学　習　指　導　案

教科・科目：　教科（　数学　）　科目（　数学C　）
日　時：　2025　年　1　月　8　日（　水　曜 日）　第　2　時 限
学　級：　2　年　1　組　40　名

指導教諭 ＿＿＿＿＿＿ 印
授 業 者　佐々木正吾　印
　　　　　橋本龍徳　印

教 科 書：啓林館　「新編　数学C」(令和6年)
単 元 名：3章 第2節　媒介変数と極座標

単元の目標：①媒介変数を用いることでより複雑な曲線を表現できること，および既習の曲線を簡単な形で表せることを理解する．また，与えれた曲線の方程式を何らかの媒介変数表示に書き換えることができる．

②極形式からの類推で，直交座標上の点は原点からの距離および軸となす角度で記述できることを理解し，極座標を導入する意義を理解する．また，円や二次曲線を極方程式として表現したり，与えられた極方程式が表す曲線の概形を図示したりできるようになる．

単元の指導計画：　第１次　曲線の媒介変数表示　（　3　時限）
　　　　　　　　　第２次　極座標と極方程式　（　3　時限）←本時1/3

本時の目標：

(1) 極形式からの類推により，極座標の点を具体的に図示したり，直交座標表示された点を極座標表示に変換したりできる．

(2) 特に$r = f(\theta)$の形の極方程式に対し，θが動く毎にrが決定されてグラフが描かれていくイメージを掴むことができる．

(3) 具体的にいくつかの点をプロットすることにより，極方程式で表された曲線の概形を図示することができる．

指導上の留意点（教材観、生徒観、他との関連などを含む）：

・本授業ではサポートページ https://tatchan-account.github.io/ICT_lecpage/ を使用しながら授業を行う。本サポートページには授業の要点が示されている。

・本授業は極座標および極方程式の導入授業である．「第2章 複素平面」で極形式は既習であるから，これからの類推で偏角と原点からの距離とで平面上の点を記述できることを説明し，極座標を導入する．

・数学IIにおいて軌跡は既習であり，本単元第1次では媒介変数表示は既習であるから，極座標表示された式から直交座標の式を復元する操作は詳しく解説しない．

・初学の生徒にとって，極方程式の理解は簡単ではない．本授業では授業用のサポートページ上でグラフを表示するシステム(プログラム)を利用し，r, θ を動かしたときに曲線が描画されていく様子を提示し，極方程式の直感的なイメージを形成することを目指す．

・本授業の履修生徒は理系であることが想定される。したがって、情報I、場合によっては情報IIを履修している。理解に余裕のある生徒には、サポートページ上でグラフをアニメーションで表示するためのプログラムを自ら読んだり、書き換えたりすることで、プログラミングへの理解を含められるように指導する。

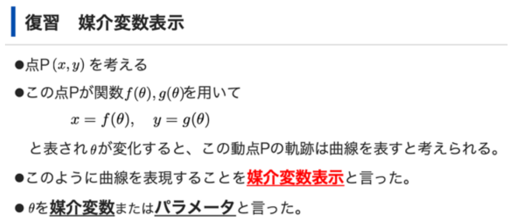
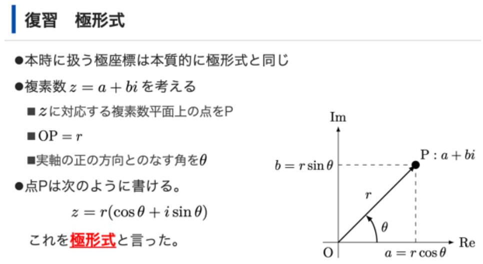
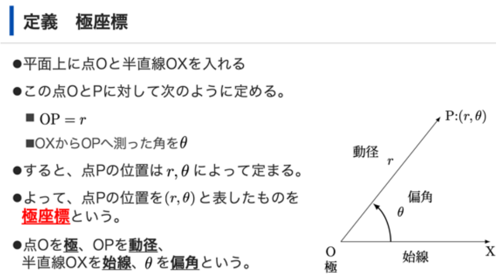
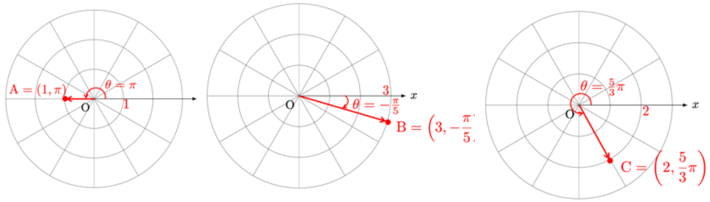
・実際に問題を解く場面では，いくつかのθに対するrの値を調べれば十分である．グラフ表示アプリケーションを用いた曲線の提示は導入部分でイメージを持たせる目的でのみ扱い，授業の後半では人力で曲線の概形を図示する方法を指導する．

