19

4.3 Other system 2	19
References	23

Introduction

1.1 Motivation

In nature it is possible to observe data fusion in a variety of phenomena. Animals combine signals received by different senses, such as sight, hearing, smell, taste and touch to recognize the surroundings. Plants have analogous mechanisms, used to modulate water consumption, to change the color of its leaves or to bend its structure towards the light, for instance. Throughout history the sensory systems in living beings have evolved to assimilate multiple information coming from numerous sources in a highly complex and efficient way, in order to have a better perception of the environment.

Nowadays information fusion is studied in many fields of science, as a way of exploiting data from multiple sources to achieve better outcomes in comparison to those obtained if any of these sources were used separately (Dasarathy, 2001). Other terms have been used to denote the synthesis of information in technical literature, for instance, data fusion, sensor fusion, multi-sensor fusion or multi-sensor integration. To avoid confusion, the terminology used by (Elmenreich, 2002) will be adopted, whereby information fusion is understood as the overall term and sensor fusion is used in case the sources of information are sensors.

Some research fields have been increasingly exploiting the advantages of sensor fusion techniques, such as robotics, military, biometrics and image processing. The main benefits expected are related to accuracy, due to the use of redundant or complementary data, to dimensionality, that is additional information being created by a group of data, and to robustness against failure and interference. Consequently much effort has been put into the development and investigation of data fusion techniques.

The work of (Khaleghi et al., 2013) presents an extensive review of different approaches available, separating them by the way sensor data imperfection is represented, namely, probabilistic fusion, evidential belief reasoning, fuzzy reasoning, possibilistic fusion, rough set based fusion and hybrid fusion.

Data fusion techniques based on probability theory are the earliest available and perhaps the most popular until now. They are concerned on estimating the probability distribution functions (PDF) of a system's states by means of the Bayesian approach. If the system is linear and Gaussian, the Kalman filter (KF) guarantees optimal estimation. For nonlinear processes, KF generalizations were proposed, such as the extended Kalman filter (EKF) or the unscented Kalman filter (UKF). On the other hand, particle filters (PF) can be used to deal with both nonlinearities in the dynamics and non-Gaussian distributions.

The most common class of systems studied in state estimation is the sampled-data, due to the wide use of digital devices. Although described by continuous time differential equations, they can be modeled using discrete state equations, using approximation techniques (Phillips e Nagle, 1995). Usually the sampling period of such systems are constant and known. In other words, the sensors are considered to transmit data at regular intervals. However, for many applications, such consideration is not valid. The use of several redundant sensors, e.g, with different sampling rates or sampled in distinct time intervals leads to data being received at random time instants. Additionally, when data from multiple sensors are transmitted through several subsystems in a network, there might be loss of packets and delays (Schenato et al., 2007) or even multiple information arriving simultaneously (Moayed et al., 2011). In networked control systems, event-triggered sampling schemes have been proposed to reduce communication resources consumption (Hu et al., 2017), which will also generate variable sampling intervals. Nowadays, because of the ever-growing scientific advances, the technology of microprocessors, sensors and communication has become increasingly accessible, which continues to ensure that multiple sensor networks are more and more common.

Thus, despite improving accuracy and robustness of the estimation process, the fusion of data from multiple sensors might introduce challenges to the state estimation

algorithms, due to sampling irregularities. Depending on how they take place, modifications to the KF and its generalizations can be carried out to tackle these abnormalities. In the work of (Fatehi e Huang, 2017), a fusion KF is proposed to estimate the states of a system with multi-rate measurements, whereby one of them is fast, regular and delay-free and the other is slow, irregular and randomly delayed. One application of such system is for industrial process control, where there are online instrumentation characterized by the former and data from laboratory analysis, which are much more accurate, but works as the latter measurement system. For a more general case, when the random delays of the more accurate measurement process is unknown, (Gopalakrishnan et al., 2010) presents a critical analysis of the available methods for data fusion. They are separated into two categories: those that incorporate the delayed measurements upon arrival, and methods that rely in state augmentation, in order to incorporate the delayed information between estimation steps.

In general the proposed methods and their performance will depend on particularities of the sampling irregularities and how they are modeled. Time delays can be multiple of a base sampling period, for instance. In those cases, the system can be described by a time-invariant discrete state equation, but with a particular representation of the measurement model. Delays can happen at single or multiple lags (Peñarrocha et al., 2012), can lead to out-of-sequence measurements (Westenberger et al., 2013; Anxi et al., 2005) or there can also be data dropouts (Zhu et al., 2013). Nevertheless, the system can still be considered to be sampled at regular intervals. However, when the measurement instants happen after random time intervals, the discrete-state representation leads to a time-varying system, since the sampling period changes over time. Some researches treat the variable measurement instants as stochastic processes (Micheli e Jordan, 2002) or as a periodic sampling interval subject to noisy perturbations (Shen et al., 2016). Most of the time, the instant is considered to be known and the methods incorporate such information in the algorithm.

