

Matematični izrazi in uporaba paketa beamer

Matematičnih nalog ni treba reševati!

Fakulteta za matematiko in fiziko

Paket `beamer`

Paketa `amsmath` in `amsfonts`

Matematika, 1. del

Stolpci in slike

Paket `beamer` in tabele

Matematika, 2. del

Paket beamer

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico,

Posebnosti prosojnic

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic,

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Za prosojnice je značilna uporaba okolja `frame`, s katerim definiramo posamezno prosojnico, postopno odkrivanje prosojnic, ter nekateri drugi ukazi, ki jih najdemo v paketu `beamer`.

Primer

Verjetno ste že opazili, da za naslovno prosojnico niste uporabili ukaza `maketitle`, ampak ukaz `titlepage`.

Opomba

Okolja za poudarjene bloke so `block`, `exampleblock` in `alertblock`.

Pozor!

Začetek poudarjenega bloka (ukaz `begin`) vedno sprejme dva parametra: okolje in naslov bloka. Drugi parameter (za naslov) je lahko prazen.

Tudi v predstavitev lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.

Tudi v predstavitev lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.

Tudi v predstavitev lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.

Tudi v predstavitev lahko pišemo izreke in dokaze

Izrek

Praštevil je neskončno mnogo.

Dokaz.

Denimo, da je praštevil končno mnogo.

- Naj bo p največje praštevilo.
- Naj bo q produkt števil $1, 2, \dots, p$.
- Število $q + 1$ ni deljivo z nobenim praštevilom, torej je $q + 1$ praštevilo.
- To je protislovje, saj je $q + 1 > p$. □

Paketa amsmath in amsfonts

Izračunajte determinanto

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 5 & -1 \\ 1 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 8 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

V pomoč naj vam bo Overleaf dokumentacija o matrikah:

► Matrices

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a + b)^n = \dots$$

$$= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$(a + b)^n = (a + b)(a + b) \dots (a + b)$$

$$= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Okolje `align` in `align*`

Dokaži *binomsko formulo*: za vsaki realni števili a in b in za vsako naravno število n velja

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= (a + b)(a + b) \dots (a + b) \\ &= a^n + na^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + nab^{n-1} + b^n \\ &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k\end{aligned}$$

Še ena uporaba okolja `align*`

Nariši grafe funkcij:

$$y = x^2 - 3|x| + 2$$

$$y = 3 \sin(\pi + x) - 2$$

$$y = \log_2(x - 2) + 3$$

$$y = 2\sqrt{x^2 + 15} + 6$$

$$y = 2^{x-3} + 1$$

$$y = \cos(x - 3) + \sin^2(x + 1)$$

Poišči vse rešitve enačbe

$$\begin{aligned}(1 + x + x^2) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^9 + x^{10}) &= \\ &= (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^2.\end{aligned}$$

Dana je funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2y - y^3}{x^2 + y^2}; & (x, y) \neq (0, 0), \\ a; & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- Določi a , tako da izračunaš limito $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$.
- Izračunaj parcialna odvoda $f_x(x, y)$ in $f_y(x, y)$.

Matematika, 1. del

Analiza, logika, množice

1. Poišči preneksno obliko formule ??.
2. Definiramo množici $A = [2, 5]$ in $B = 1, 2, 3, 4, \dots$ V ravnino nariši:
 - 2.1 $A \cap B \times \mathbb{R}$
 - 2.2 $(A \cup B)^c \times \mathbb{R}$
3. Dokaži:
 - $(A \Rightarrow B) \sim (\neg B \Rightarrow \neg A)$
 - $\neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B$

Analiza

1. Pokaži, da je funkcija $x \mapsto \sqrt{x}$ enakomerno zvezna na $[0, \infty)$.
2. Katero krivuljo določa sledeč parametričen zapis?

$$x(t) = a \cos t, \quad y(t) = b \sin t, \quad t \in [0, 2\pi]$$

3. Pokaži, da ima $f(x) = 3x + \sin 2x$ inverzno funkcijo in izračunaj $(f^{-1})(3\pi)$.
4. Izračunaj integral $\int \frac{2 + \sqrt{x+1}}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx$
5. Naj bo g zvezna funkcija. Ali posplošeni integral $\int_0^1 \frac{g(x)}{x^2} dx$ konvergira ali divergira? Utemelji.