評 価 方 法：

・目標(1)は例題1, 2, 3, 4に対する回答と机間巡視により判断する．

・目標(2)および目標(3)は例題3, 4に対する回答と机間巡視により判断する．

展開：

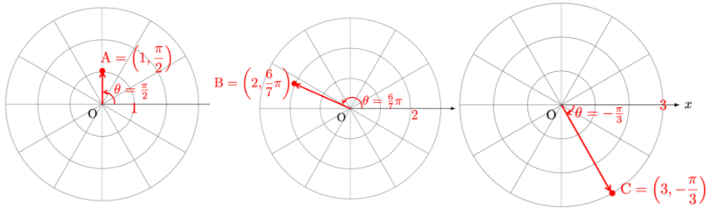
過程	配分	指　導　内　容	板　書　事　項	生徒の活動	指導上の留意点
導入	5分 (5/50)	◯復習：媒介変数表示 ・用語の確認と例 例:サイクロイド ・媒介変数を用いることでより複雑な曲線を表せる例として提示する．			・教師がスライド準備をしている最中に、本時にPC等を利用することを伝えて準備させる ◯媒介変数表示 ・極方程式は2変数の媒介変数表示とみなせるため，導入前に簡単に復習する． ・サイクロイドの方程式の詳しい説明はしない． ・グラフ表示アプリケーションを用いて，円が滑ることなく転がる様子を提示する．
新規事項提示：極座標	10分 (15/50)	◯復習：極形式 ・平面上の点は原点からの距離と偏角で記述できる． $\boxed{\text{発問}}$ 「点Pはr,θを用いてどのように洗わせますか？」 ◯新規事項の提示：極座標 ・極形式からの類推で，$\mathbb{R}^2$上の点も原点からの距離と偏角で表せる． ・極座標の定義と用語の説明 ・r<0のときの取り扱い 例１：極座標での点の図示 ・例として $A=(1,\pi), B=(3,-\pi/5), C=(2,(5\pi)/3)$ を極座標上に図示する．	  	・発問の答えを考えている ・誤答例： $z=r(\sin\theta+i\cos\theta)$ ・指名された生徒が答える ・発問されて、しばらく考えている ・プリントに書き込んでいる生徒がいる	◯極形式 ・複素数の極形式表示は，本質的には極座標表示であるため，導入の動機づけとして用いる． ◯極座標 ・「偏角」は複素数平面で用いている．「極」と「始線」は大して重要ではないので，無理に覚えさせないでよい．

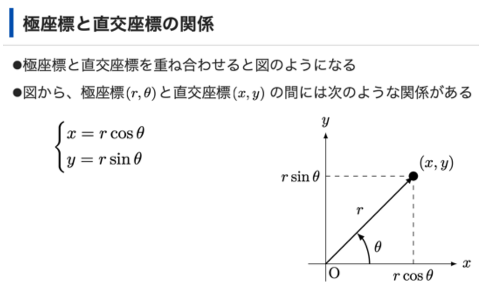
<table>
<tr>
<td>新規事項提示：極方程式</td>
<td>15
(35/50)</td>
<td>例題１：極座標での点の図示
問：
$A=(1\pi/2), B=(2,-(6\pi)/7), C=(3,-\pi/3)$を極座標で図示せよ．

