ロイド・シャープレー

とりあげるトッピク

- 安定結婚問題

- シャープレイ値
  - 障害対策への応用
  - AIへの応用

安定結婚問題

- 一郎：A子＞B子＞C子
- 二郎：A子＞C子＞B子
- 三郎：C子＞A子＞B子

- A子：二郎＞一郎＞三郎
- B子：一郎＞二郎＞三郎
- C子：一郎＞三郎＞二郎

- 3組のペアを不満無く作りたい

解とアルゴリズム

- 安定解が必ず存在
- ゲール-シャープレイ アルゴリズム

シャープレイ値

- 協力ゲーム
  - ゲーム理論の一分野
- 協力して利益をあげたとき, どのように利益を公平に配分するか？

- シャープレイ値：公平に配分された利益

問題例：水道設備の設置

- A, B, Cの３市が協力して水道設備を設置*
- 個別に設置した場合
  - A市：7000万円
  - B市：5500万円
  - C市：6500万円
- 2市が協力した場合
  - A, B: 1億1900万円
  - B, C: 1億1200万円
  - A, C: 隣接していないので協力できない
- ３市が協力した場合
  - 1億7000万円

- 3市が協力したとき, 各市の負担は？

*武藤, ゲーム理論入門, 日本経済新聞社, 2001

特性関数によるゲームのモデル化

- 特性関数 $v(S)$
  提携S (互いに協力するプレイヤーの集合)が得る利得

- $v: 2^N \to \mathbb{R}$
  - N : プレイヤーの集合
  - 2^N : Nのべき集合
  - $\mathbb{R}$：実数の集合

水道設備の設置の例に対する特性関数

- 個別に設置した場合
  - A市：7000万円
  - B市：5500万円
  - C市：6500万円
- 2市が協力した場合
  - A, B: 1億1900万円
  - B, C: 1億1200万円
  - A, C: 隣接していないので協力できない
- ３市が協力した場合
  - 1億7000万円

- $v(\emptyset) = 0$
- $v(\{A\}) = 0$
- $v(\{B\}) = 0$
- $v(\{C\}) = 0$
- $v(\{A, B\}) = 70+55-119 = 6$
- $v(\{B, C\}) =$ ________________
- $v(\{A, C\}) = 0$
- $v(\{A, B, C\})$
  $= 70+55+65-170 = 20$

シャープレイ値

1. 全員提携に全プレイヤーが加わる順番を表す順列を1つずつ考える
2. その順列で, 各プレイヤーの貢献度を求める
3. すべての順列について貢献度の平均を求める

- $v(\emptyset) = 0$
- $v(\{A\}) = 0$
- $v(\{B\}) = 0$
- $v(\{C\}) = 0$
- $v(\{A, B\}) = 6$
- $v(\{B, C\}) = 8$
- $v(\{A, C\}) = 0$
- $v(\{A, B, C\}) = 20$

1st	2nd	3rd	A	B	C
A	B	C	0		
A	C	B	0		
B	A	C	6		
B	C	A	12		
C	A	B	0		
C	B	A	12		
シャープレイ値			5		

シャープレイ値

- 配分：全員提携の利得$v(N)$ のプレイヤーへの割り当て
- シャープレイ値
  - 以下の条件を満たす唯一の配分
    - ナルプレイヤーに関する性質
      - 貢献度0のプレイヤーの利得は0
    - 対称性
      - どの提携でも貢献度が同じプレイヤーは, 利得も同じ
    - 加法性
      - 2つの別々のゲームにおける利得の和が, それらを統合したゲームにおける利得と同じ