When the random time instant the signal was measured is not known or unreliable, no method was proposed so far to take the irregularity into account and improve the estimation efficiency, to the best of the author's knowledge. If the sampling irregularity

is caused due to the lack of sensor synchronization in the network, several algorithms can ensure a common timescale (Sivrikaya e Yener, 2004), at the expense of additional investments or energy use. Another approach, believed to be largely used on practice, is to disregard the irregularities, assimilating the measurements once they arrive, considering regular time intervals. Additional noise will be added to the estimation process, but it might be irrelevant to the overall performance.

Knowing to what extent the estimation accuracy is deteriorated by ignoring the additional noise caused by sampling irregularity is important to decide whether or not to invest in synchronization. In addition, the investment in more sensors to the network in order to improve accuracy might not pay off, if it results in severe irregular sampling. Nevertheless there aren't studies on these effects or proposing frameworks for a trade off analysis. Therefore, this work assesses the differences in state estimation accuracy for systems with random sampling intervals with and without time-stamp. The purpose is to shed some light over the trade-off for investments in sensor networks amplification and synchronization.

1.2 Problem Formulation

Considere o sistema dinâmico estocástico não-linear amostrado

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t), t), \quad (1.1)$$

$$y(t_k) = g(x(t_k), v(t_k), t_k), \quad (1.2)$$

em que $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $g: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^m$ são, respectivamente, os modelos de processo e observação, assumidamente conhecidos. Considere também que para todo $k \geq 1$, as medições $y(t_k) \in \mathbb{R}^m$ e o ruído de medição $v(t_k) \in \mathbb{R}^r$ são conhecidos. Os instantes de tempo t_k , $\forall k \in \mathbb{N}^+$, são ordenados ($t_{k+1} > t_k, \forall k \in \mathbb{N}^+$) e definidos pelos intervalos de tempo $h_0 \triangleq t_1$, $h_k \triangleq t_k - t_{k-1}$, $\forall k \geq 1$. As entradas $u(t)$ são medidas em intervalos regularmente espaçados T , i.e. $u(iT) \in \mathbb{R}^p$, $\forall i \geq 1$ são

conhecidas. $w(t) \in \mathbb{R}^q$ é o ruído de processo.

Neste trabalho, assumem-se que os instantes de medição t_k são dados por um processo aleatório de Poisson. Ou seja, os intervalos de tempo h_k são variáveis aleatórias exponenciais i.i.d. com parâmetro λ conhecido, $h_k \sim \mathcal{E}(\lambda)$, em que $\mathcal{E}(\lambda)$ define uma função de distribuição de probabilidade (pdf) exponencial, com parâmetro λ (tempo médio), conforme Figura 1.1. Esse modelo de amostragem caracteriza uma aplicação comum para um esquema de amostragem por eventos ou para um sistema com rede de sensores dessincronizados. No trabalho de (Micheli e Jordan, 2002), por exemplo, considerou-se um conjunto de N sensores idênticos realizando as medições dos estados de um processo físico a cada L segundos. Eles provaram matematicamente que, se os sensores forem independentes e não sincronizados e N for grande o suficiente, o tempo de espera entre o recebimento de dois sinais consecutivos pode ser aproximado por uma variável aleatória exponencial $\mathcal{E}(\lambda)$, em que o parâmetro $\lambda = N/L$.

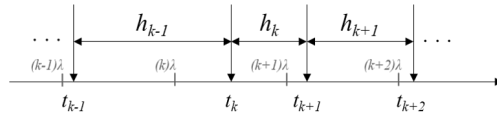


Figure 1.1: Processo de amostragem irregular modelado por um processo de Poisson. Os intervalos regularmente espaçados λ são apresentados em cinza escuro, e um exemplo de realização de instantes t_k é mostrado, com seus respectivos intervalos de tempo h_k aleatórios. O valor esperado $E(h_k) = \lambda$.

Quando o carimbo de tempo está disponível, a assimilação de dados do algoritmo pode ser feita no momento exato da medição. Para isso, a integração das equações diferenciais via discretização deve acontecer com intervalos de tempo δt variáveis, no caso deste trabalho utilizando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Dessa forma, (1.1) pode ser reescrita como

$$x(t_j^*) = f_d(x(t_{j-1}^*), u(t_{j-1}^*), w(t_{j-1}^*), t_{j-1}^*), \quad (1.3)$$

em que $t_j^* = t_{j-1}^* + \delta t_j^*$ e $t_0^* = 0$. Cada valor δt_j^* corresponde ao intervalo de tempo entre o último instante em que se registrou a chegada de um sinal, seja ele de entrada ou de

medição, e o próximo instante de tempo em que um valor de entrada ou de medição é obtido, conforme será detalhado na Seção 3.3. Como as entradas são conhecidas em intervalos regulares T , é utilizado um segurador de ordem zero, para os instantes em que não há informação disponível de entrada. Por outro lado, se o carimbo de tempo não é levado em conta, (1.1) pode ser reescrito como

$$x_i = f_d^*(x_{i-1}, u_{i-1}, w_{i-1}, i), \quad (1.4)$$

em que $t = iT$.

