Primer Taller

Solución de ecuaciones de una variable e interpolación

Problema 1

Métodos de solución de ecuaciones de una variable

a) $e^x - 4 + x = 0$

b) $x - 0.2\sin(x) - 0.5 = 0$

c) $e^{x/2} - x^2 - 3x = 0$

d) $e^x\cos(x) - x^2 + 3x = 0$

e) $0.53x^3 + x^2 - 2x - 5 = 0$

f) $e^x - 4x^2 - 8x = 0$

Comparar la velocidad de convergencia entre los diferentes métodos para cada uno de los ejercicios y emplear un criterio de parada de $\epsilon < 10^{-4}$. (**1 punto**)

Problema 2

La velocidad de una paracaidista se define como:

$$v = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\frac{c}{m}t}\right)$$

Teniendo presente que el valor aproximado de la gravedad es de $g \approx 9.81\,\text{m/s}^2$, , emplee el método de bisección y de falsa posición, con un error inferior a $E_{rr} \leqslant 0.02\%$ para:

a) Calcular el valor de la masa m para una velocidad $v = 36\,\text{m/s}$ con un coeficiente de resistencia $c = 15\,\text{kg/s}$ en un tiempo $t = 10\,\text{s}$.

b) Calcular el valor del coeficiente de resistencia c para que un paracaidista de $82\,\text{kg}$ tenga una velocidad de $36\,\text{m/s}$ después de $4\,\text{s}$ de caída libre.

(**0,5 punto**)

Problema 3

Encuentre el máximo de la función $f(x) = -2x^6 - 1.5x^4 + 10x + 2$ con un error inferior al 0.05% utilizando:

a) El método de iteración de falso punto.

b) El método de Newton-Raphson iniciando en $x_0 = 1$.

c) El método de la secante a partir de $x_{i-1} = 0$ y $x_i = 1$.

Indique cuál es la técnica más adecuada para este problema y justifique su respuesta. (**1 punto**)

Problema 4

Interpolación y Splines

Dada la tabla de datos:

x	$f(x)$
1.6	2
2	8
2.5	14
3.2	15
4	8
4.5	2

a) Encuentre el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por los puntos de la tabla de datos.

b) Grafique la tabla de datos y el polinomio interpolador obtenido.

c) Calcule el valor de $f(2.8)$.

(**0.5 punto**)

Problema 5

a) Considerando la siguiente tabla de datos:

x	$f(x)$
3.0	2.5
4.5	1.0
7.0	2.5
9.0	0.5

(a) Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.

(b) Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.

(c) Utilice los resultados para estimar el valor en $x = 5$.

b) Teniendo en cuenta la siguiente tabla de datos:

x	$f(x)$
1	3
2	6
3	19
5	99
7	291
8	444

(a) Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.

(b) Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.

(c) Utilice los resultados para estimar el valor en $x = 4$ y $x = 2.25$.

(**0.5 punto**)

Problema 6

Desarrolle un código que permita calcular el valor de intermedio en una tabla de datos a partir de Polinomios de Lagrange. El código debe recibir dos arreglos unidimensionales que representan x y $f(x)$ y un valor que se desee estimar a partir de la información contenida en dichos arreglos. El código debe encontrar el intervalo en donde se localiza el valor que se desea estimar y luego aproximarlo mediante polinomios cúbicos de Lagrange. Para los intervalos primero y último emplee polinomios cuadráticos y para valores fuera del rango de datos indique la presencia de un error en la información suministrada. Una vez realizado el código puede probarlo con $f(x) = \ln x$ siendo $x = 1, 2, 3, \ldots, 10$. (**1 punto**)

Problema 7

Para la función:

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

a) Grafique la función en el intervalo $x = [-1, 1]$.

b) Obtenga y grafique el polinomio de Lagrange usando valores equiespaciados $x = [-1, -0.5, 0, 0.5, 1]$.

c) Repita **b**) empleando splines cúbicos.

d) Explique los resultados obtenidos

(**0.5 punto**)