水道設備の設置の例
負担額

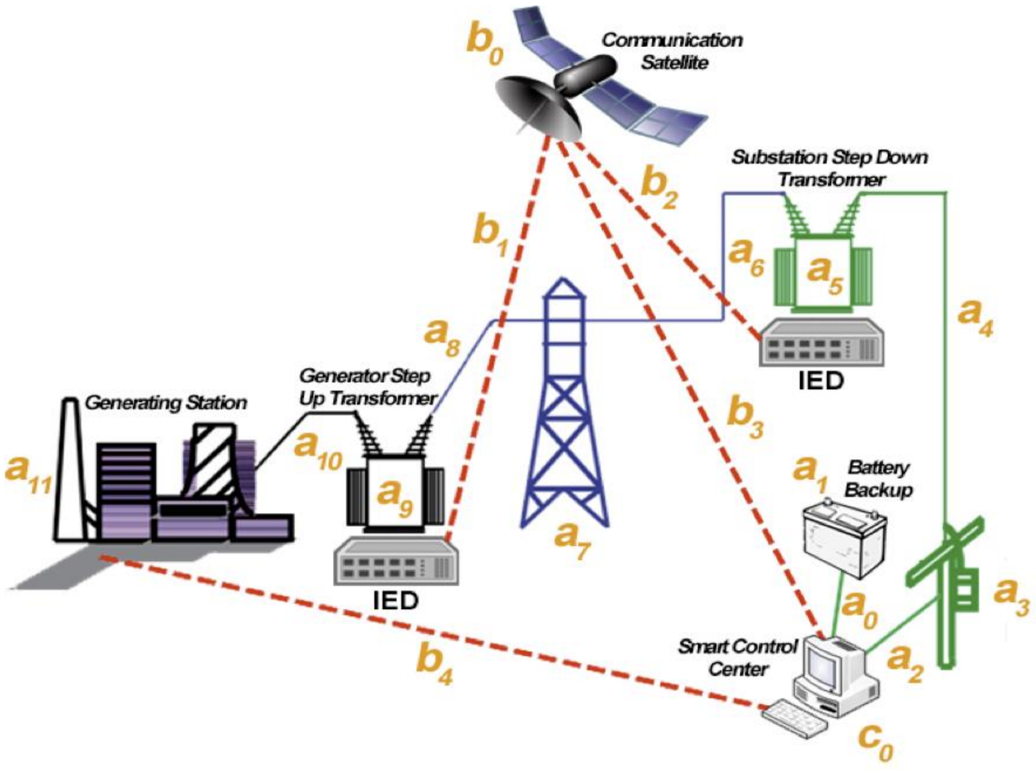
- 個別に設置した場合
  - A市：7000万円
  - B市：5500万円
  - C市：6500万円
- 2市が協力した場合
  - A, B: 1億1900万円
  - B, C: 1億1200万円
  - A, C: 隣接していないので協力できない
- ３市が協力した場合
  - 1億7000万円
- シャープレイ値
  - A: 5
  - B: 9
  - C: 6
- 全員提携の利得
  - (7000万円＋5500万円＋6500万円) -1億7000万円 = 2000万円
- 負担額
  - A: 7000万円-500万円 = 6500万円
  - B:
  - C:

協力ゲームに基づく相互依存ネットワークの構成要素に対する脆弱性評価

背景

- 電力システム等のサイバーフィジカルシステム
  - 構成要素が互いに依存するネットワーク
  - 少数の構成要素の障害がシステム全体へ伝播する問題
    - 例. イタリアの大停電(2003年)

- 相互依存ネットワーク
(Interdependent network)



J. Banerjee, K. Basu, A. Sen, On Hardening Problems in Critical Infrastructure Systems, International Journal of Critical Infrastructure Protection, 23, Dec.2018, Pages 49-67

故障伝播のモデル

- Implicative Interdependency Model (Sen et al. 2014)
  - ノードの稼働条件: 積和形のブール式で表現

ネットワークA	ネットワークB
a1←b2	b1←a1+a2
a2←b2	b2←a1a2
a3←b4	b3←a2+a1a3
	b4←a3

	ステップ数			
要素	0	1	2	3
a1	○	○	○	○
a2	○	○	○	○
a3	×	×	×	×
b1	○	○	○	○
b2	○	○	○	○
b3	○	○	○	○
b4	×	×	×	×

	ステップ数			
要素	0	1	2	3
a1	○	○	×	×
a2	×	×	×	×
a3	×	×	×	×
b1	○	○	○	×
b2	○	×	×	×
b3	○	×	×	×
b4	○	×	×	×

引用: A. Sen, A. Mazumder, J. Banerjee, A. Das, R. Compton, Identification of k most vulnerable nodes in multilayered network using a new model of interdependency, in: Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS), 2014 IEEE Conference on, IEEE, 2014, pp. 831–836.