Deseja-se estimar o estado $x(iT)$ de forma recursiva, em intervalos regularmente espaçados T igual ao período de amostragem regular dos sinais de entrada, utilizando o conjunto de medições $y(t_k) : t_k \leq iT$ e de entradas passadas u_{i-1} . O conhecimento dos intervalos de tempo $h_{k-1} : t_k \leq iT$ também é levado em consideração para o cenário com carimbo de tempo. O tempo médio de observações λ é maior que o intervalo de tempo T , por um fator $\alpha > 1$, ou seja, $\lambda = \alpha T$.

1.3 Objectives

1 frase para o objetivo geral Objetivos específicos

1.4 Text Outline

Literature Review

Descrever sobre os tópicos cobertos pela revisão bibliográfica. Separar em fusão sensorial, sistemas amostrados irregularmente e o problema de estimação de estados com amostragem irregular.

Inicialmente, será feita revisão sobre o estado da arte da fusão sensorial, suas definições, detalhes, desafios e paradigmas. Além disso os métodos disponíveis para tratar a fusão serão resumidos, divididos em quatro grupos: *Parallel Filter (Multi-output system, multiple output KF)*; *Sequential Filter (KF using first output as the prediction for the second output)*; *Outputs Fusion (Outputs are fused using the noise covariance)*; e *Track-to-Track Fusion, i.e. TTF (Single-output KFs fused considering correlation)*. Em seguida, uma análise extensa sobre os diferentes esquemas de amostragem irregular será apresentada. As causas das irregularidades, aplicações típicas e métodos para lidar com elas serão discutidas. Haverá uma tentativa para agrupar os temas seguindo alguma lógica e com a utilização de diagramas.

Em seguida, serão apresentadas técnicas disponíveis na literatura para tratar a amostragem irregular e suas diferentes abordagens. Haverá um foco no caso em que o instante é completamente aleatório, tema do presente trabalho.

2.1 Multi-Sensor Systems

2.2 Irregularly Sampled Systems

2.3 State Estimation with Irregular Sampling

Methods

3.1 Unscented Kalman Filter

3.2 Estimation with Irregular Sampling

Para avaliar o efeito de se considerar ou não o carimbo de tempo das medições no desempenho de sistemas de estimação via fusão sensorial, filtros de Kalman *unscented* (UKF) são utilizados. O algoritmo UKF é descrito de forma detalhada no trabalho de (Julier e Uhlmann, 2004) e uma revisão recente e bastante completa pode ser encontrada em (Menegaz et al., 2015). Assim como o filtro de Kalman original (Kalman, 1960), o UKF é composto pelas etapas de predição e de assimilação de dados. As informações dos modelos em são utilizadas durante a predição, enquanto as observações medidas são introduzidas nas estimativas de estado na fase de assimilação de dados.

Devido à amostragem irregular descrita na Seção 1, os instantes de medição t_k das observações não coincidem com os de estimação iT . Além disso, o modelo de processo é discretizado a uma taxa $1/T$ mais rápida que a frequência média das observações $1/\lambda$. Como consequência, há intervalos de tempo T em que apenas a etapa de predição pode ser realizada e outros em que há dados a serem assimilados. Um exemplo de aplicação em que essa característica acontece é o problema de rastreamento de alvos. Sensores inerciais que fornecem as informações de entrada para o modelo, e.g. aceleração linear e velocidade angular, operam em uma frequência mais alta que os sensores GPS, mas, geralmente, apresentam níveis de ruído superiores.

Um esquemático ilustrativo é apresentado na Fig., onde $\alpha = 5$, i.e. a taxa média de amostragem das observações $1/\lambda$ é cinco vezes mais lenta que a frequência de amostragem $1/T$ dos sensores que disponibilizam informações de entrada. A cada

T segundos, ou seja no intervalo de tempo entre dois instantes de amostragem das entradas pode haver ou não informações de observação. No cenário ilustrado pela letra **A** na Fig. 3.1, não há medições disponíveis. Durante o intervalo **B** há apenas uma medição, ao passo que em **C** há mais de uma observação disponível.

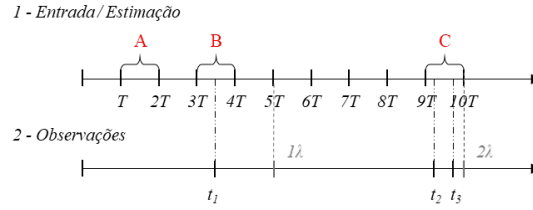


Figure 3.1: Exemplos de instantes de amostragem da entrada e das estimações (1) e das observações (2). Os instantes múltiplos de λ , igual ao intervalo médio de amostragem das observações são apresentados em cinza escuro, para referência.

Nas próximas subseções é apresentado como os algoritmos de estimação tratam os cenários **A**, **B** e **C** para os casos em que o carimbo de tempo está e não está disponível.

