

入門者向け計算物理入門 その 2

出題：エドソン 達哉ん

今回は、建築等の方面で実用される、曲率の概念について取り扱う。まず、曲率を高校数学の範囲から定義する。次いで、曲率の具体例として、クロソイド曲線を見ていく。

1. 演習課題

1.1. 曲率

本問では、曲率を高校の範囲から定義していく。

- (1) [実装課題] 曲線上の 3 点を引数とし、その 3 点を通る円の半径を返却する関数を作成せよ。
- (2) 曲線 $f(x) = x^2$ 上の 1 点 (x, x^2) と、その周辺の点 $(x \pm h, (x \pm h)^2)$ の 3 点を通る円の半径を求めよ。 $h \rightarrow 0$ で半径はどうなるか？
- (3) 媒介変数表示の曲線 $x(t) = \cos t, y(t) = \sin t$ 上の 1 点 $(x(t), y(t))$ と、その周辺の点 $(x(t \pm h), y(t \pm h))$ の 3 点を通る円の半径を求めよ。 $h \rightarrow 0$ で半径はどうなるか？
- (4) [実装課題] 上記の半径の逆数を曲率と定義する（半径自体は曲率半径という）。媒介変数表示での x, y を返却値に取る関数と、その時の媒介変数の値 t を与えた時、曲率を返却する関数を作成せよ。

1.2. クロソイド曲線

クロソイド曲線は次の媒介変数表示で表される曲線である。

$$x(t) = \int_0^t \cos \frac{k^2}{2} dk, y(t) = \int_0^t \sin \frac{k^2}{2} dk$$

これについて、以下の問いに答えよ。

- (1) [計算課題] クロソイド曲線の概形を描け。計算には、様々な手法による数値積分を用いよ。

- (2) [計算課題] クロソイド曲線の t と曲率半径のグラフを書いてみよ。その概形から、クロソイド曲線にはどのような応用があるか考えてみよ。

2. 数値計算の補足

(今回は何種類か授業で扱うので、自分でノートとして書いてみてください)

3. 解答・解説