研究の目的

- ノードの重要度の評価
  - どのノードがネットワークの脆弱点か？
  - どのノードを強化すればよいか？
- 問題
  - ノードを個別に評価できない
    - 他のノードとのインタラクションによって影響が変わる

	ステップ数			
要素	0	1	2	3
a1	○	○	○	○
a2	○	○	○	○
a3	×	×	×	×
b1	○	○	○	○
b2	○	○	○	○
b3	○	○	○	○
b4	×	×	×	×

	ステップ数			
要素	0	1	2	3
a1	○	○	×	×
a2	×	×	×	×
a3	×	×	×	×
b1	○	○	○	×
b2	○	×	×	×
b3	○	×	×	×
b4	○	×	×	×

協力ゲームとシャープレイ値

- 協力ゲーム
  - ゲーム理論の一分野
  - 協力して利益をあげたとき，どのように利益を公平に配分するか？
- シャープレイ値
  - プレーヤーの貢献度
    - 利益を公平に配分

- 貢献度が高い = 重要性(脆弱性)が高い
  - 要素の重要性の評価に利用可能では？

例：水道を3市で共同設置

- 2市が協力した場合
  A, B: 600万円得,
  B, C: 800万円得
- 3市が協力した場合
  2000万円得

- 特性関数
  - $v(\emptyset) = 0$
  - $v(\{A\}) = 0$
  - $v(\{B\}) = 0$
  - $v(\{C\}) = 0$
  - $v(\{A, B\}) = 6$
  - $v(\{B, C\}) = 8$
  - $v(\{A, C\}) = 0$
  - $v(\{A, B, C\}) = 20$

- シャープレイ値
  - A: 5
    - 500万円
  - B: 9
    - 900万円
  - C: 6
    - 600万円

問題と提案手法

- 強化問題
  - 入力: 相互依存ネットワーク、整数 k、初期障害確率 r
  - 仮定: 障害が発生しないようにノードを強化できる
  - 目的: 未強化のノードに発生した初期障害による影響の最小化
  - 出力: 影響を最小化するような k 個の強化ノード

- 提案手法
  - シャープレイ値を用いて初期障害の影響度を定量化
  - 影響度が大きい k 個のノードを強化

提案する方法
相互依存ネットワークゲーム

A←BC
B←A+C
C←True

- ノードが協力してネットワークにダメージを与えるゲーム
  - N : プレイヤーの集合 = 初期故障ノードの集合
  - 特性関数 $v(S) : 2^N \rightarrow \mathbb{R}$
    - Sが初期故障のとき, 故障伝播により最終的に故障したノード数

	ステップ数		
要素	0	1	2
a1	×	×	×
a2	○	○	○
a3	○	○	○

簡単な例:
N={A, C}
が初期故障

- $v(\emptyset) = 0$
- $v(\{A\}) = 1$
- $v(\{C\}) = 3$
- $v(\{A, B, C\}) = 3$

1st	2nd	A	C
A	C	1	2
C	A	0	3
シャープレイ値		1/2	5/2

	ステップ数		
要素	0	1	2
A	○	×	×
B	○	○	×
C	×	×	×

複数の故障パターン

A←BC
B←A+C
C←True

- 各パターンごとにシャープレイ値を求め, 確率をかけて平均
  - 例. 2ノードが故障: Aの値: 1/2*1/3 + 1/2 * 1/3 = 2/6

ABが協力するゲーム

v({**A**}) = **1**

v({**B**}) = **2**

v({**A, B**}) = **2**

ACが協力するゲーム

v({**A**}) = **1**

v({**C**}) = **3**

v({**A, C**}) = **3**

BCが協力するゲーム

1st	2nd	A	B
A	B	1	1
B	A	0	2
シャープレイ値		1/2	3/2

1st	2nd	A	C
A	C	1	2
C	A	0	3
シャープレイ値		1/2	5/2

※v(**Φ**) = **0** は省略

実験

- いくつかの強化ノード選択手法を比較
  - shapley, k-shapley, r-shapley
    - シャープレイ値が大きいノードから順に k 個のノードを選択する
    - r-Shapley
      - 初期故障ノード数の平均(r×全ノード数)と同数のノードが初期故障する場合のシャープレイ値を利用
    - K-Shapley
      - k台が初期故障する場合のシャープレイ値を利用
    - Shapley
      - ノードすべてが初期故障する場合のシャープレイ値を利用