Kompleksna števila

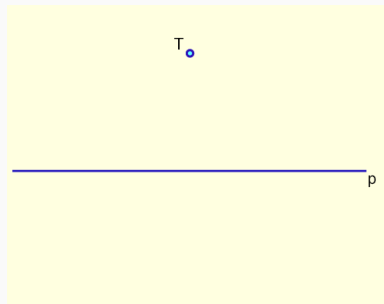
1. Naj bo z kompleksno število, $z \neq 1$ in $??$. Dokaži, da je število $i \frac{z+1}{z-1}$ realno.
2. Poenostavi izraz:

$$\frac{\frac{3+i}{2-2i} + \frac{7i}{1-i}}{1 + \frac{i-1}{4} - \frac{5}{2-3i}}$$

Stolpci in slike

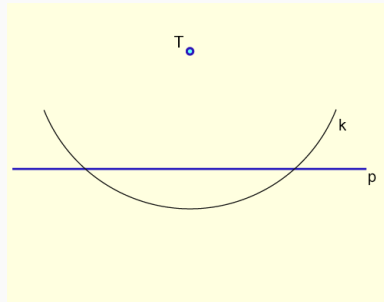
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .



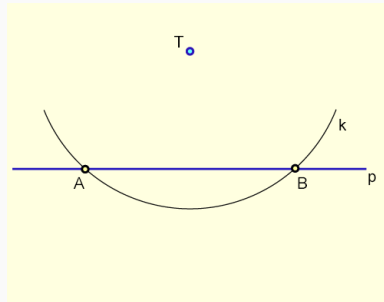
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .



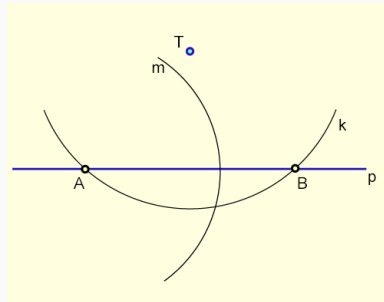
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .



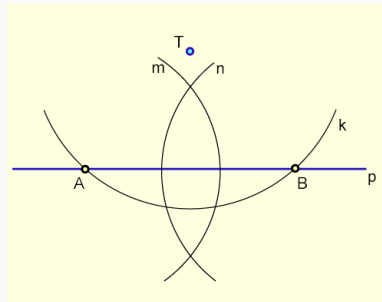
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .



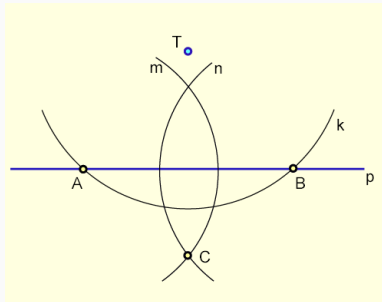
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



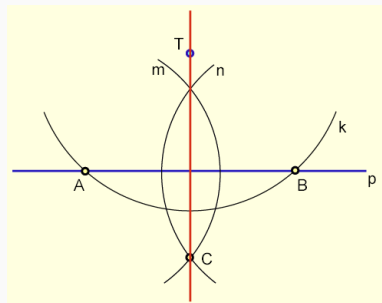
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .



Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p .



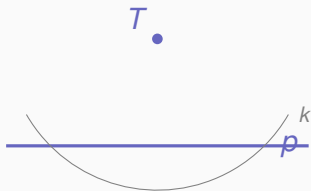
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .



Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .



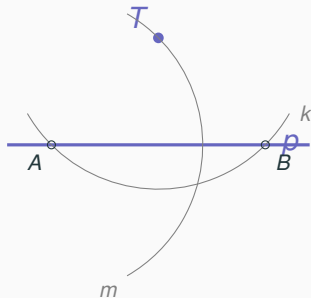
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .



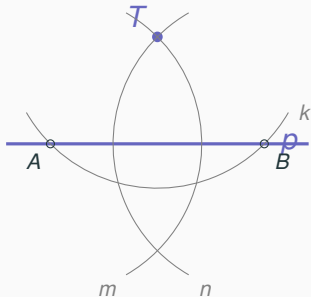
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .



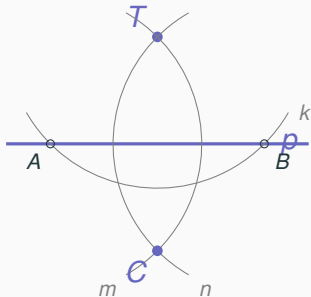
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.



