

# 高校生向け計算物理入門 その 2

出題：エドソン 達哉ん・解答：物理好き

今回は、建築等の方面で実用される、曲率の概念について取り扱う。まず、曲率を高校数学の範囲から定義する。次いで、曲率の具体例として、クロソイド曲線を見ていく。

## 1. 演習課題

### 1.1. 曲率

本問では、曲率を高校の範囲から定義していく。

- (1) [実装課題] 曲線上の 3 点を引数とし、その 3 点を通る円の半径を返却する関数を作成せよ。
- (2) 曲線  $f(x) = x^2$  上の 1 点  $(x, x^2)$  と、その周辺の点  $(x \pm h, (x \pm h)^2)$  の 3 点を通る円の半径を求めよ。 $h \rightarrow 0$  で半径はどうなるか？
- (3) 媒介変数表示の曲線  $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t$  上の 1 点  $(x(t), y(t))$  と、その周辺の点  $(x(t \pm h), y(t \pm h))$  の 3 点を通る円の半径を求めよ。 $h \rightarrow 0$  で半径はどうなるか？
- (4) [実装課題] 上記の半径の逆数を曲率と定義する（半径自体は曲率半径という）。媒介変数表示での  $x, y$  を返却値に取る関数と、その時の媒介変数の値  $t$  を与えた時、曲率を返却する関数を作成せよ。

### 1.2. クロソイド曲線

クロソイド曲線は次の媒介変数表示で表される曲線である。

$$x(t) = \int_0^t \cos \frac{k^2}{2} dk, y(t) = \int_0^t \sin \frac{k^2}{2} dk$$

これについて、以下の問いに答えよ。

- (1) [計算課題] クロソイド曲線の概形を描け。計算には、様々な手法による数値積分を用いよ。

- (2) [計算課題] クロソイド曲線の  $t$  と曲率半径のグラフを書いてみよ。その概形から、クロソイド曲線にはどのような応用があるか考えてみよ。

## 2. 数値計算の補足

(今回は何種類か授業で扱うので、自分でノートとして書いてみてください)

## 3. 解答・解説