3.3 With Timestamp

Sabendo o momento exato t_k em que as observações são medidas, é possível assimilá-las no instante correto, considerando intervalos de tempo variáveis para o algoritmo de filtragem. Para isso, o modelo matemático em () é discretizado a uma taxa δt_j^* variável. Para a simulação deste artigo, os valores de δt_j^* são calculados a partir da união de todos os instantes de tempo correspondentes às chegadas de sinais de entrada ou de medição em um único vetor, de forma ordenada. Por meio da subtração de dois instantes consecutivos, é possível obter os intervalos de tempo de integração δt_j^* correspondente. No caso de uma versão *online*, a integração das equações diferenciais é executada a medida que um sinal de entrada ou um sinal de medição de saída é recebido. Nesses momentos, são utilizados o intervalo de tempo entre o último sinal recebido e o instante atual. Além disso, quando o sinal recebido é um sinal de entrada, é executada apenas a etapa de predição. E, quando o sinal for de medição, acontecem as duas etapas de predição e assimilação de dados, considerado um segurador de

ordem zero para a entrada. O fluxograma da Fig. 3.2 representa o passo a passo desse algoritmo, apresentando as etapas executadas quando o sinal é de entrada ou de observação.

Dessa forma, no cenário **B** da Fig. 3.1, o algoritmo executa uma etapa completa de predição e assimilação de dados dos instantes $3T$ até t_1 , considerando o intervalo $\delta t_4^* = t_1 - 3T$ (note que há 3 intervalos de tempo δt_j^* , antes o instante t_1). Em seguida é feita uma etapa de predição entre t_1 e $4T$. Durante o intervalo de tempo de integração entre t_1 e $4T$, considerou-se que a entrada permaneceu constante desde a sua última atualização em $3T$. Ou seja, assume-se que não houve variação na entrada para essa etapa de predição. Caso mais de uma observação seja medida entre duas entradas (cenário **C**), são executadas etapas completas de filtragem para cada observação disponível e, ao final, uma etapa de predição entre a última observação e a próxima entrada.

3.4 Without Timestamp

Quando não há carimbo de tempo nas medições, o algoritmo de filtragem não sabe o momento exato da medição t_k . Assim, o instante de tempo considerado para a etapa de assimilação de dados é sempre o próximo instante múltiplo de T , i.e. quando a próxima informação de entrada está disponível.

Existem apenas dois cenários de estimação nesse caso. Primeiro, quando não há medições disponíveis entre duas entradas, o estimador executa apenas a etapa de predição entre os intervalos de tempo iT e $(i + 1)T$, conforme cenário **A** da Fig. 3.1. Segundo, nos casos representados pela letra **B**, o estimador considera que a observação foi feita no próximo instante múltiplo de T em que há informações de entrada. No exemplo da Fig. 3.1, a medição feita no instante t_1 é assimilada no instante $4T$. Caso haja mais de uma observação entre duas entradas (cenário **C**), a mais antiga é descartada. Os passos de discretização do modelo utilizados pelo UKF são sempre $\delta t = T$, havendo ou não observações disponíveis.

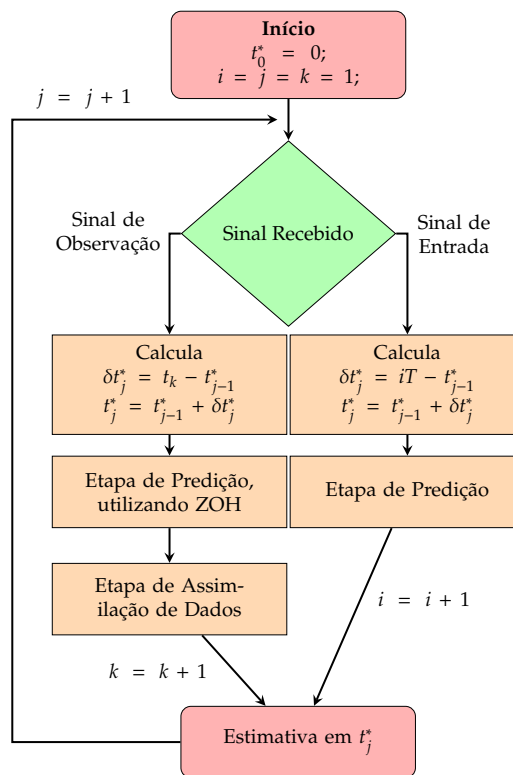


Figure 3.2: Diagrama ilustrativo da versão *online* do estimador que considera o carimbo de tempo. Os índices i , j e k representam, respectivamente os contadores dos sinais de entrada, estimação e da saída.

Results

4.1 Unicycle Position Estimation

4.1.1 System Description

Considere um robô móvel não-holonômico, cujo modelo de processo cinemático é dado por

$$\begin{aligned}\dot{p}_x &= v \cos(\theta), \\ \dot{p}_y &= v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= u_1(t), \\ \dot{v} &= u_2(t),\end{aligned}\tag{4.1}$$

em que p_x e p_y são as coordenadas de posição, θ a orientação angular, v a velocidade linear e as entradas u_1 e u_2 são, respectivamente, a velocidade angular (ω) e a aceleração linear (a).

O sistema descrito por 4.1 é discretizado por meio do método de Runge-Kutta de 4ª ordem e o vetor de estados x_i é dado por $x_i \triangleq [p_{x,i} \ p_{y,i} \ \theta_i \ v_i]^T$.

O modelo de observações é dado por

$$y(t_k) = \begin{bmatrix} p_x(t_k) \\ p_y(t_k) \end{bmatrix} + v(t_k),\tag{4.2}$$

em que $v(t_k) \sim \mathcal{N}(0, R_{t_k})$ é o ruído de observação com média nula e covariância R_{t_k} . Para o cenário sem carimbo de tempo, o vetor de observações é aproximado por $\tilde{y}_i \approx y(t_k)$, em que i é o índice do próximo instante de tempo múltiplo de T .