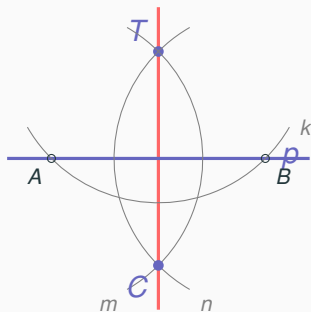
Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .

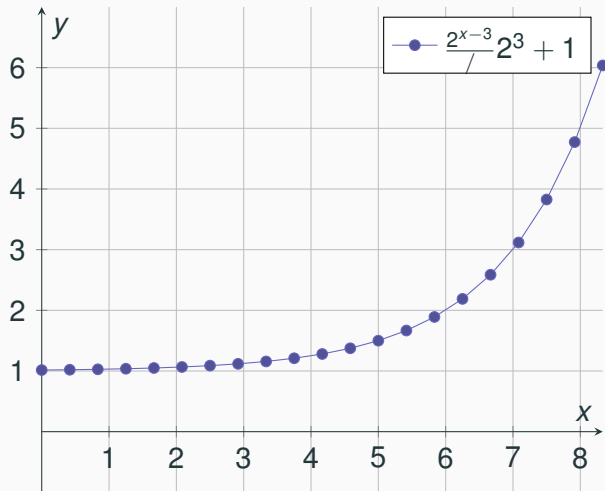


Konstrukcija pravokotnice na premico p skozi točko T

- Dani sta premica p in točka T .
- Nariši lok k s središčem v T .
- Premico p seče v točkah A in B .
- Nariši lok m s središčem v A .
- Nariši lok n s središčem v B in z enakim polmerom.
- Loka se sečeta v točki C .
- Premica skozi točki T in C je pravokotna na p .



Graf funkcije s TikZ



Paket beamer in tabelle

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
--------	---	---	---	---

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6

Odkrivanje tabele po vrsticah

Včasih pride prav, da tabelo odkrivamo postopoma po vrsticah.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	
X	
Y	
Z	

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	
X	1	2
Y	3	4
Z	5	6

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	
X	1	2	3
Y	3	4	5
Z	5	6	7

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C
X	1	2	3
Y	3	4	5
Z	5	6	7

Odkrivanje tabele po stolpcih

Tabelo lahko odkrivamo tudi po stolpcih, čeprav ni najlažje.

Oznaka	A	B	C	D
X	1	2	3	4
Y	3	4	5	6
Z	5	6	7	8

Matematika, 2. del

Zaporedja, algebra, grupe

Zaporedja, vrste in limite

1. Naj bo $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolutno konvergentna vrsta in $a_n \neq -1$.
Dokaži, da je tudi vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ absolutno konvergentna.
2. Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x-1} - \sin \sqrt{x})$$

3. Za dani zaporedji preveri, ali sta konvergentni.

$$a_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}}_{n \text{ korenov}}$$

$$b_n = \underbrace{\sin(\sin(\dots(\sin 1)\dots))}_{n \text{ sinusov}}$$

1. Vektorja $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ sta pravokotna in imata dolžino 1. Določi kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} .
2. Izračunaj $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ a & b & c & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-2000}$

Velika determinanta

Izračunaj naslednjo determinanto $2n \times 2n$, ki ima na neoznačenih mestih ničle.

$$\begin{vmatrix}
 1 & & & & 1 & & & & \\
 & 2 & & & 2 & & & & \\
 & & \ddots & & \vdots & & & & \\
 & & & n-1 & n-1 & & & & \\
 1 & 2 & \cdots & n-1 & n & n+1 & n+2 & \cdots & 2n \\
 & & & & n+1 & n+1 & & & \\
 & & & & n+2 & & n+2 & & \\
 & & & & \vdots & & & \vdots & \\
 & & & & 2n & & & & 2n
 \end{vmatrix}$$

Naj bo

$$G = \left\{ z \in \mathbb{C} ; z = 2^k \left(\cos(m\pi\sqrt{2}) \right), k, m \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$H = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; x, y \in \mathbb{Z} \right\}$$

1. Pokaži, da je G podgrupa v grupi $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ neničelnih kompleksnih števil za običajno množenje.
2. Pokaži, da je H podgrupa v aditivni grupi $(\mathbb{R}^2, +)$ ravninskih vektorjev za običajno seštevanje po komponentah.
3. Pokaži, da je preslikava $f : H \rightarrow G$, podana s pravilom

$$(x, y) \mapsto 2^x \left(\cos \left(y\pi\sqrt{2} \right) \right) + i \sin \left(y\pi\sqrt{2} \right)$$

izomorfizem grup G in H .