

入門者向け計算物理入門 その 7

出題：エドソン 達哉ん

振り子・振動について、今回は減衰振動を中心に考えたが、今回はさらに力を加えた例を見ていく。前半では、振り子にコリオリの力を加えたコーシーの振り子について考察し、後半では複数のバネがつながったりリサージュ振り子を見る。

1. 演習課題

1.1. コーシーの振り子

十分長い単振り子を考える。今、この振り子にはコリオリ力が働いている。

- (1) コリオリ力を込めた単振り子の運動方程式を導出せよ。この際、単振り子のふれ角は十分小さく、振り子は平面上で運動していると近似してよい。
- (2) [計算課題] 運動方程式を数値的に解き、軌跡を描け。また、振り子の周期間で運動エネルギーがどう変化するか観察せよ。1 日など長時間のシミュレーションを行ってみたとき、どのような解法なら適切な解が出るか？
- (3) [Challenge! : 計算課題] 空気抵抗により、速度に比例した減衰がある場合もシミュレーションしてみよ。

1.2. リサージュ振り子

点 $(0,0)$ に、質量 1 の質点がある。 $x = \pm 1$ 及び $y = \pm 1$ には剛体の壁があり、 $(-1,0)$ と質点及び $(1,0)$ と質点の間がそれぞればね定数 k_1 のばねで結ばれている。また、 $(0,-1)$ と質点及び $(0,1)$ と質点の間がそれぞればね定数 k_2 のばねで結ばれている。これらのばねは、いずれも自然長が 1 であるものとする。

- (1) 質点が (x,y) にあるとき、各方向の運動方程式を導出せよ。
- (2) [計算課題] 質点について、適当に位置を動かして手を放す。このときの軌跡を数値的に求めよ。ばね定数やタイムステップ、初期位置を変えて、軌跡やエネルギーがどのように変化するか考察せよ。

2. 解答・解説