O vetor de entradas $u_i = [\omega_i \ a_i]^T$, é medido por meio de girômetro e acelerômetro, respectivamente. Assume-se que

$$u_i = \tilde{u}_i - w_i, \quad (4.3)$$

em que \tilde{u} é o valor medido pelos sensores e $w \sim \mathcal{N}(0, Q_i)$ representa o ruído correspondente, de média nula e covariância Q_i .

São considerados 60 segundos de simulação, com um passo de integração $\delta t_{\text{sim}} = 10^{-4}$. Para simular a amostragem irregular, os intervalos de tempo h_k são calculados por meio da função de distribuição exponencial do MatLabTM e aproximados para o instante de tempo mais próximo, dentre as 600.000 amostras. As entradas utilizadas para a simulação são apresentadas na Fig. 4.1. A Fig. 4.2 apresenta o deslocamento do robô no plano xy partindo do ponto $(0,0)$, uma realização de medições ruidosas com relação sinal-ruído $\text{SNR}_y = 30$ dB e $\lambda = 0.3$ s e a estimativa de deslocamento do UKF, considerando carimbo de tempo e um $\alpha = 5$.

Para comparar a qualidade das estimativas obtidas, o seguinte índice de desempenho é utilizado

$$J = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{(\hat{p}_{x,i} - p_{x,i})^2 + (\hat{p}_{y,i} - p_{y,i})^2}}{N} \quad (4.4)$$

em que $\hat{p}_{x,i}$ e $\hat{p}_{y,i}$ são as estimativas de posição em intervalos regulares T , $\hat{p}_{x,i}$ e $\hat{p}_{y,i}$ as coordenadas verdadeiras do robô, também em intervalos regulares T e N é a quantidade total de estimativas. Esse índice representa a média dos erros de deslocamento no plano xy obtidos pelos estimadores.

Uma realização da evolução do índice J para os dois estimadores, considerando $\lambda = 0.5$, $\alpha = 5$, $\text{SNR}_y = 60$ dB e $\text{SNR}_u = 20$ dB pode ser observada na Fig. 4.3, no intervalo de 0 a 1.3 segundos. Os pontos pretos representam os instantes regulares kT e os asteriscos marcados no eixo das abcissas representam os instantes de medição t_k . É possível observar que, antes das primeiras observações serem assimiladas, o índice J de ambos estimadores é igual. Na primeira observação t_1 , realizada próximo do instante 0.4 s, não há diferença significativa entre a mudança no índice J para os dois