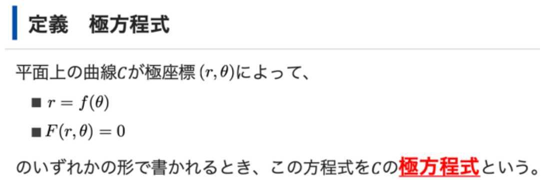
・Aの答えは教師が提示し，BとCは指名．

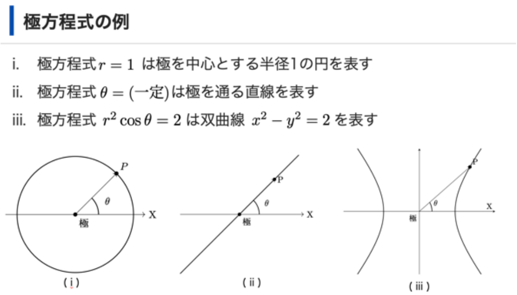
◯直交座標と極座標の関係
・極座標と$\mathbb{R}^2$とを重ねることにより，２つの座標の間の座標変換を説明する．
・例として，極座標が$(2,\pi/6)$である点を直交座標で表示する．

◯新規事項の提示：極方程式
・平面上の曲線が$r=f(\theta)$や，$F(r,\theta)=0$の形で表されるとき，この方程式を極方程式という．
・ポイントは次の2点：
①平面上で曲線が描かれていく様子のイメージを掴む．
②いくつかの点をプロットすることで，極方程式が表す曲線の概形を描けるようにする．

・極方程式の例
例2：円（θ一定）
・θによらず原点からの距離が一定
→原点からの距離が一定である点の軌跡
→円
例3：原点を通る直線（r一定）
・θが変わらないということは，ずっと同じ方向に伸びていくので，原点を通る直線．</td>
<td>






</td>
<td>・問題に取り組んでいる
・わからない生徒がいる

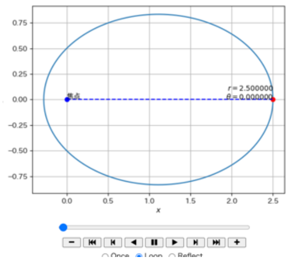
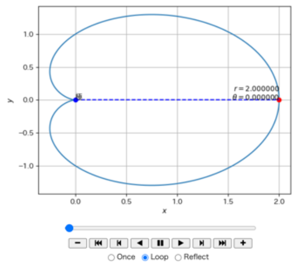
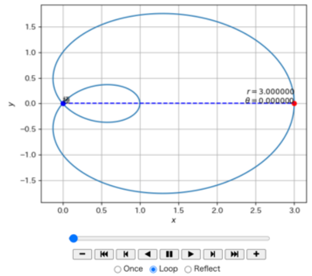
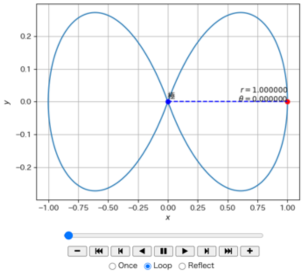
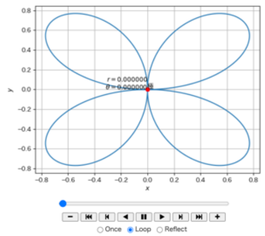
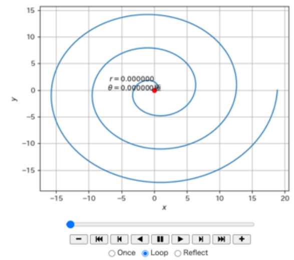
・PCを用意する
・サイトにアクセスしている</td>
<td>例題：
・指名した生徒には前に出て場所を指さしてもらう．
・生徒が考えている最中には机間巡視を実施する

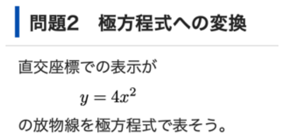
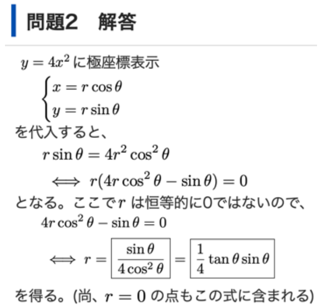
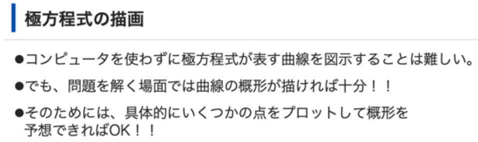
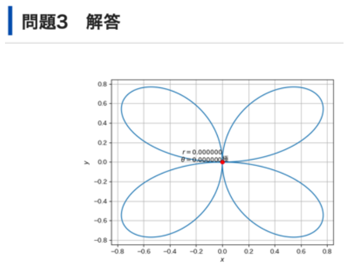
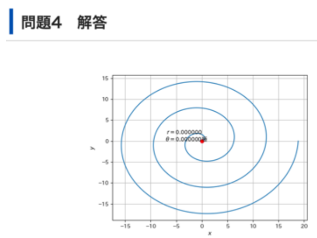
◯直交座標と極座標
・直交座標から極座標への変換は極形式の扱いで慣れているはずなので，ここでは扱わない．

