大気の運動（気圧傾度力と地衡風）

1　気圧傾度力

同じ標高であっても、さまざまな気象条件により気圧が異なる。つまり、その上にある空気の重さに差がある。そして、気圧に差があると、空気は気圧の高い方向から低い方向に力を受ける。

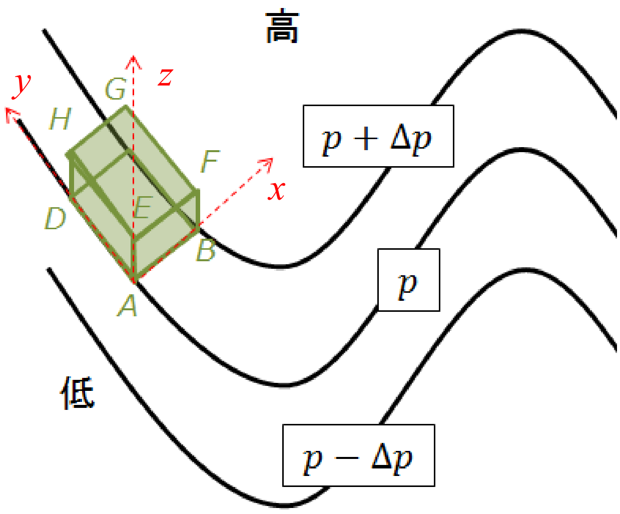
第 1 図のように、平行な等圧線にはさまれた微小直方体の空気塊 ABCD-EFGH を考える。ただし、等圧線に直交する方向に x 軸、平行な方向に y 軸、鉛直方向に z 軸をとり、鉛直方向には静水圧平衡が成り立っているものとする（つまり鉛直方向の運動はないということ。今後も基本的にはこの条件の下で議論をすすめる）。

AB の長さを Δx、AD の長さを Δy、AE の長さを Δz とすれば、AB 方向成分について

面 AEHD に働く力の大きさ$= p\Delta y\Delta z$

面 BFGC に働く力の大きさ$= (p+\Delta p)\Delta y\Delta z$

である。



第 1 図　等圧線に沿って微小直方体を考える

この微小直方体にかかる合力は

$$p\Delta y\Delta z-(p+\Delta p)\Delta y\Delta z=-\Delta p\Delta y\Delta z$$

となり、この微小直方体には高圧部から低圧部に向かって単位面積あたり Δp の力で押されていることがわかる。

この微小直方体の単位質量あたりに働く力は、上の式を質量で割り

$$\frac{-\Delta p\Delta y\Delta z}{\rho\Delta x\Delta y\Delta z}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

となり、その大きさは、等圧線に直交する方向の**気圧傾度（気圧の傾き）**に比例することがわかる。

このように気圧の差に起因する力を気圧傾度力と呼び、微分を用いて記述すると[1]、

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}\quad : \quad \textbf{気圧傾度力}$$

である。

【問 1】地上天気図で、等圧線の間隔が狭いところと広いところ、どちらの気圧傾度力が強いか。

【問 2】上記の例では x 軸を等圧線に直交するようにとって考えたが、東を x 軸、北を y 軸とする固定された座標系で考えた場合、気圧傾度力はどのように表されるか。