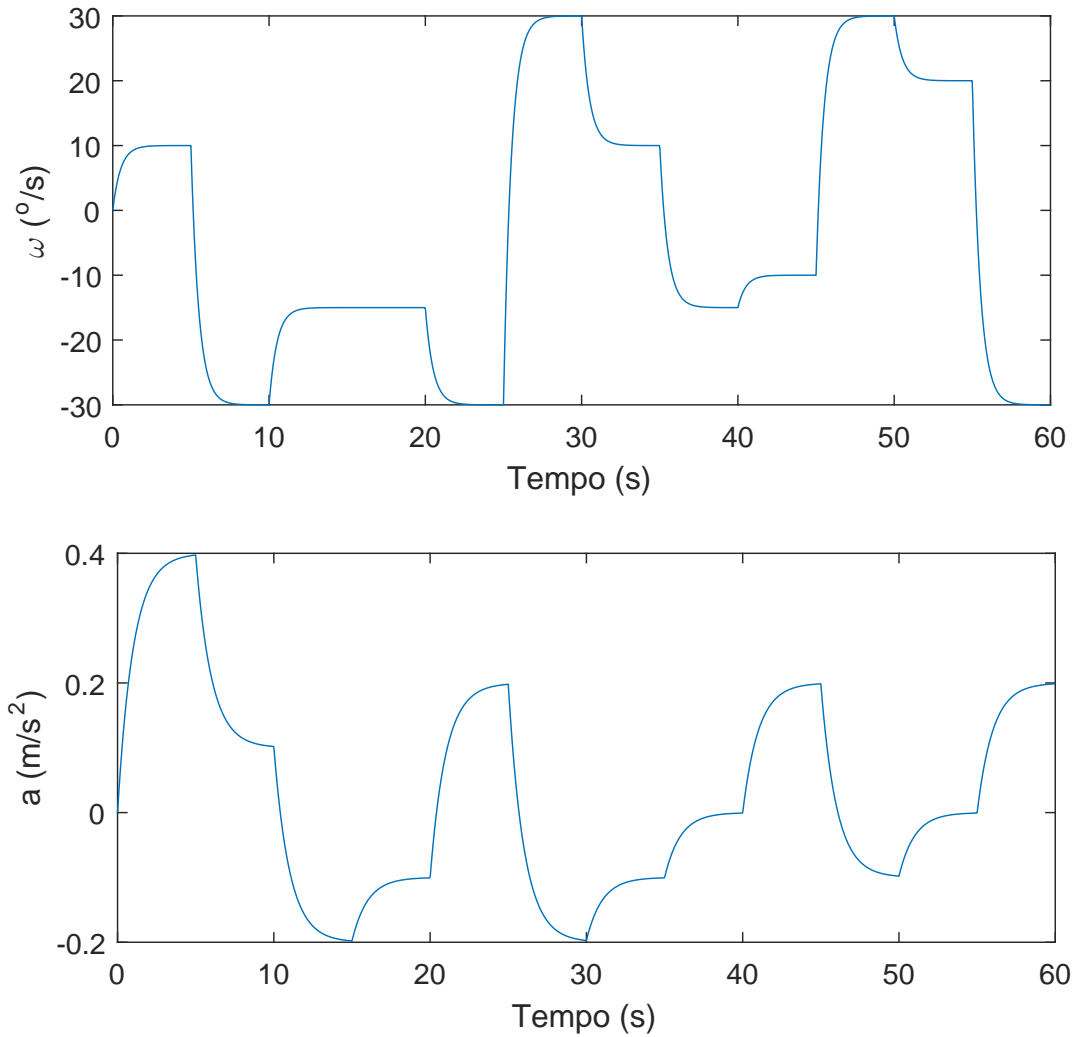


Figure 4.1: Entradas utilizadas para a simulação. A sequência temporal da velocidade angular ω é mostrada em (a), e da aceleração linear a é apresentada em (b).

estimadores, pois o instante de tempo real de medição foi muito próximo do instante de entrada e, desta forma, o erro da aproximação $\tilde{y}_i \approx y(t_k)$ é desprezível. No instante t_2 , no entanto, a diminuição do índice J para o estimador que faz a assimilação no instante correto é visivelmente maior e acontece no momento exato da medição. Esse mesmo efeito pode ser observado no instante t_4 , após 1 segundo, quando há uma diferença significativa entre o instante de medição t_k e o instante em que a próxima informação de entrada está disponível.

Para a análise de resultados desse artigo, foram feitas 3 simulações distintas, em que

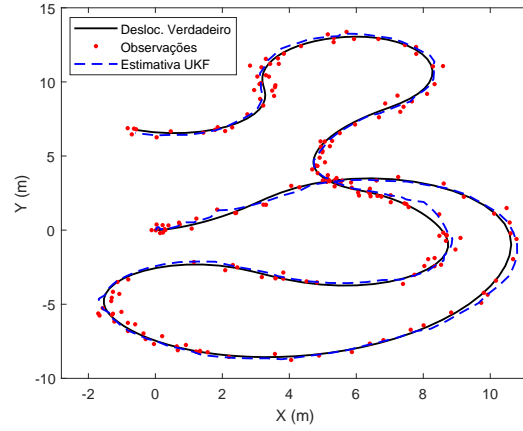


Figure 4.2: Deslocamento verdadeiro, medições ruidosas e estimativa do UKF considerando o carimbo de tempo, para nível do ruído de medição igual a $\text{SNR}_y = 30 \text{ dB}$, $\lambda = 0.3 \text{ s}$ e $\alpha = 5$.

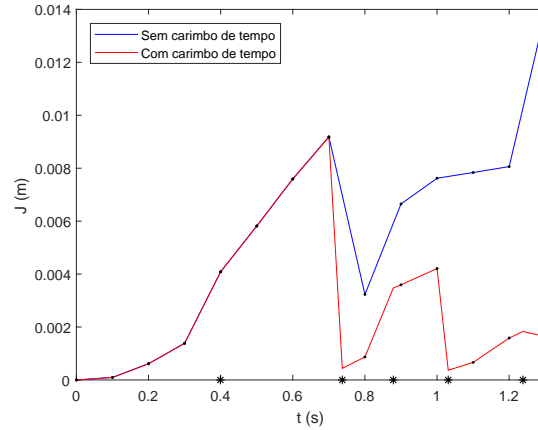


Figure 4.3: Recorte temporal de 1 a 1.3 segundo, do índice J de uma realização dos dois estimadores, com e sem carimbo de tempo. Os asteriscos no eixo x representam os instantes de amostragem das observações t_k . Os pontos pretos apresentados nas linhas representam os instantes de tempo regulares de amostragem da entrada

um parâmetro diferente foi variado para cada uma delas e os outros foram mantidos fixos. Em todos os casos foram simuladas 100 realizações para cada filtro e para cada parâmetro. Os valores médios do índice de desempenho J para cada caso, assim como os intervalos de confiança de 95% são apresentados na Fig. 4.4. As próximas subseções apresentam uma discussão sobre os resultados.