◯極方程式
・ここから模擬授業
・学習のポイントを示しておく．

・極方程式の例では，グラフ表示アプリケーションを使ってθを動かしたときにグラフが描かれていく様子を提示する．
・サポートページを開くように伝える

◯θとrの動きの関係</td>
</tr>
</table>

		例4:カージオイド(陰関数型の例) ・r=1+cos θ 例5：正葉曲線(変な曲線の例) ・r=asin n θ ・極方程式を用いることが表せる複雑な曲線の例として提示する. 例6:レムニスケート 例7：リマソン ・r<0の取り扱いに注意しながら描く. 例8:正葉曲線 例9:アルキメデスの螺旋	     	・サポートページ上で再生や停止を繰り返している ・関係ないWebサイトを見ている生徒がいる ・うまくGoogle colaboratoryで実行できない生徒がいる	・θの値に対応する点を、θが変化するにつれてどのようにっ変化するのかをサポートページ上のアニメーションを利用して理解する ◯パラメータと概形の関係 ・各パラメータの値を変えると、曲線の概形がどのように変わるか、実際にプログラムを実行して観察させる ・パラメータを変更したり、複数の曲線を比較することで、極方程式の表す曲線のイメージを掴ませる ◯ページの使用方法等 ・サポートページ上で一通り動きを確認したら、右上のボタンを押してGoogle colaboratoryを開いて、自分でパラメータを変更して曲線がどう変化するか観察させる ・方法の説明をしている際に、手の空いているもう一人の教師が机間巡視を行い、できていない生徒のサポートに入る。 ・前にうまく実行ができている生徒がいたら、「他の人を助けてあげて」と促す
適用汎化	15 (45/50)	◯直交座標の方程式→極方程式 ・直交座標の方程式を極方程式に直すには, x=rcos θ , y=rsin θ を代入すれば良い. 例10(直交座標からの変換, 陰関数型)：双曲線x^2 − y^2 = 2の極方程式を導出する.	**例10　双曲線の極方程式** 双曲線 $x^2-y^2=2$ の極方程式を求める。まず、この式に極座標表示 $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ を代入すると、 $r^2\cos^2\theta - r^2\sin^2\theta = 2$ $\iff r^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=2$ を得る。ここで倍角公式 $\cos^2\theta-\sin^2\theta=\cos 2\theta$ より、 $\boxed{r^2\cos 2\theta = 2}$ を得る	・倍角公式を忘れている生徒がいる	・本内容に取り組む時点で授業開始から40分を経過していたら次回授業に回す ◯直交座標の方程式→極方程式 ・双曲線の極座標表示の導出過程を直交座標と極座標の座標変換の適用例として

		例題2：極座標での点の図示 問： 放物線$y = 4x^2$を極方程式で表せ.		・生徒が問題を解いている	提示する.
		◯極方程式から曲線の概形を描く ・極方程式から曲線の概形を描きたいときは，具体的に点をプロットして予想する.			◯極方程式からグラフの概形を描く ・既習の曲線を極方程式にするのは簡単だが，逆に，極方程式から曲線の概形を即座に復元することは簡単でない．そこで，曲線の概形を予想する方法を提示する.
		例題3:正葉曲線 極方程式$r = sin2\theta$で表される曲線の概形を描け.		・各点のプロットはできるが、曲線に繋げられない生徒がいる	例題3:　正葉曲線 ・r<0の場合の取り扱いに注意する. ・悩んでいる生徒には、サポートページの図を参考にするように伝える
		例題4:アルキメデスの螺旋 極方程式$r = \theta$で表される曲線の概形を描け.			
まとめ	5 (50/50)	◯本時のまとめ ・基本事項の復習 ・プリント回収			・プリントを必ず提出するよう促す

講評：..

....

....