実験

- いくつかの強化ノード選択手法を比較
  - shapley, k-shapley, r-shapley
    - 影響度が大きいノードから順に k 個のノードを選択する
  - greedy
    - 以下のアルゴリズムに基づき、k 個のノードを選択する

greedy を用いた 強化ノードの選択アルゴリズム

1. 各ノードに<u>単独で障害が発生した</u>場合の、定常状態における障害ノード数が最も多いノードを選択
2. <u>1. で選んだノードと同時に障害が発生した</u>場合の、定常状態における障害ノード数が最も多いノードを選択
3. 1. 2. で選んだノードと同時に障害が発生した場合の…
4. 以上を k 個のノードが選択されるまで繰り返す

実験

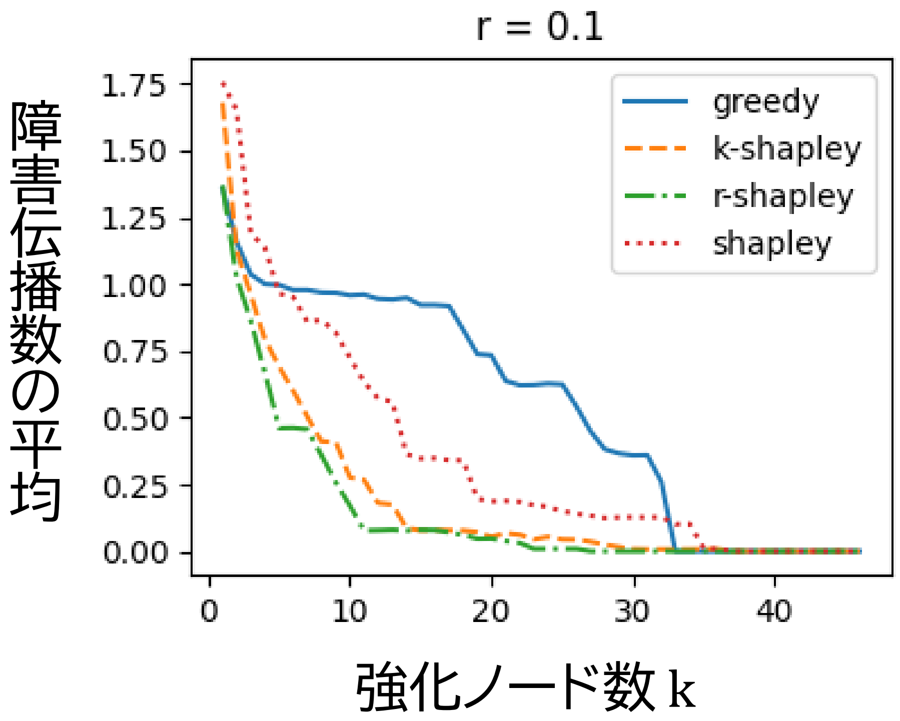
- 各手法、各 k に対して、
  1. k 個の強化ノードを選択
  2. n - k 個の未強化ノードに確率 r で初期障害を発生
  3. 障害伝播数を計算