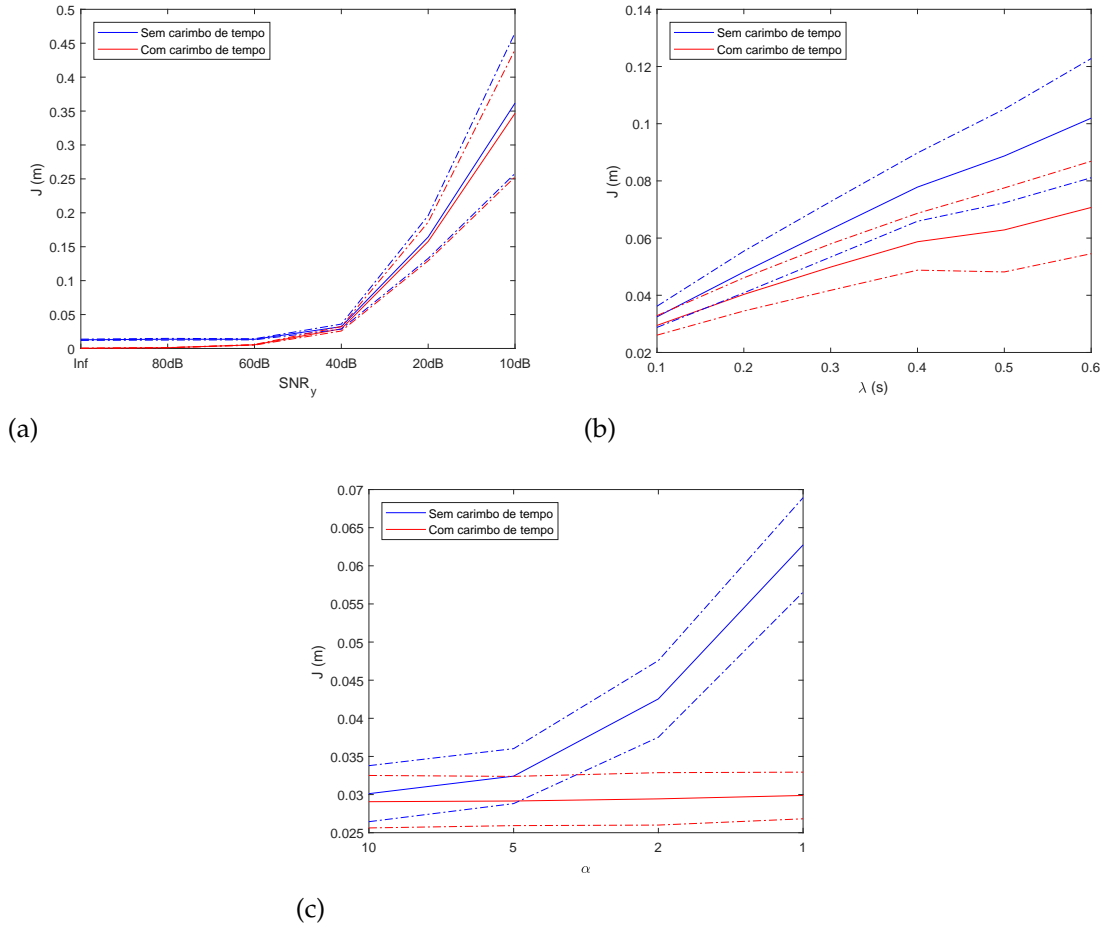


Figure 4.4: Variação do índice desempenho J em função de (a) redução da relação sinal-ruído das observações SNR_y , (b) aumento do intervalo de tempo médio das observações λ e (c) relação entre o intervalo de tempo de entrada T e o valor de λ , dado por α . As linhas azuis representam os resultados para o cenário sem carimbo de tempo e as linhas vermelhas os resultados quando o carimbo de tempo é considerado. São apresentados os valores médios e o intervalo de confiança de 95%.

4.1.2 Measurement Signal-to-Noise Ratio Variation

Inicialmente, o efeito do nível de ruído de observação no desempenho dos filtros com e sem carimbo de tempo foi avaliado. A relação sinal ruído dos sensores de entrada e o intervalo de tempo médio das observações são mantidos fixos, $SNR_u = 20$ dB e $\lambda = 0.1$ s.

Variou-se a relação sinal-ruído das observações conforme $SNR_y = \infty, 80, 60, 40, 20, 10$ dB. Ou seja, inicialmente considera-se que não há ruído nas observações e em seguida o nível de ruído é aumentado gradativamente. A Fig. 4.1.1 apresenta os resultados

obtidos.

É possível observar que o estimador que considera o carimbo de tempo possui desempenho estatisticamente superior apenas para baixos níveis de ruído da observação. Quando SNR_y é igual a ∞ e 80 dB, o índice de desempenho J do filtro com carimbo de tempo é aproximadamente 1.25 e 1.26 cm, respectivamente, mais preciso do que sem carimbo de tempo e com variância pequena. Quando a relação sinal ruído se aproxima de 40 dB, no entanto, não é possível distinguir estatisticamente o efeito de se considerar ou não carimbo de tempo.

4.1.3 Average Sampling Rate Variation

Em seguida, variou-se o intervalo de tempo médio das observações, conforme $\lambda = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6$ s, mantendo-se o nível de ruído das entradas e das observações fixos em, respectivamente, $\text{SNR}_u = 20$ dB e $\text{SNR}_y = 40$ dB. Os resultados são apresentados na Fig. 4.1.1.