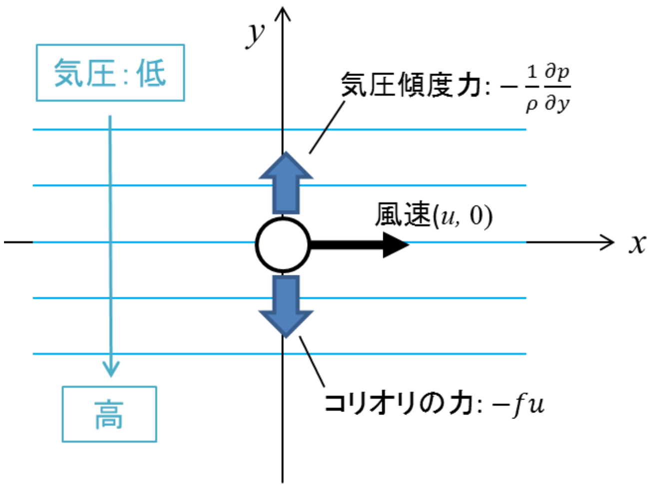
（x 方向、y 方向とそれぞれに分けて考える）

[1] 今後、気圧等は x, y, z の変数をもつ関数 $p=p(x, y, z)$ として考えるので、偏微分を用いる。

2　地衡風～コリオリの力と気圧傾度力とのつりあい～

(1) 地衡風とは

　第２図のように、北ほど気圧が低く、等圧線が東西方向に引かれている状況のなかで、運動している空気塊（つまり風が吹いている）を、考えよう。



第２図　気圧の傾きがある場を吹く風と力の関係

　このとき、この空気塊には、気圧傾度力が常に北向きに働くが、

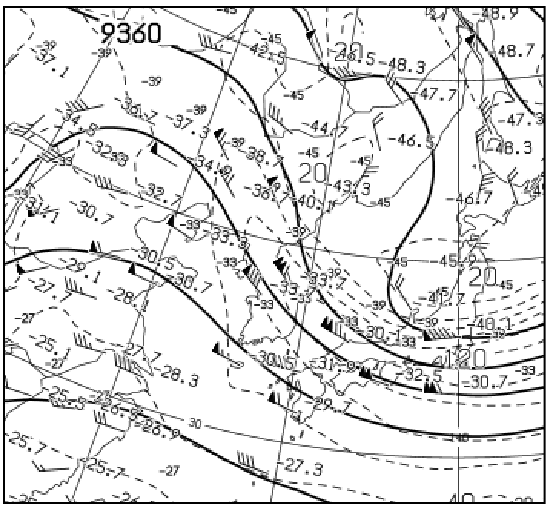
・風が等圧線に平行かつ東向き（西風）であり、
・その風速に対するコリオリの力と、気圧傾度力がつり合っている

場合には、空気塊の加速度はゼロとなり、等速運動となる。

　このように、コリオリの力と気圧傾度力がつりあっている（風速が変化しない）状態の風のことを「地衡風」という。

【問 3】第２図の例で、風向が西風でなければ加速度が０にはならないことを確かめよ。
　　また、西風であっても、風速がある値でなければ加速度が０にならないことを確かめよ。

　この地衡風は、地球上の中高緯度を吹く風をほぼ説明できるほど、気象学の基礎となるものである。例えば第３図で、上空の天気図を見ると、その風向や風速は、ほぼ地衡風であると言える。



第３図　300hPa の高層天気図（一部）

(2) 地衡風の風速と気圧傾度との関係

前回（No. 11）導出した運動方程式は、力として気圧傾度力を考えると、以下のように書くことができる。（コリオリパラメータ：$f = 2\Omega \sin\phi$ ）

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} + fv$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} - fu$$

密度 ρ の単位質量の空気塊を考えている。また、前回は回転座標系の変数に対してダッシュ（ ′ ）を付けたが、今後は、すべて回転座標系での運動、つまり“地球表面上のある点（緯度 ϕ）に接する平面での空気の運動”を考えるため、ダッシュ（ ′ ）は付けない。

第 2 図の例の場合には、（これ以外はすべて 0 である）

$$0 = -\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} - fu$$

であるから、そのときの風速は

$$u = -\frac{1}{\rho f}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}$$

となり、地衡風の風速は、気圧傾度に比例することが分かる。

地衡風と等圧線の関係をまとめると、

- **地衡風は等圧線と平行に吹く**
- **気圧の高いほうを右に見るような方向に吹く**
- **気圧傾度が大きいほど風速が大きい**

ことがわかる。

【問 4】第 2 図の例では単純な気圧分布を考えたが、地上での気圧分布が $p=p(x, y, 0)$ の式で与えられたとして、そのときのある地点での u, v を表す式を求めよ。

【問 5】それは、上記の 3 つの関係を満たすか確かめよ。

【問 6】同心円状の等圧線をもった低気圧があり、そこで吹く風が地衡風とみなせるとすると、低気圧の周囲ではどのような風が吹いているか。また、高気圧ではどうか。