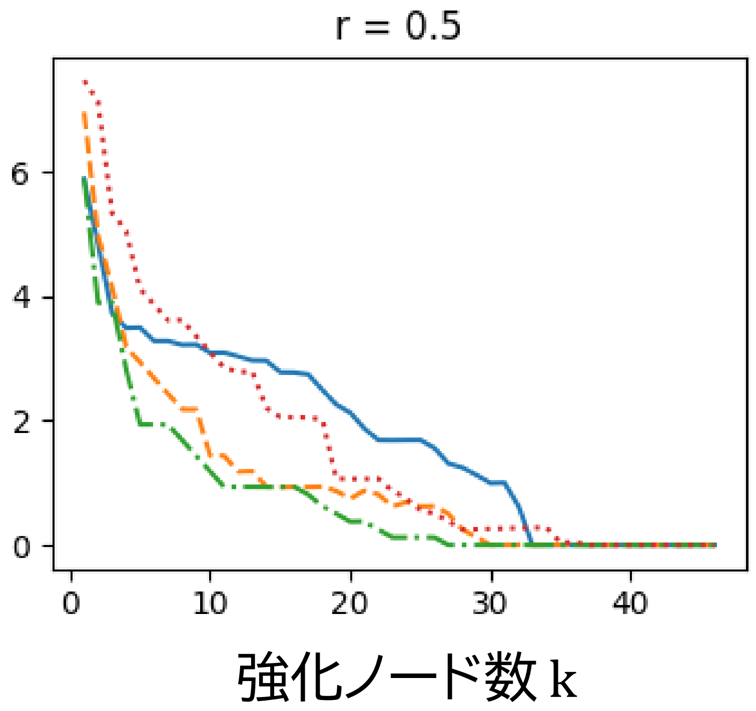
  を10万回試行し、障害伝播数の平均値を求める

		強化ノード数 k			
		1	2	…	n
手法	**greedy**				
	shapley				
	k-shapley				
	r-shapley				

実験結果

- 全体的な障害伝播数の大きさ
  - r-shapley < k-shapley < shapley < greedy
- 障害伝播数が0となる k の値
  - r-shapley が最も小さい



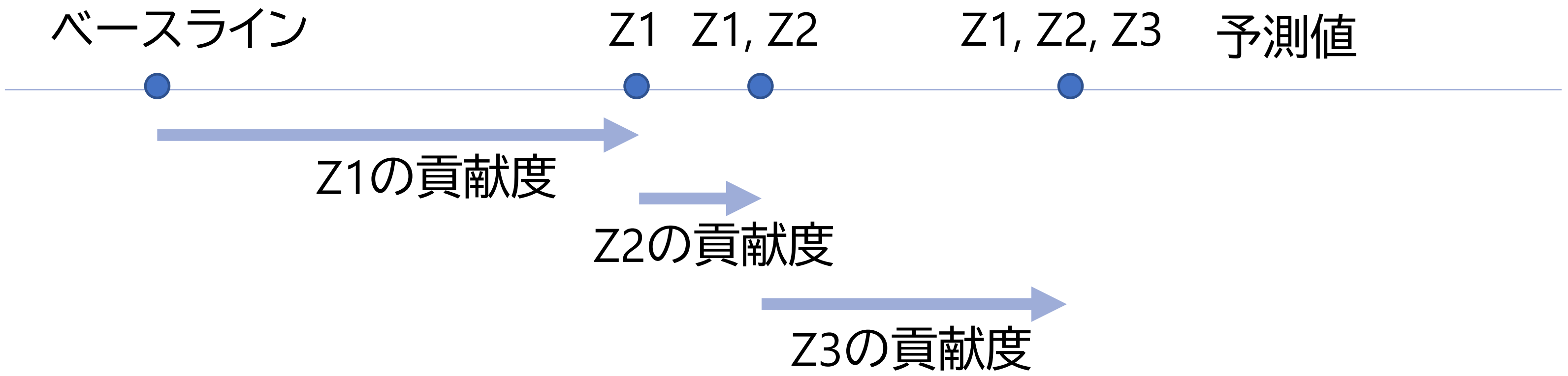


まとめ

- 相互依存ネットワークでの故障伝播について議論
- ノードの重要度の評価
  - ネットワークの脆弱な点を知りたい
- 協力ゲームで表現し，シャープレイ値で評価
  - 相互依存ネットワークゲーム
- 応用例：強化問題
  - シャープレイ値の高いノードを強化
  - グリーディー手法より良い結果
- 今後の課題
  - シャープレイ値の計算の高速化，精度保証
  - 他の概念（コア，仁）に関する検討

シャープレイ値の機械学習での応用

- シャープレイ値によって, 個々の特徴量がモデル予測値に与える貢献度を評価可能
- 例. 気温Z1, 湿度Z2, 気圧Z3から熱中症患者数を予測



- 説明可能なAI（Explainable AI: XAI）の文脈で注目
  - SHAP (SHapley Additive exPlanations)
  - ただし, 不適切という指摘もある
    - https://cacm.acm.org/research/explainability-is-not-a-game/