Os resultados obtidos demonstram que a diferença no desempenho dos filtros é mais significativa para intervalos de tempo mais espaçados, mantendo-se a dinâmica do sistema e os outros parâmetros fixos. Inicialmente, para valores pequenos de λ , não há diferença estatística entre o desempenho dos estimadores, mas a medida que o intervalo cresce, ela aparece, chegando a aproximadamente 3.1 cm para um $\lambda = 0.6$ s. Uma interpretação possível é que, se o intervalo de tempo médio das observações for muito pequeno em comparação com a velocidade em que a dinâmica do sistema varia, o erro de aproximação do instante de amostragem das observações t_k é reduzido. O ruído do sensor pode acabar sendo mais relevante do que o erro devido ao tempo incorreto de assimilação.

4.1.4 Regular and Average Irregular Time Interval Relation Variation

Finalmente, o valor de α , i.e. a relação entre o intervalo de tempo regular das entradas T e o intervalo de tempo médio das observações λ , foi alterado entre $\alpha = 10, 5, 2, 1$. Os resultados são apresentados na Fig. 4.1.1.

Nota-se que, quando o carimbo de tempo é considerado, não há diferença significativa em se variar o α no desempenho do filtro, com o índice de desempenho J se mantendo pouco abaixo dos 3 cm. Ou seja, não importa a relação entre as frequências de amostragem da observação e das entradas. Por outro lado, quando não se considera o carimbo de tempo, essa relação se torna relevante para o índice de desempenho do estimador. Quanto mais lento a frequência da entrada em comparação com a frequência da saída, maior o erro obtido. Para o caso mais extremo utilizado, $\alpha = 1$, a diferença no índice J foi mais do que o dobro. Esse resultado era esperado, uma vez que quanto maior o valor de α , mais rápida é a taxa de discretização do modelo de processo em relação à frequência dos sensores de observação. Consequentemente, o erro obtido na aproximação $\tilde{y}(i) \approx y(t_k)$ diminui.

4.2 Other system 1

4.3 Other system 2

Bibliography

- Anxi, Y., Diannong, L., Weidong, H., e Zhen, D. (2005). A unified out-of-sequence measurements filter. In *IEEE National Radar Conference - Proceedings*, páginas 453–458.
- Dasarathy, B. (2001). Information Fusion - what, where, why, when, and how? *Information Fusion*, 2(2):75–76.
- Elmenreich, W. (2002). An introduction to sensor fusion. Research report, Vienna University of Technology.
- Fatehi, A. e Huang, B. (2017). Kalman filtering approach to multi-rate information fusion in the presence of irregular sampling rate and variable measurement delay. *Journal of Process Control*, 53:15–25.
- Gopalakrishnan, A., Kaisare, N. S., e Narasimhan, S. (2010). Incorporating delayed and infrequent measurements in Extended Kalman Filter based nonlinear state estimation. *Journal of Process Control*, 21:119–129.
- Hu, R. J., Wang, Z., Alsaadi, F. E., e Hayat, T. (2017). Event-based filtering for time-varying nonlinear systems subject to multiple missing measurements with uncertain missing probabilities. *Information Fusion*, 38:74–83.
- Julier, S. J. e Uhlmann, J. K. (2004). Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of ASME – Journal of Basic Engineering*, 82:35–45.

- Khaleghi, B., Khamis, A., Karray, F. O., e Razavi, S. N. (2013). Multisensor data fusion: A review of the state-of-the-art. *Information Fusion*, 14(1):28–44.
- Menegaz, H. M. T., Ishihara, J. Y., Borges, G. A., e Vargas, A. N. (2015). A Systematization of the Unscented Kalman Filter Theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60(10):2583–2589.
- Micheli, M. e Jordan, M. I. (2002). Random sampling of a continuous-time stochastic dynamical system. In *in Proc. of the 15th International Symposium on the Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2002)*, (University of Notre Dame, South).
- Moayed, M., Foo, Y. K., e Soh, Y. C. (2011). Filtering for networked control systems with single/multiple measurement packets subject to multiple-step measurement delays and multiple packet dropouts. *International Journal of Systems Science*, 42(3):335–348.
- Peñarrocha, I., Sanchis, R., e Romero, J. A. (2012). State estimator for multisensor systems with irregular sampling and time-varying delays. *International Journal of Systems Science*, 43(8):1441–1453.
- Phillips, C. L. e Nagle, H. T. (1995). *Digital control system analysis and design*. Prentice-Hall, Inc.
- Schenato, L., Sinopoli, B., Franceschetti, M., Poolla, K., e Sastry, S. S. (2007). Foundations of Control and Estimation Over Lossy Networks. *Proceedings of the IEEE*, 95(1):163–187.
- Shen, B., Wang, Z., e Huang, T. (2016). Stabilization for sampled-data systems under noisy sampling interval. *Automatica*, 63:162–166.
- Sivrikaya, F. e Yener, B. (2004). Time Synchronization in Sensor Networks: A Survey. *IEEE Network*, 18(4):45 – 50.
- Westenberger, A., Waldele, S., Dora, B., Duraisamy, B., Muntzinger, M., e Dietmayer, K. (2013). Multi-sensor fusion with out-of-sequence measurements for vehicle environment perception. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

-
- Zhu, C., Xia, Y., Xie, L., e Yan, L. (2013). Optimal linear estimation for systems with transmission delays and packet dropouts. *IET Signal Processing*, 7(9):814–823.

